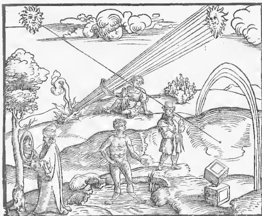
VITELLIONIS MATHEMATICI DOCTISSIMI περὶ ὀπτικῆς,

id est de natura, ratione, & proiectione radiorum uisus, luminum, colorum atque formarum, quam uulgo Perspectiuam uocant,

LIBRI X.

Habes in hoc opere, Candide Lector, quum magnum numerum Geometricorum elementorum, quæ in Euclide nusquã extant, tum uero de proiectione, infractione, & refractione radiorum uisus, luminum, colorum, & formarum, in corporibus transparentibus atque speculis, planis, sphæricis, columnaribus, pyramidalibus, cõcauis & conuexis, scilicet cur quædam imagines rerum uisarũ æquales, quædã maiores, quædam minores, quædam rectas, quædã inuersas, quædam intra, quædã uero extra se in aëre magno miraculo pendentes: quædam motum rei uerum, quædã eundem in contrariũ ostendant: quædã Soli opposita, uehementissime adurant, ignemque admota materia excitent: deque umbris, ac uarijs circa uisum deceptionibus, à quibus magna pars Magiæ naturalis dependet, Omnia ab hoc Autore (qui eruditorum omniũ consensu, primas in hoc scripti genere tenet) diligentissime tradita, ad solidam abstrusarum rerum cognitionem, non minus utilia quam iucunda. Nunc primum opera Mathematicorum præstantiss. dd. Georgij Tanstetter & Petri Apiani in lucem ædita.



Norimbergæ apud Io. Petreum, Anno MDXXXV.

Chaues



CAROLVS Quintus Diuina fauente clementia Romanorum Imperator semper Augustus, ac Germaniæ Hispaniarũ, utriusq; Siciliæ, Hierusalem, Hungariæ, Dalmatiæ, Croatiæ, &c. Rex, Archidux Austriæ, Dux Burgundiæ, Brabantiæ, &c. Comes Habspurgi, Flandriæ, Tyrolis &c. Vniuersis & singulis notum esse uolumus. Quum noster & Imperij sacri fidelis, dilectus Petrus Apianus Mathematicæ rei in primis peritus, nobis humiliter supplicauerit, quòd Ephemerides quasdam, unà cum alijs infra commemoratis opusculis, maximo suo sumptu, pariq; tum inuentionis tum æditionis labore, in cõmunem bonorum studiosorum'q; omnium usum candide & humaniter ædere secum cõstituerit, Vereatur'q; iam ne eadem ab alijs quoq;, qui ex alterius incommodo suum aucupari contendunt commodum, quiq; alieno labore bene parta, in suum ipsorum male conuertunt usum, imprimerentur, idquod in suum haud uulgare detrimentum redundaret, quatenus Priuilegij nostri prærogatiua ad certum annorum numerum, in quo nemo plane illud tentare auderet, se adiuuare dignaremur. Quum'q; nos eorũ, qui tum opera diligenti ac sedula, tum uigilantia sua non mediocri, quam & prouehendis bonis artibus grauiter impendunt, & inuulgandis utilibus libris nulli nec sumptui parcentes nec labori, liberaliter insuper Reipub. insigniter prodesse solent, emolumentum promouere, contra dispendium amouere, pro genitiuo & innato nobis ad eximia honestissima'q; ingenuarum artium studia fauore studeamus, fit ut facilius Apiano quoq; prædicto, precibus eiusdem & supplici petitioni cõdescendentes, Gratiam nostram hac in re impertiamus singularem. Omnibus itaq; & singulis Chalcographis, Bibliopolis, & quibusuis alijs tenore præsentium districte inhibemus, ne uidelicet infrascriptos libros, quos prænominatus Apianus uel iã æditioni destinauit, uel æditurus, eruditis oĩbus in publicum cõmunicaturus est unq;, puta Ephemerides ab anno salutis nostræ Millesimo quingentesimo tricesimo quarto ad Septuagesimum supra Millesimum & quingentesimum duraturas, præterea libros de Vmbris, Centiloquium Arithmetices: & alium adhuc de Arithmetica libellum, cum Regulis Cossæ demonstratis: De mensuratione uasorum cum artificiali partis uacuæ inuentione: Schedulas diarias siue Almanak cum iudicijs annalibus, seu (ut uulgus loquitur) Practicis, quibus aeris mutationes, dierum'q; electiones singulæ continentur: Libros item de coniunctionibus. Ptolemæum ex nouissima illa Vuilibaldi Pyrckameri translatione, ante hac nunquam æditum, cũ Tabulis correctissimis, & in quadrangularem figuram (cuiusmodi hactenus excusæ non sunt) conformatis. Ptolemaei etiam libros Græce, eruditos eos sanè, & (quod tanto authore dignissimum erat) elegantes, natiuam'q; illam suam gratiam in propria lingua retinentes: Librum de Eclypsibus: Librum Azophi Astrologi uetustissimi: Libros Gebri. VITELLIONIS quoq; authoris antiquissimi simul ac doctissimi Perspectiuam, opus & ingens & ipsa materiæ iucunditate laudatissimũ: Astronomicũ Imperatorium: Librum de diebus Creticis: Libros de Iride. Tabulas resolutas iam per eundem recens supputatas: Radium nouum Astronomicum, sinusq; & Geometricum, unà cum uario Sinuum & Chordarum usu: Librum de Speculo ad pulcherrimas dimensiones apte accommodato. Introductionem Cosmographicam cũ omnis generis obseruationibus itidem per sinus & chordas, adiuncto insuper Meteoroscopio duplici, plano & (quod inauditum erit plerisq;) numerorum, Astrolabium'q; numerorũ uniuersale, ut recens ita iucundissimum: Tabulas seu Mappas, ut uocant, uniuersi terrarum orbis generales, aut etiam quarundã Regionum seu Prouinciarum particulares: & quicquid in Mathematicis rebus dictus Apianus sub Titulo & nomine suo, aut si qua aliena rerum Mathematicarũ monumenta prius neutiquam excusa, sua uero iam industria recognita & restaurata, uel etiam figuris tantum illustrata, per quoscunq; uoles Impressores, in lucem æddiderit, intra spacium triginta annorum, ab ipso æditionis die computando, præter suam ipsius uoluntatem, excudant, seu excudere faciant, neq; sic excusos uenum exponant seu uendant, sub pœna Decem Marcharum Auri puri, pro una Cameræ nostræ Imperiali, altera uero incidente dicto Apiano irremissibiliter exoluendarum, tum amissionis librorum sic ad æmulationem excusorum, quos ubicunq; locorum nactus fuerit, per se siue suos, aut adiumento Magistratus eius loci, sibi uendicare & in potestatem suam redigere poterit. Harum testimonio literarum Sigilli nostri appensione munitarum. Datum in Ciuitate nostra Imperiali Ratispona, die tertia Mensis Iulij, Anno Domini Millesimo Quingentesimo Tricesimosecundo, Imperij nostri Duodecimo, & aliorum Regnorum nostrorum Decimoseptimo.

habeare & expeditus, nihil strennuissimo concessurus. Ac cum tua uirtute urbs illa ciuesq; præcipue defensi cõseruatiq; fuerint, Illustrissime Princeps author hic, quẽ tuæ Celsitudini dedico, haud minus q̃ quiuis ciuis urbis il lius tibi debere uidetur. Siquidem iam ingruente in Austriam hostium exercitu inter reliquam librariam supellectilem relictus, nisi per te, haud secus ac ciuis alter quisq; defensus fuisset, capta urbe ac direpta, & uere extrema passus interijsset. Itaq; pro ciuica corona, quam author mecum una tibi debet, à te conseruatus, uindicatusq; ab exitio, & mea nunc opera in publicũ emissus tibi dedicationis munere grata mentis confessionem, ultro mecum exponit. Authori porrò nomen est gentile Vitello, qui ex Turingis Polonus annis ut conijcio ab hinc plus, minus. DC. uixit. Et absolutum hoc opus τῶι ὀπτικῶν summo iudicio pariq; diligentia conscripsit, exactoq; ordine omnia tractauit adeo, ut quod ad præclarissimæ huius artis apprehensionem cõsummatamq; scientiã attinet, nihil in eo desiderari possit, eum Celsitudini tuæ iam primum in lucem exeuntem nuncupatim dedico, simulq; obnixe rogo, animum dantis, & affectũ potius q̃ ipsum oblatum munus intuearis, & Tanstetterum, quem hactenus fouisti, pari benignitate porrò etiam prosequi ne dedigneris. Fœliciter uale Illustrissime Princeps.

AD ILLVSTRISSIMVM PRINCIPEM ac dominum, D. Philippum Comitem Palatinum Rheni, & utriusq; Bauariæ Ducem &c. Vrsinus Velius.

Iampridem magnis animi spectate periclis
  Prima Palatinæ fama Philippe domus:
Maxima seruatæ fueras qui caussa Viennæ,
  Hostibus innumeris urbs ubi cincta fuit.
Hic quoq; tum obsessus se nunc tibi dedicat author.
  Hæc tibi seruati præmia ciuis habe.
Quod non hostili fuerit deperditus igni,
  Perpetuo dici gestit, & esse tuus.
Huic tibi consimilem debere fatetur honorem
  Tanstetter, cuius prodit hic auspicijs.
Prodit, & in toto nunc orbe Vitellio nomen
  Diuulgat populi docta per ora tuum.

ILLVSTRISSIMO VERE QVE MAGNANIMO PRINCIPI AC DOMINO D. PHILIPPO COMITI PALATINO RHENI, ET

utriusq; Boariæ duci &c. Domino & Mecœnati suo clementissimo Petrus Apianus Mathematicæ ordinarius in gymnasio Ingolstadiensi ꝓfessor, salutẽ precatur & incolumitatẽ.

VBINDE mecum ipse admirari soleo, Princeps illustrissime, hominum quorundem inhumanum adeo ingenium atq; ab omni humanitate alienum, ut optimas & nobilissimas quasq; artes conuicijs impetere non dubitent, illasq; miseris proscinderemodis, non sine maximo contemptu, digni profecto ipsi, qui ex hominũ numero reijciantur. Neq; multo diuersum est & eorum institutum, qui non quidem semel omnes comtemnunt literas, sed ex ea lucrosa ista & illiberaliter quæstuosa utilitate tantum metiuntur, ita ut in liberalium artium numero uix aliquam relinquant, quæ non sit (ut ipsi loquuntur) de pane lucrando. Hinc fieri uidemus, ut ferè pereat hoc nostro sæculò alioqui in bonarũ artium ꝓfectu felicissimo suus artibus honos, hinc uidemus uniuersam iam philosophiã elanguescere, & eas quidem illius partes magis, quæ minus pani seruiunt lucrando. Solari autem in hacre uicissim nos debet, quod omnibus retro sæculis fuerunt Zoili & Momi, qui quæuis reprehendere maluerint quàm potuerint imitari, neq; in uulgo tantum hominum reperti sunt osores huiusmodi, maximi quoq; uiri usq; adeo à genuino ueræ humanitatis ingenio defecerunt, ut dolendũ sit Valentinianum Imperatorem Gratiani filium immenso literarum odium cõflagrasse, ac deinde Licinium quoq; Imperatorem tam infestum fuisse literis, ut uirus ac pestem publicam eas appellarit, sed quur obsecro non odisset, quorum ipse adeo expers fuerit, ut ne decretis quidem subscribere posset? Rectius senserunt plæriq; omnes ueterum Rhomanorum, quorũ quisq; habitus est præstantior, quo fuit in solidis artibus, maxime uero philosophiæ & eloquẽtiæ studijs uersatior. Superfluũ fuerit hic Fabios, Scipiones, Lælios, Cicerones, Catones & reliquos uiros sapientiæ studijs clarissimos cõmemorare. Quis non eximiũ Augusti admiretur studium? Ex Græcis uero quis non merito Alexandri magni uereregium, & ab optimo præceptore non male institutum commendat ingenium? Certe, ut ex nostratibus unicum quoq; adiungam exemplum, Sigismundus Imperator non ipse tantum bonarum literarum studia fouit, doctisq; & literatis omnibus egregie fauit, sed reliquos etiam Germaniæ Principes plærunq; accusauit, qui latinas odissent literas. Insuper etiam à quibusdam reprehensus, quod uiros humiles & eruditos foueret. Ego, inquit, eos amo, quos uirtutibus & doctrina (ex quibus nobilitatem metior) cæteris uideo antecellere. Præclarum ille quidem & Imperatore dignũ dedit Principibus omnibus exemplar, quod imitentur. Frustra autem hæc ego omnia

Celsi

Celsitudini tuæ cõmemoro, cui tantus est in literas & literatos omnes fauor, tantusq; studij etiam Mathematici amor, & nõ infœliciter respondens amori profectus, ut minus iam mirũ mihi fiat, quur non ignobilem hunc de Perspectiua authorem illustrissimæ tuæ Celsitudini dedicare instituerit, uir clarissimus D. Georgius Tanstetter Collimitius Regius physicus & Mathematicus, qui authoris huius exemplar mihi eò facilius ex selectissimis suæ bibliothecæ libris communicauit, ut optimus hic scriptor ad lucem aliquãdo ꝓgressus in manus ueniret quàm plurimorum, huius autem dedicationis officium mihi tanquam ueteri amico demandarit. Nec potui ministerium illud offerendi authorem hunc Celsitudini tuæ optimæ de me semper meritæ negare, neq; uiro illi mihi multis modis deuinctissimo, maxime quum author ipse nunc uelut i recens natus atq; in lucem æditus, tam præclare de Perspectiua scripserit, ut unus merito omnibus qui de hac re scripserunt sit antiferendus. Nõ male quidem scripsit super hac materia Pomponius Gauricus, sed paucioribus quàm ut suscepto respondeat argumento, ex ueteribus super sunt monumenta, Alhazen, Bachonis, Rogerij, Balneoli, Ioãnis Pisani Anglici, fratris Theodorici ordinis Prædicatorũ, & forte aliorũ quæ aliqñ æduntur. Quanto plus laudis emeruit hic noster Vitellio, in quo ædendo nihil sane neglectum est, quod ad uniuersi huius studij faciat ꝓfectum, nos quoq; ꝓ candore nostro, & in omnes studiosos beneuolentia authorẽ hunc figuris, & omnibus ad hanc rem necessarijs ita illustrauimus, ut ne studiosi habeant quod in nobis desiderent. Hic etiam aliud declarare non uolui, nisi ut optimo uiro D. Georgio Tanstetter satis uid eor fecisse, & opus hoc illustrissimæ Celsitudini tuæ cũ paratissimis obsequijs obtulisse. Bene ualeat nunc nobis omnibus T. C. illustrissime Princeps, & bonarũ artiũ profectũ sedulo adiuuet. Datum die quinto Februarij, quo die nõ longe ante meridiem Iupiter blando & amico aspectu Venerem sibi ueterem diuq; cognitam adiunxit comitem, quam hoc modo multis etiam ultra annum integrum diebus non aspexerat. Anno M. D. XXXV.

VERITATIS AMATORI FRATRI GVILHERMO DE MORBEKA, VITELO filius Thuringorum & Polonorum, æternæ lucis irrefracto mentis radio fœlicem intuitum, & intellectū perſpicuum ſubſcriptorum.



NIVERSALIVM entium ſtudioſus amor te uinctum detinens, me tibi ut idem appetentem, ſic coniunxit, ut uoluntas tua mihi ſit imperium, me quoq; arceat ab effectibus tibi diſplicentium paſſionum. Quia ergo tibi, ut totius entis ſedulo ſcrutatori, dū ens intelligibile à primis ſuis prodiens principijs, entibus indiuiduis ſenſibilibus per modum cauſæ, actu mentis coniungeres, & ſingulorū cauſas ſingulas indagares, occurrit diuinarum uirtutum influentiā inferioribus rebus corporalibus per uirtutes corporales ſuperiores modo mirabili fieri. Nec enim res corporeæ inferiores in ordine partiū uniuerſi, diuinæ uirtutis incorporaliter ſunt participes, ſed per ſuperiora ſui ordinis contractā uirtutē participāre ut poſſunt, ſicut & in alio ſubſtantiarū intellectiuarum ordine inferiores ſubſtantias per ſuperiorū ſui ordinis illuſtrationem à fonte diuinæ bonitatis deriuatam, prout uniuſcuiuſq; natura fert, per modum intelligibilium influentiarū fieri mentis acumine perſpexiſti; Sicut omnis enim entitas à diuina profluat entitate, & omnis intelligibilitas ab intelligentia diuina, omnisq; uitalitas à diuina uita. quarum influentiarum diuinū lumen per modū intelligibile eſt principium, medium & finis: ut à quo, & per quod, & ad quod omnia diſponunt. Corporaliū uero influentiarū lumē ſenſibile, eſt mediū ſuperioribus corporibus perpetuis ſecundū ſubſtantiā ſolū in potentia ad ubi exiſtentibus infima corpora, quæ ſecundū formas & ubi uariantur mirifice illuminans & connectens. Eſt enim lumen ſupremarum formarum corporalium diffuſio per naturam corporalis formæ materijs inferiorū corporū ſe applicans, & ſecum delatas formas diuinorum & indiuidualiū artificum per modū diuiſibilem caducis corporibus imprimēs, ſuiq; cū illis incorporatione nouas ſemper formas ſpecificas aut indiuiduas producēs, in quibus reſultat per actum luminis diuinū artificium tam motorū orbium q̄ mouentium uirtutum. Quia itaq; lumen corporalis formæ actum habet, corporalibus dimenſionibus corporū, quibus influit, ſe coæquat, & extenſione capacium corporum ſe extendit; attamen quia fontē, à quo profluit, habet ſemper ſecundū ſuæ uirtutis exordiū, proſpicere dimenſionem diſtantiæ, quæ eſt linea recta, per accidens aſſumit, ſicq; ſibi nomē radij coaptat. Et quoniam linea recta naturalis ſemper eſt in aliqua ſuperficie naturali. Superficierum uero paſſio, quæ per terminantes lineas eis accidit eſt angulus; ideo radio luminoſo conſideratio adiacet angularis, & rectis angulis radiorū perpendicularitas eſt cauſa. Obliquatio uero irradiantis corporis ſuper irradiatum corpus, acutos cauſat angulos & obtuſos, & ſecundū huiuſmodi luminariū influentiarū uariantur. Cum itaq; tua ſolertis diligentia ingenij ſecundū hæc cœleſtiū influentiarū diuinam uirtutem reſpectu rerum capacium imitari proſpiceret, & non ſolum ſecundū uirtutes agentes, ſed ſecundum diuerſitatē modi actionis, res actas diuerſari uideret, placuit tibi in illius rei occulta indagine uerſari, eiusq; diligenti inquiſitioni ſtudioſam animā applicare.

Libros itaq; ueterū tibi ſuper hoc negocio perquirenti, occurrit tædium uerboſitatis Arabicæ, implicationis Græcæ, paucitas quoq; exarationis Latinæ, præſertim quia tibi cōmiſſum officium pœnitentiariæ Romanæ eccleſiæ, cuius curæ partē geris, credens plus intellectu practico q̄ ſpeculatiuo, pœnitentibus ſuccurrere, te cohibuit à multitudine uidendorū: maluiſti enim languentium animarū diuino antidoto languoribus ſuccurrere, q̄ ipſorū hominum ignorantias releuare: Meq; putans uacare ocio, ſub amoris nexu, quo tibi coniungor, uoluiſti conſtringere, ut hoc laboris tibi placiti onus ſubirem, hisq; materijs mihi nondū cognitis, animum applicarem. At ego, qui cunctis iuſſionibus tuis obtemperare deſidero, uelle tuum ſuſcipiens pro mandato, maioris negocij, quod de ordine entium olim conſcribendum ſuſceperam capitulum, in tempus ſemoui, præſentisq; operis diſpendium pro meæ poſſibilitatis uiribus, quibus hic impar fateor,

adij conscribendum. Attendens quoq;, quia eadem uis formæ immittitur in cõtrarium & in sensum, & q; lumen sit primum omniũ formarum sensibilium, quodq; rerum sensibilium omniũ causas efficientes intendamus perquirere, quoꝝ plurimas differentias uisus nobis ostendit. Præmissorum per modũ entium uisibilium perscrutatio placuit, sicut & eadem uiri, qui ante nos plurimi tractauerunt huius scientiæ negocium, PERSPECTIVORVM nomine nuncupantes, quoꝝ & ego nominationẽ ut placitã approbo: licet plus ad naturalium formaꝝ actionis modum occultissimum pertractandũ, ut opus præsens tuis affectibus respondeat, scribentis intentio se declinet. Quòd enim in sensu uisus plus perceptibiliter agitur, hoc in ipsius sensus absentia in rebus naturalibus nullatenus euitatur. Sensus enim præsentia nihil addit actionibus naturaliũ formaꝝ. Omnem itaq; modum uisionis Mathematica uel naturali demonstratione transcurrendo, ea quæ de naturalibus formarum actionibus per modum passionum uisibilium iuxta triplicem uidendi modum pro meæ possibilitatis modulo tractabo. In omnibus enĩ illis uidendi modis, formæ naturales ad uisum se diffundunt, radijq; uisuales non exeunt ad capescendas formas rerum. Vnde si præsentiæ formaꝝ diffusarum per corpora naturalia ipsarum susceptibilia, uisus non affuerit, non propter hoc naturalis actio nõ erit, sed formæ in subiecta corpora sibi dissimilia, imprimẽt quantum possunt. Tu itaq; uir desideriorum omnis scientialis boni, suscipe quod fieri mandasti, in quo si quid incultũ inueneris, perspicaciori ingenio modereris.

TOTIVS OPERIS IN DECEM LIbros diuisio, & quid in singulis tractetur.

PRAESENS itaq; negociũ decem libris partialibus duximus distinguendum. Volentes enĩ omne ens uisibile, ut suæ uisibilitati passio accidit, Mathematica demonstratione cõcludere, & hac uia eatenus ut nobis est possibile, certius ambulare, librum hunc per se stantem effecimus, exceptis his quæ ex Elementis Euclidis, & paucis quæ ex Conicis elementis Pergæi Appollonij dependent, quæ sunt solum duo, quibus in hac scientia sumus usi, ut in processu postmodum patebit. In primo itaq; huius scientiæ libro axiomata præmittimus, quæ præter elementa Euclidis huic scientiæ sunt necessaria. Et in hoc ea duo, quæ demonstrata sunt ab Appollonio, declaramus. Plurima & hoꝝ, quæ in hoc libro præmittimus, continentur in eo libro, quem de elementatis conclusionibus nominamus, in quo uniuersaliter omnia conscripsimus, quæ nobis uisa sunt, & quæ ad nos peruenerũt à uiris posterioribus Euclide, pro particularium necessitate scientiarum uniuersaliter conclusa. In secundo quoq; hoc nostro libro, de modo proiectionis radioꝝ per medium unius diaphani, uel plurium, super figuras corpoꝝ diuersas; Necnon de proiectione umbrarum & figuratione lucis cadentis per fenestras tractauimus, ut de his quæ præambula sunt actioni sensibili formarum naturalium, & quæ fiunt non existente sensu. In tertio uero libro de organo uisus, deq; essentiali modo uidendi suo modo tractauimus, ut patitur scientia Opticoꝝ. In quarto quoq; libro percurrimus deceptiones, quæ accidunt uisui secundũ directum modũ uidendi per unum mediũ, siue sint passiones Mathematicæ, siue etiã naturales. In quinto autẽ libro nos ad alium modũ uidendi, qui fit per reflectiones à politis corporibus, quæ specula dicimus, transferentes tractauimus de passionibus communibus omni speculo, siue sit planum, siue sphæricũ, columnare siue pyramidale, concauum uel conuexum. Hæc enim sunt omnia specula, à quibus regularis potest fieri reflectio, ut nos declarabimus suo loco; nec tamen intelligimus per hæc specula solũ corpora polita artificio, sed potius per naturam. Quia dũ demonstrationem his speculis applicamus, naturalia corpora eiusdem figuræ intelligimus. Quòd enĩ in artificialibus corporibus irregulariter accidit, in corporibus naturalibus certius accidere necesse est. Et dum sic per figuras speculoꝝ discurrimus, cœlestes

& om

& omnes naturales influentias à subiectis corporibus sub quodam reflectionis modo ad alia corpora declaramus. In his enim diuersitatibus latens est naturæ operatio, & ab eisdem agentibus secundum huius diuersitatis modum fit diuersitas formarum, & accidit uisibus, si ad locum reflectionis deueniant, ut ad ipsos fiat reflectio: quoniã uisibus ut quodam posteriori formis naturalibus & corporibus existentibus ipsorum præsentia rebus naturalibus nihil addit. Horum itaq; speculorum cõmunes passiones, & omnes proprietates speculorum planorum in quinto libro proposuimus. In sexto uero libro demonstramus passiones, quæ accidunt uisibus & rebus ex reflectione facta à speculis sphæricis conuexis. In septimo uero posuimus passiones accidentiũ à speculis columnaribus uel pyramidalibus cõuexis, & hæc duo specula simul coniunximus propter conformitatem plurium passionum. In octauo, de reflectionibus quæ fiunt à speculis sphæricis concauis prolixius tractauimus. In nono quoq; de his, quæ fiunt à speculis columnaribus uel pyramidalibus concauis. Et in eodem de speculis quibusdam irregularibus, à quorum totali superficie fit reflectio lucis & uirtutis ad punctũ unum, quæ specula comburentia dicimus, adiunximus tractatum. In decimo uero libro huius scientiæ, agimus de tertio modo uidendi, qui est per medium alterius diaphani, ut cũ per aerem fit uisio sub aqua uel sub uitro. Et de deceptionibus, quæ ex hoc accidunt uisui: nam & si uisus non fuerit, eædem passiones uirtuti accidunt agenti. Et in hoc quoq; decimo tractatu adiecimus passionem soli uisui accidentẽ ex diuersitate mediorum, ut est impressio arcus dæmonis, qui dicitur iris: quoniam & illius generatio ex hac præsenti scientia ortum habet. Sicq; quasi omnium uisibilium generabilibus passionibus percunctatis, operi finem damus. Patet itaq; ex præmissis, quòd triplex est modus uidendi. Quidam per unum medium tantum, qui est uisio directa. Quidam uero per reflectionem formarum uisibilium à corporibus politis. Quidam uero per refractionem formarum uisibilium propter diuersitatem mediorum. Hi quoq; tres modi uidendi signum sunt triplicis actionis formarum & omnium uirtutum cœlestium & naturalium. Quædam enim agunt directè in obiectum susceptibile, & hæc actio est fortior, quoniam est directè intenta per naturam, & fit secundum lineas rectas. Accidit autem illi uirtuti, quando est corporalis debilitas, propter remotionem maiorem agentis ab ipso actu. Sol enĩ nõ adeo calefacit remotiora sicut propinquiora calefactibilia quæ sunt eiusdem dispositionis. Alia uero naturalis actio fit per reflectionem à corporibus alijs, ut radij Solis à corpore Lunæ reflectuntur: quis enim propter raritatem Lunaris corporis quiddam Solaris transeat uirtutis. Plurimi tamen radiorum reflectuntur inferius, ut à speculo sphærico conuexo. Est ergo illi actioni conueniens omne quod diximus in passionibus speculorum assimilante se figura corporis à quo fit reflectio figuræ speculari. Tertia uero maneries naturalium actionum, est per plura media diuersorũ diaphonorum, quæ similiter in suo modo agendi diuersitatem accipit, quam uisibus accidere dicemus. In his itaq; naturalibus actionibus uisus signum est, non causa, nisi forte deceptio sit per se proueniens in uisu: quoniam non existente perceptione uisiua, idem modi sunt omnium naturalium actionum. His itaq; præmissis, aggrediamur intentum. Hoc tamen legentem latere nolumus, quia dum ex libro Elementorum Euclidis arguimus, sola nominatione numeri libri & theorematis contenti sumus. Dũ uero aliquid ex hoc nostro libro adducimus, & numerũ & theorema huius libri nominamus.

LIBER PRIMVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS.

DIFFINITIONES.



Væ uero per modũ principiorũ huic primo libro præmittimus, sunt ista. Kathetum dicimus lineã perpendicularem super superficiem aliquam erectam. Polum dicimus omnem punctũ lineæ super superficiem circuli à centro orthogonaliter erectæ. Conuexam lineam uel superficiem dicimus, quæ extrinsecus aliquam regularem curuitatem habet. Lineam concauam uel superficiem dicimus, quæ intrinsecus aliquam regularem curuitatem habet. Lineam super superficiem conuexam uel concauam perpendicularem dicimus, quæ super planã superficiẽ in puncto suæ incidentiæ superficiẽ conuexã uel concauã cõtingentẽ est erecta. Circuli seinuicẽ secantes dicunt̃, quorũ diametris est aliqua linea cõmunis uno reliquum non continente. Circulus magnus sphæræ dicitur, qui transiens centrum sphæræ, diuidit ipsam in duo æqualia. Minor uero circulus sphæræ dicitur, qui neq; transit centrum sphæræ, neq; diuidit ipsam in duo æqualia. Sphæras æquales dicimus, quarum diametri sunt æquales. Sphæras uel circulos seinuicem continentes æquedistantes dicimus, inter quas à centro maioris ductæ lineæ à conuexo minoris ad concauũ maioris sunt æquales. Sphæras seinuicem cõtingentes dicimus, quæ se tangentes extrinsecus uel intrinsecus non secant. Sphæras seinuicem intersecantes dicimus, cũ sphæris se nõ cõtinentibus diameter unius per alterã intersecat̃. Sphæras intrinsecus se intersecantes, dicimus quorũ maior pars unius in altera cõtinet̃. Superficiem planam sphærã contingere dicimus, quæ cũ sphæram tangat, ad oẽm partẽ educta non secat. Denominatio ꝓportionis primi ad secundũ, dicitur quantitas quæ ducta in minorẽ producit maiorẽ, uel quæ maiorem diuidit secundũ minorem. Proportio dicitur cõponi ex duabus proportionibus, quando denominatio illius proportionis producitur ex ductu denominationũ illarũ proportionum unius in alteram.

PETITIONES.



Petimus autem hæc. Aequales angulos super idem punctum constitutos, æqualem continere distantiam æqualium linearum, ut si anguli a b c, & c b d, sint æquales, & linea a b & b d sunt æquales, tantum distabit linea a b à linea b c, quantum linea b d distat ab eadem linea b c. Item inter quælibet duo puncta lineam, & inter quaslibet duas lineas superficiem posse extendi. Item cum duæ planæ superficies se cõtingunt, unã ex eis fieri superficiem. Item duas planas superficies corpus non includere. Item omnes easdem proportiones ex similibus proportionibus componi, & in similes proportiones diuidi, & easdem habere demonstrationes.



THEOREMA I.

Omnes lineæ æquedistantes in eadem superficie plana necessario consistunt.

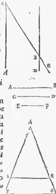
Sint duæ lineæ æquedistantes, quæ a b & c d utcunq; dispositæ, dico quod ipsæ sunt in eadem superficie plana, copulentur enim per lineam b d. quoniam ergo lineæ a b & b d angulariter coniungũtur, palam quoniam ipsæ sunt in eadem superficie, per 2. undecimi. Similiter quia duæ lineæ a d & b d angulariter cõiunguntur, erũt ipsæ in eadem superficie. Si linea b d est in una tantum superficie plana, quoniam ipsius partem esse in sublimi, partem in plano est impossibile per primã undecimi. Palam ergo, quoniã lineæ a b & c d necessario consistunt in eadẽ plana superfi-

perfi

perficie contenta inter eas & inter lineas extremitates illarum linearum copulantes, quod est propositum.

II.

Lineam à puncto unius linearum æquedistantium in eadem superficie pertractam, cum altera indefinitæ quantitatis concurrere est necesse.



Sint duæ lineæ æquedistãtes quæ a b & c d. quaru unã scilicet a b secet linea b a in puncto b. Dico ꝙ linea b e secabit etiam lineam c d, quia enim linea c d indefinitæ quantitatis esse supponitur, protrahantur uersus ipsam lineam b e, quæ si concurrit cum c d, habetur propositũ. Si non concurrat palàm per diffinitionem æquedistantiũ linearum, quoniam linea b e est æquedistans lineæ c d, & quia lineæ a b & b e ambæ sunt æquedistantes lineæ c a, erit per 30. primi linea e b æquedistãs lineæ a b, sed palàm ex hypotesi, quoniam concurrunt, ut in puncto b, non ergo æquedistat linea b e lineæ c d, ergo necessario concurrit linea b e cum linea c d, quod est propositum.

III.

Datis tribus lineis cuilibet tertiæ secundum proportionem aliarum duarum proportionabilem inuenire.

Sint datæ tres lineæ quæ sunt a b, c d, e f, quarum uni ut a b secundum proportionẽ aliarum duarum quæ sunt c d & e f, quarta proportionalis debeat inueniri. Duæ itaq; lineæ æquales duabus lineis quæ sunt c d & e f, ab una linea continua abscindatur quæ sit a e f per 3. primi, & illi lineæ a e f angulariter tertia data scilicet a b, coniungatur in puncto a, & à puncto cõmuni distinguente duas lineas resectas, qđ sit punctũ e. Ducatur linea e b ad extremitatem tertiæ datarum quæ est a b, & à puncto f ducatur linea æquedistans lineæ e b per 31. primi, quæ sit f g. Deinde, ꝓtrahatur linea a b in cõtinuũ & directum, quousq; secet lineam f g, secabit autem per præmissam, sit itaq; punctus concursus g. Dico, ꝙ per secundã 6. eadem est proportio lineæ a b ad lineam d g, quæ est lineæ e a datæ ad lineam e f datam. Similiter quoq; de quolibet aliarum respectu reliquarum duarum demõstrari potest, patet ergo propositum.

IIII.

Cum duabus lineis inæqualibus notæ proportionis æqualiũ linearum facta fuerit additio maioris ad minorem minuitur proportio.

Sint duæ lineæ a b & c d inæquales notæ proportionis, sitq; linea a b maior q̃ linea c d, addatur quoq; linea b e ipsi a b, & linea d f ipsi c d, sintq; lineæ b e & d f æquales. Dico, ꝙ minor est proportio lineæ a e ad lineam c f q̃ lineæ a b ad lineã c d, quoniã enim datæ sunt tres lineæ quæ sunt a b & c d & b e, inuenitur per præcedentem linea proportionalis lineæ b e secundum proportionẽ linearum a b & c d quæ sit d g, quia ergo linea a b est maior q̃ linea c d, patet, quia linea b e est maior q̃ linea d g, ergo & linea d f est maior q̃ linea d g, abscindatur ergo per 3. primi lineæ d f æqualis ipsi d g, quia ergo est proportio lineæ a b ad lineam c d sicut lineæ b e ad lineam d g, erit per 13. quinti proportio totius lineæ a e ad totalem lineam c g sicut lineæ a b ad lineam c d, sed per 8. quinti minor est ꝓportio lineæ a e ad lineam c f maiorem, q̃ ad lineam c g minorem, est ergo maior proportio lineæ a b ad lineam c d q̃ lineæ a e ad lineam c f, & hoc est propositum.

V.

Cum fuerit proportio primi ad secundum tanq; tertij ad quartum, erit econtrario proportio sexti ad primum sicut quarti ad tertium.

Sit enim a primum, & b secundum, & c tertium, & d quartum, & sit proportio a ad b sicut c ad d. Dico, ꝙ erit econtrario proportio b ad a sicut d ad c, quoniam enim est proportio a ad b sicut c ad d, erit per 16. quinti

permutatim proportio bad a ficut d ad c, fecundi uidelicet ad primum ficut quarti ad tertium, quod eft propofitum.

VI.

Cum fuerit quatuor quantitatum proportio, primæ ad fecundam maior ꝙ̄ tertiæ ad quartam, erit econtrario minor proportio fecundæ ad primam ꝙ̄ quartæ ad tertiam.

Efto proportio lineæ a ad lineam b maior ꝙ̄ lineæ c ad lineam d. Dico, ꝙ erit econtrario minor proportio lineæ b ad lineam a ꝙ̄ lineæ d ad lineam c. Sic enim per tertiam huius ut quæ eft proportio lineæ c ad lineam d, eadem fit lineæ e ad lineam b, quia ergo maior eft proportio lineæ a ad lineam b ꝙ̄ lineæ c ad lineã d, ex hypothefi patet, ꝙ minor eft proportio lineæ e ad lineam b ꝙ̄ lineæ a ad lineam b, ergo per 10. quinti linea a eft maior ꝙ̄ linea e, & quia eft proportio lineæ e ad lineam b ficut lineæ c ad lineam d, erit per præmiffam eadẽ proportio lineæ b ad lineam e, quæ lineæ d ad lineam c. Eft autem per 8. quinti minor proportio lineæ b ad lineam a ꝙ̄ ad lineam e, eft ergo minor proportio lineæ b ad lineam a ꝙ̄ lineæ d ad lineam c, qđ eft propofitũ.



VII.

Si quatuor quantitatum proportionabiliũ prima fuerit maior ꝙ̄ fecunda, & tertia maior ꝙ̄ quarta, erit euerfim eadẽ proportio primæ ad augmentum fui fuper fecundam, quæ tertiæ ad augmentum fui fuper quartam.

Sint quatuor lineæ proportionales a c prima, b c fecunda, d f tertia, & e f quarta. Sitq́ linea a b maior ꝙ̄ linea b c, & linea d f maior ꝙ̄ linea e f excedat quoq́ linea a c lineam b c in linea a b, & linea b f lineam e f in linea d e. Dico, ꝙ eadem erit proportio lineæ a c ad lineam a b, quæ lineæ d f ad lineam d e, quoniam enim eft proportio lineæ a c ad lineã b c ficut lineæ d f ad lineam e f, eft ergo per 16. quinti permutatim proportio lineæ a c ad lineam d f ficut lineæ b c ad lineam e f, ergo per 19. quinti erit proportio lineæ a b ad lineam d e ficut lineæ a c ad lineam d f, ergo per 4. huius erit proportio lineæ a c ad lineam a b ficut lineæ d f ad lineam d e, quod eft propofitum.



VIII.

Si quatuor quãtitatum prima fuerit maior fecunda, & tertia maior quarta, erit maior proportio primæ ad quartam ꝙ̄ fecundæ ad tertiam.

Sint quatuor lineæ a b c d, & fit a prima maior ꝙ̄ b fecunda, & fit c tertia maior ꝙ̄ d quarta. Dico, ꝙ maior eft proportio lineæ a ad lineam d ꝙ̄ lineæ b ad lineã c, quia enĩ linea c eft maior ꝙ̄ linea d, ex hypothefi patet per 8. quinti, quoniam maior eft proportio lineæ a ad lineã d ꝙ̄ ad lineam c, minor uero eft proportio lineæ b ad lineam c ꝙ̄ lineæ a ad lineam c per eandem 8. quinti, quoniam ut præmiffum eft, linea a eft maior ꝙ̄ linea b, & quoniã quicquid eft maius maiore eft maius minore, patet, ꝙ maior eft proportio lineæ a ad lineam d ꝙ̄ lineæ b ad lineam c, patet ergo propofitum.



IX.

Cum quatuor quantitatum prima fuerit maior ꝙ̄ tertia, & fecunda minor ꝙ̄ quarta, maior erit proportio primæ ad fecundã ꝙ̄ tertiæ ad quartã.

Sint quatuor lineæ a prima, b fecunda, c tertia, d quarta, fitq́ a maior ꝙ̄ c, & fit b minor ꝙ̄ d. Dico, ꝙ maior eft proportio a ad b ꝙ̄ c ad d, quoniã enim linea a eft maior ꝙ̄ linea c, patet per 8. quinti, quoniã maior eft proportio lineæ a ad lineam b ꝙ̄ lineæ c ad lineã b, fed quia



Sed quia ex hypotheſi linea b eſt minor q̃ linea d, patet per eandē 8. huius quinti, quoniam maior eſt proportio lineæ c ad lineam b q̃ ad lineam d, eſt ergo maior proportio lineæ a primæ ad lineam b ſecundam q̃ lineæ c tertiæ ad lineam d quartā, & hoc eſt propoſitum.

X.

Si quatuor quantitatum fuerit maior proportio primæ ad ſecundam q̃ tertiæ ad quartam, erit permutatim maior proportio primæ ad tertiam q̃ ſecundæ ad quartam.

Sint quatuor lineæ a b c d, ſitq̃ proportio a ad b maior q̃ c ad d. Dico, ꝙ erit permutatim maior proportio lineæ a ad lineam c q̃ lineæ b ad lineam d. Sit enim per 3. huius proportio lineæ e ad lineam b ſicut lineæ c ad lineā d, erit ergo ex hypotheſi & ex 10. quīti linea e minor q̃ linea a, ergo per 8. quinti maior eſt proportio lineæ a ad lineam c q̃ lineæ e ad lineam c. Eſt autem ex præmiſſis & per 16. quinti ꝓportio lineæ e ad lineam c ſicut lineæ b ad lineam d, palàm ergo, quoniam maior eſt proportio lineæ a ad lineam c q̃ lineæ b ad lineam d, quod eſt propoſitum.

XI.

Cum quatuor quantitatum maior fuerit proportio primæ ad ſecundam q̃ tertiæ ad quartam, erit coniunctim maior proportio primæ & ſecundæ ad ſecundam q̃ tertiæ & quartæ ad quartam.

Eſto 4. lineæ a b c d maior ꝓportio a ad b q̃ c ad d. Dico, ꝙ totius lineæ a b ad lineā b maior erit ꝓportio q̃ totius lineæ c d ad lineā d. Sit enī p 3. huius ꝓportio lineæ e ad lineā b, q̃ lineæ c ad lineā d, eſt ergo ex hypotheſi maior ꝓportio lineæ a ad lineā b q̃ lineæ e ad lineā b, ergo p 10. quinti linea a eſt maior q̃ linea e. Tota ergo linea a b eſt maior q̃ tota linea e b, ergo p 8. quinti maior eſt ꝓportio totius lineæ a b ad lineā b q̃ totius lineæ e b ad lineā b, p 18. uero quīti eſt ꝓportio lineæ e b ad lineā b, q̃ lineæ c d ad lineam d, eſt enī ex p̄miſſis ꝓportio lineæ e ad lineā b ſicut lineæ c ad lineā d. Eſt ergo maior ꝓportio lineæ a b ad lineā b q̃ lineæ c d ad lineā d, q̃d eſt ꝓpoſitum.

XII

Si quatuor quantitatum proportio primæ & ſecundæ ad ſecundā ſit maior q̃ tertiæ & quartæ ad quartam, erit diſiunctim maior proportio primæ ad ſecundam q̃ tertiæ ad quartam.

Sit proportio totius lineæ a b ad eius partem lineā b maior q̃ totius lineæ c d ad eius partem d. Dico, ꝙ erit diſiunctim proportio lineæ a ad lineam b maior q̃ lineæ c ad lineam d. Sit enim per 3. huius proportio lineæ e b ad lineam b ſicut lineæ c d ad lineā d, erit ergo ex hypotheſi maior ꝓportio lineæ a b ad lineam b q̃ lineæ e b ad eandem lineam b, ergo per 10. quinti erit linea a b maior q̃ linea e b, ablata ergo utrobiq̃ linea b cōmuni, relinquit̄ linea a maior q̃ linea e, eſt ergo per 8. quinti maior ꝓportio lineæ a ad lineam b q̃ lineæ e ad eandem lineā b. Sed per præmiſſa eſt proportio lineæ e b ad lineam b ſicut lineæ c d ad lineam d, ergo per 17. quinti eſt proportio lineæ e ad lineam b ſicut lineæ c ad lineam d, erit ergo maior ꝓportio lineæ a ad lineam b quàm lineæ c ad lineā d, & hoc eſt propoſitum.

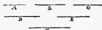
XIII.

Quarumlibet trium quantitatum quocq̃ ordine diſpoſitarum, quarū mediæ ad utramq̃ extremarum aliqua ſit proportio, erit proportio primæ ad tertiam compoſita ex proportiōe primæ ad ſecundam & ſecundæ ad tertiā, ex quo patet quòd proportio extremorum ad inuicem componitur ſemper

ex pro-

ex proportione mediorum ad inuicem & ad ipsa extrema.

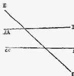
Sint extra gradus tres lineæ quæ a b g, quarum prima quæ est a sit maior quam media quæ est b, & b sit maior quam tertia quæ est g, sitque ipsius b ad ambas extremas proportio nota. Dico, quod proportio lineæ a ad lineam g tertiam componitur ex proportione lineæ a ad lineam b, & ex proportione lineæ b ad lineam g, quoniam enim proportio lineæ a ad lineam b est nota, sit quantitas d denominatio illius proportionis, & similiter quia proportio lineæ b ad lineam g est nota, sit denominatio illius proportionis quantitas e, & sit quantitas z denominatio proportionis lineæ a ad lineam g. Dico, quod ex ductu e in d fit z, quoniam enim per diffinitionem ex ductu z denominationis proportionis lineæ a ad lineam g in ipsam lineam g minorem quam sit a fit linea a, similiter & ex ductu d ad lineam b fit linea a. Proponitur itaque z primum & d secundum linea b tertium & linea g quartum, quia itaque illud quod fit ex ductu primi in quartum est æquale ei quod fit ex ductu secundi in tertium, patet per 15. sexti, quoniam est proportio primi ad secundum sicut tertij ad quartum, est ergo proportio z ad d, sicut lineæ b ad lineam g, ergo denominatio proportionis z ad d ex suppositione est eadem cum denominatione proportionis lineæ b ad lineam g, sed denominatio proportionis lineæ b ad lineam g est quantitas e, ergo denominatio proportionis z ad d est idem e, ergo ex ductu e in d fit z, quia ergo denominatio proportionis lineæ a ad lineam g quæ est z producitur ex ductu denominationis proportionis lineæ a ad lineam b in denominationem proportionis lineæ b ad lineam g, patet per diffinitionem, quoniam proportio lineæ a primæ ad lineam g tertiam componitur ex proportione lineæ a primæ ad lineam b secundam, & ex proportione lineæ b secundæ ad lineam g tertiam quod est propositum primum. Eodem quoque modo potest faciliter demonstrari de quocunque medijs inter quælibet duo extrema collocatis, semper enim proportio extremorum ad inuicem componitur ex omnibus proportionibus mediorum ad inuicem. Et ipsa extrema similiter demonstrandi uia diuisionis, si media contingat esse maiorem qualibet extremarum, patet ergo propositum.



XIIII.

Si linea recta super duas rectas ceciderit, feceritque angulos coalternos inæquales, aut duos intrinsecos minores duobus rectis, uel extrinsecum inæqualem intrinseco, illas lineas ad minorum angulorum partem concurrere est necesse, ad aliam uero partem impossibile, & si lineæ concurrunt, necesse est dictos angulos aliquo propositorum modorum se habere.

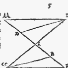
Sint duæ lineæ a b & c d, quas secet linea e f secundum quod proponitur. Dico, quoniam lineæ a b & c d concurrent, si enim non concurrant, patet quod sunt æquedistantes, ergo per 29. primi sequitur contrarium hypothesi, quod est inconueniens, concurrunt ergo, ad partem uero minorum angulorum concurrere est necessarium, quoniam si ad partem maiorum angulorum concurrant, sequeretur angulum extrinsecum trigoni tanti fieri minorem angulo intrinseco, & est contra 16. & 32. primi, & quia per præmissas propositiones ad partes minorum angulorum concurrunt, si ex concesso ad partes maiorum angulorum concurrerent, sequeretur rectas lineas superficiem includere, quod est impossibile. Est ergo impossibile, ut ad partes maiorum angulorum concurrant, quod est propositum primum. Sed & si detur quod illæ lineæ concurrant, necesse est angulos aliquo propositorum modorum se habere per 32. primi, patet ergo totum quod proponitur, seruata semper hypothesi.



XV.

Cum lineis se inter duas lineas æquedistantes, à quarum terminis producuntur, secantibus ex utraque parte sectionis, partes eiusdem lineæ inter se fuerint æquales, necesse est lineas, inter quas fit sectio, æquales esse.

Verbi

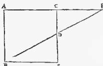


Verbigratia; Sint ut duæ lineæ a b & c d inter duas lineas æquedistantes, à quarum terminis producuntur, quæ sunt a d & c b, secent se in puncto e, ita, ꝙ linea a e sit æqualis lineæ e b, & linea c e sit æqualis ipsi e d. Dico, ꝙ linea a d est æqualis lineæ e b, q̃ñ enim per 15. primi angulus a e d est æqualis angulo c e b, erit ex hypothesi & per 4. primi linea a d æqualis lineæ c b, quod est propositum.

XVI.

Si per terminos duarum linearum æquedistantium & inæqualiũ rectæ producant̃, illas ad partẽ minoris lineæ cõcurrere est necesse.

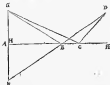
Sint duæ lineæ a b & c d æquedistantes & inæquales, sitq; linea c d minor ꝗ̃ linea a b, producanturq; per terminos ipsarum lineæ a c & b d. Dico, ꝙ illæ lineæ a c & b d concurrẽt ultra lineam c d, producatur enim linea c d ultra punctũ d ad punctũ e, fiatq; per tertiam primi linea c e æqualis lineæ a b, & ducatur linea b e. Hic itaq; linea b e per 33. primi est æquedistans lineæ a c, ergo per 2. huius cum linea b d concurrat cũ linea b e in puncto b. Patet, ꝙ ipsa concurrit cum linea a c, quæ æquedistat lineæ b e, sed & ad partem lineæ c d, quæ est minor ꝗ̃ linea a b concurrere est necesse per 14. huius, uel per 2. sexti, patet ergo propositum, punctus enim concursus plus qui est f, erit ultra lineam c d.



XVII.

Lineæ rectæ continentes angulos æquales cum linea recta, cui ad unum punctum incidunt, simul iunctæ, sunt breuiores omnibus lineis ab eisdem terminis super eandem lineam ad unum punctum alium productis, continentibus cum eadem linea angulos inæquales simul iunctis.

Sit linea recta quæ a b c f, & sint duo puncta d & g, à quibus duæ lineæ g b & d b productæ super lineam a b c f, contineant angulos æquales, ita, ut angulus a b g sit æqualis angulo c b d. Dico, ꝙ si à punctis d & g ad aliquod aliud punctum lineæ a b c f, ꝙ sit c, lineæ ductæ contineant inæquales angulos, ita, ut angulus g c a sit minor angulo f c d, ꝙ lineæ g b & b d simul iunctæ super minores duas lineas g c & d c simul iunctis. Ducat̃ enim à puncto g super lineam a f perpendicularis per 12. primi, quæ sit g h, & producatur linea g h ultra punctũ h, & producatur d b donec concurrat cum linea g h producta, concurrent autem per 14. huius, sit ergo punctus concursus k, & coniungatur linea k c, & quoniã angulus d b c est æqualis angulo g b h, ex hypothesi & angulo h b k, ex 15. primi palàm, ꝙ angulus h b k est æqualis g b h, sed anguli g h b & k h b sunt æquales, quia recti, ergo per 32. primi trigoni g h b & k h b etiam æque æqui anguli, ergo per 4. sexti, cũ linea h b sit cõmunis & æqualis sibijpsi, erit linea g b æqualis lineæ k b, & linea g h æqualis lineæ h k. Et eadem ratiõe per 4. primi erit linea g c æqualis lineæ k c, quia uero per 20. primi linea k d in trigono k d c minor est ambabus lineis d c & k c simul iunctis, & linea g b æqualis est lineæ b k, & linea g c æqualis est lineæ k c, palàm, quia ambæ lineæ g b & d b simul iunctæ, minores sunt ambabus lineis d c & g c simul iunctis, similiter quoq; de quibuscunq; lineis à punctis g & d ad lineam a f productis est demonstrandũ, patet ergo propositum.

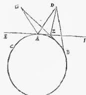


XVIII.

Lineæ rectæ continentes angulos æquales cum linea conuexa, cui ad unũ

punctum incidunt simul iunctæ, sunt breuiores omnibus lineis ab eisdem terminis super eandem lineam ad unum punctum alium productis, continentibus cum eadem linea angulos inæquales simul iunctis.

Sit linea curua a b c, super cuius conuexum à punctis g & d incidant lineæ d a & g a continentes angulos æquales, ita, ut angulus e a g sit æqualis angulo b a d. Dico, quod si ducantur aliæ lineæ à punctis g & d super lineam a b c, ut g b & d b, cõtinentes angulos inæquales cum linea a b c, quod ambæ lineæ g a & d a simul iunctæ, erunt breuiores duabus lineis g b & d b simul iunctis. Ducatur enim linea e f, contingens arcum a b c in puncto a per 16. tertij, anguli ergo cõtingentiæ qui sunt e a c & f a b sunt æquales per 15. tertij, sed anguli g a c & d a b sunt æquales ex hypothesi, erunt ergo anguli g a e & d a f æquales, & ad punctũ ubi linea g b secat lineam e f, quod sit z, ducatur linea d z, ergo per præcedentem ambæ lineæ g a & d a sunt breuiores ambabus lineis g z & d z, cum angulus g z a sit minor angulo g a e, & angulus d z f sit maior angulo d a f per 16. primi. Sed linea g b est maior quàm linea g z, quia totũ parte & linea d b est maior quàm linea d z per 19. primi, quoniã angulus d z b est maior angulo siti trigoni, patet ergo ꝓpositum in arcu circuli conuexo, & eodẽ modo demonstrandum in quacunque alia columnali uel pyramidali sectione secundum ipsius conuexum, patet ergo propositum.



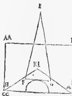
XIX.

Vna linea recta in duabus superficiebus planis existente, necesse est ut illæ duæ superficies secundum illam lineam se secent.

Sint duæ superficies planæ a b c d & c d e f, in quarũ utraque sit linea c d. Dico, quod illæ duæ superficies secant se super lineã c d. Si enim illæ duæ superficies ad lineã c d ut ad cõmunem terminũ per modum unius superficiei contingentiæ cõpellerentur, tunc patet quod ipsæ sunt partes unius superficiei, & non duæ superficies, quod est contra hypothesim, quod si ipsæ superficies datam lineam c d pertranseant, nec ad ipsam, ut ad communem terminũ copulentur, palàm per 3. nisi cum ipsæ ad inuicem se secent, quod ipsis aliqua linea est cõmunis, aut ergo secant se super lineã c d, & habetur propositũ, aut super aliam quã continet datam, & tũc cũ illa sit ambabus ꝓpositis superficiebus cõmunis per prænominatã tertiã, nisi & eisdem sit linea c d cõmunis ex hypothesi, sequitur, ut duæ planæ superficies illas duas lineas interiacẽtes corpus includant, qđ est ĩpossibile & cõtra suppositionẽ, patet ergo ꝓpositũ.

XX.

Ab uno puncto in aëre dato, super unamquãque substructam planam uel cõuexã superficiẽ, una tantũ ꝑpendicularis duci potest.



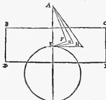
Sit data superficies plana a b c d, & datus in aëre punctus e. Dico, quod à puncto e ad substructã superficiem unam tantum perpendicularem duci est possibile, si enim impossibile sit, ut superficiem planã datam quæ a b c d, ducantur à puncto e duæ perpendiculares, quæ sunt e f & e g, quia itaque lineæ e f & e g angulariter coniunguntur in puncto e, patet per 2. undecimi, quoniam illæ duæ lineæ sunt in eadem superficie, & quoniã lineæ illæ sunt perpendiculares super superficiem a b c d, erit superficies, in qua sunt lineæ illæ, erecta super superficiem a b c d. Huius itaque superficiei & superficiei a b c d cõmunis sectio est linea f g per præmissam, in trigono itaque e f g sunt duo anguli recti, scilicet e f g & e g f per diffinitionem lineæ erectæ super superficiem, hoc autem est im-

est impossibile & contra 32. primi, quod hoc etiã patet in superficiebus conuexis, quia enim ut per diffinitionem omnis linea perpendicularis sit quã cõtinet superficiẽ conuexã, est perpendicularis super planã superficiẽ ipsam conuexã, superficiem in puncto incidentiæ lineæ illius contingentẽ, patet, quia in omni superficie conuexa idem accidit impossibile. Si enim sit superficies sphærica conuexa, in qua sit arcus f g, sit ut ipsam contingat in puncto f superficies plana, in qua ducatur linea h f k, & in pũcto g superficies plana, in qua sit linea l g m, palàm ergo ex præmissis, quia anguli e f k & e g f sunt recti, & ducta quæqȝ corda f g, palàm, quia anguli e f g & e g f sunt maiores rectis quod est impossibile, non est ergo possibile ab uno puncto dato plus una perpendiculari duci ad superficiem planã uel conuexam, patet ergo ꝓpositum, quoniã in quibuscunqȝ alijs conuexis superficiebus est eodem modo demonstrandum.

XXI.

Omnium linearũ ab eodem puncto ad eandem superficiem planam uel conuexam productarum, minima est perpendicularis.

Esto superficies plana b c d, & punctum extra signatum a, à quo ducantur plurimæ lineæ ad superficiẽ datã, ut contingit, scilicet a e, a f, a g, a h, sola tamen a e sit perpendicularis. Dico, quod linea a e est omnium aliarum breuissima, ducantur a lineæ e f, e g, e h, & componantur trigona orthogonia, palàm itaqȝ cum per 32. primi angulus rectus sit maior in quolibet trigono orthogonio, quoniã linea a e per 19. primi breuior est qualibet linearum a f, a g, a h, & etiã aliarum quarumcũ quod sic productarum, patet ergo propositũ in planis, sed & in conuexis patet idem, quoniã si perpendicularis super conuexã superficiem sit a e, & sit b c d i superficies plana contingẽs superficiem conuexã secundum punctum e, ducanturqȝ lineæ a f, a g, a h super superficiẽ planam, erunt illæ omnes maiores perpendiculares, sed eædem productæ ad superficiem conuexam sunt maiores, patet ergo propositum.



XXII.

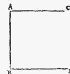
Ductæ à supremo termino lineæ super superficiem erectæ ad lineam perpendicularem, cuicunqȝ lineæ à puncto incidentiæ lineæ rectæ in subiecta supficie ꝓtractæ, necesse est correctã lineã superiacentẽ perpẽdicularẽ esse.

Sit punctum in aëre datum quod sit a, à quo ad superficiem planam subiectam quæ sit b c d, erigatur linea per 12. undecimi quæ sit a b, incidẽs datæ superficiei in puncto b, & in superficie b c d ducatur linea d c ut placuerit, & à puncto b ducatur perpendicularis super lineã d c, quæ sit b d, & copuletur, linea a d est perpendicularis super lineam d c, Sumatur enim in linea d c quodcũqȝ punctum ut c, & ducatur linea a c, b c, quia itaqȝ linea a b est erecta super superficiem b c d, patet per diffinitionẽ lineæ erectæ, quoniã angulus a b c est rectus, ergo per penultimã primi quadratũ lineæ a c est æquale duobus quadratis linearum a b & b c, sed & quadratum lineæ b c est æquale duobus quadratis c d & b d per eandẽ penultimam 10. quod linea b d est perpendicularis super lineam c d ex hypothesi, quadratum itaqȝ lineæ a c est æquale tribus quadratis trium linearum quæ sunt a b & b d & c d, sed quadratum lineæ a d est æquale duobus quadratis duarum linearũ a b & b d, quadratũ ergo lineæ a c est æquale duobus quadratis duarum linearũ a d & d c, ergo per ultimam primi angulus a d c est rectus, patet ergo, quod linea a d est ꝑpendicularis sup lineã d c, quod est ꝓpositum.



XXIII.

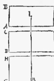
Duabus planis superficiebus æquedistātibus, una linea recta incidente, quæ ad alterā earū erit perpēdicularis, erit quoq; ad reliquā ꝑpendicularis.



Sit ut duabus superficiebus planis & æquedistantibus incidat una linea quæ a b uni ipsarum in puncto a, & reliqua in puncto b. Dico, ꝙ si linea a b fuerit ꝑpendicularis super unā istarum superficierum, ꝙ erit ꝑpendicularis & super reliquā, & à puncto a ducatur in altera superficierū illarum linea recta quæ a c, & in reliqua à puncto b ducatur linea b d, palàm itaq;, quoniam lineæ a c & b d æquedistant, in infinitum enim ꝓtractæ nō concurrent, quia & superficies in quibus sunt, non concurrunt. Si itaq; alter angulorum, qui b a c uel a b d fuerit rectus, palàm semper per 29. primi, quoniā & reliquus ipsorum erit rectus, & quoniā eodem modo potest hoc declarari de omnibus lineis in superficiebus hinc inde ductis à punctis a & b, patet, ꝙ linea a b cum singulis sibi contermināribus lineis in utraq; superficierum illarum productis angulos rectos facit. Si est ergo linea a b ꝑpendicularis super alterā superficierū, palàm, quia est perpendicularis super reliquam ipsarum, & hoc est propositum.

XXIIII.

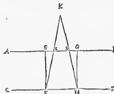
Si duæ superficies uni superficiei æquedistantes fuerint, eædem inter se erunt æquedistantes, superficies quoq; concurrens cum una æquedistantiū superficierum & cum reliqua concurret.



Sint duæ superficies a b c & g h k æquedistantes uni superficiei quæ d e f. Dico, ꝙ illæ duæ superficies a b c & g h k necessario adinuicem æquedistabunt, educatur enim à puncto l superficiei a b c linea ꝑpendicularis super illā superficiem per 12. undecimi, quæ sit l m, palàm itaq; per præmissam, quoniā illa linea l m ultra alterutrum suorum terminorum erit ipsa per eandem præmissam ꝑpendicularis superficiem g h k, æquedistantem superficiei a b c, quia itaq; una linea l m super duas superficies a b c & g h k orthogonaliter insistit, patet per 14. undecimi, ꝙ illæ duæ superficies, etiam si in infinitum ꝓtrahantur, nunq; concurrent, sunt ergo æquedistantes, patet propositū primum, & per hoc & per 2. huius patet etiā secundum ꝓpositum.

XXV.

Omnes lineæ ꝑpendiculares inter lineas uel superficies æquedistantes ductæ, sunt æquedistantes & æquales, & si lineæ rectæ lineis uel superficiebus æquedistantibus ad angulos æquales incidant, sunt æquales.



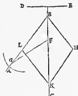
Sint duæ lineæ a b & c d æquedistantes, inter quas ducantur lineæ perpendiculares quæ e f & g h. Dico, ꝙ lineæ e f & g h sunt æquedistantes & æquales, ꝙ enim sunt æquedistātes, hoc patet per 28. primi, ꝙ etiā sunt æquales patet per 34. primi, & eodem modo demonstrandū est, si lineæ a b & c d sunt in superficiebus æquedistantibus signatæ, qđ si lineæ e f & g h non perpendiculariter, sed ad angulos æquales incidant, ductis lineis uel superficiebus, ita, ut angulus g h c sit æqualis angulo e f d, erūt etiam lineæ g h & e f æquales, concurrent enim per 14. huius, sic ergo punctus concursus k, quia itaq; angulus k f h est æqualis angulo k h f, ex hypothesi erit per 6. primi trigoni k f h latus k f æquale lateri k h. Sed ꝑ 29. & per 16. primi erit trigoni k e g latus k e æquale lateri k g, relinquitur ergo linea e f æqualis lineæ g h, quod est propositum, in superficiebus quoq; æquedistantibus signatis lineis a b & c d eadem est demōstratio, patet ergo illud quod ꝓponebatur.

Coi-

XXVI.

Cuilibet angulo dato basem æqualem datæ lineæ subtendere.

Est angulus datus a b c. & linea data d e, separetur itaq; à linea b c, & ex parte puncti b linea b f, non maior medietate lineæ d e per 3. primi, & in pūcto f posito pede circini immobili, describatur circulus secundum quantitatē semidiametri, de hoc itaq; secabit necessario latus b c per 20. primi, & cum latus b f non sit maius medietate lineæ d e. Sit ergo ut secet ipsam in puncto g, & ducatur linea g f, hic itaq; necessario erit æqualis lineæ d e per circuli diffinitionē, patet ergo propositū. Potest & idem aliter demonstrari, à puncto enim b ducatur linea b h angulariter, ut contingit super lineā a b, quæ per 3. primi fiet æqualis datæ lineæ d e, & à puncto h ducatur æquedistans lineæ a b per 31. primi, quæ per secundū huius necessario cōcurret cum linea b c. Sit punctus concursus k, & à puncto k ducatur linea æquedistans lineæ b k, quæ sit k l, erit quoq; superficies b h k æquedistantiū laterum, ergo per 34. primi linea l k est æqualis lineæ l h, ergo & lineæ datæ quæ est d e, patet ergo propositum.



XXVII.

Datis duobus angulis inæqualibus, ex maiore ipsorum æquum minori resecare.

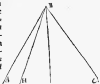
Sint duo anguli dati a b c, d e f, sit a b c maior & d e f minor, propositum est, ut ex angulo a b c resecetur angulus æqualis angulo d e f, hoc autē fiet per 23. primi, si super b terminum lineæ a b intra angulum a b c fiat angulus æqualis angulo d e f, qui sit a b g, & hoc est ꝓpositum.



XXVIII.

Datum angulum rectum in tres partes æquales diuidere.

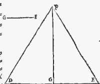
Non indiguimus quo ad præsens propositū diuisione aliorum angulorum in partes tres æquales, sed solū recto, & ob hoc nō proponimus hic nisi de recto in uniuersaliori scientia, ut in ea quæ de elementaies cōclusionē uniuersaliorē dignā ꝓpositū existimantes. Sit itaq; angulus rectus a b c, quē in partes tres æquales uolumus diuidere, assūmatur ergo linea quæcunq; & sit b e, super quā constituatur trigonum æquilaterum per primā primi, qꝫ sit d f e, cuius angulus d f e diuidatur per æqualia per 9. primi, ducta linea f g, erit ergo angulus d f g tertia pars unius recti, cum ipse sit g pars duorum rectorum per 33. primi, ergo per præcedentem angulo recto a b e resecetur angulus a b h æqualis angulo d f g, & diuidatur angulus h b c per æqualia per 9. primi, patet ergo propositum.

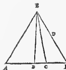


XXIX.

Linea diuidens angulum alicuius trigoni producta, basem subtensam illi angulo necessario secabit, & si linea secans basem ad punctum, concursus laterum trigoni producatur, illa angulum basi oppositum secabit.

Sit ut linea d b secet angulum a b c trigoni a b c. Dico, qꝫ eadem linea b d producta, necessario secabit basem a c illi angulo subtensam. Si enim non secabit basem a c, concurret tamen cum producta a c per 14. huius, ideo quia anguli b a c & a b f sunt minores duobus rectis ex hypothesi & per 32. primi, sit



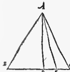


mi, sit ergo concursus in puncto f ultra punctum c, est ergo trigonorũ a b c & a b f angulus b a c cõmunis, & angulus b c a maior angulo b f c per 16. primi, erit ergo per 32. primi angulus a b f maior angulo a b c, non ergo secat linea b d f angulum a b c, cadet itaq; necessario inter puncta a & c, & ita secabit basem a c, quia si etiam caderet in punctum a, uel in punctum c, non adhuc diuideret angulum a b c, patet ergo ꝓpositum primũ, patet etiã & reliquũ ꝓpositorũ, quoniã si linea b d secet basem trigoni a b c, & applicetur puncto b, qđ est punctus concursus laterum a b & c b, patet ꝙ linea b d secabit angulum a b c. Sit enim per 16. primi angulus a d b maior angulo a c b, sed angulus b a c est cõmunis ambobus trigonis a b c & a b d, ergo per 32. primi angulus a b d est minor angulo a b c, est ergo resectus angulus a b c per lineam b d, qđ est secundum propositorum.

XXX.

Ab angulo dati trigoni linea perpendiculariter ad basem producta, si rectum angulum sub partibus basis contentum, maius fuerit quadrato perpendicularis, necesse est angulum à quo fit ductio obtusum esse, si minus acutum, si æquale rectum.

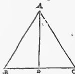
Sit datus trigonus a b c, à cuius angulo b a c ducatur linea ꝑpendicularis super basem b c, seceta; ipsam in pũcto d, & sit a d, sitq; illud qđ fit ex ductu b d in d c maius quadrato lineæ a d. Dico, quia angulus b a c est obtusus, patet enim per 16. sexti, quia non est ꝓportio lineæ b d ad lineã a d, quæ lineæ a d ad lineã d c. Sit ergo per 10. sexti, ut quæ est ꝓportio lineæ b d ad lineam a d, eadem sit lineæ a d ad lineã g e, erit ergo illud qđ fit ex ductu lineæ b d ad lineã g e æquale quadrato lineæ a d per 16. sexti, & quia illud qđ fit ex ductu lineæ b d in lineã d c, est maius quadrato lineæ a d, patet ꝙ linea g e est minor ꝙ linea d c per primã sexti, abscindatur ergo à linea d c æqualis lineæ g e per 3. primi, & sic d f, ducaturq; linea a f, quia itaq; illud quod fit ex ductu lineæ b d in lineã d f, est æquale quadrato lineæ a d, patet per 16. sexti, quoniã est ꝓportio lineæ b d ad lineam a d, sicut lineæ a d ad lineã d f, erit ergo per conuersam 8. sexti angulus b a f rectus, ergo angulus b a c est maior recto. Similiterq; demonstrandum, ꝙ si illud qđ fit ex ductu b d in d c sit minus quadrato a d, quoniã angulus b a c est acutus, nam per eandẽ demonstrationẽ patet etiam per eandem conuersam 8. sexti, quoniã si illud qđ fit ex ductu lineæ b d in lineã d c, sit æquale quadrato lineæ a d, quoniã angulus b a c est rectus, patet ergo propositum.



XXXI.

Ab angulo ysocheles ducta perpendicularis super basem in duas partiales similes trigonos diuidit ysochelem, ex quo patet, ꝙ linea perpendicularis ad medium punctum basis necessario pertingit.

Sit ysocheles a b c, cuius latera a b & a c sint æqualia, & ab angulo b a c ducatur super basem b c ꝑpendicularis a d. Dico, ꝙ ꝓpositus ysocheles diuisus est in duos trigonos partiales similes, quoniã enim per 5. primi angulus a b d est æqualis angulo a c d, sed & per diffinitionem ꝑpendicularis anguli a d b & a d c sunt æquales, quia recti, patet per 32. primi, quia anguli b a d & c a d sunt æquales, ergo trigona a b d & a c d sunt æquianguli, ergo per 4. sexti latera illorum trigonorũ æquos angulos respicientia sunt ꝓportionalia, sunt ergo illa trigona partialia, quæ a b d & a c d similia per diffinitionem similium trigonorũ, patet ergo ꝓpositum primum, & quoniã illa trigona a b d & a c d sunt similia, & eorum latera a b & a c sint æqualia, & latus a d cõmune, patet, quia etiã latera c d & b d sunt æqualia, linea ergo perpendicularis quæ a d, necessario pertingit

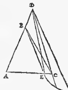


sit ad medium punctum lineæ b c, quod est propositum secundum.

XXXII.

Linea ducta à quocunque puncto unius lateris trigoni producti, ultra trigonũ secās latus ab illo pūcto remotius & ꝓpinquius illi necessario secabit.

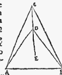
Sit trigonum a b c, cuius latus a b producatur ultra punctum b ad punctum d, & à puncto d ducatur linea d e secans latus trigoni a c in puncto e. Dico, ꝙ de necessario secabit latus b c. Si non secabit latus b c, sed solum latus a c, ducatur linea d c, & producatur in continuū & directum, secabit itaque linea d c in aliquo puncto lineā d e, quo niam cum linea d c exeat à puncto d, à quo exit etiam linea d e, & terminetur ad punctum c interiacens punctum e, necessario illā secabit, sit punctus sectionis f, palam itaque, quoniā duæ rectæ lineæ quæ sunt d f & d e f includunt superficiem, qđ est impossibi le. Idem quoque accidit, si line d e ducatur extra lineam b c ultra punctum a, quod est propositum.



XXXIII.

Si à punctis terminalibus unius lateris triāguli duæ rectæ exeuntes, intra trigonum ad punctū unum conue niant, erit angulus inferior æqualis superiori, & duobus angulis inter lineas ductas, ad alia duo latera trigoni contentis.

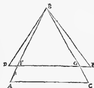
Sit trigonum a b c, à cuius unius laterū à b punctis terminalibus quæ sunt a & b ducantur lineæ taliter, ut intra trigonum a b c concurrāt in pun cto d. Dico, ꝙ angulus a d b est æqualis angulo a c b, & insuper duobus an gulis c a d & c d b, ꝙ enim angulus a d b sit maior angulo a c b, hoc patet ꝑ 21. primi. Producatur itaque linea d c ultra punctum d usque ad punctum e, est itaque per 32. primi angulus e d a æqualis duobus angulis d c a & d a c, & similiter angulus e d b æqualis est duobus angulis d b c & d c b, totus ergo angulus a d b æqualis est angulo a c b, & angulus d a c & d e b, quod est ꝓpositum.



XXXIIII.

Linea æqualis & æquedistans basi alicuius trigoni uicinior angulo supremo, maiori angulo necessario subtenditur.

Esto trigonum a b c, cuius basi a c, uícinior a b c, ducatur linea æqualis & æquedistans quæ sit d e. Dico, ꝙ si à puncto b ducantur lineæ b d & b e, quia angulus d b e est maior angulo a b c, quia enim linea d e est æqualis lineæ a c, palam, quia ipsa sit producta secat lineas a b & b c argumento 15. huius, ꝙ etiā patet ex alijs. Omnis linea cadens intra trigonum secans latera eius & æquedistans b a c, est maior base per 29. primi & 4. sexti. Secet ergo linea d e latus b a in pūcto f, & latus b c in puncto g, quia itaque per 16. primi angulus b g f est maior angulo b e g, erit per 29. primi angulus b c a maior angulo b e d, & eadem ratione angulus b a c est maior angulo b d e, necessario ergo per 32. primi erit angulus b d e cum angulis minoribus duos rectos maior angulo a b c, ualente cū duobus angulis maioribus duos rectos, patet ergo propositum.



XXXV.

In trigono orthogonio ab uno reliquorum angulorum producta linea ad basem, erit remotioris anguli ad propinquiorem recto minor ꝓportio, ꝙ partis basis remotioris ad propinquiorem.

Sit trigonum orthogonium a b c, cuius angulus b a c sit rectus, & à puncto b ducatur ad

tur ad latus a c, qđ est basis anguli a b c, linea recta quæ sit b d. Dico, ꝙ minor est ꝓportio anguli c b d remotioris ab angulo recto ad angulum d b a propinquiorẽ ipsi recto, q̃ partis basis remotioris ab angulo recto qui est c d ad latus d a propinquius ipsi angulo recto, quoniã enim angulus b a c est rectus, patet, quia angulus b d a est acutus per 32. primi, ergo patet per 13. primi, angulus b d c est obtusus, ergo per 19. primi latus b d est maius latere a b, & minus latere b c, à centro itaq; b secundum quãtitatem semidiametri b d describatur arcus circuli secans lineã b c in puncto e, & ad ipsum producatur linea b a in punctum f, factiq; erunt duæ sectiones b d e minor trigono b d c, & b d f maior trigono b d a, & quoniã est ꝓportio sectionis ad sectorem sicut arcus f d ad arcũ d e, ut patet per modum demonstrationis primæ sexti, quoniam omnes sectores eiusdem circuli sunt eiusdem altitudinis, & æque multiplicia arcuum faciunt æquemultiplicia ipsorũ sectorum, ꝓportio uero arcus d f ad arcum d e est sicut anguli d b f ad angulum d b e per ultimã sexti. Cum itaq; trigonum c d b sit maius q̃ sector e d b, & sector f d b sit maior trigono a d b, erit per 9. huius trigoni c b d primi ad trigonum d b a secundum maior ꝓportio q̃ sectoris e b d tertij ad sectorem d b f quartũ. Est autem per primã sexti trigoni c b d ad trigonum d b a, sicut basis c d ad basem d a, sectoris uero e d f ad sectorem d b f, ut patet ex præmissis, est proportio sicut anguli c b d ad angulum a b f, patet ergo, ꝙ maior est proportio lineæ c d ad lineã d a, q̃ anguli c b d ad angulum d b a, ergo minor est ꝓportio anguli c b d ad angulum d b a, q̃ lateris c d ad latus d a, quod est propositum.

XXXVI.

Cuiuslibet trigoni duo latera producta, aliud trigonum priori simile principiant lateribus positione & situ transmutatis.

Sit trigonum a b c, cuius latus a b sit dextrum, & latus b c sinistrum, quæ producantur ultra punctum b, & proportionaliter prioribus lateribus abscindantur per 11. sexti, linea scilicet a b in puncto d, & linea c b in puncto e, & coniungat̃ linea d e, erit itaq; trigonum d b e simile trigono a b c, sed & latus d b sit sinistrum, & latus e b dextrum. Sunt itaq; latera istorum trigonorum positæ, & situ transmutata, quod est ꝓpositum primum.

XXXVII.

Omnium duorum trigonorum rectangulorum, quorum unius unum laterum rectos angulos continentium fuerit maius altero alterius, reliquũ uero minus reliquo, erit angulus acutus unius maius latus respiciens maior angulo alterius suum relatiuum latus respiciente.

Verbi gratia: Sint duo trianguli rectanguli a b c & a c d, sintq; anguli a b c & a d c recti, & sit latus b c trianguli a b c maius latere c d trianguli a c d, & reliquũ laterũ rectos angulos continentiũ a b unius sit minus reliquo latere alterius, qđ est a d, ut patet in ꝓposita figuratione, si linea a b intelligatur erecta super lineã b c superficiem eius, & linea b d intelligatur ꝑpendicularis super lineã d c in eadem superficie iacentem, tunc enim erit linea a d ꝑpendicularis super lineã d c per 22. huius, ꝙ etiam patet, si in superficie iacente ducatur linea b e æquedistanter lineæ d c per 31. primi, & quoniã linea a b est ꝑpendicularis super superficiem iacentem, in qua sunt lineæ b d, d c, b e, palàm per diffinitionẽ lineæ erectæ, quoniã angulus a b e est rectus, sed & angulus e b d est rectus per 29. primi, cum anglus b d c sit rectus per 22. huius, & lineæ b e & d c æquedistent, ergo per 4. undecimi linea b e est erecta super superficiem trigoni a b d, ergo per 8. undecimi linea d e est ꝑpendicularis super eandem superficiem trigoni a b d, angulus ergo a d c est rectus, sed

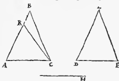
& latus

&latus a d maius est latere a b per 19. primi, quoniã angulus a b d est rectus. Dico ergo ꝙ angulus a c d est maior angulo a c b, quoniã enim latus a d est maius latere b a per 19. primi, cum angulus a b d sit rectus, patet, ꝙ præsens figuratio est conformis hypothesi, resecetur ergo per 3. primi à latere d a æquale lateri b a, ꝙ sit linea d f, & quia linea d c est minor latere b c per 19. primi, quoniã angulus b d c est rectus. Protrahatur linea d c, & resecetur in puncto g taliter, ut sit linea d g æqualis lineæ b c, quia ergo trigoni f d g duo latera f d & d g sunt æqualia duobus lateribus a b & b c trigoni a b c, & angulus f d g æqualis est angulo a b c, quia uterq; rectus, erit ꝑ 4. primi basis f g æqualis basi a c, & reliqui anguli reliquis angulis, angulus ergo f g d æqualis erit angulo a c b, quia uero puncta a & f sunt in linea a d, & puncta c & g sunt in linea d g, palàm, quia lineæ a c & f g sunt in una superficie quæ a d g per 2. undecimi, ergo intersecant se lineæ g f & c a, sit earum intersectio in puncto h, quia uero in trigono c h g latus g c protrahitur, palàm ex 16. primi, quoniã angulus h c d maior est angulo h g c, ergo & eius æquali scilicet angulo a c b, angulus ergo a c d maior est angulo a c b, quo est ꝓpositum, similiterq; demonstrandum in alijs, si enim trigona proposita fuerint in diuersis locis constituta, palã, quia in ipsis æqualia & æquiangula trigona sic possunt ordinari, ut in figura disponuntur, & demonstratio facta de ijs se extendit ad alia, patet ergo, ꝙ uniuersaliter ꝓpositum, & ex hoc patet, ꝙ angulus b a c est maior angulo d a c, per 32. primi.

XXXVIII.

Oĩm duorũ trigonorũ rectangulorũ, quorũ latus subtẽsum recto angulo unius ad minus latus eiusdem proportionem habuerit maiorem, quàm latus subtensum recto angulo alterius ad minus latus eiusdem, erit angulus linearum maioris proportionis maior angulo linearum minoris proportionis, & econuerso.

Sint duo trigona rectangula a b c & d e f, quorũ anguli a b c & d e f sint recti, sitq; latus b c minus latere a b, & latus e f minus latere d e, sitq; maior ꝓportio lineæ a c ad lineam c b, q̃ lineæ d f ad lineã f e. Dico, ꝙ angulus a c b maior est angulo d f e, quia enim maior est proportio lineæ a c ad lineã c b, q̃ lineæ d f ad lineã f e, Sed per 46. primi quadratũ lineæ a c ualet quadratũ duarũ linearũ a b & c b, & quadratũ lineæ d f ualet quadrata duarũ linearũ quæ sunt d e & f e, & q̃a per 18. sexti ꝓportio quadratorũ est ꝓportio duplicata laterũ, patet, ꝙ maior est ꝓportio q̃drati a c ad q̃dratũ c b, q̃ q̃drati d f ad quadratũ f e, est ergo per 11. huius maior proportio amborum quadratorũ linearum a b & b c ad quadratũ b c, q̃ amborũ quadratorum linearũ d e & f e ad quadratum f e, ergo ꝑ 12. huius maior est ꝓportio quadrati a b ad quadratum b c, q̃ quadrati d e ad quadratum e f, est ergo per 24. sexti maior proportio lineæ a b ad lineã b c, q̃ lineæ d e ad lineã e f. Esto, ut quæ est proportio lineæ d e ad lineã e f, eadem sit arcus lineæ ut g h ad lineã c b per 3. huius, erit ergo linea g h minor q̃ linea a b per 10. quinti. Resecetur ergo per 3. primi ex linea a b æqualis lineæ g h & sit b k, & cõtinetur linea c k, erunt ergo per 6. sexti trigona d e f & k b c æquiãgula, angulus itaq; b c k est æqualis angulo e f d, sed angulus b c a est maior angulo b c k per 24. huius, angulus itaq; a c b maior est angulo d f e, & hoc est ꝓpositum, ex quo etiam patet, ꝙ eius cõuersa est uera, quoniã in talibus trigonis lineæ ma

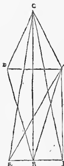


ſores angulos continentes, maiorem habent ad ſeinuicem proportionem.

XXXIX.

A puncto in aëre dato ad ſubſtratam planam ſuperficiem una linea perpendiculariter, alia oblique incidente, & linea recta inter puncta incidentiæ in ipſa ſuperficie protracta, erit angulus à non perpendiculari cum iacente linea contentus, minimus omnium angulorũ ſub illa obliqua & quacunqꝫ linea in ſubſtrata ſuperficie protracta contentorum, & omnis angulus illi propinquior, eſt minor remotiore, & duo ex utraqꝫ parte æqualiter approximãtes, ſunt æquales.

Sit punctus in aëre datus a, cui ſubſtrata ſuperficies plana quæ b c d, ſuper quã ab illo puncto ducatur oblique linea a b, ducaturqꝫ ꝑpendiculariter linea a c, & copuletur linea b c. Dico, ꝙ angulus a b c eſt minimus omnium angulorũ contentorũ ſub linea obliqua a b, & ſub unaquaqꝫ linearum á puncto b ductarũ in ſuperficie b c d, & ꝙ ſemper propinquior eſt ipſi minor q̃ remotior, & ꝙ duo anguli æquales ſolum ex utraqꝫ parte ipſius conſiſtunt. Ducatur enim in data plana ſuperficie, utcunqꝫ cõtingat linea b d, & à puncto c ducatur in eadem ſuperficie linea ꝑpendicularis ſuper lineã b d per 13. primi, & copuletur à puncto a linea a d, eſt itaqꝫ per 22. huius linea a d perpendicularis ſuper lineã b d, & quoniam angulus a c d eſt rectus, palàm per 19. primi, quoniã obliqua linea a d maior eſt katheto. Ac linea itaqꝫ b a ad lineã a c maiorem habet ꝓportionem q̃ ad lineã a d per 8. quinti, & anguli b c a & b d a ſunt recti, & erit itaqꝫ per præcedentẽ proximã angulus b a c maior angulo b a d, erit ergo per 32. primi angulus a b c minor angulo a b d Similiterqꝫ patet, quoniã angulus a b c minimus eſt omnium angulorũ contentorũ ſub linea obliqua incidente à puncto a lineæ b c, & ſub ipſa linea b c, ꝓpinquior quoqꝫ illi eſt minor remotiore, ducatur enim à puncto b in ſubſtrata ſuperficie linea, ut contingit, quæ ſit b e, & à puncto c ducatur in eadem ſuperficie linea perpendicularis ſuper lineam b e, quæ ſit linea c e, & producatur linea a e, quæ per 22. huius erit ꝑpendicularis ſuper lineã b e, & quoniã angulus b d c eſt rectus, & angulus c e b rectus, & angulus b c d maior eſt angulo b c e per conuerſam præmiſſæ, quoniã lineæ e c ad lineã b c maiorem habet ꝓportionẽ q̃ linea d c ad lineã c b, linea itaqꝫ e c eſt multo maior q̃ linea c d, ſed cathetus a c ꝑpendiculariter incidit lineis e c & c d per diffinitionẽ lineæ erectæ, maior eſt ergo linea a e q̃ linea a d per 46. primi, linea e c eſt maior q̃ linea c d Linea itaqꝫ b a ad lineã a d maiorem habet ꝓportionem q̃ ad lineã e a per 8. quinti, & anguli a d b ſunt recti, angulus itaqꝫ b a d eſt maior angulo b a e, per præcedentem ergo per 32. primi angulus a b d minor eſt angulo a b e. Similiter quoqꝫ demonſtrãdum, ꝙ ſemper angulus ꝓpinquior minor eſt remotiore, ſolũ uero duo ex utraqꝫ parte æquales conſiſtunt, ſuper punctum enim b terminũ lineæ c b in ſubiecta ſuperficie conſtituitur angulus æqualis angulo d b c per 23. primi, qui ſit c b f, & à puncto c ducatur linea c f ꝑpendiculariter ſuper lineã b f per 12. primi, & ducatur linea a f, quia itaqꝫ angulus c b d eſt æqualis angulo c b f ex hypotheſi, & angulus c d b eſt rectus æqualis angulo c f b recto, & linea c b eſt cõmunis ambobus trigonis b c d & b c f, palàm per 26. primi, quoniã latus b d eſt æquale lateri b f, & latus d c æquale lateri c f, ſed linea a c eſt cathetus ſuper ſuperficiem b c d, eſt ꝑpendicularis ſuper ambas d c & f c. Eſt itaqꝫ linea a d æqualis lineæ a f, quoniã itaqꝫ æqualis linea d b lineæ b f, & linea b a eſt cõmunis ambobus trigonis d b a & b a f, & linea d a æqualis lineæ d f, erit angulus a b d æqualis angulo d b f per 8. primi, ſimiliter quoqꝫ demonſtrandũ, quoniã angulus a b d, non erit aliquis alius æqualis, eſt ergo angulus a b c minimus etc. ut ꝓponitͣ, patet itaqꝫ intentum.

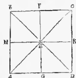


Omnium

XL.

Omnium ſuperficierum æquediſtantium laterum diagoni per æqualia ſe ſecant, ex quo patet, ꝙ punctum interſectionis diagonorum eſt medium punctum eiuſdem ſuperficiei.

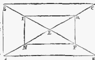
Sit ſuperficies æquediſtantiū laterum, ſiue ſit quadrata ſiue altera parte longior, quæ a b c d, in qua ducantur diagoni qui ſint a c & b d, ſecantes ſe in puncto e. Dico, ꝙ diagoni ſecantur ſe adinuicem per æqualia, & ꝙ punctū e eſt medium punctū ſuperficiei a b c d, palàm enim, quia trigona b e c & a e d per 15. & per 19. primi ſunt æquiangula, & erit angulus e b c æqualis angulo e d a, quia ſunt coalterni. Similiter quoꝗ angulus, a c e b, eſt æqualis angulo, e a d, ergo per 4. ſexti erit proportio lineæ b e, ad lineam e d, ſicut lineæ c e, ad lineam e a, & ſicut b c ad lineam a d, ſed linea b c eſt æqualis lineæ a d per 34. primi. linea ergo b c eſt æqualis lineæ e d, & linea c e æqualis lineæ e a. Illi ergo diagoni diuidunt ſe adinuicem per æqualia. & per hoc manifeſtum eſt correlarium, punctum enim e æqualiter diſtat ab omnibus extremis, in quo tñ ſi aliquod dubiū fuerit, ducantur à puncto e lineæ æquediſtantes lateribus ſuperficiei propoſitæ, per 31. primi, quæ ſint f g & h k, ſequeturꝗ propter æqualitatem partiū ipſorꝫ diagonorꝫ modo prædicto argumentando, lineam f e æqualē fieri lineæ e g, & h e æqualē e k. patet itaꝗ qm̄ in omni modo punctū e æqualiter diſtat à punctis extrematum linearum directe, igitur oppoſitus eſt, ergo medium inter illas, quod eſt propoſitum.



XLI.

Datæ ſuperficiei æquediſtantium laterum ſimilem ſuperficiem, cuius latera æquediſtent, datæ ſuperficiei lateribus inſcribere.

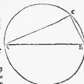
Data ſuperficies æquediſtantiū laterum, cui altera inſcribi modo prædicto debeat, ſic a b c d, in qua ducantur diagoni a c & b d, ſecantes ſe in puncto e, palamꝗ per proximā præcedentem, qm̄ illi diagoni per æqualia ſe ſecant in puncto e, ſed & ipſi adinuicē ſunt æquales. & ſi quidem data ſuperficies fuerit rectangula, tunc patet per 34. & per 16. primi, qm̄ ipſorum diagoni ſunt æquales, & ipſorum medietates æquales, à pūcto itaꝗ e, à medietatibus diagonorꝫ partes æquales abſcindantur, per 3. primi, & ſi data ſuperficies nō fuerit rectangula tunc diagoni forſitan inæquales, ab illis ergo partes proportionabiles reſecentur, ſecundū 3. huius, utcunꝗ autē hoc contingat, abſcindantur illæ partes ex parte puncti e, quæ ſint e l e m, e n, e p, & ducantur lineæ l m, l n, n p, m p, dico itaꝗ ꝙ ſuperficies l m, p n, eſt datæ ſuperficiei ſimilis, & ꝙ latera ipſius æquediſtant lateribus datæ ſuperficiei, qm̄ enim in trigono b e c reſecta ſunt latera b e & c e in punctis l & m, & eſt proportio b l ad l e, ſicut e m ad m c, patet ergo per 2. ſexti. qm̄ linea l m æquediſtat lineæ b c, ſimiliter quoꝗ linea l n æquediſtat lateri a b, & linea n b lateri a d, & linea p m lateri c d. ergo per 29. primi anguli ſuperficiei l m, p n ſunt æquales angulis datæ ſuperficiei a b c d, & latera eorū ſunt proportionabilia per 4. ſexti. patet ergo, ꝙ illæ ſuperficies ſunt ſimiles, & hoc proponitur faciendum. patet ergo propoſitum.



XLII.

Omnis angulus à diametro & quacunꝗ linea ſuper circumferentiā circuli contentus neceſſario eſt acutus.

Sit circulus a b c, cuius diameter a b, & ducatur linea a c, utcꝗ contingit. Dico ꝙ angulus b a c neceſſario eſt acutus. Producatur



tur enim linea b c ad peripheriam in punctum e. & qm̄ angulus a c b est rectus per 30 tertij, patet per 32. primi, quia angulus b a c est acutus, & similiter angulus a b c, patet itaq; propositum, & de hoc theoremate nō finimus intentum, sed breuitati studuimus, quia hanc demonstrationem totiens ut occurrit repetere tædium fuit.

XLIII.

Omnes angulos æqualium uel similiũ portionũ eiusdẽ circuli sub arcu & recta contentos æquales, angulos uero cuiuscunq; minoris portionis minores, & maioris maiores esse necesse est. Ex quo patet oẽs angulos semicirculorũ æquales esse.

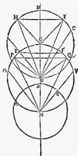
Sit circulus, cuius centrum a, & diameter g f, & in eo signentur arcus æquales, qui sint b c & d e, productis cordis b c & d e dico ꝙ anguli g b c, & f d e, sub arcubus & cordis cõtenti sunt æquales, ducantur enim à puncto b linea cõtingens circulũ, per 16 tertij, quæ sit b d, & à puncto d linea d m, & producãtur â centro lineæ a b, a d, a c, a e, erũtq; per 5. primi anguli a b c & a c b æquales, & anguli a d e & a e d æquales: sed trigona a b c & a d e sunt æquiangula per 4. primi. angulus enim b a c est æqualis angulo d a e, p decimãsextã tertij. angulus quoq; a b l est æqualis angulo a d a, qm̄ uterq; eorũ est rectus per 17. tertij, sed angulus contingentiæ l b g, est æqualis angulo contingentiæ m d f. qm̄ uterq; ipsorũ est minus acutorũ per 15. tertij, relinquitur ergo angulus g b c ab arcu g b, & recta b c contentus æqualis arcui f d e ab arcu f d, & recta d e contento, sed angulus g c b est æqualis angulo g b c eadem ratione, similiter quoq; angulus f e d est æqualis angulo f d e. Omnes itaq; hi anguli sunt æquales. sit quoq; angulus minor arcu b c, qui resecetur ab arcu b c, qui sit arcus n o, & ducantur lineæ a n, a o, ducatur quoq; corda n o, & ducantur cõtingentes n o & o n, quia itaq; trigoni a n o anguli ad basem sunt æquales, & angulus o a n minor est angulo c a b, per 26. tertij, erunt per 32. primi quilibet angulorum a n o & a o n maior quolibet angulorũ a b c & a c b, sit itaq; angulus o n a maior angulo c b a, sed angulus contingentiæ q n g est æqualis angulo contingẽtiæ l b g. relinquitur ergo angulus g n o minor angulo g b c, cum anguli l b a & q n a sunt æquales, quia uterq; rectus, per 17. tertij, sit enim arcus maior arcu b c, quæ sit s c, & ducatur corda f c, & quia angulus c a s est maior angulo c a b p 16. tertij. patet tunc, ꝙ angulus a s c est minor angulo a b c, & ita concludatur ut prius, qm̄ angulus g s c cõtentus arcu g s, & corda s c est maior angulo g b c, ergo & angulo g n o. patet & hoc idem de similibus arcubus, quibuscunq; eorundẽ circulorũ, qm̄ per diffinitionem similiũ arcuũ ipsi angulos suscipiunt æquales. Ex quo patet correlariũ per penult. qm̄ oẽs anguli semicirculorũ sunt æquales, oẽs enim semicirculi sunt similes, & eiusdem circuli similes & æquales. hoc itaq; proponebatur.

XLIIII.

Si idem angulus super centrum unius æqualium circulorum, & super peripheriam alterius consistat, arcus respondens angulo super peripheriã constituto, reliquo arcui duplus erit. In circulis uero inæqualibus illorũ arcuũ proportio ad suas totales periferias duplicatur.

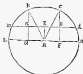
Sint duo circuli æquales, unus a b c d, cuius centrum g, & alius e f g, cuius centrũ b, punctũ periferiæ circuli a b c d, & producantur lineæ a b & c b, secantes circulũ e g f in punctis e & f, palam itaq;, qm̄ angulus a b c erit super periferiã circuli a b c & super centrum circuli e g f, dico ꝙ arcus a d c, capiens angulũ a b c super circũferentiã sui circuli est duplus arcu e g f, capienti eundem angulum super eius centrũ b. sit enim ut linea b a secet circulũ e g f in puncto e, & linea b c in puncto f: ducatur quoq; linea e f, & ducta linea

nea g h super centrum g, fiat per 23. primi angulus æqualis angulo a b c qui sit h g l, ductis lineis g h & g l ad circuli circumferentiam a b c d, & ducantur lineæ b h, b l, h l, palam itaq; per 19. tertij, quoniã angulus h g l est duplus angulo h b l, ergo etiã angulus a b c est duplus eidem, ergo p ultimã sexti arcus a d c est duplus arcui h d l, sed arcus h d l est æqualis arcui e g f per 25. tertij, erit ergo arcus a d c duplus arcui e g f, quod est propositũ primum. Quod si circulus a b c d sit minor circulo e g f, & angulus m g n sit æqualis angulo a g c, facto angulo p b q super centrũ b, per 23. primi æquali angulo a g c, & ductis lineis g p & g q, b p & b q, erit angulus p b q duplus angulo p g q, per 19. tertij, ergo angulus a g c est duplus angulo p g q, ꝓportio itaq; arcus m f n ad sui totã circũferentiã duplicatur respectu arcus a c ad totã sui periferiã, qm̃ enim angulus m g n est duplus angulo p g q, erit per ultimam sexti arcus m f n duplus arcui p f q, sed arcus p f p eiusdem est proportiõis ad sui periferiã, cuius est arcus a d c ad suam, arcus enim a d c si fuerit quinq; partiũ respectu suæ circũferẽtiæ, erit arcus m f n decem partiũ respectu suæ periferiæ, & hoc est ꝓpositum.



XLV.

A terminis lineæ intra circulũ collocatæ partibus æqualibus resectis, & à punctis sectionũ perpendicularibus super illã lineã ad circumferentiã productis, necesse est ductas perpendiculares æquales esse. Et si ductæ perpẽdiculares sunt æquales, necessarium est à terminis illius lineæ partes resectas æquales esse.

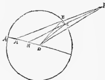


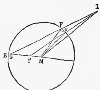
Sit circulus a k d, cuius centrum r, in quo circulo collocata sit linea a d, à cuius terminis a & d resecentur lineæ a b & d g æquales, & à prædictis b & g erigantur duæ lineæ perpendiculares super lineam d a, quæ producta ad circũferentiã sint g k & b c, dico q linea g k est æqualis lineæ b c, ducatur enim à cẽtro r linea æquedistans a d per 31. primi, quæ sit l m diameter, & diuidat lineam d a in duo æqualia in puncto e per 10. primi, & à puncto e, ducatur perpendicularis super l m per 12. primi, hæc ergo p primam tertij transibit centrũ circuli quod est punctũ r, eritq; linea e r, educatur autem linea k g ultra punctũ g ad diametrũ l m in punctũ n, & linea c b in punctũ f, & copulẽr lineæ k r & c r, quia itaq; linea d e est æqualis lineæ a e per tertiam tertij, et lineæ d g et b a ex hypothesi sunt æquales, remanet ergo linea g e æqualis lineæ e b, sed per 34. primi, linea g e est æqualis lineæ n r, et linea e b æqualis lineæ r f. sunt ergo lineæ n r et r f æquales. sed per 46. primi, quadratũ lineæ r k ualet duo quadrata lineaꝝ k n et r n, quia ex præmissis angulus k n r est rectus, et similiter quadratũ lineæ c r ualet duo quadrata lineaꝝ c f et r f. est autẽ quadratum lineæ k r æquale quadrato lineæ c r, quoniã linea k r est æqualis lineæ c r per diffinitionem circuli, et quadratũ lineæ n r est æquale quadrato lineæ f r, relinquitur ergo quadratũ lineæ k n æquale quadrato lineæ c f. est ergo linea k n æqualis lineæ c f. sed per 25. huius linea g n est æqualis b f. relinquitur ergo linea k g æqualis lineæ c b, quod est primũ propositũ. Conuersa etiã patet, manente totali dispositione ut prius, quia enim g n est æqualis lineæ b f, per 34. primi, & linea k g æqualis lineæ c b, ex hypothesi erit tota linea k n æqualis toti lineæ c f. ergo per 46. primi, erit linea n r æqualis lineæ r f. ergo & linea l p si lineæ c b æqualis erit, & linea d g ipsi lineæ b a, quod est prositum secundum. patet ergo quod proponebatur.

XLVI.

In duobus circulis inæqualibus duobus similibus arcubus sumptis, productisq; præter illos ad arcus alios similes semidiametris, si à punctis extra circulos proportionaliter semidiametris distantibus, ab utrisq; extremitatibus amborū arcuum per terminos similiū arcuum lineæ ad diametros ducantur, pars diametri interiacens lineas, arcus circuli maioris est maior parte interiacente lineas arcus circuli minoris.

Sint duo circuli inæquales, quorum maior sit a b c, & eius centrum d, & semidiameter d a minor uero sit e f g, cuius centrum h, & semidiameter h e, signenturq; in ipsis arcus similes in maiori circulo arcus b c, & in minori arcus f g, sitq; arcus ab similis arcui e f, sitq; punctum k extra circulū maiorē, & punctum l extra circulū minorem taliter data, ut illa puncta secundum proportionem semidiametri d a ad semidiametrum h e, distent ab utriusq; terminis dictorum arcuum, erit ergo proportio lineæ k b ad lineā l f, & lineæ k c ad lineam l g, sicut semidiametrorū a d ad h e, & producantur lineæ ad semidiametros k b in punctum m, & k c in punctū n. Similiter quoq; producatur linea l f in punctū o, & l g in punctum p. Dico, quod linea m n pars semidiametri a d, est maior quàm linea o p pars semidiametri e h. Ducantur enim cordæ b c & f g, & copulentur à centris lineæ d b, d c, h f, h g, palamq; propter æqualitatē circulorū, quoniā linea d b est maior quàm linea h f, sed propter similitudinē arcuum angulus b d c est æqualis angulo f h g, ergo per 5. primi trigona b c d & f g h propter æquiangula, ergo per 4. sexti latera sunt proportionabilia, est ergo proportio lineæ b c ad lineam f g, sicut lineæ b d ad lineam f h, ergo ex hypothesi per 11. quinti, sicut b k ad l f, & sicut b c ad l g, ergo per 5. sexti angulus b k c est æqualis angulo f l g, & angulus k b c æqualis angulo l f g, sed ex præmissis anguli d b c & h f g sunt æquales, est ergo angulus d b k æqualis angulo h f l, ducantur ergo lineæ d k & h l, quia itaq; in trigonis d b k & f h l anguli æquales, qui d b k & h f l sunt lateribus proportionabilibus contenti, patet per 6. sexti, quoniā illa trigona sunt æquiangula, ergo angulus b k d est æqualis angulo f o h, & angulus b d k æqualis angulo f h l, sed angulus a d b est æqualis angulo e h f ex hypothesi propter similitudinē arcuum a b & d f, totus ergo angulus m d k est æqualis toti angulo o h l, ergo per 32. primi trigona d k m & o h l sunt æquiangula, & angulus k m d est æqualis toti angulo l o h, ergo per 4. sexti erit proportio lineæ m k ad lineam o l, sicut lineæ k d ad lineā l h, ergo per 11. quinti sicut lineæ a d ad lineam e h, quia itaq; ex præmissis angulus m k n est æqualis angulo o l p, & angulus k m n æqualis angulo l o p, patet per 32. primi, quoniā trigona k g n & l o p sunt æquiangula, ergo per 4. sexti est proportio lineæ m n ad lineam o p, sicut lineæ m k ad lineam o l, ergo sicut lineæ a d ad lineam e h, quia itaq; a d semidiameter maior est semidiametro e h, erit linea m n maior quàm linea o p, patet ergo propositum.



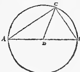


XLVII.

A quocunq; puncto diameter circuli producta linea ad periferiam, si maior quàm illa fuerit, una pars diametri erit pars illa maior reliqua sui parte, & si minor, minor.

Esto

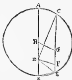
Esto circulus a b c, cuius diameter a b, in qua sumam punctum d, utcunq; contingit, & ducatur linea d c ad circumferentiã, itaq; pars diametri quæ est a d sit maior q̃ linea d c. Dico, q linea a d est maior q̃ linea d b, quæ est reliqua pars ipsius diametri, qđ patet, si copulentur lineæ a c & b c, quia itaq; linea a d maior est q̃ linea d b ex hypothesi, ergo per 18. primi angulus a c d maior est angulo c a d, & angulus a c b est rectus per 30. tertij, palam ergo per 32. primi, quoniã angulus c b d maior est angulo d c b, quia enim angulus c b d cum angulo c a b ualet 1 rectũ, & angulus d c b cum angulo a c d, qui est maior angulo c a d ualet rectum, patet, q angulus c b d est maior angulo d c b, ergo per 19. primi erit latus d c maius latere d b, sed latus a d est maius latere d c, ergo multo maius erit latus a d q̃ latus d b, & hoc est unum propositum. Eodem quoq; modo demonstrandũ, si pars diametri quæ est a d, sit minor q̃ linea d c, quoniã erit linea a d minor q̃ linea d b, & hoc proponetur.



XLVIII.

Si à quocunq; puncto diametri circuli duæ lineæ, quarum semper una sit maior reliqua, ad circuli periferiam ducantur, erit pars diametri, cui maior linea propinquior ducitur, maior reliqua sui parte.

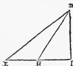
Sit circulus a b d e, cuius diameter sit a b, in qua sumatur punctus d, ut libuerit, ducanturq; à puncto d lineæ d c maior & d e minor, sit autem c superior uersus a & e, inferior uersus b, Dico, q pars diametri q̃ est a d, maior est q̃ d b, ducatur enim linea c e, & super lineã c e ducatur à puncto d per 12. primi linea ppendicularis quæ sit d f, quia itaq; quadratũ lineæ d c per penultimã primi ualet ambo quadrata linearũ d f & f c. Quadratum uero lineæ d e maius est quadrato lineæ d e, ideo, quia linea d c est maior q̃ linea d e, ablato itaq; quadrato lineæ d f, relinquitur quadratũ lineæ c f, maius quadrato lineæ f e. Diuidatur itaq; linea c e in partes æquales in puncto g per 10. primi, & ab illo puncto g ducatur linea g h ad diametrũ æquedistanter lineæ d f per 31. primi, erit itaq; per 29. primi linea h g perpendicularis super lineam c e, secat autem h g ipsam c e in duo æqualia, transit ergo linea h g per centrum circuli per 1. tertij. & quoniã punctum h cadit in diametrum a b, palam, quia ipsum punctũ h est centrum circuli, est ergo linea a d pars diametri a b maior q̃ linea d b, & hoc est, ppositum.



XLIX.

Si ab angulis duorum trigonorũ ad medietates suarum basium æqualiũ una perpendiculariter, alia oblique æquales lineæ ducantur, sitq; quælibet ductarum maior medietate suæ basis, erit angulus trigoni, à quo ducit perpendicularis, maior angulo alterius trigoni à quo linea ducitur obliqua.

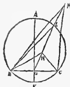
Sint duo trigona a b c & d e f, quorum bases b f, b c, & e f, sint æquales, quæ secent per 10. primi, in partes æquales b c in puncto g, & e f in puncto h, & ducantur ab angulis ad bases lineæ a g & d h quæ sint æquales. Sitq; linea a g perpendicularis super lineam b c, linea uero d h non sit perpendicularis super lineam e f. Sitq; linea perpendicularis a g maior linea b g parte basis. Dico, q angulus b a c est maior angulo e d f. circumscribatur enim trigono a b c circulus per 5. quarti, & producatur linea a g ad circumferentiam in punctum k, hoc autem possibile, quoniã uero suppositum est lineam d g esse maiorem



forem linea g b, erit per 47. huius linea a g maior quam linea g k, ergo per primã tertij centrum circuli in linea a g inter puncta a & g, & erit a k diameter, & per 7. tertij linea g a est longissima omnium linearũ à puncto g ad circumferentiã, productarum, & linea g k erit omnium linearum minima, & quælibet propinquior lineæ g a est maior remotiore. Fiat itaque per 23. primi super punctũ g termini lineæ c g angulus æqualis angulo f h d minori angulo d h e, qui sit l g c, producta linea l g usque ad periferiã circuli, palam itaque ex figura tertij, quia linea g a f l est maior quam linea g l, ergo & linea d h, quæ ex hypothesi est æqualis lineæ a g, est maior quam linea g l, Producatur itaque linea g l quousque fit æqualis lineæ d h per 3. primi, & sit linea g m æqualis lineæ d h, & ducantur lineæ m b & m c, angulus itaque b m c est æqualis angulo e d f, ex hypothesi per 4. & per 13. primi, sed angulus b a c est maior angulo b m c. Producantur enim lineæ b l & c l, palam, quia angulus b l c est maior angulo b m c per 21. primi, sed angulus b a c est æqualis angulo b l c per 26. tertij, erit ergo angulus b a c maior angulo b m c, ergo & angulus e d f, & hoc est propositum.

L.

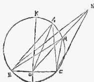
Si ab angulis duorum trigonorũ ad medietates suarum basium æqualiũ una perpendiculariter, alia oblique æquales lineæ ducantur, sic quod quælibet ductarum minor medietate basis suæ, erit angulus trigoni, à quo ducitur perpendicularis, minor angulo alterius trigoni à quo linea ducitur obliqua.



Remanet dispositio præcedentis, nisi quod perpẽdicularis a g sit minor medietate basis b g. Dico, quod angulus b a c est minor angulo e d f. Sit enim ut prius angulus c g l æqualis angulo d h f, & quoniã linea a g est minor quam linea b g, & linea a k est diameter, palam per 47. huius, quoniã centrum circuli est inter punctã g & k, ergo per 7. tertij linea g a est minima omniũ linearum à puncto g ad periferiã circuli productarũ, est ergo linea g l minor quam linea g a, ergo & maior quam linea d h. Fiat itaque per 3. primi linea g n æqualis lineæ d h, & copulentur lineæ b n & c n, erit itaque ut in præmissis angulus e d f æqualis angulo b n c, sed angulus b n c maior est angulo b l c per 21. primi, & angulus b l c æqualis angulo b a c per 26. tertij, erit ergo angulus b a c minor angulo b n c, ergo & eius æquali angulo e d f, & hoc est propositum.

LI.

Si ab angulis duorum trigonorum ad medietates suarũ basium æqualiũ duæ lineæ æquales oblique incidant ad angulos inæquales, & si quælibet linearum incidentium maior fuerit medietate suæ basis, erit angulus superior illius trigoni, cuius incidens linea maiorem angulum cum basi continet maior angulo superiori alterius, & si minor, minor.



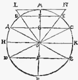
Sint inter duo trianguli a b c & d e f, habentes bases b c & e f æquales, dividaturque basis b c per æqualia in puncto g, & basis e f in puncto h, & ducãtur lineæ a g, d h quæ sint æquales, & utraque ipsarum incidat oblique suæ basi, sit autem angulus a g c maior angulo d h f. Dico, quod si maior sit a g linea g c, erit angulus b a c maior angulo e d f. Et si linea a g sit minor quam linea g c, erit angulus b a c minor angulo e d f, circumscribatur enim per 5. quarti trigono a b c circulus, & ducatur à puncto g perpendicularis super lineam b c per 11. primi, quæ producta ad circumferentiam, sit g k per primã tertij pars diametri circuli posit

positi quæ completa sit k l, sit itaq; prius linea a g maior q̄ linea g l per 48. huius. In linea ergo g k est centrū circuli, est ergo linea k g maior q̄ linea a g per 7. tertij, ergo & maior q̄ linea d h, quæ est æqualis ipsi a g ex hypothesi. Fiat itaq; per 23. primi super punctū g termini lineæ c g, angulus æqualis angulo d h f qui sit m g c, cadet'q; punctum m in periferiam circuli, est itaq; per 7. tertij linea a g maior q̄ linea m g, ergo & linea d h est maior q̄ linea m g, producatur itaq;, donec linea g m sit æqualis lineæ d h, & ducantur lineæ n c & n b, erit itaq; angulus b n c æqualis angulo e d f, sed angulus b m c est maior angulo b n c, est angulus ergo b a c maior angulo e d f per modū præostensum, similiter q̄q; demonstrandū, si linea a g sit minor q̄ linea g c, quia minor angulus b a c angulo e d f, quod proponebatur demonstrandum.

LII.

Si duas lineas rectas secātes circulū æquales arcus interiaceāt, illæ necessario sunt æquedistātes, idē'q; accidit, si una earū fuerit secans & alia cōtingēs.

Sit circulus a b c, cuius centrum sit punctum o, secent'q; duæ lineæ a c & d e illū circulum taliter, ut arcus d a sit æqualis arcui e c. Dico, q̄ linea a c & d e sunt æquedistātes, aut itaq; o centrū circuli est in altera illarū linearū, aut in neutra, & tūc uel inter utrasq;, uel extra utrasq;, si sit in altera ipsarū, esto q̄ sit ī linea a c, & à centro o ducatur linea ꝑpēdicularis super a c ꝑ 11. primi, & producatur ad circumferentiā, sit'q; o b secans lineam d e in puncto f, & ducantur lineæ o d & o e, quæ cum sint æquales, erūt per 5. primi, anguli o d f & o e f æquales, sed angulus f o a est æqualis angulo f o s, quia sunt recti. angulus uero d o a æqualis est angulo e o c per 26. tertij, cū ex hypothesi arcus d a sit æq̄lis arcui e c, erit angulus d o f æqualis angulo e o f, ergo ꝑ 32. primi erit angulus d o f æqualis angulo e f o, est ergo linea o f perpendicularis super lineam d e, erunt ergo per 28. primi d e & a c æquedistantes. Si uero centrū o fuerit inter ipsas lineas a c & d e, ductis lineis à centro ad terminos linearū



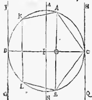
a c & d e, quæ sint o a, o c, o d, o e, & diametro h k, fient ex utraq; parte centri quatuor anguli æquales duobus rectis, ideo, quia anguli circa centrum ualent quatuor rectos, quos ex æquo diuidit quælibet diameter, sed angulus o e c est æqualis angulo d o a per 26. tertij, remanet ergo angulus d o c æqualis angulo a o c, per diffinitionē ergo circuli & per 6. sexti trianguli d o e & a o c sunt inuicem æquianguli, ergo per 5. primi erit angulus g c o æqualis angulo o d f, sed angulus o g c est æqualis angulo o f d, quia uterq; rectus. ex præmissis ergo per 32. primi trigona g o c, d o f sunt æquiangula, ergo per 14. primi lineæ d o & o c coniunctæ sunt linea una, quia anguli c o h & d o h ex præmissis sunt æquales duobus rectis, ergo per 27. primi patet propositum. Quòd si centrum o fuerit extra utrasq;, ducatur perpendicularis à centro o super ipsarū alterum, & sit linea d g ꝑpendicularis suꝑ lineā a c, quæ diuidet ipsam a c in duo æqualia per 23. tertij, ꝑducatur'q; linea o g, ut secet lineam d e in puncto f, & ductis lineis o a, o c, o d, o e, palam itaq; per 4. primi, cum in trigonis a g o & g e o duo latera a g & g c sint æqualia, & latus g o cōmune, q̄ angulus a o g est æqualis angulo c o g, sed a o d æqualis est angulo c o e per 26. tertij, relinquitur ergo angulus d o f æqualis angulo f o e, sed latus d o æquale lateri e o, & latus o f cōmune, erit ergo ꝑ 4. primi angulus o f d æqualis angulo o f e, uterq; ergo est rectus. Est ergo angulus o f d æqualis angulo o g a, ergo per 28. primi lineæ d e & a c sunt æquedistantes, qd' est ꝓpositū primū. Qd' si una illarū duarū linearum secet circulum, & alia ipsum contingat, si secans transit centrum, & sit diameter quæ h k, & linea l m contingat in puncto n, sit'q; arcus n h æqualis arcui n k, palam, q̄ illorum arcuū quælibet est 4. circuli, ducatur'q; linea n o, ergo per 27. tertij angulus l n o est rectus, sed angulus n o h est rectus, ergo per 28. primi lineæ l m & h k æquedistant, qd' est scd̄m ꝓpositū. Qd' si linea l m circulū contingentē in puncto n, linea d e secet circulum, inscribatur

batur eidem semicirculo linea æqualis lineæ d e & æquedistans, & ducantur lineæ o d l & o e m, & à centro o ad punctum contactus qd' est n, ducatur linea o n secans lineam d e in pũcto f, quia itaq; arcus n d est æqualis arcui n e, erit per 26. tertij angulus l o n æqualis angulo m o n, sed per 17. tertij angulus o n l est æqualis angulo o n m, quia ambo sunt recti. Item per 4. primi angulus o f d est æqualis angulo o f e, sunt ergo recti, ergo per 28. primi patet propositum.

LIII.

Lineas æquedistãtes trans circuli superficiẽ productas, siue ambæ secent, siue ambæ contingãt, siue una secet & alia cõtingat, arcus interiacẽt æquales.

Sit circulus a b c d, cuius centrum e, contingat'q; ipsum duæ lineæ æquedistantes f g in puncto d, & h q in puncto c, & à puncto contingentiæ qd' est d ducatur linea d e ad centrum e, est ergo per 17. tertij linea d e perpendicularis super lineã in illo puncto contingentẽ quæ f g, ducatur quoq; linea c e à puncto contingentiæ ad centrum e, erit ergo linea c e ꝑpendicularis super lineã h k contingentẽ in puncto c, ducatur quoq; à centro e linea æquedistans lineæ f g per 31. primi, quæ sit n m, hoc etiam quoq; æquedistabit lineæ h q per 30. primi, ergo per 29. eiusdem angulus m e d est æqualis angulo m e c, ergo per 14. primi lineæ d e & e c coniunctæ sunt linea una, est ergo linea d c diameter circuli cum transeat per centrum e, arcus itaq; d a c est semicirculus æqualis semicirculo d b c, sed & si linea a b secet



circulum æquedistans lineæ h q contingenti in puncto c, erit iterum arcus a c æqualis arcui c b, quia enim semidiameter e c secat lineam contingentẽ quæ h q, palam per 2. huius, quoniã secabit & eius æquedistantẽ quæ est linea a b. sit ut secet ipsam in pũcto o, & quia angulus h c e per 17 tertij, palã ꝑ 29. primi, quoniã angulus b o e est rectus, ergo ꝑ 3. tertij linea a b diuiditur per æqualia in puncto o. ducantur itaq; lineæ a c & c b, palã'q; per 4. primi, quoniã illæ erunt æquales, ergo per 27. tertij arcus a c est æqualis arcui b c, q; si linea æquedistans lineæ b c secet circulum qui sit k l, palam, quoniã semidiameter e c ꝓducta secabit lineã k l per æqualia per 29. primi & per 3. tertij, secet ergo ipsam per æqualia orthogonaliter in puncto p, & ducantur lineæ p a, p b, k a, l b, erit ergo in trigonis p a c, p b c per præmissa, & per 4. primi latus p a æquale lateri p b, est angulus p b c æqualis angulo a p c, relinquitur ergo angulus k p a æqualis angulo b p l, sed linea k p est æqualis lineæ p b, erit ergo per 4. primi linea k a æqualis lineæ l b, ergo per 27. tertij erit arcus k a æqualis arcui l b, quod est propositum.

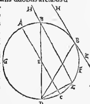
LIIII.

Duabus cordis in aliquo circulo se secantibus, erit quilibet angulus sectionis æqualis angulo apud circumferentiam cadenti in arcum æqualem, duobus arcubus eidem angulo & suo contraposito subtensis.

Sit circulus a b c d, in quo secent se duæ cordæ a c & c b, & sit sectionis e. Dico, q; angulus a e b est æqualis angulo qui est in circumferentia quã subtendunt duo arcus a b & c d, & q; angulus b e c est æqualis angulo in circumferentia quã subtendunt duo arcus d g a & b z c, ducatur enim puncto b linea b z æquedistanter lineæ a c per 31. primi. Si ergo linea b z secat circulũ, palam, quia arcus c z est æqualis arcui a b per præcedentẽ, arcus itaq; z d æqualis est ambobus arcubus a b & d c, qm̃ arcus d c ubiq; est cõmunis, sed arcus d z respicit angulũ d b z, qui est æqualis angulo a e b per 29. primi, angulus itaq; a e b est æqualis angulo in circumferentiã cadenti in arcum æqualem duobus arcubus b a & c d. Item ducatur linea d z, & ꝓducatur linea z b extra circulũ in punctum h, erit ergo angulus h b d extrinsecus æqualis duobus angulis intrinsecis b d z, b z d ꝑ 32. primi, sed duo anguli b z d & b d z respiciuntur à duobus arcubus b f z & b g d, angulus er

go h

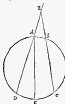
go h b d est æqualis angulo quem respiciunt duo arcus b g d & b f z, hoc autem est arcus d a, sed arcus a d est æqualis arcui z c, arcus itaq; d a z est æqualis duobus arcubus d g a & b z c. Cum itaq; per 29. primi angulus h b e sit æqualis angulo b e c, patet, quia angulus b e c est æqualis angulo quē in circumferentia respiciunt duo arcus d g a & b z c, quoniā si linea h b z continet circulū & non secat, tunc patet per 31. tertij, quia angulus e b z est æqualis angulo cadenti in portionem circuli quæ est b a d, & angulus e b h est æqualis angulo cadenti in portionē circuli b c d, sed angulus e b z est æqualis angulo b e a per 29. primi, angulus itaq; b e a est æqualis angulo qui apud circumferentiam cadit in arcum b c d, sed arcus b c est æqualis arcui b a per proximam præcedentē, arcus ergo b c d est æqualis duobus arcubus b a & c d, angulus itaq; b e a est æqualis angulo qui apud circumferentiam respicit duo arcus a b & c d, quoniā angulus cadens in arcum b c d est consistens in portione circuli qui est b g d, similiter q; potest declarari, q; angulus b e c est æqualis angulo apud circumferentiā quem respiciunt duo arcus b c & a d, quoniā angulus b e c est æqualis angulo h b d, cuius æqualitas per 31. tertij cadit in portionē circuli b c d, qđ est in arcū b a d. est autem ex præmissis arcus a b æqualis arcui b c, patet itaq; propositum.



LV.

Angulus à duabus lineis ab uno puncto extra circulum dato circulum secantibus contentus æqualis est angulo super circumferentiā cadenti in arcū, quo maior arcuum inter illas duas lineas compræhensus excedit minorem.

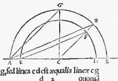
Esto circulus a b c d, extra quem sit datum punctum e, & ducantur à puncto e duæ lineæ secantes circulum quæ sint a e d & e b c. Dico itaq; q; angulus d e c est æqualis angulo qui est apud circūferentiā circuli, quē respicit arcus, in quo arcus d c excedit arcum a b, à puncto enim a ducatur per circulum linea a f æquedistans lineæ b c per 31. primi, erit ergo per 53. huius arcus c f æqualis arcui a b. est itaq; arcus d f excessus arcus d c super arcum a b, sed angulus d a f apud circumferentiā existens cadit in arcū d f, & angulus d a f est æqualis angulo d e c per 29. primi, ergo angulus d e c est æqualis angulo cadenti super circumferentiam in arcum d f, quod est propositum.



LVI.

In dato semicirculo ad unum punctum circumferentiæ duabus lineis, una à termino diametri, & alia à centro ductis ab eisdem punctis ad aliud pūctum quodcunq; semicirculi dati lineas duas prioribus duabus pportionales duci est impossibile. In diuersis uero semicirculis hoc est possibile.

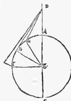
Esto datus semicirculus a d b, cuius diameter a b, centrum uero c, & sit a d punctum circumferentiæ d, & ducatur à puncto a tertio diametri ad punctum d linea a d, & à centro c linea c d. Dico, q; si à punctis a & c duæ lineæ ad aliud punctum semicirculi ducantur, q; illæ duæ ductæ lineæ duabus lineis a d & c d, proportionabiles non erūt, sit enim, si possibile est, ut à punctis a & c ducantur ad punctum g duæ lineæ a g & c g, & quæ est proportio lineæ a d ad lineam c d, eadem sit lineæ a g ad lineam c g, erit permutatim per 16. quinti pportio lineæ a d ad lineam a g, sicut lineæ c d ad lineam c g, sed linea c d est æqualis lineæ c g



quoniam ambæ sunt ex centro semicirculi, ergo linea a d æqualis erit lineæ a g, hoc autem est impossibile ex 7. tertij & 18. primi, maiori enim angulo subtenditur linea a d q̃ linea a g, & est uicinior diametri, patet ergo propositũ primum, quia à quocunq; puncto alio dato idem accidit impossibile, & eodem modo deducendũ, in diuersis uero semicirculis hoc est possibile. Si enim semicirculi æquales fuerunt, tunc ex centro alterius semicirculi super diametrũ constituto æquali angulo a c d, per 23. primi compleatur ꝓpositum, ex 4. primi & per 4. sexti, ꝙ si alter semicirculus minor fuerit dato semicirculo, inscribatur æqualis illi semicirculo ad idem centrum, erit ꝙ æquedistans primo & in punctum ubi linea c d ipsum secabit, qd' sit f, ducat̃ linea à termino sui semidiametri q̃ sit e f, & patet propositum per diffinitionẽ circuli & 29. primi, & per 4. sexti. & si dato semicirculo alter fuerit maior, circumscribatur æquedistanter eidem, & producta linea à centro primi semicirculi ad datum punctũ d quousq; tangat periferiã alterius semicirculi, & cõiungatur à puncto contactus alia linea ad terminum diametri, & deinde compleatur ut prius demonstrato, & patet propositum.

LVII.

A puncto uno ad datũ semicirculũ unam tantũ lineã contingentẽ possibile est duci, ex quo patet, ꝙ omnis linea ab eodẽ puncto sub contingente ducta secat semicirculũ in uno pũcto sup punctũ cõtingẽtiæ, & in alio sub ipso.



Esto datus semicirculus a b c, cuius centrũ e, & sit extra datus punctus d, à quo ad semicirculũ ducatur linea contingens, quæ sit d b. Dico ꝙ à puncto d ad semicirculũ a b c, aliã contingentẽ q̃ lineã d b duci est impossibile, si enim hoc sit possibile, ducatur, hoc ergo cõtingens aut cadet ultra punctũ d, aut citra, sit primo ut cadat ultra punctũ b uersus c in punctũ f, & sit d f, ducantur à centro itaq; e ad puncta contingentiæ lineæ e f, e b, & ꝑducatur diameter c e a, sed ad punctũ d, palã ergo per 17. tertij, qm̃ angulus e b d, est rectus, similiter angulus e f d est rectus. Sũt itaq; æquales & cadũt in trigono e f d, quod est contra 21. primi. Idem quoq; accidit impossibile, si linea contingens ducta à puncto d ad semicirculũ d b c cadat inter puncta b & a, sit linea d g, palam ergo corollariũ, quoniã enim linea d g non contingit semicirculum, tangit autem, ergo ipsa producta secat ipsum, & hoc est propositum.

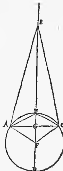
LVIII.

Quælibet duæ lineæ ab uno puncto productæ circulũ cõtingentes sunt æquales, & arcus interiacens puncta cõtingentiæ est minor semicirculo. Linea quoq; diuidens angulũ illarum per æqualia, & arcũ interiacentẽ diuidit per æqualia, & linea per æqualia diuidens arcũ, hæc producta per æqualia diuidit & angulum à lineis contingentibus contentum.

Sit circulus a b c, cuius centrum f, & sit ut à puncto e ducantur duæ lineæ circulũ cõtingentes ꝑ 16. tertij, q̃ sint e a & e c, dico ꝙ sunt æquales, & ꝙ arcus a b c interiacẽs puncta contingentiæ est minor semicirculo. & si producatur à puncto e linea e b, diuidẽs angulũ a e c per æqualia, dico ꝙ linea e b in pũcto b diuidet arcũ a c per æqualia, & si linea d e diuidet arcũ a c per æqualia, etiã diuidet angulũ a e c per æqualia. Ducatur enim primo linea d e f, diuidẽs a c c, quæ producta secabit circulũ, secet ergo ipsum in punctis b & d. palã itaq; per 35. tertij. qm̃ illud quod fit ex ductu lineæ d e in lineã e b, æqualis est quadrato lineæ a e, & eadem ratione quadrato lineæ c c. ergo quadratũ lineæ a e est æquale quadrato lineæ e c, ergo & linea a e est æqualis lineæ c e, & hoc est primũ propositorũ. Sed quia ductis lineis f a & f c, erunt anguli f c e & f a e recti, per 17. tertij, sunt ergo æquales. ergo per 4. primi linea f e diuidet angulũ a e c per æqualia. & quia lineæ c e & a e concurrunt in puncto e. palã per 32. primi, qm̃ anguli e f c & e f a sunt minores rectis, arcus ergo a b c est minor semicirculo per ultimã sexti, quod est secundũ. Ducatur

quoq;

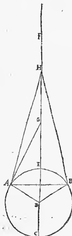
quoq; linea a c secans lineā e d in puncto g, & ducantur a b & a c, quia ergo linea e g secat angulū a e c per æqualia, patet per quartā primi, cū linea a e sit æqualis lineæ e c, & latus e g sit cōe, quoniā linea a g est æqualis lineæ c g, & angulus e g a est æqualis angulo e g c. Sed & trigonis a b g & c b g latus b g est cōmune, ergo per 4. primi erit linea a b æqualis lineæ b c, ergo per 27. tertij, arcus a b est æqualis arcui b c, eodē quoq; modo patet, ꝙ si linea g e secat arcū a c per æqualia in puncto b, quod ipsa etiā diuidet per æqualia angulū a e c, quia em̄ trigona a e b & c e b sunt æquilatera, ut patet, palam ergo per 8. primi, qm̄ angulus a e b est æqualis angulo c e b, & hoc est totū quod proponebatur.



LIX.

Arcubus æqualibus minoribus quolibet quarta circuli ex utraq; parte diametri circuli resectis à terminis illorum arcuū ductas contingentes in uno puncto eductæ diametri concurrere est necesse, & ab uno puncto diametri ductas contingentes in terminis æqualiū arcuū cōtingere est necesse. Ex quo patet, qm̄ oēm angulū & arcum à lineis contingentibus contentū diuidit diameter educta per æqualia.

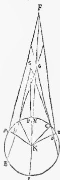
Esto circulus a b c, cuius centrū sit d, & eius diameter c e, quæ p ducam indefinite ad punctū f, & ab unaquaq; parte puncti e sint a e & b e arcus æquales, & à punctis a & b ducantur lineæ circulū contingentes per 16. tertij. Dico ꝙ illæ duæ lineæ concurrēt in uno puncto eductæ diametri e f. ꝙ si dicat ipsas nō concurrere in puncto uno diametri concurrent tn̄ ambæ contingentes cū diametro d f productis lineis d a, d b, erunt anguli in puncto a & b recti, sed anguli e d a & e d b sunt acuti per ultimā sexti. arcus enim a e, b e sunt minores qualibet quarta circuli, ergo per 14. huius, lineæ cōtingentium utraq; cōcurret cū linea d f, si itaq; nō fiat, hoc in eodem puncto fit, ut linea contingens ducta à puncto a cōcurrat cū linea d f in puncto g, & contingens ducta in puncto b cōcurrat cū d f in puncto h, & sit utraq; punctum g, & ducatur linea a h. eritq; per 16. tertij, & ex hypothesi angulus h d a æqualis angulo h d b, ergo per 4. primi erit angulus h a d æqualis angulo h b a, ergo per 17. tertij uterq; ipsorū est rectus, quia itaq; angulus d a g est rectus per eandem 17. tertij. patet ꝙ ipse est æqualis angulo d a h recto, & angulus a d g est cōmunis. erit ergo per 32. primi, angulus a g d æqualis angulo a h d extrinsecus scilicet intrinseco a h g, quod est contra 16. primi, & impossibile. patet ergo primum. Sed & si à puncto diametri h ducant duæ lineæ circulū cōtingentes in punctis a & b, erūt arcus a e & b e æquales, trigona enim a h d & h b d sunt æquilatera per præcedentem, ergo sunt æquiangula per 8. primi, est ergo angulus a h d æqualis angulo b d h, ergo per 25. tertij. arcus a e est æqualis arcui b e, qđ est propositum, & patet corollarium.



LX.

Si intra duas lineas circulū cōtingentes ab uno puncto ductas aliæ duæ lineæ eundem circulū cōtingentes ducantur, cadent puncta contingentiæ interiorū intra puncta cōtingentiæ extreriorū, & si arcus hinc inde interiacētes pun

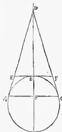
cta cõtingentiæ fuerint æquales, erit utrarũq; concursus semper in eadem diametro circuli educta, interiores quoq; ad utramq; partem productæ cũ exterioribus necessario concurrent.



Esto circulus a b c d e, cuius centrũ k, & eius diameter e h educatur, & sicut ab aliquo puncto suo, quod sit f, lineæ f a & f d cõtingentes circulũ ducantur, & inter lineas f a & f d ducantur ab aliquo puncto superficiei a f d, quod sit g, lineæ g b & g c circulũ contingentes in punctis b & c, cadent puncta a & d. si enim non cadunt inter puncta a & d, aut cadunt in illis punctis aut extra, si in illis, ducantur lineæ k a & k d à centro k ad puncta contingentiæ a & d. erit itaq; per 17. tertij angulus k a f rectus, & similit' angulus k a g rectus, & sic rectus maior recto. Item inter contingẽtẽ f a & circulũ alia linea capit', ut g a. hoc aũt est cõtra 15. tertij, palã ergo, q̃m impossibile. Si uero detur, q puncta b & c cadãt extra puncta a & d, sic punctũ b ultra a punctũ, secabitq; linea g b productã lineã f a, per 14. huius. Et q̃m est contingens solum in puncto b, erit punctus sectionis extra circulũ, sit ille punctus m. Palã itaq;, q̃m linea m a & m b ab uno puncto m productæ semicirculũ cõtingunt, quod est cõtra 57. huius. non ergo cadit punctum b ultra punctũ a, sed intra a. Similiterq; demõstrabitur, quia punctũ c cadit intra punctũ d. cadunt ergo puncta contingentiæ interiorũ intra puncta cõtingentiæ exteriorũ. Sed & arcubus a b & c d existentibus æqualibus, punctũ g necessario cadit in diametro e h f, si enim extra illã ducat' linea k g secans circũferentiã in puncto f, quia ergo arcus b f est æqualis arcui p c per præcedentẽ, arcus quoq; a b est æqualis arcui c d, ex hypothesi, remanet ergo arcus c h æqualis arcui h b, sed arcus h b est maior arcui p b, ergo arcus c h est maior arcu c p, pars sui toto, quod est impossibile. Nõ ergo cadit punctũ g extra diametrum e h f, palam est per 14. huius, quoniã linea g b producta ultra punctũ b, necessario concurret cũ linea f a, & linea c g producta ultra punctũ c concurret necessario cũ linea f d. linea eñ k c rectũ angulũ cõtinens cũ linea a g, continet acutũ cũ linea f d. patet ergo propositum.

LXI.

Si ad mediũ punctũ arcus interiacentis puncta cõtingentiæ duarũ linearũ ab uno puncto ad circulum productarum linea contingens circulũ ad alias cõtingentes ꝓducantur, illa in puncto suo cõtingentiæ per æqualia diuiditur, & ab alijs lineis contingentibus partes abscindit æquales.

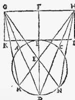


Sit circulus a b c, quẽ cõtingunt duæ lineæ d a & d c, à puncto d productæ, producat' ergo diameter g b d, & palam per 59. huius, q̃niã ipsa diuidit angulũ a d c, & arcũ a c per æqualia in puncto b. à puncto itaq; b producatur linea contingens circulũ per 16. tertij hoc itaq;, q̃m est orthogonalis super diametrũ g b, ut patet per 17. tertij, palam per 14. huius, quia ipsa producta secabit lineas d a & d c, sic ergo ut secet lineam d a in puncto e, & lineã d c in puncto f. quia itaq; e d b & f d b anguli sunt æquales per 59. huius, & anguli d b e & d b f sunt recti, palã, quia trigona e b d & f d b sunt æquiangula per 32. primi, ergo per 4. sexti, latera sunt proportionabilia, sed latus d b est æquale sibi, erit ergo linea e b æqualis lineæ b f, & linea d e æqualis lineæ d f, quod etiã sic patere potest, quia enim à puncto e ducuntur duæ lineæ cõtingentes cir

tes circuli.f.e a & e b, patet per 58. huius, quod ipsæ sunt æquales. oēs ergo lineæ a e, e b, b f, f e, sunt æquales, ergo lineæ e d & f d sunt æquales, patet ergo propositum.

LXII.

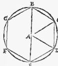
Duobus punctis æqualiter distantibus ab uno termino eductæ diametri & à linea circulũ in termino propiore diametri contingente duabus lineis ad aliũ terminũ diametri productis arcus interiacentes illarũ linearũ alteram & diametrũ sunt æquales, illis uero ad alium punctũ circũferentiæ productis, arcus interiacent inæquales.



Sit circulus a b c d, cuius centrũ e, diameterq́; eius d b, educaẽ ad punctũ f, sintq́; duo puncta g & h æqualiter distantia à puncto f eductæ diametri. ducanturq́; duæ lineæ g d & h d, ad alium terminũ diametri secantes circulũ linea g d in puncto a, & linea h d in puncto c, & à puncto h ducatur linea contingens circulũ quæ sit k b l, à qua æqualiter distẽt puncta g & h. Dico q arcus a b & b c sunt æquales. ducatur enim linea g f h, erit ergo ex hypothesi linea g f æqualis lineæ h f, ideo quia puncta g & h æqualiter distãt à puncto f. & ducantur lineæ h l & g k perpẽdiculariter super lineã k b l contingentẽ per 12. primi, erunt ergo ex hypothesi & illæ æquales. ergo per 33. primi, linea g h æquedistat lineæ k l. ergo per 17. tertij, & per 29. primi, anguli d h f & d f g sunt recti. ergo per 4. primi, anguli g d f & h d f sunt æquales, ergo per 25. tertij, arcus a b est æqualis arcui b c. patet quoq; manifeste q si à punctis h & g lineæ ad aliud punctũ circũferentiæ q̃ ad punctũ d producantur, ut ad punctũ m uel n, q illæ lineæ arcus resecabunt inæquales. qualibet enim illarũ quæ secat diametrum, abscindit minorẽ arcũ, & alia maiorẽ. & hoc est quod proponebatur.

LXIII.

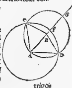
Diameter circuli diuidens exagonũ, eidem circulo inscriptũ, ab oppositis angulis per æqualia duobus lateribus medijs exagoni erit æquedistans.



Sit circulus, cuius centrũ sit punctũ a, inscriptus exagonus qui b c, d e, f, g, & ab oppositis angulis illius exagoni ducatur diameter b a e, dico q illa diameter æquedistat duabus medijs lateribus exagoni, quæ sunt c d & g f. ducantur enim lineæ a c & a d, quia itaq; lineæ b c & c d, q sunt latera exagoni sunt inter se æqualia, & utrunq; ipsorũ est æquale semidiametro circuli, per 15. quarti, patet ergo q trigona a b c & a c d sunt æquilatera. ergo per 8. primi, ipsa sunt æquiangula. erit ergo angulus c a b æqualis angulo a c d, ergo per 27. primi lineæ a b & c d æquedistant. Similiter quoq; potest demonstrari de lineis a b & f g, patet ergo quod diameter b e æquedistat medijs lateribus exagoni, q̃d est, ppositũ.

LXIIII.

Duobus circulis inæqualibus se secantibus ita, ut minor pertranseat centrum maioris, arcum minoris interiacentem periferiã maioris in centro maioris per æqualia diuidi est necesse.



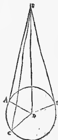
Sint duo circuli c f d maior, & centrum sit a, & c g d minor, cuius centrum sit b, secentq́; hi circuli in punctis c & d, transeatq́; minor qui c g d per centrum maioris qđ est a, eritq́; arcus c a d. minoris circuli contentus intra periferiã maioris. Dico, q arcus c a d diuiditur per æqualia in puncto a, ducatur enim linea copulans centra quæ sit a b, & hæc producta compleat diametrũ minoris circuli quæ sit a b g, & ad puncta sectionum c & d, ducantur lineæ a d, a c, b d, b e, quia itaq; in trigo-

trigonis a b c & a b d, duo latera a b & b c unius sunt æqualia duobus lateribus a b & b d alterius, quoniã omnes sunt ex puncto b centro circuli minoris ductæ ad periferiã, & basis a c est basi æqualis a d, quoniã sunt ex centro circuli maioris, ergo per 8. primi anguli æquis lateribus contenti sunt æquales, angulus ergo c a b est æqualis angulo d a b, ergo per 25. tertij arcus c g est æqualis arcui d g, reliqui ergo arcus semicirculorum, qui sunt a c & a d, sunt æquales, arcus ergo c a d diuidit ꝑ æq̃lia in pũcto a, qđ est ꝓpositũ.

LXV.

Omnes lineæ rectæ ductæ à polo ad periferiam sui circuli sunt æquales.

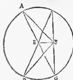
Esto circulus a b c, cuius centrum d, & erigatur perpẽdiculariter supra circulũ à centro linea d e, ita, ut ꝑ diffinitionẽ polus circuli super punctũ e, & ducantur lineæ e a, e b, e c. Dico, ꝙ ipsæ omnes sunt æquales, ducantur enim lineæ a d, b c, c d, quia itaq; quadratũ lineæ a e est æquale quadrato lineæ e d & lineæ d a, quadratũ quoq; lineæ b e æquale est quadrato lineæ e d & lineæ d b, ꝑ penultimã primi. quadratũ uero lineæ e d, est æquale sibi ipsi & quadratum lineæ d a æquale quadrato lineæ d b per circuli diffinitionem, palam, quia quadratum lineæ a e est æquale quadrato lineæ b e, & similiter quadrato lineæ c e, palam ergo, quoniã lineæ a e, b e, c e, & quæcunq; similiter ductæ sunt, & hoc est propositum.



LXVI.

Omnis linea centrum sphæræ cum centro circuli non magni illius sphæræ continuans est perpendicularis super superficiem illius circuli.

Sit centrum sphæræ punctum z, sitq; punctum e centrum circuli non magni illius sphæræ, qui sit a b g d, & ducatur linea z a, z b, z d & z g, omnes erunt æquales per diffinitionem sphæræ, sed & lineæ e a, e b, e d, e g sunt æquales per diffinitionem circuli, linea itaq; z e existente communi patet ꝙ trigona z a e, z b e, z d e, z g e, omnia sunt æquilatera, ergo per 8. primi ipsorum anguli æqualibus lateribus contenti, sunt æquales. oẽs ergo anguli z e a, z e g, z e b, z e d sunt æqles, sunt ergo recti, eodemq; modo potest demonstrari de omnibus angulis cõtentis sub linea z e, & cum semidiametro circuli a b g d, linea ergo z e est perpendicularis super superficiem circuli a b g d, & hoc est ꝓpositum.



LXVII.

A centro sphæræ ductam perpendicularem super superficiem circuli non magni ipsius sphæræ eiusdem circuli centro incidere est necesse.

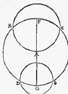
Sit ut in præmissa centrum sphæræ punctum z, sitq; punctum e centrum circuli nõ magni illius sphæræ, quæ sit a b g d, & ducatur à puncto z centro sphæræ linea perpendiculariter super superficiẽ circuli a b g quæ sit z. Dico, ꝙ punctũ e est centrum circuli a b g. ducantur enim lineæ z a, z b, z g, quæ erunt æquales per diffinitionẽ sphæræ, quoniam ergo anguli a e z, b e z, d e z, g e z sunt recti, patet per 46. primi, quoniã quadratũ lineæ z a ualet quadrata linearũ a e & z e, & quadratũ lineæ z d ualet ambo quadrata linearũ b e & z e, & similiter quadratũ lineæ z g, ualet ambo quadrata linearũ g e & z e, lineæ uero z a, z b, z g sunt æquales, & quadrata ipsarũ æqualia, ablato itaq; quadrato lineæ z e cõmuni, relinquitur ut quadrata linearũ a e, b e, g e sunt æqualia, ergo & ipsæ lineæ a e, b e, g e sunt æquales, ergo per 9. tertij punctũ e est centrũ circuli a b g, qđ est ꝓpositũ.

LXVIII.

Aequedistantium in sphæra circulorum centra in eadem diametro sphæræ cõsistere est necesse, ex quo patet, ꝙ omnes circuli in sphæra æquedistantes eosdem habent polos, & si eosdem habent polos, sunt æquedistantes.

Sit

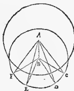
Sit sphæra, cuius centrum sit punctum a, & in ipsa sint duo circuli æquedistantes b c, cuius centrum sit f, & d e, cuius centrũ g, & ducatur linea a f, quæ producta erit diameter sphæræ cum ipsa trãseat centrum sphæræ d e, ergo per 66. huius a f est erecta super superficiem circuli b c, ergo per 23 huius erit eadem diameter erecta super superficiẽ circuli d e, ergo per præmissam ipsa transit per centrũ circuli d e, sunt ergo centra illorũ circulorũ in eodem diametro sphæræ, qđ est propositum, & ex hoc patet, ꝙ illi circuli eosdem habent polos per diffinitionem poli. & si aliqui circuli eosdem habent polos, patet per 14. undecimi, ꝙ ipsi sunt æquedistantes, & hoc proponitur, ꝙ si etiam reliquus circulorum æquedistantiũ esset circulus magnus, eadem esset demonstratio. duo uero circuli magni eiusdem sphæræ sibi inuicem æquedistare non possunt, quoniã amborum est idem centrum, quod est centrum sphæræ.



LXIX.

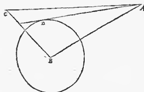
Si plana superficies secet sphæram, communis sectio erit circulus, ex quo patet, quoniã à quolibet puncto in diametro uel supficie spchæria dato est possibile totali superficiei sphæricæ circulum circumduci, alrj etiam circulo illius æquedistantem.

Sit sphæra, cuius centrum a, seceturq; per planam superficiẽ. Dico, ꝙ communis sectio superficiei sphæricæ & planæ est circulus. Si enim fiat sectio per centrũ a, tunc patet, ꝙ omnes lineæ ductæ à centro a ad sphæræ superficiẽ, quæ sunt in illa plana superficie secante, & terminãtur ad cõmunẽ terminũ illorũ, sunt æquales per diffinitionẽ circuli, illa cõmunis sectio est circulus. Si autem superficies plana secet sphæram non per centrũ a, ducatur per 11. undecimi à centro a perpendicularis super superficiẽ secantem, quæ sit a b, & cõtinentur lineæ a c, a d, a e, a f, & ꝙ quis uoluerit ad aliam sectionem cõmunem à centro ipsius sphæræ, ducãtur quoq; lineæ c b, d b, e b, f b, in ipsa superficie secante ad puncta quibus incidunt lineæ de centro sphæræ ductæ, palam ergo per penultimã primi, quoniã quadratũ lineæ a c est æquale duobus quadratis linearũ a b & d b, sed quadratũ a c est æquale quadrato lineæ a d, qm̃ linea a c est æqualis lineæ a d per diffinitionẽ sphæræ, & quadratum lineæ a b est æquale sibijpsi, relinquitur ergo quadratũ lineæ c b æquale quadrato lineæ d b, est ergo linea c b æqualis lineæ d b, & similiter erit linea d b æqualis lineis e b & f b. p eandẽ demonstrationẽ quotcũq; alrjs lineis à centro sphæræ a ad aliam communem sectionem productis, omnes itaq; lineæ à puncto b ad illam cõmunem sectionem ductæ, sunt æquales, ergo per 19. tertij, & per diffinitionẽ circuli ut prius punctũ b est centrũ circuli. Cõmunis ergo sectio istarũ superficierũ est circulus, & hoc est propositũ, patet etiam ex hoc correlariũ, qm̃ à puncto dato per 12. primi ꝑducta perpendiculari super diametrum sphæræ, imaginetur superficies plana secans sphærã secundũ illam ꝑpendicularẽ, & patet propositũ per præmissa, ꝙ si alicui circulo in sphæra signato æquedistans duci debeat, à dato puncto ducatur perpendicularis super sphæræ diametrũ transeuntẽ circuli centrũ, cui æquedistans debet duci circulus, & ꝑducatur in continuũ usq; ad aliam sphæræ superficiẽ, & ducatur alia linea à puncto diametri utcunq; super ꝑductã & orthogonaliter super diametrũ sphæræ, imagineturq; superficies plana transiens terminos istarum linearũ in ipsa superficie sphæræ, faciens sectionẽ, quæ per præmissa necessario erit circulus, quia per 4. undecimi diameter sphæræ super quã ducitur linea à puncto dato, erit perpendicularis super superficiẽ in punctis illis, ut præmittitur sphærã secantẽ, unde à centro sphæræ ductis lineis ut prius, patet quod proponebatur.



LXX.

A dato puncto ad datam ſphæram lineã contingentẽ ducere.



Sit enim datum punctũ a, & centrũ dato ſphæræ ſit b, & ducatur linea a b à centro ſphæræ q̃d eſt b, ducat̃ linea b c, ut cõtingit, & copuletur linea a c, palamq́; p 2. undecimi, quoniã trigonum a b c eſt in una ſuperficie plana, hoc itaq; per præcedentem ſecabit ſphæram ſecundũ circulũ cui per 16. tertij, à puncto a ducatur contingens in puncto d, quæ ſit a d, & patet propoſitum.

LXXI.

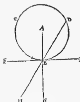
Omnis ſuperficies plana contingens ſphæram, ſecundum unicum punctum eſt contingens.

Ducatur in plana ſuperficie contingente ſphæram linea recta trans locum contactus, & in ſuperficie ſphæræ circulus magnus, ſi ergo ſuperficies plana contingit ſphæram ſecundũ aliud q̃ ſecundũ punctum, & linea recta continget circulũ ſecundũ idem, non ergo ſecundũ punctum continget linea recta circulum, q̃d eſt contra 15. tertij, palam ergo propoſitum.

LXXII.

A dato puncto ſuperficiei ſphæricæ ſuperficiẽ planam contingentem ducere, ex quo patet, q̃ omnis linea centrum ſphæræ tranſiens, eſt perpendicularis ſuper eius ſuperficiem, & ſi eſt perpendicularis ſuper ſphæricam ſuperficiem, neceſſario tranſit centrum ſphæræ.

Eſto ſphæra, cuius centrũ ſit a, & circulus eius magnus b d c, ducaturq́; linea a b à centro ad circumferentiã, & à puncto b ducatur linea contingens circulum, q̃ ſit f b e per 16. tertij, erunt ergo anguli a b c & a b f recti, imaginatis quoq; per 69. huius circulis q̃tcunq; in ſuperficie ſphæræ ſecantibus ſe in puncto b, & ductis lineis contingentibus illos circulos in puncto b. palam per 17. tertij, quoniã linea b a cum oĩbus illis lineis continet 9. angulos rectos, ergo omnes illæ lineæ ſunt in una ſuperficie plana per 2. undecimi, illa itaq; ſuperficies contingit ſphæram per diffinitionẽ ſuperficiei planæ ſphærã contingentis, ex hoc itaq; patet, q̃m cũ omnis linea à centro ſphæræ ducta, ſit erecta ſuper planam ſuperficiem, ſphærã ipſam in puncto ſuæ incidentiæ contingentem, & anguli incidentiæ ſunt æquales, quoniã ipſa eſt ꝑpendicularis ſuper ſphæræ ſuperficiẽ, per diffinitionem perpendicularis. anguli enim ſemicirculorũ omnes ſunt æquales per 43. huius, quoniam linea a b producta ad punctũ g eſt adhuc erecta ſuper ſuperficiem planam, ſphæram contingentẽ in puncto b. palam, quia linea g b, & quæcunq; alia ꝑpendicularis erigi poteſt ſuper ſuperficiẽ planam in puncto b, contingentẽ ſphæram tranſit centrũ ſphæræ a, quia ſi à puncto b poſſit alia linea erigi ſuper ſuperficiẽ contingentẽ, non tranſiens centrum ſphæræ a, ſit illa h b d, & ſit angulus h b c rectus. Sed angulus g b e eſt rectus per 13. primi, cum angulus a b e ſit rectus ex hypotheſi, erit itaq; rectus maior recto, q̃d eſt impoſſibile, patet ergo ꝓpoſitum.

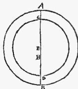


LXXIII.

Omnium ſphærarum, quarum conuexæ ſuperficies æquediſtant, uel ſecundum ſe totas ſe contingunt, neceſſario eſt idem centrum.

Sint

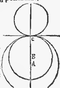
Sint duæ sphæræ, quarũ conuexæ sũpficies æquedistẽt, sectæ per æqualia per unam planam sũpficiẽ, cõis sectio superficierũ illarũ sphæricarũ & huius planæ, erunt circuli, sitq; magnus circulus maioris sphæræ a b, & centrum eius e, minoris uero sphæræ circulus magnus sit c d. Dico, q; idem punctũ e etiam erit centrum circuli c d, ducatur enim linea a e b taliter, ut si e non sit centrũ amborum circulorũ, linea tamen a e b transeat per ambo centra, qđ potest fieri continuatis centris per lineã rectam, & ꝑducta illa ad periferiã maioris sphæræ huius, itaq; erit diameter circuli a b, quoniã circuli a b & c d sunt in eadem superficie. Sit ut diameter a b secet periferiã circuli c d in punctis c & d, eritq; recta c d diameter circuli c d, quia ergo ꝓpter æquidistantiã circulorũ linea a c est æqualis lineæ b d, & linea a e æqualis lineæ e b, remanet linea c e æqualis lineæ e d, & quia diameter c d diuiditur per æqualia in puncto e, patet, q; punctus e est centrum circuli c d, si enim non sit punctus e centrũ circuli c d, sit centrum eius punctus h, eritq; per diffinitionẽ circuli linea h d æqualis lineæ a c, erit ergo linea h a æqualis lineæ h b, sed linea h a est maior q̃ linea a e, ergo h b est maior q̃ linea e b, pars suo toto, qđ est impossibile, est ergo pũctus e centrũ circuli c d, & quia circulus c d est magnus circulus suæ sphæræ, patet, q; æquedistantium sphærarũ est idem centrum, qđ est propositũ primum. & eodem modo de sphæris secundum totas suas superficies contingentibus est demonstrandũ. lineæ eductæ à centro ad concauũ maioris & ad conuexũ minoris, sunt æquales, patet ergo illud qđ ꝓponebatur.



LXXIIII.

Si duæ sphæræ æquedistantes fuerint, uel secundũ totas superficies se contingentes, quæcunq; linea super unius earum superficiem perpendicularis fuerit, super alterius quoq; superficiem perpendicularis erit.

Istud faciliter patet, quoniã enim ex præmissa tales sphæræ indem cẽtrum habere necessario cõprobantur, ergo per 72. huius, linea ꝑpendicularis super alteram istarũ sphærarũ centrum ipsius transit, sed centrum ipsius est centrum alterius, ergo per eandem 72. huius super alterius etiam sphæræ superficiem alia linea perpendicularis erit, & hoc est propositum.



LXXV.

Si duæ sphæræ centra diuersa habuerint, impossibile est ut lineæ perpendiculares super unius superficiem sint perpendiculares super alterius superficiem, nisi una tantum quæ transit centra ambarum.

Quocunq; modo se habentibus adinuicem sphæris, siue extrinsecus siue intrinsecus se contingentibus, uel etiam se non contingentibus, uel etiam se adinuicem secantibus semper, patet ex 72. quoniã linea transiens per centra ipsarũ, est perpendicularis super superficiẽ utriusq;, aliam quoq; lineã super utriusq; superficiem ꝑpendicularẽ esse, est impossibile. Si enim sit possibile, ducatur aliqua alia perpendiculariter super utriusq; sphæræ superficiẽ, palamq; erit ex eadem 72. huius, ipsam per utriusq; centrũ transire, qđ est oppositum hypothesi, patet ergo, qm̃ nullam aliam lineã præter eam, quæ transit centra ambarũ ꝑpendiculariter duci super utriusq; sphærarum superficies est impossibile, & hoc est propositum.

LXXVI.

Si sphæra sphæram intrinsecus aut extrinsecus contingat, in uno tantum puncto contingere est necesse.

Si enim sphæræ contingentes se intrinsecus, non in puncto se contingant, necesse est circulos suos maiores adinuicem applicatos, non se in puncto contingere, quod est

contra 12. tertij, & impossibile, quod si sphaerae extrinsecus se contingentes, non se contingant in puncto, & hoc est contra naturā circulorum extrinsecus se contingentiū, & contra eandem 12. tertij. potest & hoc aliter demonstrari. Si enim inter illas sphaeras, quae se extrinsecus contingūt, imaginata fuerit superficies plana, palam ex 71. quoniā utraque illarum sphaerarum illam superficiē planam continget in puncto, ergo & seinuicem in puncto contingant, propinquior est utriusque sphaerarum ipsa plana superficies interposita quàm reliqua sphaerarum, & hoc est propositum.

LXXVII.

Sphaerarum se contingentium, centra diuersa esse, est necesse.

Signentur enim in utralibet sphaerarū à puncto contactus duo circuli maiores, per 67. huius, secantes eorum superficiebus planis sphaeras per sua centra, & per puncta contactuum, & quia centra horum circulorum sunt centra sphaerarum suarum per diffinitionem circulorum magnorum, hos autē circulos centra diuersa habere, est conclusio 6. tertij. patet ergo propositum.

LXXVIII.

Centrorum sphaerarum se extrinsecus contingentium, distantiam secundum lineam compositā ex ambarū sphaerarū semidiametris, intrinsecus uero contingentiū se secundū excessum semidiametri maioris ad semidiametrum minoris esse, palam est.

Hoc patet ex 76. huius, quoniā enim contactus sphaerarū fit secundum unum tantū punctum. punctus uero est, cuius pars non est, tunc euidens est, quod punctus ille cōmunis in utraque intersectione nihil adimit de diametrorum quantitate, indiuisibile enim nō fit pars quanti, nec addit nec minuit aliquid de quanto, & sic patet propositum.

LXXIX.

Si concauum alicuius sphaerae superficie aliquam secundū eam totam contingat, necesse est superficiē contactam partem sphaerae minoris esse.

Sit ut aliqua sphaera secundū suum concauum contingat aliquam superficiē secundum omnes illius partes, sicut uas sphaericū superficiem aquae contente. Dico, quod uerum est quod proponitur, ducantur enim lineae plurimae à centro sphaerae ad locum contactus sui cum illa superficie, & quia omnes lineae productae ad concauū sphaerae, sunt aequales inter se ex diffinitione sphaerae, & sunt aequales productis lineis ad conuexū superficiei contactae. patet ex dicta diffinitione, quoniā illa superficies est pars sphaerae, & quibet intellecta extendi secundum concauū ambientis sphaerae, sphaeram minorē complebit, est ergo pars minoris sphaerae. linea quoque in illa superficie signata est pars circuli ex 9. tertij. idem habens centrū cum circulo cui applicatur, & sic illa superficies est pars minoris sphaerae, quod est propositum.

LXXX.

Si sphaera sphaeram intersecet, communis sectio superficierum sphaericarum se intersecantium, erit periferia circuli.

Quod hic proponitur, patet, imaginetur enim superficies secans ambas sphaeras secundum lineam cōmunem sectionis sphaerarum qualiscunque fuerit. haec ergo superficies propter similitudinē corporum se intersecantiū plana erit, cōmunis ergo sectio illius superficiei & utriusque sphaerarum erit circulus per 69. huius, palam ergo, quod cōmunis linea intersectionis superficierum sphaerarū illarum erit periferia circuli, in qua inclusa superficies, erit circulus cōmunis illi sectioni, quoniā aliàs corpus quod utrique sphaerae cōmunicat, erit corpus cōmune sphaerarum intersectioni, & est corpus irregulare, duabus scilicet superficiebus sphaericis contentum, & diuersis secundum dispositionem se intersecantium sphaerarum, patet ergo propositum.

LXXXI.

Sphaerarum se intersecantium maiores circulos se inuicem secare, palam est, ex quo patet intersecantiū se sphaerarum centra diuersa esse.

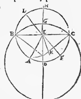
Primū

Primum patet ex diffinitione sphærum se intersecantiũ, quoniã enim intersecantibus se sphæris, diameter unius per alteram abscinditur, & maiorũ circulorum diametri suarum spærarum diuidunt enim circuli magni suas sphæras per æqualia, tunc patet, quod circulus unius sphæræ & alterius se intersecantium aliqua linea est cõmunis. Cum ergo unus circulus alium non contineat, quia nec una sphæra aliam continet, palam, quia tales circuli se inuicem secant ex diffinitione talium circulorum, quia uero ex 5. tertij circulorum se inuicem secantiũ centra esse diuersa necesse est, & idem est centrum sphæræ quod est centrũ circuli magni in illa sphæra. patet corollariũ, scilicet, quia intersecantium se sphærarum centra sunt diuersa, & hoc proponebatur.

LXXXII.

Si sphæra sphæram intersecet linea, quæ centra illarum sphærarum transit, centrum circuli periferiæ communis sectionis transire, & super ipsius superficiem perpendicularem esse, necesse est.

Circulus cõmunis sectionis sphærarũ aut est circulus maior alterius sphærarũ se intersecantiũ, aut minor. si maior, hoc erit solũ, cũ maior sphæra minorẽ intersecat. Si enim æquales sphæræ secũdũ circulũ maiorẽ se ĩtersecarẽt, nõ esset sphærarũ intersectio, sed unius sphæræ ex duobus hemisphærijs æqualibus cõpositio. si ergo circulus cõis sectionis sphærarum sit circulus maior, non erit ille circulus maior nisi in sphæris inæqualibus se intersecantibus circulus sphæræ minoris, quoniã ipsum esse circulũ maiorem sphæræ maioris est impossibile, quoniam maior circulus sphæræ maioris non potest cadere in superficiẽ sphæræ minoris. Sit itaque circulus talis a b c, & sit centrum maioris sphæræ d, sphæræ uero minoris e, erit quoque e centrum circuli a b c ex hypothesi, ducatur ergo linea d e, & patebit propositum primũ. Item ducantur lineæ d a, d b, d c, & linea a e, b e, c e, eruntque triangulorum d a e & d b e latera æqualia, ideo, quoniã linea d e latus est cõmune, & latus d a æquale est lateri d b ex diffinitione sphæræ, latus quoque a e æquale est lateri b e ex diffinitiõe circuli, ergo per 8. primi anguli æquis lateribus contenti, erunt æquales. angulus ergo d a b æqualis erit angulo d c a, similiter autẽ angulus d e c erit æqualis angulo d e b, & uniuersaliter à quocunque puncto circuli a b c ducantur lineæ a d e, centrum sphæræ anguli super centrum e semper erunt æquales, & quia super eandem diametrũ oppositis punctis signatis linea d e æquales angulos constituit, patet per diffinitionẽ perpendicularis, quoniam ipsa linea d e super omnes diametros perpendicularis erit, ergo per 4. undecimi linea d e super superficiẽ circuli a b c erecta est, & super eam perpendicularis.



Si uero circulus a b c non sit circulus maior alicuius sphærarũ se intersecantium, sed minor, intelligatur in ipso protracta diameter quæ sit l f per puncta l f, & utraque sphærarum imaginetur recta per superficiẽ planam trans centrum, & per puncta f & l, quæ sunt in superficie utriusque sphæræ, erit ergo per præmissa quilibet illorũ circulorum circulus maior in utraque sphærarum se intersecantiũ, secabitque circulũ a b c uterque illorum circulorum maiorum per æqualia, quoniam arcus f l est medietas circumferentiæ circuli a b c, transeunt ergo ambo illi circuli maiores per centrũ illius circuli a b c, quod est e. imaginentur item duo circuli alij maiores in eisdem sphæris, quorũ quilibet secet portionẽ circuli maioris suæ sphæræ erectam super circulũ a b c per æqualia, quod fieri poterit ex 29. tertij, diuiso arcu f l utriusque circuli sphærarum se intersecantiũ per æqualia, & à puncto sectionis utriusque circuli imaginata superficie plana transeunte centrum sphærarum utriusque, fiat itaque sectio arcus sphæræ maioris in puncto g, & sectio arcus sphæræ minoris in puncto h, & similiter hi circuli maiores cum illis circulis quos secant angulos æquales sphærales, uel inæquales contineant, patet, cum à polo circuli a b c per centra sphærarũ ambarum transeant, quoniã ambo secabunt circulũ a b c per æqualia, transibunt ergo per centrum ipsi quod est e linea, ergo d g, quæ per diffinitionẽ maiorum circulorum, & per 3. undecimi est cõmunis sectio duorum circulorũ maiorum in sphæra maiori se secantium, transeunt per centrum e,

quoniam cum centrum e sit in superficie utriusq; illorũ circulorũ, necesse est, ut sit in linea cõmuni utriusq;. Similiter etiam linea e h, quæ est cõmunis sectio circulorum maiorum in sphæra minori se intersecantiũ, transit per centrum e, sed quia lineæ e h, & lineæ d g per diffinitiõe circulorũ se secãtium est aliqua linea recta cõmunis ut e g, erit illa p primam 11. in eadem superficie cum illis, ergo erunt linea una. tota ergo linea d e g h est linea una transiens per ambo centra sphærarum se intersecantiũ, & per centrum circuli, qui est cõmunis sectio, cũ centro in periferia cõmunis sectionis superficierum sphæricarum se intersecantium, patet ergo ꝓpositum primũ. Secundum uero patet ex præmissis. Circuli enim maiores per æqualia diuidentes circulũ minorem orthogonaliter eum secant, & eorum cõmunis sectio, ut linea d h per 19. undecimi super eundem circulũ perpendicularis erit, & hoc est ꝓpositũ. potest & idem per 66. & 67. huius facilius demonstrari diligentiam adhibenti.

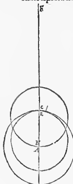
LXXXIII.

Si sphæra sphæram intersecet, lineam transeuntem centrum circuli periferiæ communis sectionis perpendiculariter super ipsius superficiẽ insistentem, ambarum sphætarum centra transire necesse est.

Hæc est conuersa præcedentis, nec oportet in ipsius demonstratione aliter immorari, si enim sit possibile, ducatur linea per e centrum circuli cõmunis sectiõis sphærarum, qui est a b c, perpendiculariter super ipsius superficiẽ ad alium aliquẽ punctum, præter centrum ambarũ, uel alterius sphærarũ, & sit linea e k, & ducatur idem per centra ambarũ sphærarũ alia linea, quæ sit d h. patet autem per præcedenrẽ, quoniã hic erit transiens p centrum e, & erit perpendicularis super superficiẽ circuli a b c. ab eodem ergo puncto superficiei circuli a b c utpote centro e duo exeunt ꝑpendiculares super eandem circuli superficiem a b c, quæ sunt e d & e k, qđ est contra 13. undecimi, & impossibile, patet ergo ꝓpositum.

LXXXIIII.

Si sphæra sphæram intrinsecus intersecet, necesse est centra illarũ sphærarum respectu situs sui contactus secundum quantitatẽ periferiæ circuli, qui est communis sectio suatum superficierũ plus distare, centrũq; sphæræ continentis plus profundari.



Sphæræ datæ intersecare se debentes, si æquales fuerint, & taliter ad inuicem collocentur, ut non se intersecent, tunc ipsarũ idem erit centrum. facta uero intersectiõe ipsarum centra diuersantur per 8. huius. & secundũ ꝙ circuli periferia, quæ est cõmunis sectio illarũ superficierum sphæricarũ sit maior uel minor, secundũ hoc plus uel minus distabunt centra, ꝙ si sphæræ fuerint inæquales, quarum una alterã intrinsecus cõtingere poterint, tunc in situ suæ cõtingentiæ centrorum suorũ distantia per 78. huius est excessus semidiametri sphæræ maioris ad semidiametrũ minoris. Demus ergo, ꝙ centrũ maioris sit a, centrum minoris b, punctus contactus sit c, & quia contactus sit in puncto per 76. huius, intersectio uero fit secundũ circulum per 80. huius. palã, quia facta intersectione sphærarũ, abscindet sphæra a diametrum b c in puncto alio ꝗ̃ in termino suo qui est punctus c, sit ergo punctus in quo ipsum a b scindit punctus e, ponaturq; ut linea f e sit æqualis diametro sphæræ b, quoniã itaq; linea a c excedit lineam b c in linea a b. linea uero f e est æqualis semidiametro b c, quoniam sunt diametri eiusdem sphæræ. linea ergo a c excedat lineam f e in linea a b, sed linea f e est maior ꝗ̃ linea e c, ergo a e, in qua linea a c excedit lineam e c, est maior ꝗ̃ linea a b, plus ergo distãt centra sphærarum in intersectione ꝗ̃ in situ contactu, & secundũ ꝙ periferia circuli, quæ est cõmunis sectio suarum superficierũ minoratur, secundum hoc distantia centrorũ augetur, & secundũ ꝙ illa periferia augetur; secundum

hoc diſtantia centrorum minuitur, & reſpectu partis uniuerſi ad quã fit interſectio plus profundatur centrum ſphæræ continentis reſpectu contactus in tanto, quanto linea a e fit maior ꝙ linea a b, & hoc eſt quod proponebatur.

LXXXV.

Si duæ ſphæræ intra tertiam ſecundũ circulum æqualem circulo maiori ſphæræ, intra quam fit interſectio, ſe interſecent, utraq; illarum ſphærarum ſphæram, intra quam fit interſectio, interſecabit, & omnium illam ſuperficierum ſphæricarum cõmunis ſectio erit periferia circuli unius.

Verbi gratia: Sit in ſphæra, cuius centrum a interſecet ſphæram, cuius centrum ſit b intra ſphæram, cuius centrũ ſit c ſecundũ circulum æqualẽ circulo maiori ſphæræ c, dico ꝙ ſphæra a & ſphæra b interſecabunt ſphæram c, & omnium ſuperficierum ſphæricarũ illarum ſphærarũ erit cõmunis ſectio periferia circuli ſecundũ qđ ſphærarũ a & b fiebat interſectio, hic eſt cuiuſdam circuli magni ſphæræ c, quoniã enim circulus maior diuidit ſphæram p æqualia, quia tranſit per centrũ eius ex diffinitione, tunc patet, ꝙ æqualis eidẽ utcunq; contingat eum in ſphæra ꝑduci, diuidet eam per æqualia, & ſic interſecabit ſecundũ illum circulũ utraq; ſphærarum. ſ. a & b ſphærã c. Sphæra autem a interſecante ſphæram b, communis ſectio eſt periferia circuli per 79. huius, diuidit autẽ iſte circulus ſphæram c per æqualia, ergo interſecat. eſt ergo eius periferia in ſuperficie c, ſed & eadem periferia eſt in ſuperficiebus ſphærarũ a & b. In omnium ergo ſphærarũ illarũ trium ſuperficiebus eſt illa circuli periferia, eſt ergo ipſa cõmunis ſectio omnium ſuperficierum dictarum ſphærarum, quod eſt propoſitum.

LXXXVI.

Lineam à centro ſphæræ per centrum circuli ſphæram ſecantis orthogonaliter ductam, medio abſciſæ portionis, eſt neceſſarium applicari.

Sit ſphæra cuius centrũ a, & ſit circulus b c d. cuius centrũ ſit e, abſcindens portionẽ ſphæræ, ducaturq; linea a e, & ꝑducatur uſq; ad ſuperficiẽ ſphæricam. cui incidat in puncto f. Dico, ꝙ linea a e neceſſario applicatur puncto, qui eſt medium abſciſæ portionis ſphæræ in conuexo uel concauo ipſius, & ꝙ hoc eſt punctum f. ducantur enim lineæ a b & a c, & copulentur lineæ e b, e c, e d, erunt itaq; trigona a c b, a e c, a e d omnia ſecundũ latera æquales angulos reſpicientia, adinuicem ꝓportionabilia, quoniam illa ipſorũ latera ſunt adinuicẽ æqualia, ut patet per ſphæræ & circuli diffinitiones, & quia latus a e eſt omnibus cõmune. anguli itaq; b a e, c a e, d a e omnes ſunt æquales per 5. ſexti, ergo per 25. tertij angulus b f, c f, d f ſunt æquales, & quoniã productis quibuslibet lineis à centro a ad periferiam circuli b c d, idem ſemper accidit. palam, quia punctus f eſt in medio portionis abſciſæ de ſphæra, & hoc proponebatur.

LXXXVII.

Proportionem partis ſuperficiei ſphæricæ ad totalem ſuperficiem ſuæ ſphæræ, ſicut anguli ſolidi in ipſam à centro ſphæræ cadentis ad octo rectos ſolidos neceſſe eſt eſſe.

Verbi gratia. Sit a b c pars ſuperficiei ſphæricæ alicuius ſphæræ, cuius ſit d & ducantur lineæ a d, d b, d c, & in ipſa ſuperficie ducantur lineæ a b, b c, a c, fietq; pyramis, cuius uertex eſt punctum d, & baſis a b c. palam quoq;, quoniam angulus circa punctum d eſt ſolidus, tribus angulis ſuꝑficialibus contentus. Dico, ꝙ quæ eſt ꝓportio illius anguli ad 8. rectos angulos, qui replent locum ſolidum circa centrum d, eadem erit proportio ſuperficiei ſphæricæ quæ eſt a b c, ad totam ſphæricam ſuꝑficiem ſuæ ſphæræ. Imaginentur enim plurimi circuli magni, tranſeuntes per omnia puncta illius ſuperficiei,

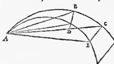
non

non secantes se super illam, patet itaq;, quoniam aliqui arcus illorum circulorum determinantur per lineas terminales illius superficiei, omnium autem illorum arcuum partialium ad totos suos circulos est ꝓportio, sicut angulorum contentorũ sub linea à centro d ad ipsorum terminos, productis ad 4. rectos ęquales per ultimam sexti, patet ergo propositum. & etiam potest patere ex hoc, quoniam sicut ille angulus correspondet illi parti superficiei sphæricæ, sic residuum 8. solidorum angulorũ rectorũ totali residuo superficiei illius sphæræ respondet, ergo p 16. quinti, erit ꝑmutatim anguli ad angulum, sicut superficiei ad superficiem, & per 18. quinti, & per 5. huius econtrario patet ꝓpositum.

LXXXVIII.

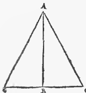
Si inter duas quartas circulorum æqualium in sphæræ superficie se secantium, ad extremitates arcuum æqualium lineæ rectæ ducantur, illæ erũt æquedistantes, & remotior à puncto sectionis erit longior.

Sint arcus magnorum circulorum in superficie alicuius se secantium, qui a b c & a d e, secantes se in puncto a, in quibus signantur arcus æquales, ita, ut arcus a b sit æqualis arcui a d, & arcus b c arcui e d, & continentur lineæ rectæ, quæ b d & c e. Dico, ꝙ lineæ c e & b d sunt æquedistantes. & ꝙ linea c e est maior ꝙ̃ linea d b, quia itaq; arcus a b est æqualis arcui a d. palam per 28. tertij & per 65. huius, quoniam punctus a & polus circuli transeuntis per puncta d & b, ideo ꝙ rectæ lineæ quæ a d & a b sunt æquales, & similiter est de circulo transeunte puncta c & e, circumducatur ergo superficiei sphæræ per puncta d b circulus erectus super diametrum sphæræ p 69. huius, & similiter per puncta e & c, erunt ergo illi circuli æquedistantes per 14. undecimi. erunt ergo lineæ c d & b d æquedistantes p 16. undecimi, imaginata superficie plana in qua sunt puncta b c d e, circulos secundum illas lineas secante. sed & linea c e est maior ꝙ̃ linea d b, si enim sit æqualis cum sit æquedistans, palam, quia circuli a b c & a e d æquedistantes erunt, qđ est contra hypothesim, supponunt enim se secare in puncto a, aut sequatur circulum transeuntem per puncta b & d æqualem fieri circulo transeunti per puncta c & d, quorum circulorũ polus est punctum a, qđ iterum est impossibile. & si linea c e sit minor ꝙ̃ linea b d, concurrent circuli a b c & a d e ultra lineam c e potius ꝙ̃ ultra lineam b d, est ergo linea b d remotior à puncto sectionis, quod est ꝓpositum hypothesis, ergo patet ꝓpositum.



LXXXIX.

Omnes lineæ longitudinis unius pyramidis rotundæ, sunt æquales, & cum semidiametris basis æquales, sed acutos angulos continentes, ex quo patet omnem punctũ verticis pyramidis esse polum circuli suæ basis, omnemq; lineam longitudinis esse in eadem superficie cum axe, ipsam quoq; axem centrum circuli basis orthogonaliter attingere.



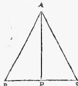
Qm̃ enim per principiũ 11. Euclidis pyramis rotunda fit per transitum trianguli rectanguli, alterutro suorũ laterum rectum angulũ continentiũ fixo, donec ad locũ suum unde incipit redeat, triangulo ipso circumducto, qui triangulus, si fuerit duorum laterũ æqualium, secundum unum laterum æqualiũ rectum angulũ continentium

tium fuerit fixũ, causabit̃ pyramis rectangula, ideo, ꝙ angulus duplicati sui trianguli ad uerticem pyramidis est rectus, per 5. & per 32. primi. & si fixum latus fuerit minus latere moto, erit pyramis ambigonia, qm̃ per 19. primi angulus ad uerticem fit obtusus. & si latus fixum fuerit maius latere moto, erit pyramis oxigonia, quia per eandem 19. primi, angulus eius ad uerticem remanet acutus adiuuante semper 32. primi. sic ergo diuersantur formæ pyramidum secundum diuersitatẽ ꝓportiõis lateris fixi ad alterum latus motum, rectum angulũ continens cum fixo, & quia latus subtensum angulo recto, causat omnes lineas longitudinis in qualibet pyramide. palam, ꝙ omnes lineæ longitudinis totius rotundæ pyramidis uni lineæ, sunt æquales ei. s. quæ in trigono rectangulo recto, ergo & omnes inter se sunt æquales. Si ergo trigonũ orthogoniũ causans pyramidem sit a b c, cuius angulus a b c sit rectus, erit per 32. primi angulus a c b acutus, & est a c b angulus cui omnes anguli contenti à lineis lõgitudinis & semidiametris basis sunt æquales, & hoc ꝓponitur, patet enim ex ijs, qm̃ punctus uerticis pyramidis cuiuslibet, est polus circuli suæ basis per 65. huius, & quoniã linea a c est in eadem superficie trigona cum linea a b. patet, quoniã omnes lineæ longitudinis sunt in eadẽ supeficie cũ axe a b, & quoniã linea b c motu suo describit circulũ basis, patet ꝙ axis a b centrum circuli basis orthogonaliter attingit per 8. primi, quia ex circuli diffinitione & prima parte axis existente cõmuni, omnes anguli ad centrum b constituti sunt æquales, patet ergo propositum.

XC.

Omnis superficiei planæ secantis pyramidem rotundam uel lateratam secundum axis longitudinẽ & superficiei conicæ, cõmunis sectio est trigonũ duabus lineis longitudinis pyramidis & diametro basis contentum, ex quo patet, quoniã illa superficies diuidit pyramidem per æqualia, & ꝙ superficies quæ pyramidẽ secundum lineam longitudinis per æqualia secuerit, secundum axem necessario secabit.

Esto pyramis rotunda a b c, cuius uertex a, & diameter basis b c, & sit centrum basis d, & palam per præmissam, qm̃ linea a d est axis illius pyramidis. superficies itaq; plana secans pyramidẽ rotundam, secundũ axis longitudinẽ pertransit puncta a & d, erit itaq; illa superficies plana orthogonaliter erecta sup̃ basem pyramidis per 18. undecimi. cõmunis itaq; sectio basis pyramidis & illius superficiei planæ est linea recta p̃ 3. undecimi, qđ est diameter basis, & sit hoc b c, trigonũ itaq; a b c est in superficie secante, sed & idẽ trigonum est in superficie conica pyramidis, & quoniã trigonum orthogoniũ b a d est illud, ex cuius ꝑtransitu describitur pyramis a b c, & trigonũ a b c est duplum illi per 1. sexti, patet illud ꝙ primo ꝓponitur de pyramide rotunda, patet etiam, ꝙ illa sup̃ficies taliter pyramidem secans, diuidit ipsam per æqualia, qm̃ transiens uerticem



& conclusa diametro per æqualia diuidit & basem, in laterata uero pyramide, aut sup̃ficies plana secans transit latus aut angulum, et itq; ꝓductis lineis ad terminũ axis pyramidis, illa cõmunis sectio semper trigonis maior uel minor, patet ergo propositum, quoniam & cõuersa per se, & ex præmissis patet.

XCI.

Omnis pyramidis rotundæ uel lateratæ lineæ longitudinis super axem in uertice tantũ se intersecant, productæ quoq; aliam similem pyramidem principiant, cuius lineæ longitudinis secundum positionẽ & situm priori pyramidi modo contrario se habent.

Quoniam omnes lineæ longitudinis pyramidis cuiuscunq; ꝓductæ, se super axem

f in uer-

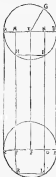
in uertice ſecent, euidens eſt, quoniam concurrunt omnes in illo puncto uerticis, & quoniam omnes ſunt æquales per 89. huius. patet, quia circa uerticem nulla ipſaꝝ aliam interſecat, ꝙ etiã ꝓductæ aliam pyramidẽ priori ſimilẽ principiant, patet, ſecet enim ſuꝑficies plana pyramidẽ ſecundum axis longitudinẽ, erit ergo ꝑ præcedentẽ cõmunis ſectio iſtius ſuꝑficiei & ſuperficiei conicæ pyramidis, trigonum æquum duplo trigoni rectanguli pyramidẽ cauſantis, ſed palã per 36. huius, ꝙ latera cuiuslibet trigoni ꝓducta principiant aliũ trigonũ priori ſimile, cuius latera poſitionem & ſitum prioris trigoni lateribus contrariã habent. & quoniã tot poſſunt imaginare planæ ſuꝑficies trãs axem pyramidẽ ſecantes, quot ſunt lineæ longitudinis pyramidales immediatæ pyramidis, patet, quoniã omnes lineæ longitudinis productæ, principiant aliam pyramidẽ priori ſimilem; lineis longitudinis à dextra prioris prodeuntibus in ſiniſtrũ poſterioris, & à ſiniſtro prioris in dextrum poſterioris, & econuerſo, patet ergo ꝓpoſitum.

XCII.

Omnes lineæ longitudinis unius columnæ rotundæ ſunt æquales, rectos angulos cum ſemidiametris ſuarum baſium continentes, & in eadem ſuperficie cum axe exiſtentes, ex quo patet, quoniã axis cuiuslibet columnæ rotundæ centris ſuarum baſium orthogonaliter inſiſtit.

Hoc non indiget demonſtratiõe alia niſi ſimili illi, quæ fit in 89. huius. ſicut enim trigonum orthogoniũ altero laterum rectum angulũ cõtinentiũ fixo, ꝑ reuolutionẽ ſuam cauſat pyramidẽ rotundam, ſic quadrilaterũ rectangulũ quoq; ſuoꝝ laterum fixo manente, alijs tribus quouſq; ad locũ ſuum redeãt, circũductis cauſat motu ſuo figurã columnarẽ rotundam, fiet ergo ꝓtractio omniũ eorum quæ ꝓponuntur hic, ut in illa, quia patet totum euidenter.

XCIII.



Omnis ſuperficiei planæ ſecantis columnã rotundam ſecundũ axis longitudinẽ & ſuperficiei columnæ, cõmunis ſectio eſt rectangulũ ſub duabus lineis longitudinis columnæ, & duabus diametris baſium contentũ, ex quo patet, quoniã illa ſuꝑficies per æqualia diuidit columnã.

Colũna rotunda ſit, cuius axis e f, ſecetq; ipſam per e f ſuperficies plana, ſitq; cõmunis ſectio ſecundũ puncta a b c d. Dico, ꝙ ſectio a b c d eſt quadrangula rectangula ſub lineis longitudinis colũnæ, & duabus diametris baſiũ cõtenta. ducat enĩ linea e a in baſe colũnæ & in ſuꝑficie ſecãte, hoc eſt ergo ſemidiameter circuli baſis colũnæ. Cõpleat itaq; e g diametꝝ baſis, cadetq; in ſuꝑficie plana columnã ſecante. ſi enĩ linea e g nõ eſt ducta in ſuperficie plana columnã ſecante, ducatur linea b e in illa ſuꝑficie ſecante. lineæ ergo b e & e a ſunt linea una, quĩ ſunt in una ſuꝑficie, ꝓductæ ambo orthogonaliter ſuper axem e f cõtinue, ſimiliterq; linea e g cõpler diametrũ a e, nõ in ſuꝑficie ſecãte, ſed alia, erit ergo linea a g pars in plano, pars in ſublimi, qđ eſt contra 1. undecimi. palam itaq;, quoniam linea a b eſt diameter baſis, & ꝙ punctus g cadit ſuper punctum b. Similiterq; declarandum de linea c d, quoniã eſt diameter alterius baſis, lineæ quoq; a c & b c ſunt lineæ longitudinis columnæ, qđ eſt propoſitum, ex hoc itaq; patet, quoniam cum

illa

illa sectio diuidat per æqualia bases columnæ,qđ etiam diuidit ꝑ æqualia columnam.

XCIIII.

Supficiei secãtis columnã rotundã æquedistãter supficiei per axem secanti,& superficiei columnaris cõmunis sectio,est rectangulũ sub duabus lineis lõgitudinis columnæ,& duabus lineis minoribus diametris basiũ cõtentũ.

Sit,ut in præcedenti ꝓpositione,columna secta per planã supficiem secundũ sectionem rectangula a b c d,cuius axis sit e f,sitq̨ nunc supficies plana columnã secãs, æquedistans superficiei a b c d,cuius cõmunis sectio cum superficie columnæ sit h i,k l,ducanturq̨ â punctis h & i lineæ ꝑpendiculares super diametrũ a b per 12.primi,quæ sint h m,i n, erit itaq̨ linea m n æqualis lineæ h i,ut patet per 34.primi,lineæ enim a b & h i sunt æquedistantes ex hypothesi,& lineæ h m & i n sunt æquedistantes per 28.primi. est ergo linea h i minor diametro a b,similiter quoq̨ i k minor est diametro c d,ductis ꝑpendicularibus lineis,quæ l o & k p,sed lineæ h k & i l sunt lineæ longitudinis columnæ,patet ergo ꝓpositũ.

XCV.

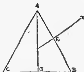
Omnis superficies plana contingens pyramidem,uel columnam rotundam,secundum lineam longitudinis est contingens.

Non enim secundũ punctũ contingit supficies plana,ꝓposita corpora sicut sphærã,qm̃ in ipsis est longitudo,quæ non est in sphæra.sed utcũq̨ contingit ipsa secundum superficiem,qm̃ cum in quolibet istorũ corpoꝝ sunt infiniti circuli suis basibus æquedistantes & ipsæ bases,accideret illos secundũ lineas in superficie plana contingente,ductas ad ipsoꝝ contactum,non contingi secundũ punctum,sed secari,qđ est contra 15.tertij,& impossibile,non ergo continget supficies plana ꝓposita corpora secundũ superficiem,restat ergo,ut secundũ lineam contingat,& quia cõtingit in pyramide uerticẽ & basem & in columna ambas bases,patet,ꝙ utrunq̨ illoꝝ secundum lineas suarum longitudinum est contingens,patet ergo propositum.

XCVI.

Omnis linea perpendicularis super curuam superficiem pyramidis ,uel columnæ rotundæ,necessario transit per ipsarum axem.

Pyramis rotunda uel columna sit,cuius linea longitudinis sit a b,& eius axis a g, & sit linea d e ꝑpendicularis super curuã illius supficiem.Dico,ꝙ linea e d transit per axem a g,ducatur enim semidiameter basis,quæ sit b g, quia ergo linea e d est ꝑpendicularis super curuam supficiem ꝓpositam, palam ꝑ diffinitionẽ,qm̃ linea e d est ꝑpendiculariter erecta super superficiem contingentẽ pyramidem super aliquã lineam suæ longitudinis,sit hoc super lineam a b,cadit ergo linea e d super lineam a b,palam ergo per 2.undecimi,qm̃ lineæ d e & a b sunt in eadem superficie,& quia linea d e est ꝑpendicularis super curuam superficiem pyramidis,patet,ꝙ illa superficies erit erecta super superficiem conicam pyramidis,& in ipsa est linea a b,ꝓducta ergo trãs pyramidẽ,secabit ipsam secundũ lineam longitudinis a b ꝑ æqualia diuidẽs pyramidẽ,& trãsibit ꝑ axem a g per 90.huiꝰ .trigonũ a b g cum linea d e est in eadem superficie,quia ergo linea e d cum uno latere trigoni b a g,qđ est a b,continet angulum rectum,qui est d e a,angulus uero e a g est acutus,palam,quia linea d e cõcurret cum linea a g per 14.huius,transit ergo per axem pyramidis uel columnæ rotundæ,qđ est ꝓpositum,qm̃ in columna rotunda eodem modo demonstrandũ , in illis enim,quia linea longitudinis a b æquedistat axi,& lineæ d e & a b & axis sunt in eadem supficie,patet per 2 huius,quia linea d e concurrens cum una linearum æquedistantium,ideo cum a b & cum axe necessario concurret ,& hoc ꝓponebatur.



XCVII.

Omnis superficies plana superficiei contingenti,pyramidem uel colum-

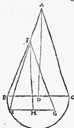
nam in loco contactus orthogonaliter insistens, necessario secat pyramidē uel columnam per ipsius axem.

Sit pyramis uel columna rotunda, quam contingat superficies plana, palam ergo per 95. huius, qm̄ continget illam secundū lineam longitudinis, superficies itaq; huic superficiei orthogonaliter in loco contactus insistens, est perpendicularis super superficiē curuam pyramidis uel columnæ, & ipsorum cōmunis sectio est linea longitudinis, sup quā in superficie erecta ducantur perpendiculares, eæ itaq; lineæ per præmissam transibunt axem pyramidis uel columnæ rotundæ, ergo & superficies illam axem transiens, secabit pyramidem uel columnam secundum axem, & hoc ꝓponitur.

XCVIII.

Omnis superficiei planæ secantis pyramidem rotundam non per uerticem, & superficiei conicæ pyramidis, communem sectionem figuram triangularem esse impossibile.

Esto pyramis, cuius uertex a, diameter basis b c, centrum basis d, & axis a d, quā secundum axis longitudinē secet superficies plana secundū trigonum a b c per 90. huius, secetq; ipsam alia superficies erecta super trigonum a b c, nō per uerticem secundū sectionē, quæ sit e f g, cuius supremus punctus sit f, & sit linea e g æquedistans alteri diametro basis pyramidis, cuius medius punctus sit h, & ducatur linea f h â supremo puncto sectionis ad medium suæ basis, & quia linea e g est linea recta, quæ est æquedistans diametro basis pyramidis, & punctū f signatū est in supficie conica in supremo, supficies e f g secat conicā supficiē. Si itaq; sectio e f g sit trigonū, s. rectilineū, patet, qm̄ duæ lineæ lōgitudinis pyramidis, quæ sunt e f & g f, concurrunt in puncto f præter uerticem pyramidis, quod est impossibile & contra 91. huius. Trigonū quoq; circuli lineam fieri est impossibile, quoniā supficies secās supponit̃ esse plana, & superficies illius trigoni est curua, ut patet ex diffinitione, erit ergo linea e f g linea una. cum itaq; illa sectio sit linea una, dicat̃ sectio conica uel pyramidalis, si itaq; axis pyramidis q̃ est a d sit æqualis semidiametro basis, quæ est b d. palam, quia pyramis a b c est orthogonia, qm̄ angulus b a c trigoni a b c est rectus. Si ergo linea f h, quæ est cōmunis sectio superficiei e f g, & trigoni a b c æquedistet lineæ a c, quæ est latus trigoni, & linea longitudinis pyramidis, palam per 29. primi, cum angulus b a c sit rectus, & etiam angulus b f h erit rectus, & similiter angulus h f a, tunc itaq; sectio e f g dicetur sectio rectangula, uel parabola, & est illa, quā Arabes dicunt mukefi. Si uero lineæ h f & a c non æquedistant, sed cōcurrant, si concursus fiat ad partem puncti a, quæ est uertex pyramidis, tūc patet per 14. huius, ꝙ angulus h f a erit obtusus, & tunc sectio e f g dicetur ampligonia uel hyperbole uel mukefi addita. Si uero lineæ d f & a c concurrant uersus punctū c, qui non est uertex pyramidis, tunc per 14. huius, erit angulus h f a acutus, & tunc sectio e f g dicetur oxigonia, uel elipsis uel mukefi diminuta, & secundum hunc modum istæ sectiones & earum passiones amplissime uariantur.



XCIX.

Omnis superficiei planæ secantis pyramidem uel columnam lateratam trās axem, æquedistanter basi & superficiei pyramidalis uel columnaris cōmunis sectio est similis periferiæ basis. & si illa sectio periferiæ basis est similis, superficies secans æquedistat basi pyramidis uel columnæ.

Si enim illa sectio basis æquedistat, oẽs trigoni laterales totius pyramidis & partiales trigoni sunt æquianguli per 29. primi. patet ergo per 4. sexti, ꝙ tota periferia sectionis est similis basi pyramidis, quoniā omnia latera trigonorum totalium & partialium

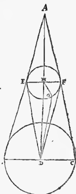
erunt

erũt ꝓportionalia. & si illa sectio est basi similis, est etiã basi æq̃distãs, qm̃ si nõ est æq̃distãs, erit alia scd̃m idẽ punctũ secãs per axẽ, æq̃distãs basi similis periferiæ basis p p̃missã, sequit̃ itaq;, ut una similis, alia quoq; non similis, secundũ idem punctũ secent axem pyramidis, alia uero æquedistãs basi fieri poterit p 31. primi, ducta ab uno puncto primæ sectionis linea æquedistante alicui lineaꝝ basis pyramidis, & à ternis illius alijs lineis æquedistantibus reliquis lineis basis ꝓductis, ex hoc autem accidit impossibile, qm̃ sequit̃ ex hypothesi angulum extrinsecũ ꝓpter trigonoꝝ similitudinẽ æqualem fieri intrinseco, cum ab uno puncto exeant duæ lineæ æquales angulos cõtinentes angulis illis, qui fiunt per lineam periferiæ basis, patet ergo ꝓpositum in pyramidibus, & eodem modo demonstrandũ est in columnis lateratis, & facilius ꝓpter æqualitatẽ lineaꝝ p 34. primi.

C.

Omnis superficiei planæ secantis pyramidem uel columnam rotundam transaxem æquedistanter basi, & curuæ superficiei pyramidis uel columnæ cõmunis sectio est circulus, & si illa sectio est circulus superficies secans est æquedistans basi, ex quo patet, q̃ omnis plana superficies æquedistãter basi secans pyramidẽ uel columnã, nouam pyramidẽ constituit uel columnã.

Sit pyramis rotũda a b c, cuius uertex a, diameter b c, & centrũ basis d, secet'q; ipsam superficies plana æquedistanter basi, & sit cõmunis sectio superficiei illius & superficiei conicæ pyramidis linea e f g. Dico, q̃ linea e f g est periferia circuli, secet enim alia superficies plana pyramidẽ per uerticem & per axem, quæ est a d, cõmunis itaq; superficiei & pyramidis sectio, est trigonum, qđ sit a b c per 90. huius, secet'q; superficies e f g axem a d in puncto h, & trigonum a b c secet superficiem e f g in linea e h f, erit ergo linea e h æquedistans lineæ b d p 16. undecimi, est ergo per 29. primi & per 4. sexti ꝓportio lineæ b a ad e a, sicut lineæ c a ad lineam e f, ergo per 7. huius, erit euersim ꝓportio lineæ b a ad lineam b e, sicut lineæ c a ad lineam e f, ergo per 16. quinti erit permutatim ꝓportio lineæ b a ad lineam c a, sicut lineæ b e ad lineam e f. Sed linea b a est æqualis ipsi c a per 89. huius, & anguli quos continent lineæ lõgitudinis pyramidũ cum semidiametris basium, sunt æquales. palam per 4. primi, quia linea d e est æqualis lineæ d f, & angulus e d b est æqualis angulo f d c, quia uero angulus h d b æqualis angulo h d c, qm̃ ambo sunt recti. & angulus e d b æqualis angulo f d c, remanet angulus e d h æqualis angulo f d h, quoniã sunt residuæ partes rectorũ super angulos æquales. palam ergo per 4. primi, qm̃ linea e h est æqualis lineæ h f. Similiter'q; ductis lineis h g & d g, & completa ꝓut in præmissis figuratione declarabitur, quoniã linea f h est æqualis lineæ g h, sunt enim trigona æquiangula, ut patet intendenti, ergo per 19. tertij punctũ h est centrum circuli, est ergo e f g linea circũferentia circuli, qđ est ꝓpositum. Et si sectio e f g est circulus, palam, qm̃ superficies plana secundum illum circulũ secans pyramidẽ, est æquedistans basi, erit enim e a f pyramis, cuius axis a h, & centrum basis h, erit itaq; linea longitudinis, quæ est e a, æqualis lineæ f a per 89. huius. Sed linea b a æqualis est ipsi c a, remanet ergo linea b e æqualis ipsi e f, erit quoq; linea e d æqualis lineæ f d per 4. primi, & quia trigona e h d & f h d sunt æqualia inter se latera habentia, ergo per 8. primi angulus e h d est æqualis angulo f h d, ergo per diffinionẽ lineæ super superficiem erectæ patet, q̃ linea d h erecta est super superficiẽ e f g, sed eadem linea h d est erecta super basem pyramidis, cuius diameter est b c, ergo per 14. undecimi superficies e f g est æquedistans basi datæ pyramidis, quod est ꝓpositum, qm̃ simpliciter secundũ præmissum in pyramidibus modũ, in columnis'q; rotundis potest demonstrari, & propter



æquedistantiã linearũ longitudinis columnæ facilitas accedit demonstrationi, fiunt enĩ lineæ d f, d g, d e æq̃les, ergo & linæ h e, h g, h f, eritq́ʒ sectio e g f circulus per 9. tertij, & conuersa simpliciter, patet per 14. undecimi ut prius, & hoc ꝓponebatur. Per hæc itaqʒ patet manifeste, qm̃ omnis plana superficies secans quamcũqʒ pyramidẽ æquedistanter suæ basi, nouam constituit pyramidẽ, cuius in pyramide rotunda basis est circulus, & in laterata pyramide, superficies similis basi illius sectæ pyramidis, ut patet per 99. huius, semper tamen uertex illius pyramidis abscisæ, est idem cum uertice prioris, & axis abscisæ, pars axis ipsius prioris, datæ basis quoqʒ æquedistat basi. Similiter quoqʒ fit in columnis rotundis uel lateratis, superficies enim æquedistanter basibus secans quamcũqʒ columnam, nouam efficit columnã rotundam uel lateratã, imò duas. s. abscisam & ipsam residuam, qđ non accidit in pyramidibus, patet ergo totum qđ ꝓponebatur.

CI.

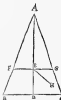
In qualibet columna uel pyramide à dato in eius superficie puncto, lineam longitudinis ducere.

Imaginetur enim superficies plana secans pyramidẽ uel columnam trans illius punctum & trans axem, ꝙ fiet, si à puncto dato ducatur linea recta super axem, illa ergo linea & axis sunt in una superficie per 2. undecimi, quæ superficies secabit pyramidem secundum lineam longitudinis per illud punctũ transeuntẽ per 90. huius, columnã quoqʒ per 92. huius, patet ergo propositum.

CII.

A dato puncto, siue in axe, siue in superficie curua datæ pyramidis rotundæ uel columnæ circulum circumducere.

Esto pyramis, cuius uertex pũctum a, axis uero a d, in quo sit datus punctus e, à quo debemus circulũ totali superficiei conicæ circũducere. Sit itaqʒ, ut superficies plana secet pyramidem secundũ axem a d transpunctum e, cõmunis itaqʒ sectio illius superficiei planæ & superficiei conicæ, erit trigonum per 90. huius, cuius basis sit b c, quæ erit diameter basis pyramidis. In hac itaqʒ superficie per 11. primi ducatur à pũcto e linea perpendiculariter super axem a d, quæ ꝓducta ad conicã superficiem sit e f. & item ab eodem puncto e ducatur linea perpendiculariter super a d, cadatq́ʒ punctum e in conica pyramidis superficie, & similiter ducatur linea e b ꝑpendiculariter super axem a d, cadatq́ʒ punctus h in conica superficie, quia ergo linea a e super cõmunem terminũ linearũ e f, e g, e h orthogonaliter insistit, palam per 5. undecimi. qm̃ illæ lineæ sunt in una superficie, eritq́ʒ per 8. undecimi linea a e perpendiculariter erecta super illam superficiẽ f g h, & quoniã linea a d erecta est perpendiculariter super basem pryamidis per 89. huius, & per diffinitionẽ pyramidis, patet per 14. undecimi, qm̃ superficies f g h æquedistat basi pyramidis. est ergo per 100. huius f g h circulus, ꝙ si punctus datus sit in superficie conica, sit ille punctus f, & ducatur à puncto f ꝑpendicularis super axem a d, quæ sit f e, per 12. primi. educanturq́ʒ à puncto e lineæ e g & e h perpendiculares super axem a d, per 11. primi, & deinde, ut plus cõpleatur demonstratio, patet itaqʒ ꝓpositum, quoniam simpliciter eodem modo negociandum est in columnis.



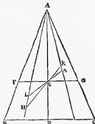
CIII.

Omnis superficiei secantis pyramidem uel columnam rotundã trans axem non æquedistanter basibus, & superficiei curuæ, cõmunem sectionem circulum esse est impossibile.

Sit pyramis, cuius uertex a, diameter basis b c, & centrum basis d, & axis a d, secetq́ʒ ipsam superficies plana trans axem a d in puncto e non æquedistanter basi, & sit cõmunis sectio huius superficiei planæ & superficiei conicæ f g, h k. Dico ꝙ hæc sectio nõ est possibile, ut sit circulus, Esto enim, ut circa punctum e in pyramidis conica superficie du

catur

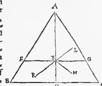
catur circulus per præmissam, hoc itaq; æquedistabit basi per 100. huius, sitq; f g l m, & signentur lineæ lõgitudinis pyramidis a f, a g, a l, a m, eæ itaq; oẽs erũt æquales p 89. huius, ideo, ꝙ supficies æquedistans basi pyramidis, nouam pyramidẽ abscindit per 100. huius, & quoniã sectio f g, h k non æquedistat basi pyramidis, patet, ꝙ non æqualiter distat à uertice pyramidis, quæ est punctum a, sit itaq; punctus h remotior à uertice a, & cadat in linea a l ꝓducta, & punctus k sit ꝓpinquior uertice a, & cadat in linea a m, erit itaq; linea a h maior q̃ linea a l, & linea a k minor est q̃ linea a m, & continuentur lineæ h e, k e, f e, g e, & lineæ e l, e m, & quoniã angulus a l e est acutus per 89. huius, erit angulus h l e obtusus per 13. primi, ergo per 19. primi latus h e trigoni h e l est maius latere e l, sed latus e l est æquale lateri e f per diffinitionẽ circuli. linea uero e f uenit à puncto axis ad punctum sectionis, quia est cõmunis sectio circuli & superficiei obliquæ pyramidem secantis, inæquales itaq; lineæ ab hoc puncto e, ꝓducuntur ad periferiam sectionis. non est ergo sectio illa circulus per circuli diffinitionẽ. Dicemus ergo illã sectionẽ in pyramidibus pyramidalẽ, & in colũnis colũnalẽ, est tñ illa in 98. huius prius dicta sectio oxigonia uel elipsis. & qm̃ talis sectio est figuræ oblongæ, patet, ꝙ ipsa habet diametros plurimas oẽs inæquales, & per illud punctũ axis secti corporis trãseuntes ipsam quoq; sectionẽ per æqualia diuidentes, quorum maxima est, quæ transit longitudinem sectiõis, minima uero est, quæ pertransit latitudinem, & est super maximam diametrum orthogonaliter erecta, patet itaq; propositum.



CIIII.

Omnium duarum planarũ superficierum secantium pyramidem uel columnã rotundam trans idem punctũ axis, si una æquedistanter basi, & alia non æquedistanter secuerit, cõmunis sectio est linea recta transiens pyramidem uel columnã orthogonalis super axem, ex quo patet, ꝙ siue circuli periferia, siue sectio alia quæcunq; non in eadem superficie, quamcunq; secuerit sectionem, in duobus tantum punctis ipsam intersecabit.

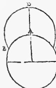
Sit ut pyramis, cuius uertex a, & axis a d secetur secundũ punctum axis e, & per duas planas superficies, quarum una secet æquedistanter basi ut f g h, alia uero non æquedistanter ut f g k l. Dico, ꝙ cõmunis sectio istarum superficierum est linea transiens pyramidem orthogonalis super axem, ut est linea f e g, ꝙ enim illæ superficies se intersecẽt, patet per hoc, ꝙ aliquæ lineæ in ipsis ꝓductæ, ad unum cõmunem terminũ copulentur, & in illo se intersecant, ut in puncto e. Quòd enim illarum superficierũ cõmunis sectio sit linea recta, patet per 3. undecimi. ꝙ antẽ illa linea, quæ est illarum linearũ cõmunis sectio, sit orthogonalis super axem pyramidis, quæ est a d, patet p 14. undecimi, axis a d est ꝑpendicularis super basem pyramidis & super superficiem f g h, qm̃ illæ superficies sunt ex hypothesi æquedistantes, ergo per diffinitionẽ lineæ super superficiem erectæ, omnis linea ducta à puncto axis e in superficie f g h est ꝑpendicularis super axem a d. linea uero quæ est cõmunis sectio istarum superficierũ secantium, necessario in superficie cadit f g h, alioquin non esset cõmunis sectio, palam ergo ꝓpositum primum. qm̃ cõmunis sectio superficierũ taliter, ut ꝓponitur pyramidẽ secantium, est orthogonalis super axem pyrami-



ramidis,& eodem modo demonstrando. Idem patet in columnis rotundis, ex quo patet & corollarium, quoniam si communis sectio talium superficierum est linea recta. In duobus autem tantum punctis, qui sunt termini illius lineæ, fiet intersectio illarum sectionum, quãuis in pluribus punctis hoc sit fieri possibile, cum se intersecant in eadem plana superficie, patet ergo propositum.

CV.

Ex aliquo puncto basis periferiæ columnæ rotundæ semicirculo in superficie conuexa uel concaua columnari circumducto, necesse est lineam semicirculum illum per æqualia diuidentem ad superficiem basis erectam esse.



Sit ut ex aliquo puncto periferiæ basis columnæ rotundæ φ sit a, circumducatur semicirculus in superficie columnæ concaua uel conuexa, quæ sit b c d, & eius centrum erit punctum a, sitq́ ita, ut linea a d diuidat illum semicirculum per æqualia in puncto d. Dico φ linea a d est erecta super superficiem basis columnæ, quoniam enim arcus b d est æqualis arcui d c, patet, φ angulus d a b est æqualis angulo d a c per 26. tertij. est igitur linea a d pars unius linearum longitudinis columnæ, est ergo erecta super basem per 92. huius, patet ergo ꝓpositum.

CVI.

Datæ pyramidi rotundæ pyramidem eiusdem uel diuersæ altitudinis inscribere, ex quo patet inscriptæ angulum ad basem, angulo circumscribentis maiorem esse: & si inscripta pyramis ad aliam basim priori basi æquedistantem producatur, anguli productæ ad basem, angulis datæ pyramidis maiores erunt, & quantumcunq; anguli ad basem augmentantur, tantum anguli ad uerticem minuuntur.

Esto exempli gratia, ut pyramis, cui alia eiusdem altitudinis debet inscribi, sit orthogonia, & sit a b, a c, a e, a f lineis suæ longitudinis signata, & axis eius sit a d, abscindatur itaq; semidiameter basis quæ est d c, ut libuerit, & sit abscisa in puncto h, producatur itaq; linea a h, & habetur triangulus a d h, cuius latera a h, d h latere a d fixo manente, reuoluantur ad locum unde moueri inceperunt, proueniet́q; pyramis a g h i k, cuius axis a d, & sic potest fieri inscriptio ad q̃dcunq; punctum lineæ d c, & hoc est qđ proponebatur primum. Qđ si diuersæ altitudinis pyramidem ad basem communẽ inscribere placuerit similem priori datæ, signato puncto ubi uolueris in linea axis a d, uel extra, tum intra corpus pyramidis, quod sit x, producãtur lineæ à puncto x ad totam periferiam, ut x b, x c, x e, x f, & patet propositum. Similiter erit faciendum, si quis inscribere uoluerit pyramidem ad basem minorem base pyramidis datæ. patet autem ex præmissis, cum omnes anguli cuiuscũq; pyramidis ad basem, sint æquales per 89. huius, quoniã ex motu anguli unius trianguli, omnes illi anguli causantur. palam, φ quicquid in triangulo causante maiorem pyramidem respectu trianguli causantis minorem pyramidem proueniet, in oĩbus similibus & æqualibus triangulis maioris pyramidis ad similes triangulos maioris prouenire necesse est. Cum ergo in triangulo d h a angulus a h d sit per 16. primi maior angulo a c d, trianguli d c a, quoniam est extrinsecus, patet, φ omnes anguli pyramidis a g h i k ad basem sunt maiores oĩbus angulis pyramidis a b c e f ad basem existentibus, & eodem modo potest demonstrari in pyramide inscripta pyramidi a g h i k, & hoc est secundum propositum. Qđ si linea longitudinis, quæ est a h, protrahatur ad punctum m, & axis a d ad punctum n, fiat́q; angulus a m n rectus, & secundum eum compleatur pyramis a l m o p super axem a n, patet tertium propositum, quoniam anguli ꝓductæ pyramidis, qui sunt ad basem, erunt maiores angulis ad basem primæ datæ pyramidis, quoniam ex 29. primi angulus n m a æqualis est angulo d h a, & angulus d h a maior est angulo d c a, ergo angulus n m a maior est angulo d c a, omnes ergo anguli

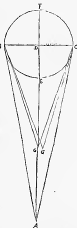
ad

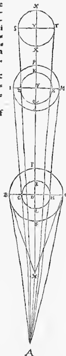
ad basem pyramidis a l m o p angulis ad basem pyramidis a b c e f sunt maiores, quilibet.s.suo correspondenti. Eodem autē modo demōstrari poterit, & si pyramis inscripta pyramidi a g h i k, producatur ad basem dictæ pyramidis priori basi æquedistantem, est enim idem modus, pateteq; ex prædictis ultimum ꝓpositum.s.quia quantum anguli ad basem ampliantur, tantum aguli ad uerticem eiusdem pyramidis minuuntur, quilibet enim anguli cuiuslibet trianguli cum sint æquales duobus rectis per 32.primi, angulo ergo recto in omnibus permanente, reliqui duo ualent unum rectum, ꝙ ergo in uno illorum addit, necesse est ut in reliq̃ minuatur, & hoc est totū qđ ꝓponebat.

CVII.

Si pyramis rotunda pyramidi rotundæ inscribatur, sic ut ambarum eadem basi existente diuersæ sint axes, centrum axis, & uertices ambarum pyramidum in eadem linea consistere est necesse.

Esto pyramis data, quæ sit a b c e f, cuius basis sit circulus b c e f & eius centrum d, sitq; axis pyramidis a d, & sit exempli gratia orthogonia, inscribaturq; ei per præcedētem ad eandē basem pyramis breuioris axis taliter, ꝙ intra illam contineatur. Dico ꝙ centrū circuli basis ambarū pyramidū, qđ est d, & uertex datæ pyramidis, q est a, & uertex inscriptæ pyramidis qui sit g, omnes erunt in eadem linea a d, & hoc quidē patet de punctis a & d, ꝙ autē punctum g in eadem sit linea, ꝓbatur. Si enim non est in eadem, ergo ad aliquā partem extra illam lineam declinat, sit ergo nunc eius declinatio ad partem dexterā uersus lineam a c in superficie trianguli a d c. producatur g d linea, quia itaq; p 89. huius, omnes lineæ longitudinis eiusdē pyramidis sunt æquales, patet, ꝙ latera g b & g c sunt æqualia, sed & b d est æqualis ipsi c d, & axis g d cōmunis, ergo per 8. primi, angulus g d c est æqualis angulo g d b uterq; ergo est rectus. Sicut autē angulus a d c est rectus, sic & angulus g d c erit rectus, ergo rectus est pars recti, hoc autē est impossibile. patet ergo, cum ubicunq; extra lineam a d signato puncto g, semper idem accidit impossibile, quoniā punctus g necessario erit in linea a d, hoc est ꝓpositum. Qđ si à puncto g ad basem pyramidis productus, axis dicatur non cadere in puncto d centrum circuli basis, sequitur aliud impossibile contra hypothesim.s.ꝙ ad eandem basim illa pyramis non sit inscripta, qđ est contra præmissa, uel sequitur, ꝙ lineæ ductæ à centro ad circūferentiā non sint æquales, qđ





totum est impossibile, patet ergo illud quod proponebatur.

CVIII.

Duarum pyramidum rotundarum uel lateratarũ æqualium basium & inæqualium altitudinũ, uerticem altioris, acutioris anguli esse necesse est.

Duarum pyramidũ rotundarũ uel lateratarũ sit a b c altior, cuius axis a d, & uertex a, & pyramis e f g, cuius uertex f, & axis f h sit bassior, sintq́ ipsarum bases b c & e g æquales, & axis f h breuior axe a d. Dico quod angulus b a c est minor angulo e f g. Resecetur enim ab axe a d æqualis axi f h, quæ sit a k, & ducantur lineæ b k & c k, erit itaq; pyramis b c k æqualis e f g, secetq́ superficies plana ambas pyramides a b c & b k c, eruntq́ per 90. huius communes ipsarum sectiones trigoni. sit ergo ut secetur pyramis a b c secundum trigonum b a c, & pyramis b k c secundum trigonũ b k c, erit ergo angulus b k c maior angulo b a k, & per 33. huius, ductis alijs superficiebus secantibus, erunt semper trigona istis æqualia & æquiangula, patet ergo propositum.

CIX.

Si à uerticibus duarum pyramidũ rotundarum uel lateratarũ inæqualiũ altitudinũ & æqualiũ basiũ, duæ pyramides æqualis inter se altitudinis abscindãtur, necesse est basem pyramidis abscisæ ab altiori base alterius abscisæ minorẽ esse.

Duarum pyramidũ rotundarũ ambarum, uel lateratarũ ambarum æqualium basium sit altior a b c, cuius axis sit a d, & uertex a, & bassior pyramis sit e f g, cuius axis sit f h, & uertex f, abscidaturq́ ab axe a d linea a k æqualis lineæ f l, abscisæ ab axe h f. secetur itaq; pyramis altior per superficiẽ planam per axem, eritq́ per 90. huius sectio cõmunis trigonus qui sit a b c. & similiter secetur altera pyramis per axem, & sit sectio trigonus e f g, & à puncto k ducatur linea k m æquedistanter basi b d. & similiter à puncto l ducatur linea l o æquedistanter basi e h per 31. primi, eritq́ per 29. primi, & per 4. sexti proportio lineæ b d ad lineam k m, sicut lineæ d a ad lineam a k, & proportio lineæ e h ad lineam o l, sicut lineæ h f ad lineã f l, est autem linea a k æqualis lineæ f l, & linea d a maior quam linea f h ex hypothesi, ergo per 4. quinti maior est proportio lineæ d a ad lineam a k, quam sit linea h f ad lineam f l. est ergo maior proportio lineæ b d ad lineam m k quam lineæ e h ad lineã o l, sed linea b d est æqualis ipsi e h ex hypotesi, ergo per 10. quinti linea o l est maior quam linea k m, & similiter producta k m ad latus trigoni a c, & linea o l ad latus trigoni f g, sequitur lineã l p esse maiorem quam sit linea k n, & tota linea o p erit maior quam linea m n, circũducãtur itaq; per 102. huius pyramidibus datis duo circuli, quorum unius diameter sit m n, & alterius o p, eritq́ o p maior circulo m a, & quia circuli illi æquedistãt basibus pyramidis, patet per 100. huius, quoniam à uerticibus abscindunt pyramides, quarum axes sunt a k & f l, quæ ex præmissis sunt æquales. Idemq́ penitus accidit in lateratis pyramidibus assumptis trigonis, & ductis lineis æquedistantibus basibus trigoni, hoc est lateribus basis datæ pyramidis & lineis ad axes æquedistantibus, quibusdam lineis productis à terminis laterum basium ipsarum pyramidum ad punctum terminantem axem super basem, patet ergo propositum per 99. huius.

Si

CX.

Si pyramis rotunda sphæram interfecet, nec eius conica superficies à superficie sphæræ interfecetur, cōmunis sectio superficierum sphæræ & pyramidis erit circumferentia circuli basis pyramidis.

Quoniam enim per 69. huius superficies plana secundū circulum secat sphæram, basisq; pyramidis superficies plana est, quia circulus, palam, q̄ illa basis sphærā secundum circulum interfecabit, interfecat autē pyramis sphæræ superficiē secundum totam suam basem, quia superficies eius conuexa conica à superficie sphæræ non interfecatur, ut patet per hypothesim, patet itaq;, q̄ cōmunis sectio superficierū dictarū, erit circumferentia circuli basis pyramidis, superficiesq; illa circumferentia contenta, quæ est circulus, q̄ est basis pyramidis, erit superficies cōmunis. & si aliās corpusculū, qd' est pars sphæræ resectum à sphæra per illam superficiē, sit corpus uterq; dictorū corporū cōmune.

CXI.

Si pyramis sphæram interfecet, sit ut circulus basis pyramidis in sphæræ superficie circulo maiori sphæræ æquedistet, diametrum sphæræ super illū circulum maiorem erectam, centrum circuli basis pyramidis orthogonaliter transire necesse est, ex quo manifestum est, diametrum sphæræ & axem pyramidis coniunctas esse lineam unam.

Quia enim per præcedentē circulus, qui est basis pyramidis, cōmunis est sphæræ, sicut pyramidi, tunc per 68. huius patet, ppositum, quia enim circulus, qui est basis pyramidis, æquedistat circulo magno sphæræ, & ij circuli æquedistantes sunt ambo in superficie sphæræ, erit diameter sphæræ centrū circuli basis pyramidis orthogonaliter transiens, transit enim orthogonaliter centra amborū illorum circulorū, & q̄m à termino alicuius lineæ ductæ à centro cōmunis circuli ad circumferentiā exeunt duæ lineæ orthogonaliter super ipsam insistentes, f. axis pyramidis, ut patet per 89. huius, & diameter sphæræ, ut præmissum est, patet ex 14. primi, q̄m illæ duæ lineæ coniunctæ, sunt linea una, diametrum ergo sphæræ & axem pyramidis coniunctas esse lineam unam necesse est, & hoc est quod proponebatur.

CXII.

Omnium linearum perpendicularīū super periferiam oxigoniæ sectionis productarū, trans eius superficiem unica est, perpendicularis super secti corporis axem, & ipsa est minima diametrorum sectionis.

Sicut enim patet per 104. huius, cōmunis sectio supficiei ipsius sectionis oxigoniæ & circuli secundū idem punctum axem secantiū, est linea orthogonalis super axem secti corporis, in alijs autem omnibus punctis sectionis, perpendiculares super sectionē, productæ, oblique incidunt axi, quonīā si aliqua ipsaŗ ipsi axi ppendiculariter inciderit, tunc per 4. undecimi, axis super superficiē sectionis ppendicularis erit, qd' est contra naturā sectionis, patet ergo propositum.

CXIII.

In sectione pyramidali transeunte punctum datum superficiei pyramidis rotundæ, à puncto dato perpendicularē in superficie sectionis, ductam super superficiē pyramidis cum perpendiculari ducta à puncto eiusdem sectionis remotiore à uertice pyramidis super lineam in illo puncto sectionē contingentem sub axe pyramidis concurrere est necesse: Dum tamen linea ducta à puncto inferiori cum perpendiculari, ducta à puncto superiori super axem pyramidis, angulum contineat acutum.

Esto pyramis, cuius uertex sit a, & eius axis sit a c k, sitq; in superficie conica huius pyramidis signatus punctus e, quē ptransfeat sectio pyramidalis quæ sit b f, e z, in qua

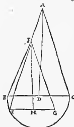
nam in loco contactus orthogonaliter insistens, necessario secat pyramidẽ uel columnam per ipsius axem.

Sit pyramis uel columna rotunda, quam contingat superficies plana, palam ergo per 95. huius, q̃m continget illam secundũ lineam longitudinis. superficies itaq; huic superficiei orthogonaliter in loco contactus insistens, est perpendicularis super superficiẽ curuam pyramidis uel columnæ, & ipsorũ cõmunis sectio est linea longitudinis, sup quã in supeificie erecta ducantur perpendiculares, eæ itaq; lineæ per præmissam transibunt axem pyramidis uel columnæ rotundæ, ergo & superficies illam axem transiens, secabit pyramidem uel columnam secundum axem, & hoc ꝓponitur.

XCVIII.

Omnis superficiei planæ secantis pyramidem rotundam non per uerticem, & superficiei conicæ pyramidis, communem sectionem figuram triangularem esse impossibile.

Esto pyramis, cuius uertex a, diameter basis b c, centrum basis d, & axis a d, quã secundum axis longitudinẽ secet superficies plana secundũ trigonum a b c per 90. huius, secetq; ipsam alia superficies erecta super trigonum a b c, nõ per uerticem secundũ sectionẽ, quæ sit e f g, cuius supremus punctus sit f, & sit linea e g æquedistans alteri diametro basis pyramidis, cuius medius punctus sit h, & ducatur linea f h à supremo puncto sectionis ad medium suæ basis, & quia linea e g est linea recta, quæ est æquedistans diametro basis pyramidis, & punctũ f signatũ est in supficie conica in supremo, supficies e f g secat conicã supficiẽ. Si itaq; sectio e f g sit trigonũ. i. rectilineũ, patet, q̃m duæ lineæ lõgitudinis pyramidis, quæ sunt e f & g f, concurrunt in puncto f præter uerticem pyramidis, quod est impossibile & contra 91. huius. Trigonũ quoq; circuli lineam fieri est impossibile, quoniã superficies secãs supponitur esse plana, & superficies illius trigoni est curua, ut patet ex diffinitione, erit ergo linea e f g linea una. cum itaq; illa sectio sit linea una, dicatur sectio conica uel pyramidalis, si itaq; axis pyramidis q̃ est a d sit æqualis semidiametro basis, quæ est b d. palam, quia pyramis a b c est orthogonia, q̃m angulus b a c trigoni a b c est rectus. Si ergo linea f h, quæ est cõmunis sectio superficiei e f g, & trigoni a b c æquedistet lineæ a c, quæ est latus trigoni, & linea longitudinis pyramidis, palam per 29. primi, cum angulus b a c sit rectus, & etiam angulus b f h erit rectus, & similiter angulus h f a, tunc itaq; sectio e f g dicetur sectio rectangula, uel parabola, & est illa, quã Arabes dicunt mukefi. Si uero lineæ h f & a c non æquedistant, sed cõcurrant, si concursus fiat ad partem puncti a, quæ est uertex pyramidis, tũc patet per 14. huius, ꝙ angulus h f a erit obtusus, & tunc sectio e f g dicetur ampligonia uel hyperbole uel mukefi addita. Si uero lineæ d f & a c concurrant uersus punctũ c, qui non est uertex pyramidis, tunc per 14. huius, erit angulus h f a acutus, & tunc sectio e f g dicetur oxigonia, uel elipsis uel mukefi diminuta, & secundum hunc modum istæ sectiones & earum passiones amplissime uariantur.



XCIX.

Omnis superficiei planæ secantis pyramidem uel columnam lateratam trãs axem, æquedistanter basi & superficiei pyramidalis uel columnaris cõmunis sectio est similis periferiæ basis. & si illa sectio periferiæ basis est similis, superficies secans æquedistat basi pyramidis uel columnæ.

Si enim illa sectio basis æquedistat, oẽs trigoni laterales totius pyramidis & partiales trigoni sunt æquianguli per 29. primi. patet ergo per 4. sexti, ꝙ tota periferia sectionis est similis basi pyramidis, quoniã omnia latera trigonorũ totalium & partialium

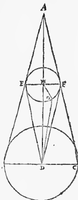
erunt

erũt ꝓportionalia. & si illa sectio est basi similis, est etiã basi æq̃distãs, qm̃ si nõ est æq̃distãs, erit alia scd̃m idẽ punctũ secãs per axẽ, æq̃distãs basi similis piferiæ basis ꝑ pmissã, sequit̃ itaq;, ut una similis, alia quoq; non similis, secundũ idem punctũ secent axem pyramidis, alia uero æquedistãs basi fieri poterit ꝑ 31. primi, ducta ab uno puncto primæ sectionis linea æquedistante alicui linearũ basis pyramidis, & à ternis illius alijs lineis æquedistantibus reliquis lineis basis ꝓductis, ex hoc autem accidit impossibile, qm̃ sequit̃ ex hypothesi angulum extrinsecũ ꝓpter trigonorũ similitudinẽ æqualem fieri intrinseco, cum ab uno puncto exeant duæ lineæ æquales angulos cõtinentes angulis illis, qui fiunt per lineam periferiæ basis, patet ergo ꝓpositum in pyramidibus, & eodem modo demonstrandũ est in columnis lateratis, & facilius ꝓpter æqualitatẽ linearũ ꝑ 34. primi.

C.

Omnis superficiei planæ secantis pyramidem uel columnam rotundam trans axem æquedistanter basi, & curuæ superficiei pyramidis uel columnæ cõmunis sectio est circulus, & si illa sectio est circulus superficies secans est æquedistans basi, ex quo patet, ꝙ omnis plana superficies æquedistãter basi secans pyramidẽ uel columnã, nouam pyramidẽ constituit uel columnã.

Sit pyramis rotũda a b c, cuius uertex a, diameter b c, & centrũ basis d, secet́q; ipsam superficies plana æquedistanter basi, & sit cõmunis sectio superficiei illius & superficiei conicæ pyramidis linea e f g. Dico, ꝙ linea e f g est periferia circuli, secet enim alia superficies plana pyramidẽ per uerticem & per axem, quæ est a d, cõmunis itaq; superficiei & pyramidis sectio, est trigonum, qd' sit a b c per 90. huius, secet́q; superficies e f g axem a d in puncto h, & trigonum a b c secet superficiem e f g in linea e h f, erit ergo linea e h æquedistans lineæ b d ꝑ 16. undecimi, est ergo per 29. primi & per 4. sexti ꝓportio lineæ b a ad e a, sicut lineæ c a ad lineam e f, ergo per 7. huius, erit euersim ꝓportio lineæ b a ad lineam b e, sicut lineæ c a ad lineam e f, ergo per 16. quinti erit permutatim ꝓportio lineæ b a ad lineam c a, sicut lineæ b e ad lineam e f. Sed linea b a est æqualis ipsi c a per 89. huius, & anguli quos continent lineæ lõgitudinis pyramidũ cum semidiametris basium, sunt æquales. palam per 4. primi, quia linea d e est æqualis lineæ d f, & angulus e d b est æqualis angulo f d c, quia uero angulus h d b æqualis angulo h d c, qm̃ ambo sunt recti. & angulus e d b æqualis angulo f d c, remanet angulus e d h æqualis angulo f d h, quoniã sunt residuæ partes rectorũ super angulos æquales. palam ergo per 4. primi, qm̃ linea e h est æqualis lineæ h f. Similiteŕq; ductis lineis h g & d g, & completa ꝓut in præmissis figuratione declarabitur, quoniã linea f h est æqualis lineæ g h. sunt enim trigona æquiangula, ut patet intendenti, ergo per 19. tertij punctũ h est centrum circuli, est ergo e f g linea circũferentia circuli, qd' est ꝓpositum. Et si sectio e f g est circulus, palam, qm̃ superficies plana secundum illum circulũ secans pyramidẽ, est æquedistans basi, erit enim e a f pyramis, cuius axis a h, & centrum basis h, erit itaq; linea longitudinis, quæ est e a, æqualis lineæ f a per 89. huius. Sed linea b a æqualis est ipsi c a, remanet ergo linea b e æqualis ipsi e f, erit quoq; linea e d æqualis lineæ f d per 4. primi, & quia trigona e h d & f h d sunt æqualia inter se latera habentia, ergo per 8. primi angulus e h d est æqualis angulo f h d, ergo per diffinionẽ lineæ super superficiem erectæ patet, ꝙ linea d h erecta est super superficiẽ e f g, sed eadem linea h d est erecta super basem pyramidis, cuius diameter est b c, ergo per 14. undecimi superficies e f g est æquedistans basi datæ pyramidis, quod est ꝓpositum, qm̃ simpliciter secundũ præmissum in pyramidibus modũ, in columniśq; rotundis potest demonstrari, & propter



æquedistantiã lineæ longitudinis columnæ facilitas accedit demonstrationi, fiunt enim lineæ d f, d g, d e æqles, ergo & lineæ h e, h g, h f, erit'q; sectio e g f circulus per 9. tertij, & conuersa simpliciter, patet per 14. undecimi ut prius, & hoc ,ppnebatur. Per hæc itaq; patet manifeste, qm omnis plana superficies secans quamcuq; pyramidē æquedistanter suæ basi, nouam constituit pyramidē, cuius in pyramide rotunda basis est circulus, & in laterata pyramide, superficies similis basi illius sectæ pyramidis, ut patet per 99. huius, semper tamen uertex illius pyramidis abscisæ, est idem cum uertice prioris, & axis abscissæ, pars axis ipsius prioris, datæ basis quoq; æquedistat basi. Similiter quoq; fit in columnis rotundis uel lateratis, superficies enim æquedistanter basibus secans quamcuq; columnam, nouam efficit columnã rotundam uel lateratã, imò duas, scilicet abscissam & ipsam residuam, qđ non accidit in pyramidibus, patet ergo totum qđ ,ppnebatur.

C I.

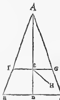
In qualibet columna uel pyramide à dato in eius superficie puncto, lineam longitudinis ducere.

Imaginetur enim superficies plana secans pyramidē uel columnam trans illius punctum & trans axem, q́ fiet, si à puncto dato ducatur linea recta super axem, illa ergo linea & axis sunt in una superficie per 2. undecimi, quæ superficies secabit pyramidem secundum lineam longitudinis per illud punctū transeuntē per 90. huius, columnã quoq; per 92. huius, patet ergo propositum.

C I I.

A dato puncto, siue in axe, siue in superficie curua datæ pyramidis rotundæ uel columnæ circulum circumducere.

Esto pyramis, cuius uertex pũctum a, axis uero a d, in quo sit datus punctus e, à quo debemus circulũ totali superficiei conicæ circũducere. Sit itaq;, ut superficies plana secet pyramidem secundũ axem a d transpunctum e, cõmunis itaq; sectio illius superficiei planæ & superficiei conicæ, erit trigonum per 90. huius, cuius basis sit b c, quæ erit diameter basis pyramidis. In hac itaq; superficie per 11. primi, ducatur à pũcto e linea perpendicularis super axem a d, quæ, ,pducta ad conicã superficiem sit e f, & item ab eodem puncto e ducatur linea perpendicularis super a d, cadatq; punctum e in conica pyramidis superficie, & similiter ducatur linea e h ,ppendiculariter super axem a d, cadatq; punctus h in conica superficie, quia ergo linea a e super cõmunem terminũ linearum e f, e g, e h orthogonaliter insistit, palam per 5. undecimi, qm illæ lineæ sunt in una superficie, erit'q; per 8. undecimi linea a e perpendiculariter erecta super illam superficiē f g h, & quoniã linea a d recta est perpendiculariter super basem pyramidis per 89. huius, & per diffinitionē pyramidis, patet per 14. undecimi, q́ superficies f g h æquedistat basi pyramidis. est ergo per 100. huius f g h circulus, q́ si punctus datus sit in superficie conica, sit ille punctus f, & ducatur à puncto f ,ppendicularis super axem a d, quæ sit f e, per 12. primi, educantur'q; à puncto e lineæ e g & e h perpendiculares super axem a d, per 11. primi, & deinde, ut plus copletur demonstratio, patet itaq; ,ppositum, quoniam simpliciter eodem modo negociandum est in columnis.



C I I I.

Omnis superficiei secantis pyramidem uel columnam rotundã trans axem non æquedistanter basibus, & superficiei curuæ, cõmunem sectionem circulum esse est impossibile.

Sit pyramis, cuius uertex a, diameter basis b c, & centrum basis d, & axis a d, secet'q; ipsam superficies plana trans axem a d in puncto e non æquedistanter basi, & sit cõmunis sectio huius superficiei planæ & superficiei conicæ f g h k. Dico q́ hæc sectio nõ est possibile, ut sit circulus, Esto enim, ut circa punctum e in pyramidis conica superficie du

canur

munis sectio, quæ est in ꝓposita linea l g super easdem sup̃ficies basium, ꝑpendicularis erit, æquedistabit ergo axi h k per 6. undecimi, ergo f æquedistat lineæ f m per 30. primi, quia ergo in trigono l d g linea f m æquedistat basi l g, patet per 2. sexti, ꝙ linea f m secat illa latera ꝓportionabiliter, est ergo proportio lineæ d f ad lineam f l, sicut lineæ d m ad lineam m g, ergo ꝑmutatim per 16. quinti erit ꝓportio lineæ d f ad lineam d m, sicut lineæ f b ad lineam m g, sed d f maior est q̃ linea d m per 19. primi, q̃m in trigono d m angulus f d m est rectus per 8. undecimi, ergo & linea f l est maior q̃ linea m g, etiam illud qđ fit ex ductu lineæ f d ad lineam f l, maius est illo qđ fit ex ductu lineæ d m ad lineam m g, ergo & quadratũ lineæ t m est æqualis lineæ y f, ut patet ex præmissis, ergo illud qđ fit ex ductu lineæ d f ad lineam f l maius est quadrato lineæ e f, est ergo trigono d e l angulus l e d maior recto per 30. huius, quia si esset rectus cum linea e f, sit perpendicularis super lineam d l, esset per 8. & 16. sexti illud qđ fit ex ducto lineæ d f in lineam f l æquale quadrato lineæ e f. restat ergo ut linea sit perpendicularis super lineam cõtingentem sectionẽ a e b c, quæ est q l, ducta à puncto e, cadat sub linea e d, non perueniet in puncto d, sit ergo illa ꝑpendicularis linea e u, & quia angulus e d b est acutus, & angulus d e b est acutus, q̃m angulus u e q est rectus, ergo per 14. huius lineæ e u & d b productæ, concurrent in puncto aliquo sub axe h k, & sub concursu lineæ e d cum linea b d, qđ est euidens, patet ergo ꝓpositum. perpendicularis enim super lineam sectionẽ contingentem, est ꝑpendicularis super ipsam sectionem columnarem per diffinitionem factam in principio huius libri.

CXV.

Omnis recta perpendicularis super oxigoniam sectionem producta, taliter diuidet sectionem, ut in unaquaq; illarum partium unicus tantum sit punctus, à quo ducta contingens æquedistet ipsi perpendiculari.

Esto oxigonia quæ a b c d, quã ꝑpendicularis e b d secet in duas partes quæ sint b c d & b a d. Dico ꝙ in unaquæq; illarum partium est unicus tantum punctus, à quo ducta contingens æquedistat ꝑpendiculari e b d, quoniã enim ꝑpendicularis e b d diuidit sectionẽ, diuidatur eius pars b d, cadens intra sectionẽ per æqualia per 10. primi in puncto f, & ab illo puncto f exigatur per 11. primi, ꝑpendicularis super lineam b d, quæ ꝓducta ad periferiam sectionis in punctũ c sit f c, & à pũcto c ducatur ꝑpendicularis super lineam f c quæ sit g c h, eritq; linea g c h contingens sectionẽ, quoniã ad utranq; partem ꝓducta, non secabit illam. palã itaq; q̃m linea g c h æquedistat ꝑpendiculari super sectionem quæ est e b d per 28. primi. Qđ si ab alio aliquo puncto partis sectionis quæ b c d, ut à puncto k producatur linea contingens sectionẽ quæ sit k b, patet, quoniã illa concurret cum linea g c h per 14. huius, quia ducta linea recta c k à puncto contactus c ad illud aliud punctũ k, fient anguli c k l & k c g minores duobus rectis, ideo, ꝙ angulus f c g est rectus, & linea k l cum aliqua linea secante lineam b d, continet angulũ rectum, ut forte cum linea k m, quia itaq; anguli c k l & k c g sunt minores duobus rectis, ergo per 2. huius illa linea contingens quæ k l concurret cum ꝑpendiculari e b d. similiter quoq; in parte sectionis quæ est b a d facta deductione, patet ꝓpositum.

CXVI.

Omnes oxigoniæ pyramidales sectiones ampliantur ex parte basis pyramidis, qđ non accidit in columnis.

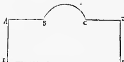
Hoc

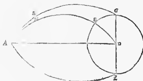
Hoc qđ ꝓponitur accidit ꝓpter corporis pyramidalis acuitatem, & propter columnarum æqualitatem. si enim secundũ punctum axis pyramidis, cui incidit linea ꝑpendicularis super sectionem pyramidalẽ ꝑpendiculariter per 113. huius, circumducatur pyramidi circulus per 101. huius, & imagineť columna, cuius basis sit ille circulus. patet ꝙ inferior pars pyramidis excedit illam columnam, & columna excedit superiorẽ partem pyramidis, & sic inferior pars sectionis pyramidalis continebit inferiorẽ partem sectionis columnaris, & superior pars sectionis columnaris continebit superiorẽ sectionis partem pyramidalis. Partes autẽ sectiõis columnaris sunt æquales propter æqualitatẽ corporis & angulorum super axem per 92. huius, patet ergo propositum.

CXVII.

Omnis superficiei planæ super axem fixum reuolutæ, donec ad locum unde exiuit redeat, linea mota describit superficiem corporis sibi similẽ, cuius superficiei corporis & superficiei planæ ipsum corpus per axem secantis, cõmunis sectio est linea similis motæ lineæ illã superficiẽ causante.

Qđ hic ꝓponitur, patet satis euidenter in illis lineis rectis motis, quælibet enim illarum linearum circa axem aliquã mota describit superficiẽ, cuius omnes lineæ sunt similes ipsi lineæ motæ, causante motu suo illam superficiẽ, hoc enim patet in superficie rectangula, quæ uno latere fixo suo & alijs tribus motis describit columnã rotundam, cuius superficiẽ & superficiei planæ columnã per axem secantis, cõmunis sectio est linea similis lineæ priori motæ, & hoc idem patet in triangulo moto, qui motu suorum duorum laterum fixo tertio efficit pyramidẽ rotundam, ut patet p 90. huius, omnis superficiei planæ secantis ipsam pyramidẽ per axem, & superficiei conicæ pyramidis, cõmunis sectio est triangulus continẽs lineas similes prioribus lineis motis & axi. hoc idem etiã in semicirculo motu, cuius diametro fixa describiť sphæra, & omnis supficiei planæ secantis sphærã per axem, quæ est diameter, & superficiei sphæricæ cõmunis sectio est circulus, ut patẽt hæc oĩa ex principijs lib. 11. Qđ si linea mota circa axem fixum, quæ sit f g, fuerit composita ex lineis rectis, ut ex a b & b c & c d & d e, continentibus angulos a b c, b c d, c d e, uel si linea mota fuerit composita ex lineis rectis & curuis actu, ut si a b & c d sint rectæ, quarum media b c utramq; rectarum illarũ copulans sit curua, fiatq; motus circa axem fixum qui e f, fiet adhuc supficies corporis describi similes habens lineas ipsis lineis causantibus illam rotundam supficiẽ motu suo. ꝙ si linea mota fuerit composita essentialiter ex natura linearum rectarum & curuarũ, ut sunt multæ lineæ quæ fiunt per motum, uerbi gratia, aliqua sectio conica, ut si sectionis parabolæ medietas quæ mouetur sit a b g, cuius axis a d, & sit linea g d ꝑpendicularis super ipsam axem a d, figuraq; axis a d, & reuoluať a b g, donec redeat ad locum à quo exiuit, tunc fiet ex motu illius lineæ superficies cõcaua uel conuexa, cuius basis erit circulus ꝓueniẽs ex motu lineæ rectæ quæ est d g, sitq; ille circulus g e z, & eius centrũ est punctũ d, qm̃ punctum g motu suo illius circuli periferiã describit, eritq; uertex illius





illius causati corporis punctum a, egreditur quoque ex axe illius corporis quæ est a d superficies plana, utcunque illius sit possibile accidere, & secet illius corporis superficiem, palam itaque per 3. undecimi, quoniam illius superficiei & superficiei corporis cōmunis est linea quæ sit a h e. Dico quod linea a h e est sectio parabola æqualis & similis sectioni a b g, ducatur enim linea d e, & imaginetur moueri sectio a b g circa axem a d. Cum ergo punctū g peruenit ad punctum e, cooperit tota superficies a b g d totam lineā a h e d, & fient superficies una, & quoniā sectio a b g d facit euenire superficiem concauam uel conuexam, palam, quoniam linea a b g d semper ubicunque reuoluatur sectio, est cōmunis differentia inter superficiem sibi continuam & inter superficiem planam secantē. Cū itaque supponitur sectio a b g d sectioni a h e d, erit cōmunis sectio inter superficiem secantē & superficiē corporis linea a b g d, sed & eadem cōmunis sectio est linea a h e d, linea ergo a b g d & linea a h e d sibi adinuicem superpositæ sunt linea una, linea ergo a h e est periferia sectionis parabolæ æqualis & similis lineæ a b g, superficies ergo a h e d est sectio parabola, & idem patet in omnibus lineis illius corporis, quæ sunt cōmunes sectiones superficiei planæ secantis corpus per axem a d, & omnis superficiei illius corporis, patet ergo propositum in illis sectionibus conicis quibuscunque. patet etiam eodem modo propositum de quacunque linea regulari uel irregulari, & hoc est propositum principale.

CXVIII.

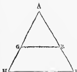
Omnis superficies conuexa uel concaua regularis, aut est pars superficiei sphæræ, aut columnæ, aut pyramidis rotundæ.

Omnis enim linea regularis quæ uniformis est in qualibet sui parte, aut est circulus, aut linea recta. Circulus uero motu suo facit sphæram, quoniā sphæra est transitus circumferentiæ dimidij circuli, ut patet ex principio undecimi. Linea uero recta una motu suo nō potest causare nisi pyramidē, cum est latus trigoni, uel columnā, cū est latus quadranguli, quoniam in omnibus alijs figuris motis uno latere remanente fixo, est angulus causans diuersitatē formæ in superficie figuræ productæ, non ergo efficit conuexam superficiem uel concauam regularē, patet ergo, quod omnis superficies conuexa uel concaua regularis est talis, ut proponitur.



CXIX.

Lineam datam secundum quamlibet proportionem duarum datarum diuidere.



Sit linea a b data, quæ debeat diuidi secundum proportionem duarum datarū linearum c d & e f, & à puncto itaque a datæ lineæ a b ducatur linea indefinite angulariter coniuncta cum linea a b, & à puncto a incipiendo abscindatur æqualis lineæ c d per 3. primi, quæ sit a g, & à puncto g incipiendo, abscindatur linea g h æqualis lineæ e f, & ducatur linea b h, & à puncto g ducatur linea æquedistanter lineæ b h per 31. primi, hæc itaque producta secabit lineam a b per 2. huius. secet ergo in puncto k. linea itaque a b indiuisa proposita erit diuisa secundū modum diuisionis lineæ a h diuisæ, erit enim per 2. sexti proportio lineæ a k ad lineam k b, sicut lineæ a g ad lineam g h, ergo sicut lineæ c d ad lineam e f per 7. quinti, & hoc est propositum.

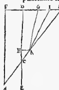
CXX.

Ducta à puncto dato linea, aliam lineam secundū datam proportionem partium illarum linearū secante, ab eodem puncto inter easdem rectas, quæ prius diuisam ab eisdem terminis seruata denominatione proportionis, secundum eandem proportionem secet aliam lineam duci, est impossibile.

Verbi gratia: Sit ut linea a b ducta à dato puncto a, secet lineam d e in puncto c secundū aliquā datā proportionē. Dico quod à puncto a non potest duci alia linea ad lineam d e, quæ ipsam secet secundum eandē datam proportionē, ita, ut denominato proportionis, seruetur ab eisdem terminis lineæ d e. si enim à puncto a lineam aliam duci taliter sit pos

h sibile

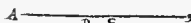
sibile, fiat super punctum d terminū lineæ e d per 23. primi, angulus maior recto uersus punctum b terminū lineæ a b, & producatur linea d b, fiatq́ angulus c d b obtusus, & ꝓducatur linea d b in continuū uersus punctū a, & à puncto a ducatur linea ꝑpendicularis super lineam d b quæ a f, & ducatur linea a g secans lineā e d in puncto h secundū ꝓportionem prius datam, quæ est lineæ d c ad lineam c e. & ducatur linea h i æquedistans lineæ c b per 31. primi, erit itaq́ linea h i maior q̃ linea h s per 18. primi, angulus itaq́ i g h est maior recto b f a per 16. primi, angulus uero b f a rectus est maior angulo f b a per 32. primi. Sed angulus g i h est per 29. primi æqualis angulo f b a, angulus uero i g h est maior angulo g i h, ergo per 19. primi linea i h est maior q̃ linea h g. & ducatur à puncto h linea h k æquedistans lineæ a b, erit ergo per 34. primi linea h k æqualis lineæ i h, sed linea b c est maior q̃ linea h k, ergo linea c b est maior q̃ linea h i, ergo c b est maior q̃ linea h g, sed & linea h e maior est q̃ linea c e, q̃m totum maius est sua parte, erit ergo per 9. huius maior ꝓportio b c ad lineam c e, q̃ lineæ g h ad lineam h e, non est ergo eadem ꝓportio q̃d est cōtra hypothesim, aut sequitur lineam e c esse maiorem q̃ sit linea e h per 14. quinti, quia totū est impossibile, faciliter uero idem patet in linea d e, cum linea d h sit minor q̃ linea d c, & a e sit maior q̃ c e, per 9. ergo huius concludā ut prius, non est ergo possibile à puncto a duci aliam lineam secantem lineam de secundum datam ꝓportionem, quod est propositum.



CXXI.

Lineam datam in duobus punctis taliter secare, ut sui totius proportio ad unam suarum extremarū partium sit similis proportioni alterius extremæ partis ad eam partē quæ utrasq́ interiacet sectiones.

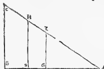
Esto data linea a b, quā secundū modū ꝓpositum debemus diuidere, diuidatur itaq́ secundum ꝓportionem quam libuerit per 119. huius, q̃ sit diuisa in puncto c, & sit pars eius c a maior q̃ pars eius c b, quia itaq́ ꝓpositæ sunt nobis tres lineæ a b, a c, c b, diuidatur ergo per eandē 119. huius linea a c secundū ꝓportionem lineæ a b ad lineam c b, fiatq́ diuisio in puncto d, ita, ut sit proportio lineæ a d ad lineam d c, sicut lineæ totius a b ad lineam c b. palam ergo, q̃ linea a b est modo ꝓposito diuisa, est enim ꝓportio totius lineæ a b ad unam extremarū suarū partium quæ est c b, sicut reliquæ suæ partis extremæ quæ est a d ad partem, quæ utrasq́ interiacet sectiones quæ est d c, patet ergo factū esse q̃d ꝓponebatur.



CXXII.

Diuisa linea recta taliter, ut sui totius proportio ad unam suarum extremarum partium sit similis portioni partis alterius extremæ ad eam sui partem, quæ utrasq́ interiacet sectiones, si fuerint lineæ ductæ ab uno termino datæ lineæ, & à punctis sectionū æquedistantes inter se, à termino q́ reliquo datæ lineæ producatur linea secans illas tres æquedistantes, erit linea producta secundum eandem proportionem diuisa.

Sit linea diuisa a b in puncto g & d taliter, ut lineæ a b ad lineam d b sit ꝓportio, sicut lineæ a g ad lineam g d, & ab uno termino datæ lineæ qui est b, & à punctis sectionū g & d per 31. primi, ducantur lineæ admiucem æquedistantes quæ sint b c, d h, g z, & ab altero termino datæ lineæ quæ est a, ꝓducatur linea secans illas æquedistantes in punctis z h c, quæ sit a z h c. Dico q̃ linea a c secundū hanc ꝓportionem cum linea d h sit æquedistans lineæ g z ex hypothesi, erit ex 2. sexti ꝓportio lineæ a z ad lineam z h, sicut lineæ a g ad li-

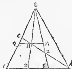


ad lineam d g.& cum linea b c sit æquedistans lineæ d h, erit per eandem 2. sexti, & per 5. propoꝛtio lineæ a b ad lineam b d, sicut lineæ a c ad lineam c h. Sed ex hypothesi fiat ꝓportio lineæ a b ad lineam b d, sicut lineæ h g ad lineam d g, erit ergo per 11. quinti, ꝓpoꝛtio lineæ a c ad lineam c h, sicut lineæ a z ad lineam z h, linea ergo a c quæ producit̄ à puncto h termino lineæ datæ, secat ductas lineas æquedistātes b c, d h, g z, & secatur ꝑ illas secundū ꝓportionē partium diuisionis lineæ datæ a b, & hoc est propositum.

CXXIII.

Linea in duobus punctis taliter diuisa, ut sui totius proportio ad unam suarum extremarū partium similis sit proportioni alterius extremæ partis ad eam sui partem, quæ utrasq; interiacet sectiones. si ab uno termino unius lineæ, & à punctis sectionis ducantur tres lineæ concurrentes in punctum unum, & ab alio termino producatur linea secans illas tres ductas, erit linea producta secundum prædictum modum proportionabiliter diuisa.

Esto linea ꝓposita a b taliter diuisa in punctis g & d, ut sit proportio totius lineæ a b ad lineam b d, sicut lineæ a g ad lineam g d, & à puncto b, & à punctis sectionū g & d ducantur tres lineæ concurrentes in unum punctū e, quæ sint g e, d e, b e, & à puncto a ducatur linea quæ sit a c, secans illas tres lineas. s. g e in puncto z, & d e in puncto h, & b e in puncto c. Dico ꝙ erit proportio lineæ a c ad lineam c h, sicut lineæ a z ad lineam z h, ducatur enim à puncto h lineæ æquedistans lineæ a b per 31. primi, quæ sit q h, palam ergo per 13. huius, qm̄ proportio lineæ a b ad lineam b d, constat ex proportionibus lineæ a b ad lineam h q, & lineæ h q ad lineam b d. Sed qm̄ linea q h æquedistat lineæ a b, erit per 29. primi angulus c q h æqualis angulo c b a, sed angulus c b a est cōmnis ambobus trigonis a b c & q h c, ergo per 32. primi illa trigona sunt æquiangula, ergo per 46. sexti erit ꝓportio lineæ a b ad lineā q h, sicut lineæ a c ad lineā c h. similiter ꝙq; trigona q e h & b e d sunt similia. est ergo ꝓportio lineæ q h ad lineā b d, sicut lineæ h e ad lineā e d. Proportio ergo lineæ a b ad lineā b d per 13. huius cōponit̄ ex ꝓpoꝛtiōe lineæ a c ad lineā c h, & lineæ h e ad lineā e d, ꝓducit̄ itaq; in directū linea q h ad lineā g e, quā secet in pūcto m, ꝓportio itaq; lineæ a g ad lineā g d ꝑ 13. huius, cōstat ex ꝓportiōe lineæ a g ad lineā g d, & lineæ h m ad lineā g d. Sed cū angulus e m h sit æqualis angulo z g d per 29. primi, erit per 13. primi ꝑ eandem 29. primi angulus h m z æq̄lis angulo z a g, ergo per 15. & 32. primi triangulus a g z erit æquiangulus triangulo h z m, ergo ꝑ 4. sexti erit proportio lineæ a z ad lineam h z, sicut lineæ a g ad lineam h m, sed triangulus h e m, ut supra patet, similis est triangulo g e d, erit ergo proportio lineæ h m ad lineam d g, sicut lineæ h e ad lineam d e, ergo proportio lineæ a g ad lineam d g constat ex ꝓportione a z ad lineam z h, & lineæ h e ad lineā e d. Sed ex hypothesi eadem est proportio lineæ a b ad lineam b d, quæ lineæ a g ad lineam d g, proportio lineæ a b ad lineam b d constat ex proportione lineæ a z ad lineam z h, & lineæ h e ad lineam e d. constat aūt ex proportione lineæ a c ad lineam c h, & lineæ h e ad lineam e d, ablata ergo utraq; ꝓportione lineæ h e ad lineam d e. Restat, ut si eadem proportio lineæ a c ad lineam c h, q̄ lineæ a z ad lineam z h, & hoc est propositum. Non tamē oportet, ꝙ lineæ a b & a c sint eiusdem speciei proportionis respectu suarū partium, qm̄ cum ex præmissis lineæ a b ad lineam q h sit proportio quæ lineæ a c ad lineam c h, & linea q h sit maior q̄ linea b d ꝑ 4. sexti, palam per 8. quinti, qm̄ minor est proportio lineæ a b ad lineam b d q̄ sit lineæ a c ad lineam c h. Sunt ergo proportionabiles secundū generalem similitudinē proportionis. Eadem quoq; demonstratio est, quæcunq; lineæ ducantur à puncto a, secantes illas tres lineas à tribus punctis a d g ad quodcunq; punctum productas, ut supra e, uel sub e, uel etiam ad aliam partem lineæ a b, semper enim linea ducta à puncto a, secans illas tres lineas, secabitur modo dicto, patet ergo propositum.



CXXIIII.

Duabus lineis angulariter cōiunctis, diuisisq́; sic ambabus, ut cuiuslibet ipsarum proportio ad unam suarum extremarū partium sit sicut alterius extremæ partis ad illam sui partem, quæ utrasq́; interiacet sectiones, si producta basi à punctis diuisionis unius ducantur lineæ ad puncta diuisionis alterius, non æquedistantes adinuicem, neq́; basi, necesse est productas lineas ambas cōcurrere cum base, producta in puncto uno.

Sit data linea a b taliter, ut proponitur diuisa in punctis d & g. f. ut sit proportio totius lineæ a b ad lineam b d, sicut lineæ a g ad lineam g d, adiunctaq́; sibi angulariter linea a c, eodem modo diuisa in punctis h z, ita, ut sit ꝓportio lineæ a c, ad a h, sicut lineæ a z, ad z h, si producatur basis b c, ut fiat triangulus b c a, & protrahatur b c in directū, & ducantur lineæ à punctis sectionū unius ad punctum sectionis alterius, ut d h, g z, protrahanturq́; omnes lineæ illæ in continuū & directum. Dico ꝙ omnes concurrent in puncto uno. Cum enim lineæ b c & d h non sunt æquedistantes, ex hypothesi patet, ꝙ necessario concurrent, cōcurrant ergo in puncto qđ sit e, linea quoq́; g z necessario concurret cum illis. Cum non æquedistet alicui illarū, aut ergo ad idem punctū e, sic habemus propositum, aut ad aliū punctum cum aliqua illarū concurret, sit illud punctū n, in quo concurrit cum linea d e, ducatur itaq́; linea e g, secabit ergo linea e g lineam a c in alio puncto ꝙ́ in puncto z, quoniā in puncto z secat ipsam linea n g, sit illud punctum l, erit ergo per præmissa proportio lineæ a c ad lineam c h, sicut lineæ a l ad lineam l h. fuit autē ex hypothesi proportio lineæ a c ad lineam c h, sicut lineæ a z ad lineam h z, ergo p 11. quinti erit proportio lineæ a l ad lineam l h, sicut lineæ a z ad lineā z h, ergo per 18. quinti erit proportio lineæ a h ad lineam h z, sicut lineæ a h ad lineā h l, erit ergo per 9. quinti linea h z æqualis lineæ h l, maior minori, qđ est impossibile. Idē etiam patet per 12. huius, qm̄ à puncto g productæ sunt quatuor lineæ secantes lineam a h, palam ergo, ꝙ linea g z concurret cum lineis b c, d h in alio puncto ꝙ́ in puncto e, quod est propositum. Similiter si ponatur ꝙ linea g z concurrat cum linea d h in puncto e, erit producto modo demonstrandi, ꝙ linea b c concurret cum ambabus illis in puncto e. & si lineæ b c & g z concurrant in puncto e, concurret linea d h cum eisdem in eodem puncto e, patet ergo propositum.

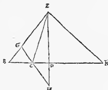
CXXV.

Linea taliter diuisa, ut sui totius ad alteram suarum extremarū partium sit proportio, sicut alterius suæ partis extremæ ad eam sui partē, quæ utrasq́; interiacet sectiones, si à puncto concursus linearum à termino, & à duobus punctis sectionis productarum in puncto concursus æquales angulos continentium, linea ad alium eius terminū ducatur, necesse est ipsam super mediam productarum perpendicularem esse.

Sit linea b k in punctis c & d taliter diuisa, ut proponitur, sitq́; proportio lineæ b k ad lineam k d, sicut lineæ b c ad lineam c d, producanturq́; à punctis b c d lineæ nō æquedistantes, quæ per proximam concurrent in puncto uno, sit punctus concursus z, & lineæ productæ sint b z, c z, d z, sitq́; angulus b z c æqualis angulo c z d, & ducatur linea z k. Dico ꝙ angulus c z k est rectus, à puncto enim c ducatur per 31. primi linea æquedistans lineæ z k quæ sit c h, quæ producta secabit lineā z b per 2. huius, secet ergo ipsam in puncto g. & producatur linea z d, donec concurrat cum linea g c h, concurret autem per 2. huius, & sit concursus punctus h, quia igitur ex hypothesi est ꝓportio lineæ b k ad lineam k d, sicut lineæ b c ad lineam c d, erit per 16. quinti permutatim proportio lineæ

b k ad

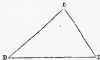
b k ad lineam b c, ſicut lineæ k d ad lineam c d, ſed per 29. primi trigona b z k & b g c ſunt æquiangula, ergo per 4. ſexti eſt proportio lineæ b k ad lineam b c, quæ eſt lineæ z k ad lineam g c. ergo per 11. quinti erit proportio lineæ z b ad lineam g c, ſicut lineæ k d ad lineam d c. Sed quæ eſt proportio lineæ k d ad lineam d c, eadem eſt lineæ k z ad lineam c h per 15. & per 29. primi, & per 4. ſexti, quia trigona k d z & c d h ſunt æquiangula, habet itaq; linea z k ad ambas lineas g c & h c eandem proportionē, ergo per 9. quinti linea g c eſt æqualis lineæ c h, ſed per 3. ſexti eſt proportio lineæ g c ad lineam c h, ſicut lineæ g z ad lineam z h, cum linea z c diuidat angulum g z h per æqualia. eſt ergo linea g z æqualis lineæ z h, & quoniā linea g c eſt æqualis lineæ c h, & linea g z æqualis lineæ z h, & latus c z eſt cōmune ambobus trigonis g z c & h z c, erit per 8. primi angulus z c h æqualis angulo z c g, uterq; ergo ipſorum eſt rectus, ergo per 29. primi k z c eſt rectus, lineæ z k & c k ſunt æquediſtantes, patet ergo propoſitum.

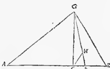


CXXVI.

Diuiſa linea per inæqualia, poſſibile eſt minori ſuæ parti lineā adiungi, ita, ut ſi illud quod fit ex ductu totius lineæ diuiſæ cum adiecta in ipſam adiectam, æquale ſit quadrato eius, quæ conſtat ex minore & adiecta.

Sit data linea a b diuiſa per inæqualia in puncto c, ſitq; linea a c maior q̃ linea b c. Dico ꝙ eſt poſſibile inuenire quandam lineam, quæ adiecta ipſi lineæ b c, id efficiat, ut hoc qđ fit ex ductu lineæ compoſitæ ex linea a b, & ex adiecta in ipſam adiectā ſit æquale quadrato lineæ quæ conſtat ex b c parte minore, & ex adiecta, aſſumatur enim quædam alia linea æqualis, uel minor linea a b, quæ ſit d e, & quæ eſt proportio lineæ a c ad lineam b c, eadem ſit proportio lineæ d e ad quandā aliam lineam per 3. huius, quæ ſit e f, aſſumaturq; linea d f æqualis lineæ a b, & qm̄ ex lineis d e, e f, d f quæcūq; duæ ſimul iunctæ maiores ſunt tertia, ut patet ex præmiſſis, poſſibile eſt conſtitui triangulū per 25. primi, conſtituatur ergo & ſit d e f, ſuper terminū itaq; lineæ a b quæ eſt a, conſtituatur angulus æqualis angulo e d f per 23. primi, qui ſit g a b, & reſecetur linea a g ad æqualitatē lineæ d e, & ducatur linea g b, ergo per 4. primi, cum linea d f ſit æqualis lineæ a b, & linea a g æqualis lineæ d e, & angulus g a b ſit æqualis angulo e d f, erit linea g b æqualis lineæ e f, & reliqui anguli trigoni a g b æquales erunt reliquis angulis trigoni d e f, ducatur itaq; linea g c, & qm̄ proportio lineæ d e ad lineā d f, ſicut lineæ a c ad lineam c b, erit proportio lineæ a g ad lineam g b, ſicut lineæ a c ad lineam c b per 7. quinti, ergo per 3. ſexti angulus a g b diuiſus eſt per æqualia; palam autē, ꝙ angulus g c b eſt acutus, ſi enī ſit rectus, tūc trianguli a g c & g c b æquianguli per 32. primi, quoniā ad punctum g duorū ipſorum anguli ſunt æquales, ergo latera eorū ſunt ꝓportionabilia per 4. ſexti, erit ergo proportio lateris a c, ad c b, ſicut lateris g c ad ſeipſum; æqualis eſt ergo linea a c lineæ c b, quod eſt contra hypotheſim & impoſſibile. Si uero angulus g c b detur eſſe obtuſus maior angulo g c h, palam per 32. primi, qm̄ angulus g b c eſt minor angulo g a c, ergo per 18. primi in trigono a g b latus g b maius eſt latere a g, & quia eſt proportio lineæ l g ad lineā g a, ſicut lineæ b c ad lineā c a, erit per 5. huius ꝑ ꝓportionē. ſ. econtrario latus b c maius q̃ latus a c, qđ eſt contra hypotheſim, palam ergo, qm̄ angulus g b c eſt acutus. ducatur itaq;





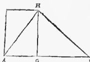
per 31. primi à puncto c linea c h æquedistans lineæ g a, secans lineam g b in puncto h, erit ergo per 29. primi angulus g c b æqualis angulo c g a, ergo & angulus c g h, erit ꝗꝗ angulus h c b æqualis angulo g a c. Super punctũ itaq; g terminũ lineæ b g fiat per 23. primi angulus æqualis angulo g a c, ergo & angulo h c b qui sit b g i, & quia angulus g c b est æqualis duobus angulis c g a & c a g, ut patet ex præmissis, & per 32. primi erit angulus a g c æqualis angulo g c b, & q̃m angulus g c b est acutus; palam, quia ergo p 14. huius, q̃m lineæ g i & c b concurrent, sit punctus concursus i, ergo per 6. primi erit latus g i æquale lateri c i, quia itaq; angulus b g i est æqualis angulo g a i, & angulus g i a cõmunis ambobus trigonis a g i & b g i, erit per 32. primi angulus a g i æqualis angulo g b i, ergo per 4. sexti erit proportio lineæ a i ad lineam a g, sicut lineæ i g ad lineam b i. Sed linea i c est æqualis lineæ g i, ergo per 7. quinti est proportio lineæ a i ad lineam c i, sicut lineæ c i ad lineam b i, ergo per 16. sexti illud q̃d fit ex ductu lineæ a i ad lineam b i est æquale quadrato lineæ c i, est autẽ linea b i lineæ b c adiecta, palam ergo ꝓpositũ.

CXXVII.

Propositis duabus lineis, possibile est uni ipsarum lineam aliam adiungere, ita, ut illud quod fit ex ductu totius lineæ cum adiuncta in adiunctam æquale sit quadrato reliquæ datarum.









Verbi gratia; Proponantur duæ lineæ q e & a g, dico ꝙ possibile est uni ipsarum ut lineæ q e adiungere quandã aliam lineam cuiuscunq; sit quantitatis, ita ꝙ id quod fit ex ductu lineæ q e, cũ adiuncta in ipsam adiunctam æqualis sit quadrato lineæ h g. quadretur ergo linea a g per 45 primi, & sit eius quadratũ a h, & linea a g producta resecetur in puncto f, ita, ut linea g f sit æqualis lineæ a g, ducaturq; linea b f, palam, q̃m triangulus a h f æqualis est quadrato lineæ a h, est ergo paralellũ a h duplum trigono a h g per 41. primi, & trigonum a b f est duplum eidem trigono a h g per 1. sexti, hac ergo triangula superficie ꝓposita, & linea q e. possibile est per 18. sexti super datam lineam q e datæ superficiei trilatere a h f æquum paralellum constituere, q̃d addat super cõpletionẽ datæ lineæ q e superficiem quadratã dato quadrato a h simile, sit ergo constituta, & paralellũ sit q m æquale trigono a h f constitutũ super lineam q e, addens super completionem datæ lineæ q e quadratũ e m simile quadrato a h. palam ergo, ꝙ illud quod fit ex ductu datæ lineæ q e, cum adiecta e z in ipsam adiectam lineam e z, uel eius æqualem lineam z m, est æquale proposito trigono a h f, ergo & eius æquali. s. quadrato lineæ a h & hoc est propositum, q̃m lineæ e z est lineæ q e taliter, ut proponitur adiuncta. potest & idem declarari aliter; describatur enim circulus, cuius diameter sit q e, & eius centrum b, ducaturq; linea contingens circulũ, ut contingit in puncto g per 16. tertij, referent ad æqualitatem lineæ a g, & sit g a, & ab eius termino a ducatur linea per centrum b, secans periferiam circuli in puncto e & q, quia ergo id q̃d fit ex ductu lineæ q e in lineam a e, est æquale quadrato lineæ a g per 35. tertij, patet ꝙ lineæ q e est adiecta linea e a, ut proponebatur.



CXXVIII.

Sumpta circuli diametro, & sumpto in circumferentia puncto æqualiter distante à terminis diametri, possibile est ab eodem puncto ad diametrum eductam, extra circulũ ducere lineam rectam, quæ à circumferentia circuli extra circulũ usq; ad concursum cum diametro sit datæ lineæ æqualis.

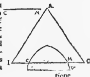
Esto data linea q e, sitq; g b diameter dati circuli quæ sit a b g, & sit a punctus

punctus datus in circuli circumferentiã æqualiter distans ab extremis terminis diametri quæ sunt g & b. Dico φ possibile est ab a puncto periferiæ circuli duci lineam usq; ad eductã diametrũ g b, quæ sit æqualis datæ lineæ q e. ducanť quoq; duæ lineæ a b & a g, illæ ergo necessario erũt æquales ex hypothesi, qm̃ punctus a æqualiter distat à terminis diametri g & b, & adiungatur lineæ q e linea talis, ut illud qd' fit ex ductu totius lineæ cum adiuncta in adiunctã æquale sit quadrato lineæ a g per præcedentem proximæ, & sit adiuncta e z. Cũ ergo id qđ fit ex ductu q z in e z sit æquale ei qd' fit ex ductu lineæ a g in seipsam, erit linea q z maior q̃ linea a g, & linea e z minor illa, si enim linea e z fuerit maior, uel æqualis lineæ a g, tunc est impossibile, ut id qđ fit ex ductu q z in lineam e z, sit æquale quadrato lineæ a g, qm̃ linea q z est maior q̃ linea e z, ut totum parte. Si autẽ linea e z sit minor q̃ linea a g, palã, quoniã linea q z est maior q̃ linea a g, ꝓducať ergo linea a g donec fiat æqualis lineæ e q per 3. primi, & sit a g c, posito ergo pede circini super punctũ a, fiat circulus secundũ quantitatẽ lineæ a g c, qui circulus secabit diametrum b g eductã, secet ergo ipsam in puncto d, & ducatur linea a d, quæ necessario secabit circulũ, quoniã concurrit cum diametro: si enim non secet circulũ, contingens erit & æquedistans diametro g b, nunq; concurrens cum eadem, quia ex hypothesi lineæ a g & a b sunt æquales, & punctum a æqualiter distat ab utrisq; terminis diametri. s. b & g, secet ergo d a circulum a g b in puncto h, & ducatur linea g h, palam ergo, φ cum superficies a b g h sit quadrãgulum super circulum descriptum, φ duo eius anguli oppositi. s. a g b & g h a ualent duos rectos per 21. tertij, sic a g b æqualis est angulo a b g per 6. primi, angul9 ergo a g b cum angulo a g h ualet duos rectos. Cum itaq; per 13. primi angulus g d a cum angulo a g b ualeat duos rectos, palã, quia angulus a h g erit æqualis angulo d g a, & angulus a h g cõmunis est totali triangulo a d g, & partiali trigono, qui est h a g, restat ergo per 32. primi, ut angulus h d g sit æqualis angulo h g a, & totalis triangulus d g a æquiangulus triãgulo g h a, ergo per 4. sexti latera ipsorum æquos angulos respiciẽtia sunt proportionalia, est ergo ꝓportio lateris d a ad latus a g, sicut lateris a g ad latus a h. Illud uero qd' fit ex ductu lineæ d a in lineam a h, est æquale quadrato lineæ a g per 16. sexti, sed linea d a est æqualis lineæ a c, per diffinitionẽ circuli, ergo linea d a est æqualis lineæ q k a, q̃ nam linea c a ex præmissis est æqualis lineæ q z, quia uero illud qd' fit ex ductu lineæ d a in lineã h a est æquale quadrato lineæ a g, qđ ex præmissis est æquale ei qd' fit ex ductu lineæ q z in lineã e z, ꝑ illud patet, q̃d fit ex ductu lineæ a d ad lineã h a, est æq̃le ei q̃d fit ex ductu lineæ q z in lineã e z, & linea d a est æqualis lineæ q z, reliquit ergo ut linea a h sit æqualis lineæ e z, erit ergo linea d h æqualis ipsi lineæ q e, q̃ est data linea, est aũt à dato in piferia circuli pũcto a ad cõcursum diametri b g sic ꝓducta, patet ergo ꝓpositũ.

CXXIX.

Inter duas rectas angulariter coniunctas à dato puncto rectam ducere, cuius una partium interiacens unam coniunctarum, & datum punctum sit cuicunq; datæ lineæ, & insuper reliquæ suæ parti datum punctum & alterã coniunctarum interiacenti æqualis.

Exempli causa: Sit, ut duæ lineæ rectæ in puncto uno angulariter coniungantur, quæ sunt ſ r & c r concurrẽtes in puncto r, inter quas sit datus punctus m, & sit data linea m c, proponiť nouus, ut à puncto m ducatur linea recta intra lineas c r & ſ r, secans illas in puncto o uel l, ita, ut eius pars quæ est l m, sit æqualis datæ lineæ a c, & insuper reliquæ suæ parti quæ est m o. ad hoc autem per lineas rectas uel circulares demonstrandũ, longus labor & multæ diuersitatis nobis incidit, & non fuit nobis hoc possibile complere per huius lineas absq; motu & imaginatione

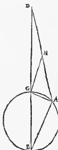


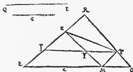
tione mœchanica, ita, cum lineæ f r & c r datæ sint nobis indefinitæ, linea l o fixa in puncto m, imagineẽ mœchanice, quousq; nobis accidat res quæsita, hoc tñ Appollonius Pergeñ. in libro suo de conicis elementis libro secundo, propositione quarta, per deductionem sectionis ampligoniæ à dato puncto inter duas lineas assumpto, nullã earum lineарum secante demonstrauit, cuius nos demonstrationẽ, ut à multis sui libri principijs præambulis dependente hic supponimus, et ipsa utimur sicut demonstrata.

CXXX.

Sumpta circuli diametro, & sumpto in circumferentia puncto inæqualiter distante à termino diametri, possibile est assumpto puncto ad eductam diametrum lineam ducere, quæ uel cuius pars interiacens periferiam & diametrum sit datæ lineæ æqualis.

Disponantur omnia ut in 128 huius, nisi q punctus datus in circumferentia circuli qui sit a inæqualiter distat à terminis diametri quæ sint g & b, eruntq; lineæ a b & a g inæquales, ideo q punctũ a inæqualiter est distans à punctis g & b, protrahaẽ ergo à puncto g linea æquedistans lineæ a b ex 31. primi, quæ sit g n, & sumatur linea quæcunq; utpote z c, & fiat super punctũ eius z angulus æqualis angulo a g d per 23. primi, qui sit angulus c z f ducta linea z f, & ducatur à puncto c linea æquedistans lineæ z f ut prius, quæ sit c m, & ex angulo c z f, secetur angulus æqualis angulo a d g per 27. huius, qui sit c z m, ducta linea z m, quæ per 2. huius necessario concurret cum linea c m, cũ sit ducta inter æquedistantes, sit ergo punctũ concursus m, restat ergo ut angulus m z f sit æqualis angulo a g n. à puncto itaq; c ducatur linea æquedistans lineæ z m quæ sit c o. & quoq; necessario concurrent cum linea f z per 2. huius, sit ergo earum concursus in puncto r, sumaẽ quoq; per 3. huius linea, cuius proportio ad lineã z c sit sicut diameter g b ad lineam q. lineã datam, & hæc sit linea i, deinde à puncto m dato inter duas lineas r f & r o ducatur a d per præmissam linea quæ sit l c m e, secãs lineã l r in puncto l, & lineã r o in puncto o, ita, ut eius pars c m sit æqualis datæ lineæ i, & eius pars l e sit æqualis lineæ m o, & à puncto c ducaẽ linea c f æquedistans lineæ l o per 31. primi, hic quoq; per 29. primi huius secabitur a linea z m, sit ergo punctus sectionis y, fiat ergo supra punctũ a terminũ lineæ g a punctũ s, qđ est in circũferẽtia circuli, angulus d a g æq̃lis angulo z f c p lineã a n d, palã aũt, q hæc linea cõcurret cum pducta diametro g d, cũ enĩ angulus d a g sit æqualis angulo z f c, & angulus a g n æq̃lis angulo f z m, & angulus n d g est æq̃lis angulo c z m, totusq; angulus a d g æqualis toti angulo f z c, & cũ lineæ f c & z c cõcurrãt, ergo & lineæ a d & g d cõcurrẽt, ergo linea a d cõtinget circulũ aut secabit ipsum, Sit ergo linea a d primo cõtingẽs circulum in puncto a, cũ ergo angulus g a n sit æqualis angulo z f c, & angulus g a n sit æqualis angulo f z m, palam per 32. primi quia angulus a n g erit æqualis angulo z y f, eritq; triangulus a g n æquiangulus triangulo z f y, ergo per 4. sexti proportio lineæ a n ad lineam a g, sicut lineæ f y ad lineam f z. Similiter cum angulus a g d sit æqualis angulo f z c, etiam angulus g a d æqualis angulo z f c, erit per eandem triangulus a g d similis triangulo f z c, ergo ut prius quæ est proportio lineæ a g ad lineã g d, eadem est lineæ f z ad lineam z c. Si ergo quæ est proportio lineæ a n ad lineam a g, eadem est lineæ f y ad lineam f z, & quæ est pportio lineæ a g ad lineam g d, eadem est lineæ f z ad lineam z c, erit ergo per æquiproportionalitatẽ per 22. quinti, ut quæ est pportio





portio lineæ a n ad lineam g d, eadem sit lineæ f z ad lineam z t, quia uero linea t m est æquedistans lineæ f l, & linea f t æquedistans lineæ l m, erit superficies l f c m æquedistãtibus contenta lateribus. palam ergo per 34. primi, quõ linea f t est æqualis lineæ l m, quasi erit linea f t æqualis lineæ c d, quoniã linea m o est æqualis ipsi l c per præmissam, linea ergo c m addita utrique, adhuc sunt æquales, eritque l m æqualis lineæ c o, sed linea m o est æqualis lineæ y t per eandem 34. primi, & linea y m est æqualis lineæ t o, restat ergo, ut linea f y sit æqualis lineæ c m, sicut linea c m ex præmissis est æqualis lineæ i, est autem ex præmissis & per 5. huius proportio lineæ i ad lineam z c, sicut diameter b g ad lineam e q, erit ergo per 7. quinti proportio lineæ f y ad lineam t z, sicut diameter b g ad lineam e q, quia uero est proportio lineæ a n ad lineam g d, sicut lineæ f y ad lineam z t, ergo per æquiproportionalitatẽ per 22. huius erit proportio lineæ a n ad lineam g d, sicut lineæ g b ad lineã e q, uerum angulus g a n est æqualis angulo g b a ex 31. tertij, sed angulus n g d est æqualis angulo g b a per 29. primi, quia linea n g æquedistat lineæ b a, igitur angulus n g d æqualis est angulo n a g, & angulus n g d est cõmunis ambobus trigonis n d g & a d g, ergo per 32. primi erit angulus d n g æqualis angulo d g a, sunt ergo dicti trianguli æquianguli, erit ergo per 4. sexti proportio lineæ a d ad g d, sicut lineæ g d ad n d, ergo p 16. sexti erit id quod fit ex ductu lineæ a d in d n æquale quadrato g d. Sed id quod fit ex ductu lineæ b d & g d, per 35. tertij est æquale quadrato d a, quadratũ uero lineæ d a est æquale ei quod fit ex ductu lineæ a d in d n & a d in a n per 2. secundi, & id quod fit ex ductu lineæ b d in d g, est æquale quadrato lineæ d g, & ei quod fit ex ductu b g in d g p 3. secundi. Ablatis ergo æqualibus hinc inde quæ sunt quadratũ g d & rectangulũ a d n, restat id quod fit ex ductu lineæ a d in a n sit æquale ei quod fit ex ductu lineæ b g in d g, eritque per 15. sexti proportio lineæ a n primæ ad lineam g d secundã, sicut lineæ b g tertiæ ad lineam a d quartã. ostensum est autem supra, quod est proportio lineæ a n ad lineã g d, sicut lineæ b g ad lineam e q, erit ergo per 9. quinti linea e q æqualis lineæ a d, quod est propositum, quoniam ipsa linea a d est datæ lineæ æqualis, in teriacet autẽ periferiã circuli & eductã diametrum, eo, quod est contingẽs circulum. Quod si linea a d non sit contingens, sed secans circulum, aut igitur linea a g est maior quam linea a b, aut econtrario. Sit autem nunc linea a g maior quam linea b a, palam, quia linea à puncto a ad diametrũ b g extra circulum ducta, secabit circulũ in arcu a g, sit ergo ut secet ipsum in puncto h, & ductam lineã h g, galam itaque, cum quadrangulũ a b g h sit inscriptum circulo, quia duo anguli a h g & a b g per 21. tertij sunt æquales duobus rectis, ducatur quoque linea g n æquedistans lineæ b a, erit ergo per 29. primi angulus n g d æqualis angulo g b a, ergo angulus n g d, & angulus a h g sunt æquales duobus rectis, Sed per 13. primi angulus n h g cum angulo a h d ualet duos rectos, ergo a g d est æqualis angulo n h g, angulus uero n g d est cõmunis ambobus trigonis g d n & h g d, erit ergo tertius angulus qui est d n g, æqualis tertio qui est d g h per 32. primi, ergo per 4. sexti latera æquos angulos respicientia sunt proportionalia, est igitur proportio lineæ h d ad lineam d g, sicut lineæ g d ad lineã d n, ergo p 16. sexti illud quod fit ex ductu h d in d n est æquale quadrato g d. & illud quod fit ex ductu a d in d h est æquale ei quod fit ex ductu b d in d g per 35. tertij. Item illud quod fit ex ductu a d in d h est æquale ei quod fit ex ductu d h in d n, & d g in a n per 1. secundi. Illud uero quod fit ex ductu b d in d g, est æquale ei quod fit ex ductu b g in g d, & quadrato g d per 3. secundi. Ablatis igitur æqualibus ab utrisque s. quadrato a g ex una parte in illo quod fit ex ductu d h in d n, ex altera restat, ut illud quod fit ex ductu d h in a n, sit æquale ei quod fit ex ductu b g in d g, erit ergo per 15. sexti proportio a n primi ad g d secundũ, sicut b g tertij ad d h quartũ, sed probatum est in præcedentibus, quod proportio lineæ a n ad lineam d g est sicut diameter b g ad lineam e q, igitur per 9. quinti linea d h est æqualis lineæ e q, quod est propositum. Si uero linea a g a g sit minor quam linea h a, secabit linea d a circulum in arcu a b, Sit ergo ut secet ipsum in puncto h, & ducatur linea g h in linea g e,

i æque

æquedistans lineæ b a, palam ergo per 29. primi, quoniam angulus n g d est æqualis angulo a b g, sed angulus a b g est æqualis angulo a h g per 26. tertij, quoniam ambo cadunt in arcu g a, & sunt super circumferentiã circuli, ergo angulus n g d est æqualis angulo a b g, sed angulus a b g est æqualis angulo a h g per 26. tertij, quõ ambo cadunt in arcu g a, & sunt super circũferentiam circuli, ergo angulus n g d est æqualis angulo a b g, & angulus n d g cõmunis est ambobus trigonis. s. n d g & d b g, est ergo tertius d n g æqualis tertio. s. d h g per 32. primi, ergo per 4. sexti erit proportio lineæ h d ad lineam d g, sicut lineæ d g ad lineã d n, ergo per 16. sexti illud quod fit ex ductu h d in d n, est æquale quadrato lineæ g d. Sed illud qđ fit ex ductu b d in d g per 35. tertij, est æquale ei q fit ex ductu h d in d a. Illud autem qđ fit ex ductu h d in d a, est per 1. secundi æquale ei qđ fit ex ductu lineæ h d in d n, & lineæ h d in n a. Illud uero qđ fit ex ductu lineæ b d in d g per 3. secũdi, ualet illud qđ fit ex ductu lineæ b g in g d & quadratũ g d. Ablatis ergo æqualibus hinc inde, erit illud quod fit ex ductu h d in n a æquale ei, qđ fit ex ductu b g in g d, erit ergo ut prius proportio lineæ a n ad lineam d g, sicut lineæ b g ad lineã h d. Sed iam ostensum est supra qđ est proportio lineæ a n ad lineam d g, sicut lineæ b g ad lineam e q, igitur linea e q est æqualis lineæ h d per 9. quinti, quod est ꝓpositum, quõ à puncto a dato, ducta est linea secans circulum, cuius pars à puncto sectionis usq; ad concursum cum diametro producta, æqualis est datæ lineæ, patet ergo quod proponebatur.

CXXXI.

Inter duas rectas se secantes ex una parte à puncto dato hyperbolem, illas lineas nõ contingentem ducere ex alia parte, cõmunis puncti illarum linearum hyperbolem priori oppositam designare, ex quo patet, q cum fuerint duæ sectiones oppositæ inter duas lineas, & producatur linea minima ab una sectione ad aliam, erit pars illius lineæ interiacens unam sectionum, & reliquã lineam æqualis suæ parti aliam sectionũ, & reliquã lineam interiacenti.

Quod hic proponitur, demõstratum est ab Appollonio in libro suo de conicis elementis, ducuntur autẽ sectiones ampligoniæ siue hyperbolæ oppositæ, quando gibbositas unius ipsarũ sequit̃ gibbositatem alterius, ita, ut illæ gibbositates se respiciant, & ambæ diametri sint in una linea recta. Verbi gratia: Sit ut duæ lineæ h l & z n secẽt se in puncto x, & ex una parte ipsarum. s. sub angulo b x z, uel sub angulo h x n à dato puncto qui sit t, & ducatur sectio ampligonia quæ sit t p, & ex altera parte sub angulo n x l, uel sub angulo z x l, ducatur sectio illi opposita quæ sit c u, ita, q diametri quarumlibet oppositarũ ambarũ sectionum illarũ sint in una linea quæ sit t c, à uertice unius ad uerticẽ alterius producta, quæ necessario est minima omniũ linearum inter illas duas sectiones productarũ, & ex ijs declarauit Appollonius illud qđ correlatiue proponitur. s. q si linea t c secet lineam h l in puncto f, & lineam z n in puncto q, q linea t q erit æqualis lineæ c f. & si linea t c pertranseat punctum x, erit linea t x æqualis lineæ x c, & nos utimur hoc illo, ut per Appolloniũ demonstrato, & propter conformitatẽ portionis sectionum respectu linearum se intersecantium, patet ergo propositum.

CXXXII.

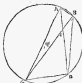
In uertice alterius conicarum sectionum posito pede circi

cini immobili, secundum quantitatē lineæ breuissimæ inter illas sectiones ductæ, descriptus circulus sectionem reliquā continget, secundum uero maiorem, in duobus tantum punctis reliquam secabit.

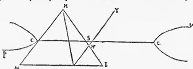
Quod hic proponitur, facile est, & sola indiget declaratiōe: Sint enim ut in præcedēti propositione duæ sectiōes conicæ oppositæ adinuicem, quæ sint t p & c u, inter quas linea minima uertices, sambarū sectionum continuans, sit linea t c, sit & posito in alterо punctorū t uel c pede circini, utpote in puncto t describatur circulus secundum quantitatem diametri t c, hic ergo circulus, quia sectionem c u non attingit nisi in puncto c, & omnes aliæ lineæ ducibiles inter ipsas sectiones, sunt maiores q̄ linea t c, sunt ergo maiores semidiametro circuli, secabuntur ergo omnes per circulū, nec attinget circulus alicubi sectionem nisi in pūcto c, patet ergo primū propositū. q si linea t g semidiameter circuli sit maior q̄ linea ti minima, sunt oppositas sectiones productæ ut est t c, patet, q̄m illa minima linea inter superficiē sectionis producetur ad periferiā circuli, ut in punctum n, aliqua ergo superficies cōmunis erit circulo & sectioni, circulus ergo & sectio secabunt, hæc itaq; sectio nō erit nisi in duobus tantū punctis g & k, qđ per modū 10. tertij conuinci potest, patet ergo propositum.

CXXXIII.

A puncto dato in circuli circumferentia extra diametrū, possibile est ducere lineam per diametrum ad circumferentiā, ita, ut pars eius interiacens diametrum & reliquam partem circumferentiæ sit æqualis lineæ datæ eidem circulo inscriptibili præmisso modo, sed harum linearum æqualium ab eodem puncto dato in eodem circulo producibiles sunt tantum duæ.



Esto circulus a b g, cuius diameter sit b g, & pūctus datus i sui circūferētia sit a, & sit h z linea data minor diametro b g, pmisso modo possibile inscribi circulo. Dico, q à puncto a possibile est ducere lineā trāseuntē p diametrū b g, cuius pars interiacēs diametrū b g & circūferentiā sit æqlis lineæ datæ q h z, ducanē eni in circulo lineæ b a & a g, & supponatū h lineæ datæ h z, fiat angulus æqlis angulo a g b, & sit m h z, ducta linea m b sup idē punctū h, fiat angulus æqualis angulo a b g, q sit l h z, ducta linea h l, & à pūcto z ducat linea æque distās lineæ h m q sit z n, q̄ qđe secabit lineā h l. sit ut secet ipsam in pūcto x, & à pūcto z iterū ducat alia linea æquedistās lineæ h l quæ sit z c, secans lineā h m in puncto t, secabit autem per 4. huius, & à puncto t ducatur sectio conica quæ sit t p, sicut præmissum est in 13. huius. hæc itaq; sectio nō contingit aliquā lineaṛ z n & h i, inter quas ipsa iacet. Similiter fiat sectio alia conica, isti opposita, inter easdem lineas ex parte alia quæ sit c u, & inter illas sectiones dictaṛ omniū linearū minima ducta à puncto t ad sectioem c u sit



linea t c, hæc ergo linea t c si fuerit æqualis diametro circuli b g, circulus factus secundū semidiametrum t c, posito puncto t, circuli in puncto t, palam, quia sectionem c u continget. Si uero linea t c fuerit minor diametro b g, circulus factus modo prædicto secundū quantitatē lineæ b g, secabit sectionem c u in duobus punctis, ut patet per præmissam. sit ergo nunc primū linea t c æqualis diametro b g, eum ergo linea t c ducatur ad sectio-

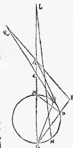
nem conicam, quæ interiacet lineas h l & z n, neceſſario ſecabit linea t c illas ambas lineas, quas ſi in puncto x, qui eſt punctus cõmunis ſectionis illarum linearũ ſecauerit, erit linea t x æqualis lineæ x c, ꝙ ſi ipſas in alijs punctis ſecuerit, ſecet ergo lineam z n in puncto q, & lineã h l in puncto f, & ducatur à puncto z per 31. primi linea æquediſtans ipſi lineæ t c, quæ per 2. huius ſecabit lineas h m & h l, ſicut etiã ſua æquediſtans t c, ſecet ergo eas in punctis l & m, & ſit ipſa linea m z l, ſuper diametrũ ergo g b terminum g per 23. primi, fiat angulus æqualis angulo h l m, qui ſit angulus b g d, & ducantur duæ lineæ a d, b d. palam ergo, cum angulus g a b ſit rectus per 30. tertij, ꝙ alij duo anguli trianguli g a b & a b g ualent rectum per 32. primi, angulus ergo l h m, qui æqualis eſt illis duobus angulis, eſt rectus, ergo æqualis angulo g a b, angulus uero h l m eſt æqualis angulo d g b ergo per 32. primi angulus tertius unius trigonorũ g b d & h l m erit æqualis angulo tertio alterius. ſ. angulus h m l, angulus g d b, erit ergo per 4. ſexti proportio lineæ g b a d b d, ſicut lineæ l m ad m h. ſit aũt punctus in quo linea a d ſecat diametrũ b g punctus e, quia ergo per 26. tertij angulus a d b eſt æqualis angulo b a g, quia cadunt in eundem arcum qui a b, & angulus b g a æqualis angulo m h z, ex præmiſſis erit ergo angulus a d b æqualis angulo m h z. & patuit prius, ꝙ angulus d b g eſt æqualis angulo h m z, erit ergo tertius angulus trianguli d e b per 32. primi æqualis tertio angulo trigoni m h z. ſ. angulus d e b angulo m z h, quia ergo trigona d e b & m z h ſunt æquiangula, erit per 4. ſexti proportio lineæ b d ad d e, ſicut lineæ m h & h z. oſtenſum eſt autẽ ſuperius, ꝙ eſt proportio lineæ g b ad b d, ſicut lineæ l m ad m h, ergo per 22. quinti erit per æquã proportionẽ ꝓportio lineæ b g ad d e, ſicut lineæ l m ad h z. Sed ſicut per 131. huius declaratum eſt, patet ꝙ linea q t eſt æqualis lineæ f c, ſed linea t q eſt æqualis lineæ m z per 32. primi, cum parallelũ m t q z ſit æquediſtantiũ laterum, ut patet ex præmiſſis, eſt igitur linea m z æqualis lineæ f c, ſed per eandem 34. linea z l eſt æqualis lineæ t h, eſt igiẽ totalis linea m l æqualis totali lineæ t c, ergo per 7. quinti eſt proportio lineæ t c ad h z, ſicut lineæ l m ad h z, eſt ergo proportio lineæ g b ad lineam d e, ſicut lineæ t c ad h z, & permutatim. Cum ergo linea t c ſit æqualis lineæ g b, erit linea c d æqualis ipſi h z datæ lineæ, quod eſt ꝓpoſitum. Si autem linea t c ſit minor diametro b g, producatur ultra ſectionem, donec ipſa ſit æqualis diametro b g, & ſecundum quantitatẽ eius fiat circulus, palam per præmiſſam, ꝙ ille ſecabit ſectionem in punctis duobus, qui ſint c & u, à quibus lineæ ductæ ad punctũ t, ſunt æquales lineæ b g per diffinitionẽ circuli, & nunc à puncto z ducatur linea æquediſtans alteri illarũ, & item alia æquediſtans alteri, & tunc erit ducere à pũcto a per modum prædictum duas lineas e d æquales lineæ datæ, & erit idem penitus probandi modus, qui ſupra, patet ergo propoſitum.

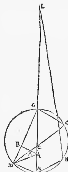
CXXXIIII.

Dato trigono orthogonio, & dato puncto in uno ſuorum laterum angulum rectum continentiũ, poſſibile eſt ducere à puncto illo ad aliud laterum continentiũ angulum rectum lineam ſecantẽ baſem, ita, ꝙ pars ductæ lineæ interiacens punctum ſectionis, & latus in quo non eſt punctus datus, ſe habeat ad partem baſis, quæ eſt in ſectione ad latus, in quo eſt punctus datus, ſicut data linea ad datam lineam.

Eſto

Esto a b g triangulus datus, cuius angulus a b g sit rectus, & in latere illius b g sit punctus datus qui sit d extra angulum aut intra, sintq; datæ lineæ duæ e & z, Dico q̃ à puncto d possibile est ducere lineam secantẽ basem a g, & concurrentem cum latere a b, ita, q̃ pars lineæ secantis interiacens latus a b & basem a g, sit eiusdem proportionis ad partem basis a g, quæ est ab illa linea usq; ad punctum g, cuius est data linea e ad datam lineã z. Sit enim primo pũctus d in ipso trigono a b g, & ducatur ab eo linea æquedistans lineæ a b per 31. primi, quæ sit d m, & fiat circulus super tria puncta g d m per 5. quarti, eritq; linea g m diameter huius circuli per 30. tertij, supertenditur enim angulo recto per 29. primi, ꝓtrahatur linea a d, & quia per eandem 29. primi angulus g m d est æqualis angulo g a b, palam, quia angulus g m d erit maior angulo g a d, cum angulus g a b sit maior angulo g a d, secetur ergo ex angulo g a d angulus æqualis angulo g a d per 27. huius, ducta linea m n ad periferiam circuli, sitq; angulus d m n, quæ autem est ꝓportio lineæ e ad lineam z, eadem sit per 3. huius ꝓportio lineæ a d ad lineã b, & à puncto qui est punctus in periferia circuli, ducatur linea ad diametrũ g m quæ sit n l, secans circulum in puncto c, ita, ut eius pars interiacens periferiã circuli & diametrum quæ est c l, sit æqualis lineæ datæ h per 128. uel per 130. huius, & ducatur linea c g, & à puncto d ducatur linea ad punctum c, quæ cum cadat inter duas lineas æquedistantes q̃ sunt d m & b a, tenens angulum acutum cum earum altera ut cum m d, si producatur necessario concurret cum reliqua per 2. huius, concurrat ergo in puncto q, quia itaq; per 26. tertij angulus g m d est æqualis angulo g c d, & angulus g m d est æqualis angulo g a b per 29. primi: palam, q̃ angulus g c d est æqualis angulo g a b, ergo per 13. primi erit angulus g c q æqualis angulo b a l, per 15. primi est æqualis angulo g a q, angulus ergo g c q est æqualis angulo g a q. Sit autem t punctus, in quo linea d q secat lineã a g, erit ergo per 15. primi angulus g t c æqualis angulo g c q. quia ergo trigonorum a t q & t c g duo anguli sunt æquales, erit & triangulus tertio æqualis trianguli, ergo a t q & t c g sunt æquianguli, ergo per 4. sexti erit proportio lineæ q t ad t g, sicut lineæ a t ad t c, uerum angulus n m d ex præmissis est æqualis angulo t a d, q̃m enim anguli g m d & t a b sunt æquales, & anguli g m n & d a g æquales, relinquitur n m d æqualis angulo t a d. Sed & angulus n c d ex 26. tertij est æqualis angulo n m d, quia angulus n c d est æqualis angulo t a d, ergo per 15. primi angulus t c l, qui est contrapositus angulo n c d, est æqualis angulo t a d, quia ergo angulus t c l est cõmunis duobus trigonis. s. trigono t c l & trigono t a d, quia ergo angulus t c l & t a d sunt æquales, erunt per 32. primi trigona t c b & t a d æquiangula, ergo per 4. sexti est proportio lineæ t a ad lineam t c, sicut lineæ a d ad lineam l c. Fuit autẽ ostensum superius, q̃ est proportio lineæ t q ad lineam t g, sicut lineæ a t ad lineam t c, ergo per 11. quinti erit proportio lineæ a d ad l c, sicut lineæ q c ad t g, sed linea l c est æqualis lineæ h, & ꝓportio lineæ a d ad lineam h est sicut proportio lineæ e ad z, ergo per 7. & 11. quinti erit proportio lineæ q t ad lineã t g, sicut lineæ e ad lineã z, quod est propositum. Si uero d punctus datus in latere trigoni q̃ est b g extra triangulũ producto, ducatur prius à puncto d linea æquedistans lineæ a b, & sit d m, & ducatur linea a g donec cõcurrat cum linea d m puncto m, & fiat ut prius circulus transiens per tria puncta g d m. erit ergo ut prius m g diameter istius circuli, & ducatur linea a d, erit quidã angulus g a d maior angulo g m d per 16. primi, fiat ergo ut prius super punctum m lineæ d m angulus æqualis angulo g



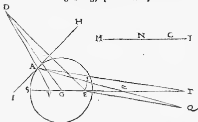


a d per lineam m n qui sit angulus d m n, & à puncto n, qui sit in circumferentia circuli, ducatur ut prius per 128. uel per 130. huius linea ad eductā diametrum m g, concurrens cum ipsa in puncto l, & secans periferiā circuli in puncto c. ita, ut lineæ c l sit æqualis lineæ h assumptæ ut prius. sut per 3. huius sit proportio lineæ a d ad ipsam h, sicut lineæ datæ e ad lineam datam z, & ducatur linea d c secans lineam a g in puncto t, & linea m a b in puncto q. Cum ergo angulus n m d, & angulus n c d per 21. tertij sunt æquales duobus rectis, & angulus n m d sit æqualis angulo t a d ex præmissis: palam ex 13. primi, q̄m erit angulus t c l æqualis angulo t a d, erunt ergo duo trianguli t c l & t a d p 15. & 32. primi æquianguli, erit ergo per 4. sexti, ꝓportio lineæ d a ad lineā c l, sicut lineæ t a ad lineā t c. cum autem per 26. tertij duo anguli g c d & g m d sint æquales, q̄m cadūt in eodem arcum qui est d g, angulus uero t a q per 29. primi est æqualis angulo g m d, erit angulus t a q æqualis angulo t c g, sed & anguli q c a & g c t sunt æquales per 15. primi, erunt ergo trigona g t c & t a q æquiangula per 32. primi, erit ergo per 4. sexti proportio lineæ a c ad lineā c l, sicut lineæ q t ad lineā t g, est ergo per 11. quinti proportio lineæ e ad z, sicut lineæ q t ad lineam t g, quod est propositum.

CXXXV.

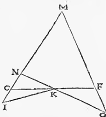
Datis duobus punctis uno in circulo alio extra circulū, uel utroq; extra circulum, possibile est inuenire punctum in circumferentia dati circuli, ita, ut angulum contentum à lineis à prædictis punctis ad punctum inuentum ductis diuidat per æqualia, linea in illo puncto circulum contingens.

Esto duo puncta data quæ e & d, quoq; unum qui sit e primū sit in circulo, & reliquū extra illum, & sit datus circulus, cuius centrum sit g. Dico q̄ possibile est in periferia circuli g inuenire punctum, in quo linea contingens circulum ducta, secet angulū contentum à lineis & à punctis d & e ad illum punctū ductis per æqualia, ducat̄ enim à puncto e ad centrum g linea e g, & producatur usq; ad circumferentiā & sit e g s, deinde ducatur linea d g, eritq; ex præmissis linea e g minor q̄ linea d g, assumatur quoq; lineam l quæ in puncto c taliter diuidatur, ut ꝓportio lineæ l t ad lineam c m, sit sicut lineæ d g ad lineā g c per 119. huius, diuidaturq; linea m l per æqualia in puncto n, à quo super lineā m l ducatur perpendicularis per 11. primi q̄ sit n o, & super punctū m per 23. primi fiat angulus æqualis medietati anguli d g l diuisa per 9. primi per æqualia, ducaturq; linea m o: palam autē, q̄ angulus i m o erit minor recto, q̄m angulus d g s est minor duobus rectis. Sed angulus o n m est rectus, igitur per 14. huius linea m o concurret cum linea n o. sit autem punctū concursus o, à puncto uero c ducatur linea ad triangulū m n o qui sit c k f, ita, ut proportio lineæ k f ad lineā f m sit sicut proportio lineæ e g ad lineā g s, q̄d fieri potest per præcedentē. ducatur quoq; linea m k, & super punctū g terminū lineæ e g per 23. primi fiat angulus æqualis angulo m f k, per lineā usq; ad circumferentiā productam, quæ sit a g, & sit angulus a g e, & ducantur duæ lineæ a g & a d. Dico q̄ a est quæsitus punctus, ducātur enim lineæ e a. Cum ergo ex præmissis angulus m f k sit æqualis angulo a g e, & proportio lineæ f k ad lineā f m, est sicut proportio lineæ e g ad lineam g s, ergo per 7. quinti erit proportio lineæ f k ad lineā f m, sicut lineæ e g ad lineam g a



æqua-

æqualem g s,quia ambæ ex centro,erit triangulus a g e similis trĩgulo m f k per 6. sexti igitur angulus f m k est æqualis angulo e a g,& angulus a e g æqualis angulo m k f,igit̃ à puncto a ducatur linea tenens cum linea a e angulum æqualem angulo n m k,& sic linea a z quæ necessario concurrat cum linea e g,quoniã est proportio e g ad a g,sicut k f ad f m,& angulus g a z æqualis est angulo f m c,fuit enim prius angulus e g æqualis angulo f m k,sicut ergo linea m o concurrit cum linea k f in puncto f,sic cõcurret linea a z cum linea g e.Sit ergo concursus in puncto z,& ꝓducatur linea a z usq; ad punctũ q,donec linea a c se habeat ad lineã q z,sicut linea m c ad c i per 3.huius,erit ergo proportio lineæ a z ad lineã q z,sicut lineæ d g ad lineã g e,& ducatur linea e q,deinde à puncto a ducatur linea æquedistans lineæ e q,quæ sit linea a c per 31.primi,& erit angulus a q e æqualis angulo q a c per 29.primi,& quoniã duo anguli z e a & e a c sunt minores duobus rectis,idem per 29.primi anguli q e a & e a c ualent duos rectos,concurret linea a c necessario cum linea e z per 14.huius.Sit ergo punctus concursus c,quia uero angulus e a z est æqualis angulo n m k,ut supra patet, ducta à puncto e linea perpendiculari super lineã a z ꝑ 4.primi quæ sit e l,erunt trigona a e l & n m k æquiangula per 32.primi,erit ergo angulus a e l æqualis angulo m k l,& angulus a b e æqualis angulo m n k,q̃a uterq; est rectus,sed etiam angulus a e g est ex præmissis æqualis angulo m k f. Restat ergo per 13.primi,ut angulus l e z sit æqualis angulo n k c,& angulus e l z rectus est æqualis angulo k n c recto,erit ergo per 32.primi angulus e l z æqualis angulo k c n, igitur per 13.primi erit angulus e z q æqualis angulo k c i:palam ergo ex præmissis,ꝙ angulus a e g est æquiangulus triangulo f m k,& triangulus e a l æquiangulus est triangulo k z n, & triangulus e l z æquiangulus triangulo k n c,& triangulus c a z æquiangulus triangulo k m c,est igitur per 4.sexti proportio a z ad e z,sicut m c ad c k,est autem proportio q z ad z a,sicut proportio i c ad c m,ut patet ex præmissis,erit ergo per 22.quinti ꝓportio q z ad z e,sicut i c ad c k,est ergo triangulus q z e per 6.sexti æquiangulus triangulo i c k.Cum ergo triangulus e l z sit æquiangulus triangulo k n z,erit totus triangulus q l e æquiangulus toti triangulo i k n,est ergo per 4.sexti proportio e l ad l q, sicut k n ad n i,& similiter est proportio a b ad l e,sicut m n ad m k,erit ergo per 22.quinti proportio n m ad n i,sicut a l ad l q,sed linea n m est æqualis n i ex hypothesi,ergo linea a l est æqualis l q,ergo ꝑ 4.primi linea e q erit æqualis e a,& angulus l q e æq̃lis angulo l a e.Sed & angulus e q z ꝑ 29.primi est æqualis angulo t a l,angulus ergo e a l est æqualis t a l,quia angulus e q z est æqualis angulo t a l,& angulus e z q est æqualis a z t per 15.primi,igit̃ tertius tertio,eritq; triangulus z e q æquiangulus triãgulo z a t, est ergo ꝑ 4 sexti proportio q z ad z a,sicut e z ad z c,& sicut e q ad a c,est autem ex præmissis linea e q æqualis lineæ e a,ergo per 7.quinti est proportio q z ad z a,sicut a e ad a t,sed q z ad z a est ex præmissis sicut e g ad g d,igitur per 11.quinti est proportio lineæ a e ad a c sicut e g,ad g d. Fiat autem super punctũ a angulus æqualis angulo g a e,qui sit u a g,ꝓducta linea a u,si possibile fuerit,usq; ad lineã g l:palam ergo ex præmissis, q̃m angulus g a l est medietas anguli u a t,cum enim angulus e a q ex præmissis & per 5.primi, ideoq; lineæ a e & e q sunt æquales,angulus e q c,qui per 29.primi est æqualis angulo q a t: patet ꝙ angulus e a l est æqualis angulo l a t,sed angulus g a e est æqualis angulo u a g est ergo angulus g a l medietas anguli u a t,sed angulus g a l,cum sit ex præmissis æqualis angulo f m c,qui cõstitutus est æqualis medietati anguli d g s, æqualis medietati anguli d g n,angulus uero u a t est æqualis angulo d g u,sed anguli t a u & t u a sunt minores duobus rectis arguendo 32.primi,cum lineæ a t & u t concurrant in puncto t,quia duo anguli t u a,d g b sunt minores duobus rectis,igitur linea a b concurret cum linea d g per 14.huius. Dico autem,ꝙ concurrent in puncto d,efficiet enim linea u a producta ad li-



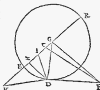
ad lineam g d cum lineis u g & g d, triangulum similem triangulo a b t, quoniam isti trigoni habent angulum a u g cōmunem, & angulus t a u est æqualis angulo d g u, erit ergo tertius tertio æqualis, ergo per 4. sexti est proportio a u ad a c, sicut u g ad lineā, quā secat a u ex g d, & proportio e a ad a u, est sicut e g ad g u per 3. sexti, qui angulus u a g est æqualis angulo g a e. Cum ergo ex præmissis eadem sit proportio e a ad a t, quæ e g ad g d, & proportio e a ad a t sit composita ex proportione e a ad a b, & a u ad a t, qm̄ p 13. huius proportio extremorū componitur semper ex proportione cuiuscunq; mediæ ad ambas extremas, erit proportio e g ad g d composita ex eisdem proportionibus, quia erit composita ex proportione e g ad g b, & g u ad lineā quā secat u a ex linea g d, sed est composita ex proportionibus e g ad g u, & g u ad g d, igitur linea quā secat a b ex g d, est linea g d, ergo a b secat g d in puncto b, producatur ergo per 16. tertij à puncto a linea contingens circulū quæ sit a h, erit ergo angulus g a h rectus per 17. tertij. Sed angulus g a l est medietas anguli a g b, ut patet ex præmissis, igitur angulus l a h est medietas anguli d g e, ideo, quia anguli a g u & d g e ualent duos rectos, per 15. primi triangulus g a h est rectus, sed cum angulus t a u sit æqualis angulo d g u, erit angulus t a d æqualis angulo d g e per eandem 13. primi, & angulus l a h est medietas anguli t a d, & angulus e a l est medietas anguli e a t, igitur angulus e f l h est medietas anguli e a d, quia patet, φ linea a h contingens circulī diuidit angulum e a d per æqualia, quod est propositum. Cum uero angulus u a g super punctum a terminū lineæ g a factus sit æqualis angulo g a e, tunc si linea a u non cadit super lineā e s extra circulum uel intra circulum: palam, quia linea a u est æquedistans lineæ e s, quia in infinitū protracta cum illa non concurrit, erit quoq; per 29. primi angulus u a g æqualis angulo a g e, sed per præmissa angulus g a e est æqualis angulo u a g, ergo angulus g a e æqualis erit angulo a g e, ergo per 6. primi in trigono a g e latus a e est æquale lateri e g. similiter angulus t a d erit æqualis angulo a t g per 29. primi, sunt enim coalterni linearū æquedistantiū ex hypothesi. Sed iam ostensum est, φ angulus t a d est æqualis angulo d g t, sed angulus a t g est æqualis angulo d g t. & similiter duo anguli a d g & d g t sunt æquales per 28. primi, ergo duo anguli a d g & a t g sunt æquales, sed & duo anguli t a d, a g t p 29. primi sunt æquales, ergo per 32. primi trigona a d g & a t g sunt æquiangula, ergo per 4. sexti latera ipsorum sunt proportionabilia, sed a g est cōmune, æquale sibiipsi, ergo latus a d est æquale lateri g t. Sequitur ergo ex ijs, φ linea quā secat a b ex linea g d sit æqualis lineæ a t, & iam præostensum est, φ linea e g est æqualis ipsi a e, est ergo per 7. huius ꝓportio lineæ e g ad lineā quam secat a b ex d g, sicut a e ad a c. Etiam ostensum est, φ a e ad a t est sicut e g ad d g, igitꝰ linea quā secat a b ex d g est g d. & cum ex præmissis angulus c a d sit æqualis angulo d g t, erit angulus l a h medietas anguli t a d, ut supra patuit, & angulus e a l medietas anguli e a t, erit ergo e a h medietas anguli e a d, quod est propositum. Eodemq; modo demonstrandum, si ambo puncta c & d data sint extra circulum, patet ergo propositum totum.

CXXXVI.

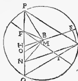
Dato circulo & in eo diametro, punctoq; extra circulum, possibile est à dato puncto ad diametrum ducere lineam secantem circulum sic, φ pars ductæ lineæ interiacens circumferentiam & diametrum, sit æqualis parti diametri interiacenti ipsam & centrum.

Esto datus circulus, cuius centrum sit g, & in eo data diameter sit x g b, sit quoq; punctus e punctus extra circulum. Dico φ possibile est duci à puncto e ad diametrū x g b lineam secantem circulū secundum prædictū modum, ducatur enim à puncto e perpendicularis super diametrū x g b per 12. primi, quæ sit e c, & sit exempli causa ut cadat illa perpendicularis super semidiametrū b g, & ducatur linea e g, & assumatur linea q t æqualis lineæ e r, & fiat per 32. tertij super lineā q t portio circuli talis, ut quilibet angulus cadēs in hanc portionem, sit æqualis angulo e g b. & compleatur circulus, & à medio puncto q t lineæ qđ sit i super ipsam q t ducatur perpendicularis per 10. & 11. primi, & ducatur ex utraq; parte usq; ad circumferentiā circuli, erit ergo ducta perpendicularis diameter circuli

culi fllius per 1.tertij,& à puncto q ducatur linea ad hanc diametrũ,secans ipsam in puncto f,& producatur usq; ad p punctũ circũferentiæ,ita,ut eius pars quæ s p sit æqualis medietati lineæ g b semidiametri dati circuli,q fiet per 133. huius,& ducant lineæ p t & t f,& ducatur à puncto p linea p b æquedistans diemetro concurrens cum linea t f in puncto u, concurret autem per 2.huius,& à puncto u ducatur linea æquedistans lineæ q t, q̃ sit u o,secans diametrum f l in puncto m,& lineã p q in puncto o,& à puncto t ducatur perpendicularis super lineã p q per 12.primi,quæ sit t n,& à puncto t ducatur linea æquedistans lineæ p q per 31.primi quæ sit t s,& à puncto u ducat perpendicularis super lineam p q,quæ sit u h,deinde ex angulo b g e secetur angulus æqualis angulo q p u per 27.huius. qui sit b g d,ducta linea g d ad periferiã circuli, & à puncto e ducatur linea e d z.Dico q linea d z est æqualis parti diametri quæ est z g,sicut proponitur,ducatur enim à puncto d perpendicularis super lineam b g, quæ sit m, & ducatur à puncto d linea contingens circulum per 16.tertij,quæ sit d k:palam itaq;,cum ex præmissis diamerer f l sit perpendicularis super lineam q t,& super eius æquedistantem o u per 29.primi,linea uero p u sit æquedistans illi diametro,q angulus o u p erit rectus per eandem 29.primi, & cum linea o u diuidatur per diametrum f l in partes æquales,& orthogonaliter per 2.sexti, & per 29.primi,eo q linea q t sibi æquedistans similiter est diuisa,

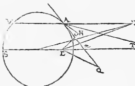


erunt per 4.& per 29.primi trianguli o f m & u f m æquianguli, ergo per 4.sexti cum latus f m sit æquale sibijpsi, erit d m æquale m u,& f o æquale f u.Sed cum duo anguli p o u & o p u ualeant unum rectum per 32.primi,ideo q angulus p u o est rectus, ut patet ex præmissis & 29.primi,erit angulus æqualis angulo f p u,ideo,quia ut præmissum est,angulus k o u æqualis est angulo f u o.Sed angulus f p u cum angulo f o u ualet unum rectum, ut præostensum est,& angulus f u p cum angulo f u o ualet unum rectum,est ergo angulus f u p æqualis angulo f p u,quia si ab æqualibus æqualia demas,quæ relinquuntur &c.est ergo per 6. primi latus f p æquale erit lateri f u,erit ergo f p æquale ipsi f o, sic ergo erit linea p o æqualis semidiametro g u,ergo & ipsi g d per



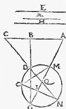
diffinitionẽ circuli,& ita erit per 7.quinti proportio lineæ e c,quæ est æqualis lineæ q t ad lineam g d,sicut lineæ q t ad p o æqualem g d.Sed cum angulus k d g sit rectus p 17. tertij,æqualis est ipsi angulo recto g i d,& angulus i g d est cõmunis,erit ergo p 32.primi triangulus i g d æquiangulus triangulo k g d,erit ergo per 4.sexti proportio lineæ g d ad d i,sicut lineæ g k ad k d,sed angulus k g d est æqualis angulo q p u,& angulus g d k qui rectus est per 17.tertij,est æqualis angulo recto o u p,erit ergo per 32.primi tertius tertio æqualis,& triangulus k d g æquiangulus triangulo o u p,est ergo per 4.sexti proportio lineæ b g ad k d,sicut lineæ o p ad o u,& qm̃ ex præmissis est proportio lineæ g d ad d i,sicut lineæ o p ad o u,& quoniã ex præmissis est proportio lineæ g k ad k d,sicut lineæ g d ad d p,ergo per 11.tertij est proportio lineæ g d ad d l,sicut lineæ o p ad o u.Fuit autem ex præmissis proportio lineæ e c ad g d,sicut lineæ t q ad p d,ergo per 22.quinti erit proportio lineæ e c ad d i,sicut lineæ q t ad o u,sed proportio q t ad o u est sicut t f ad f u per 29.primi & per 4.sexti,cum triangulus t f q sit æquiangulus triangulo o f u, uerum angulus u t s est æqualis angulo b f u per 29.primi,est enim coalternus illi inter lineas æquedistãtes,q̃ sunt h q & f c.Sed & angulus u s t est rectus æqualis angulo f h u recto,& angulus f u h æqualis est angulo s u t per 15.primi,erit ergo triangulus u s t æquiangulus triangulo h u f,ergo per 4.sexti erit proportio lineæ t u ad u f, sicut lineæ s u ad u h,ergo per 18.quinti erit coniunctim proportio lineæ t f ad f u, sicut s h ad h u, sed linea t u æqualis est lineæ s h per 34.primi,ergo per 7.quinti erit proportio lineæ t n

ad lineam h u, ſicut lineæ e f ad f u. Sed ſicut patuit ex præmiſſis, quæ eſt proportio lineæ c k ad f u, eadem eſt lineæ q t ad u e per 4. ſexti, ergo per 11. quinti proportio lineæ q t ad u o eſt ſicut lineæ t n ad h u, ergo proportio lineæ e c ad d i eſt ſicut lineæ t u ad u h. Sed cum angulus g i u ſit rectus, eſt æqualis angulo p h u recto, & angulus i g d æqualis angulo h p u ex præmiſſis, erit ergo tertius tertio æqualis per 32. primi, eſt ergo triangulus i g d æquiangulus triangulo h p u, eſt ergo per 4. ſexti proportio lineæ i d ad d g, ſicut lineæ h u ad u p: quare erit per 22. quinti proportio lineæ e c ad g d, ſicut lineæ t u ad u p. Sed cum angulus c g e ſit æqualis angulo e p c ex hypotheſi, & angulus g c e rectus æqualis angulo p u t, erit trigonorũ u p t & g c e angulus reliquus reliquo æqualis, ergo per 4. ſexti erit proportio lineæ e g ad e c, ſicut lineæ p t ad n t, eſt igitur proportio lineæ g e ad g d, ſicut lineæ p t ad u p per 22. quinti, ſed & angulus d g e æqualis eſt angulo u p e ex hypotheſi, quia enim angulus q z t eſt æqualis angulo b g e, & angulus q p u æqualis angulo g d e, remanet angulus u p t æqualis angulo d g e, igitur triangulus d g e eſt æquiangulus triangulo u p t per 6. ſexti, ergo angulus g u x æqualis eſt angulo p u t. Reſtat ergo per 13. primi, ut angulus g d z ſit æqualis angulo f u p, ſed in trigonis g d z & p f u eſt angulus d g z æqualis angulo u p f, quia tertius tertio per 32. primi, eſt ergo proportio per 4. ſexti lineæ d z ad z g, ſicut lineæ u f ad f p, ſed linea u f eſt æqualis ipſi f p, ex præmiſſis igitur linea d z æqualis eſt ipſi z d, quod eſt propoſitum. Eſt autem uniuerſalis hæc proportio ſiue intra circulũ ad aliquã partem diametri fiat ductio, ſiue ad ipſam periferiã circuli, ita, ut lineæ ductæ pars intra circulũ fiat æqualis ſemidiametro, ſiue fiat ductio ad aliquẽ punctum diametri extra circulum, ſit ꝙ linea à puncto quo tangit circuli periferiam ſit æqualis parti diametri quã abſcindit, patet ergo, quoniam hæc omnia eueniunt ſecundum quantitatem anguli k g d, hoc eſt propoſitum.



CXXXVII.

Dato trigono orthogonio, datoꝗ; aliquo puncto in maiore ſuorum laterum rectum angulum continentium, poſſibile eſt à dato puncto ducere lineam ad baſem ex alia ſui parte cum reliquo latere concurrentem, quæ ſe habeat ad inferiorem partem abſciſam baſis, ſicut linea data ad lineam datam.



Sint datæ duæ lineæ z minor & e maior, & ſit datum trigonum orthogoniũ a b g, cuius a b g ſit rectus, contentus à lineis g b & b a, & dato exempli cauſa in g b latere maiore illius trigoni puncto d. Dico ꝙ poſſibile eſt à puncto d ad baſem g a ducere lineam ſecantem baſem a g cum puncto q, & ex alia ſui parte cũ linea a b concurrentẽ in puncto c, ſit ut ipſa totalis linea t q habeat proportionem ad lineã q g, illam quã habet linea e ad lineã z, ducatur enim à puncto d linea æquediſtans lineæ d a per 31. primi, quæ ſit d n, & fiat circulus tranſiens per tria puncta d m g & per 5. quarti, & quũ angulus g d m eſt rectus per 26. primi, quũ angulus a b g eſt rectus, erit linea m g diameter circuli per 30. tertij, & ducatur linea d a, ſit quoꝗ; h quædam linea a d, ad quam ſe habeat linea d a ſicut linea e ad z per tertiam huius, & cum per 29. primi angulus d m g ſit æqualis angulo b a g, ſecetur ex angulo d m g angulus æqualis angulo d a g per 27. huius, & ſit angulus

gulus c m d, & ducatur m c donec secet circumferentiã in puncto c, & a puncto c ducatur linea ad diametrum m g, & usq; ad circumferentiã quæ sit linea c n, secans diametrũ m g in puncto l taliter, ꝙ linea l n sit æqualis lineæ h datæ per 133. huius, & ducatur linea a g, & producatur d n linea concurrens cum linea a g in puncto q. Cum igitur angulus d m c sit æqualis angulo d n c per 26. tertij, cadunt enim in eundem arcum qui est d c: palam, quia erit angulus q a l æqualis angulo d a q, & angulus a q l est æqualis angulo d q a per 15. primi, erit ergo per 32. primi angulus n q l æquiangulus triangulo d q a, igitur per 4. sexti erit proportio lineæ a q ad q n, sicut lineæ a d ad a l. Sed cum angulus d m g sit æqualis angulo d n g per 26. tertij, qui cadunt in eundem arcum d g, est autẽ per 29. primi angulus d m g æqualis angulo b a g: patet, quia angulus q n g æqualis angulo b a g. Sit itaq; t punctus, in quo, linea d m cõcurrit cum a b, eritq; per 15. primi angulus t q a æqualis angulo n q g, ergo per 32. primi erit triangulus t q a æquiangulus triangulo g q n, erit ergo per 4. sexti proportio lineæ a q ad lineam q n, sicut lineæ t q ad lineam q g, est igitur per 11. quinti proportio lineæ t q ad lineam a g, sicut lineæ a d ad lineam n l, sed linea n l est æqualis h assumptæ lineæ per 3. huius, & ꝓportio lineæ a d ad lineam h, est sicut lineæ e ad lineã z, est ergo proportio lineæ t q ad lineam g a, sicut lineæ e ad lineam z, q̃d est ꝓpositũ. Et si cõtingat ꝙ à pũcto c possint duci duæ lineæ similes lineæ c l n, erit possibile à pũcto d duci duas lineas similes lineæ t q, ita similiter, ut utriusq; ad partẽ quã secet ex base a g sit ꝓportio sicut lineæ e ad lineã z, & erit eadẽ demõstratio. Plures aũt huius lineas q̃ duas nõ est possibile duci, ut patuit ꝑ 133. hui9, patet ergo ꝓpositũ, & licet hoc q̃d hic ꝓponit̃, nõ uideat̃ penitus uniuersale quantũ ad quælibet pũcta data, & quaslibet lineas datas, ad quarũ ꝓportionẽ fieri debeat ipsius basis ꝓportio, nos tñ hoc ꝓposito theoremate nisi modo cõuenienti & possibili in sequẽtibus utemur.

LIBER SECVNDVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS



VNiuersalibus huius scientiæ axiomatibus mathematicis præmissis, in hoc secundo libro, ut præmisimus, uniuersali actioni sensibilium formarũ quædam præambula naturalia præmittentes, de modo projectiõis luminis per medium unius diaphoni, uel plurium super diuersas figuras corporum, & de projectione umbrarũ, & de figuratione lucis cadentis per fenestras aggrediamur tractatum, ut de ijs sine quibus sermonem uisibilium formarũ aggredi conueniens non fuit, prout in processu postmodũ patebit, quæ uero præmittimus, ut nota sensui sunt ista.

DIFFINITIONES.

Corpus luminosum, dicitur omne corpus q̃d est sui luminis diffusiuum. Corpus diafonum dicitur omne corpus per quod lumini patet transitus. Corpus umbrosum dicitur corpus, per quod lumini non patet transitus. Lux prima dicitur illa quæ efficit secundã, sicut lux intrans domum per fenestrã, & illuminans domum residuam in loco cui incidit, dicitur prima, in angulis uero domus dicitur lux secunda. Lux minima dicitur, quæ si diuidi intelligatur, non habebit amplius actum lucis. Radius dicitur linea luminosa. Linea radialis dicitur linea per quam fit diffusio formarũ. Linea refracta dicitur linea, cuius partes angulum continent. Pyramis radialis, dicitur pyramis cuius basis est in superficie corporis suam formã diffundentis, & uertex in punctis alterius corporis cuiuscunq;. Pyramis illuminationis dicitur illa, cuius uertex est in puncto corporis luminosi, & basis in superficie rei illuminatæ.

PETITIONES.

Petimus autem hæc, ut per se sensui nota, lucem compressam fortiorem esse luce dis-

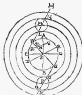
 gregata

gregata. Item lucē fortiorē uehementius illuminare, & longius se diffundere. Item in absentia luminis umbram fieri. Item in allatione luminis umbram deficere. Itē aliquā umbram in sui termino acui, & ad punctum terminari. Item lucem ad omnē positionis differentiam æqualiter diffundi. Item lucem res coloratas pertranseuntem illatum coloribus colorari, ut patet de luce transeunte uitrias fenestras, quæ illorū uitriorum coloribus informantur, secum formas illorū colorū super obiecta corpora deferendo. Item quod natura nihil frustra agit, sicut nec deficit in necessarijs.

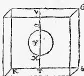
THEOREMA I.

Radij quorumcunque luminum & multiplicationes formarum, secundum rectas lineas protenduntur.

Hoc qd' hic proponitur, nō demonstratione, sed instrumentaliter potest declarari, diuersitas tamen antiquorū ad hoc probandū pluribus & diuersis usa est instrumentis, nos uero utimur isto qd' hic subscribimus, quod regulatius huic proposito credimus cōuenire. Assumatur itaque uas æneum rotundum conuenienter spissum, ad modum matris astrolabij, cuius fundi latitudo sit unius cubiti, uel maior, & altitudo oræ eius sit æqualis latitudini duorū digitorū perpendicularis super basem uasis, & in medio dorsi huius uasis sit perpendiculariter erectum aliquod corpus plurimū rotundū columnare, cuius lōgitudo sit æqualis latitudini trium digitorū, latitudo uero eius sit minor uno digito, & ponatur hoc uas secundū sui puncta media in tornatorio, & tornetur quousque periferia eius sit intrinsecus & extrinsecus ueræ rotunditatis, & adæquentur planæ superficies ipsius, & corpus columnare qd' est in medio dorsi, fiat rotundum. Signentur itaque in interiori superficie fundi huius uasis duo diametri orthogonaliter se secantes, quæ sint a b & c d; palam, quoniam illæ diametri transeunt per centrum circuli fundi quod sit e, deinde signetur in basi oræ istius uasis, qui est circulus a c d, in distantia extremitatis alterius diametrorū productarū, ut diameter a b secundū latitudinem unius digiti punctū qd' sit f, & ex hoc puncto tertia trahatur diameter per centrum e, quæ sit f g, & à duobus terminis istius diametri f g ducantur duæ lineæ in intrinseca superficie oræ uasis, quæ necessario erunt perpendiculares super superficiem fundi lamine, ideo, quod superficies oræ, in qua perpendiculares istæ producantur, sunt erectæ super superficiem fundi, ut patet supra. Illæ quoque perpendiculares sint f h & g k, & in altera istarū linearū ut in f h signentur tria puncta æquedistantia secundū quantitatem medietatis grani hordei, quæ sint l m n, quorū primū qd' est l sit propinquius basi uasis & ipsi puncto f, à quo distet per quantitatē medietatis grani hordei, & deinde reducatur uas ad tornatoriū, & signentur in ipso tres circuli æquedistantes, transeuntes per illa tria puncta l m n, qui circuli diuident lineam g k, istæ diuisæ lineæ quæ est f h oppositam proportionaliter prius diuisæ per 17. undecimi, sintque diuisiones lineæ g k puncta o p q, & fient in unoquoque istorū trium circulorū duo puncta opposita, quæ sunt extremitates alicuius diametri illorū circulorū in puncto diuisionis lineæ f h, qd' est punctum l, opponitur in linea g k puncto o, & sit linea l o diameter circuli æquedistantis circulo a b c d. & similiter linea m p sit diameter alterius circuli, & linea n q sit diameter circuli tertij, diuidatur itaque medius istorū circulorū in 360. partes, & si possibile fuerit per minuta, deinde super lineam f h alteram duarum linearū perpendicularium quæ sunt f h & g k punctū medium qd' est m, perforetur foramen rotundū, & sit medietas diametri foraminis secundū quantitatem distantiæ circulorū quæ est linea m l, attinget ergo foramen illud ambos circulos extremos, & medius circulorū diuidet circulum foraminis per æqualia, quoniam transit per centrum foraminis. Deinde accipitur lamina ænea plana aliquantulū spissa, & sit eius spissitudo sicut horæ ipsius instrumenti, & eius longitudo sit duorū digitorū sicut & ora uasis, & eius latitudo sit prope hoc, & sit æquedistantiū superficierū, planeturque adeo, ut cōmunis sectio superficierū suæ latitudinis & spissitudinis sit linea recta, quæ sit e s, diuidaturque in duo æqualia per 10. primi, &



ab eius medio puncto qđ sit t ducatur linea recta perpendiculariter super ipsam lineam r g in superficie latitudinis quæ sit t u, & hæc, ut patet ex præmissis & per 29. primi, necessario æquedistabit ambabus lineis longitudinis, diuidens superficiem tabulæ per æqualia, & in hac linea perpendiculari quæ est t u, & à parte lineæ r s cui superstat incipiendo signentur tria puncta æqualiter distantia ab inuicem secundũ quantitatem medietatis grani hordei quæ sint x y z, & à medio istorũ punctorũ quæ est y perforetur lamina foramine rotundo, sicq; foraminis periferia ad alia duo puncta ꝑtingat, eritq; hoc foramen æquale foramini l m n prius facto in ora uasis. Deinde in duo æqualia diuidatur semidiameter uasis fundi quæ est f e, cuius extremitati in hora uasis superstat una linearũ ꝑpendicularium quæ est f h, sitq; punctus diuisionis t, & ab hoc puncto t ducatur linea perpendicularis sup eãdem diametrũ quæ sit k t s, deinde ponatur basis paruæ laminæ super hanc lineã, donec linea quæ est differentia cõmunis latitudinis & profunditatis laminæ quæ est r t s, supponitur lineæ isti ꝑpendiculari ductæ super diametrũ quæ similiter est r t s, sitq; punctus diuidens lineã laminæ, quæ est cõmunis differentia superficierũ latitudinis & profunditatis, qui est punctus t, superpositus puncto t, signato in linea f e semidiametro uasis, deinde consolidaẽ parua lamina fundo uasis, erit quoq; tunc foramen x y z qđ est in parua lamina, quæ est r u s, directe oppositum foramen l m a, quæ est in uasis ora, & erit linea recta m y, copulans centra istorũ foraminum in superficie circuli medij trium circulorũ prius signatorũ, cuius diameter est linea m p, eritq; linea m y æquedistans diametro uasis quæ est f e, deinde resecetur ex ora uasis pars interiacens duos diametros orthogonaliter sesecantes, quæ sit pars 4. proxime sequens quartã illam in qua est foramen, cui foramen laminæ opponitur, & est in circulo a c b d, correspondens arcui a d, & planetur locus sectionis donec fiat una superficies cum superficie fundi uasis, & ducta 4. circuli quæ sit a d, secundũ quantitatem circuli horæ diuidatur per 90. grad. & diuidantur grad. in minuta, & isti uasi taliter informato & figurato, deinceps damus nomen instrumenti. Deinde accipiẽ regula ænea quadrangula, cuius longitudo sit unius cubiti, & sint 4. superficies ipsam continentis latitudinis duorũ digitorũ, & adæquatur superficies eius, donec fiant æquales rectangulæ. Deinde in medio puncto longitudinis regulæ, & in medio alicuius illarũ superficierũ fiat foramen rotundũ, cuius amplitudo sit capax corpis, qđ est in dorso instrumenti, & sit foramen perpendiculare super superficiẽ regulæ transiens ad aliam partem superficiei oppositæ, fiatq; taliter ꝙ reuoluatur in ipso instrumentũ non leni reuolutiõe, ponaturq; instrumentũ super regulam immisso corpore, ꝙ est in eius dorso in foramen regulæ, donec superficies instrumenti coniungatur superficie regulæ, eritq; longitudo regulæ æqualis diametro instrumenti, fiantq; duæ pinnulæ latitudinis & spissitudinis regulæ, sed longitudinis plusq; unius digiti, quæ consolidentur super extremitates regulæ, ita, ꝙ ipsorũ præeminentia super extremitates regulæ sit unius digiti, uel parum plus, uel minus, & pinnulæ illæ consolidatæ sint sup superficiem regulæ non perforatã, & quia latitudo regulæ est duorũ digitorũ, altitudo, uero corporis in dorso instrumenti est trium digitorũ, ille tertius digitus quo corpus pinni et regulæ perforetur, sicut in astrolabio, & imittaẽ cuspis continens regulã cum instrumento. Deinde assumatur alia regula ænea, cuius latitudo sit dupla suæ spissitudini, spissitudo uero sit æqualis diametro foraminis qđ est in ora instrumenti, & longitudo eius sit æqualis medietati cubiti, fiatq; hæc regula recta & uera, & eius superficies æquales & æquedistantes. Deinde secetur illa regula in una sui parte oblique, donec finis longitudinis eius cõtinuat cum tertio latitudinis angulum acutũ, ut facilius ualeat moueri. In parte uero altera sit finis latitudinis eius perpendicularis super finem longitudinis. Deinde diuidatur linea eius latitudinis in duo æqualia, & à puncto sectionis ducatur linea æquedistans lineis longitudinis quæ erit perpendicularis super lineam latitudinis per 29. primi. Cum itaq; hæc re-



gula fuerit superposita superficiei fundi instrumenti taliter, ut eius spissitudo sit orthogonaliter erecta super fundum instumenti, & superficies latitudinis applicetur superficiei fundi ipsius instrumenti, tunc eius superior superficies in superficie circuli medij trium circulorum in ora instumenti protractorum, cuius diameter est linea m p, ideo, quia spissitudo regulæ est æqualis diametro foraminis, & diameter foraminis quæ est n l, est æqualis lineæ perpendiculari exeunti à centro foraminis super superficiē planam instrumenti, quæ est linea m f, cui adiacet linea spissitudinis regulæ æqualis ipsi. Cum itaque propositam conclusionē experimentaliter placuerit declarare, opponatur instrumentū præmissum corpori solari, uel alteri corpori luminoso cuicunque, uel etiam candelæ, & applicetur centrū foraminis instrumenti quod est punctū m, opposito corporis luminosi secundū quod melius fuerit possibile, transibitque radius luminosus centra amborum oppositorum foraminū unius in ora instrumenti, & alterius in rabella perforata exeuntia, quæ sunt m & y, describeturque circulus luminosus ex parte horæ instrtumenti opposito foramini l m n directe per diametrū m p, eritque centrum illius circuli luminosi in puncto p. quod faciliter patere potest, si à puncto p ad utranque partem periferiæ circuli medij illorum trium circulorū, secundū gradus & minuta diuisi, partes interiacentes luminosi circuli periferiā computentur, inuenientur enim æquales numeri hinc inde, est ergo punctum p centrum illius circuli luminosi, linea itaque m p, secundū quā incidit radius, transiens per centrū circuli utriusque foraminis, & per centrū circuli luminosi, tota est in superficie plana circuli medij illorū trium circulorum, & est diameter illius circuli, est ergo linea recta. & si aliquod corpus forti colore medio coloratum, ut uiride uel rubeum, ponatur extra foramen oræ instrumenti, ita, ut lumen solis uel alterius corporis transiēs per illud corpus, postmodum incidat foraminibus instrumenti, & transeat per illa, tunc ut patuit per ultimam præmissarum suppositionū, circa punctum p in ora instrumenti describet circulus luminis colorati illo colore, color ergo mixtū cum lumine diffudit formā suam secundū lineas rectas, sicut & ipsum lumen: patet ergo, quod radij quorumcunque luminum & multiplicatiões formarum secundū lineas rectas protenduntur, & hoc est propositum.

II.

Lumen non impeditum, per totum sibi proportionatum medium in instanti necessarium est deferri.

Sit linea proporionata delationi luminis fortioris, ut est in lumine solis mundi diameter, quæ sit linea a b c d, & sit corpus fortiter luminosum in puncto a. si ergo dicatur, quod lumen in tempore defertur per lineam a b c d, & non in instanti, ergo in parte illius temporis defertur per lineam a b, & in minimo tēpore sensibili feretur per minimā partem sensibilē lineæ a b, quoniā si in tempore sensibili feretur per spaciū insensibile, contingeret spacium sensibile ex insensibilibus componi, sicut tempus mensuratū post illud spaciū compositū ex temporibus sensibilibus in suis partibus feretur, ergo in tempore minimo sensibili per minimū spacium sensibile, sed in eodem tempore feretur per idem spacium forma luminosi corporis debilioris, minus illo corpore fortiori luminoso, quoniam minimo spacio sensibili non est aliquod spaciū sensibile minus, etiā minimo tempore sensibili non est aliquod sensibile tempus minus, æqualis ergo uirtutis erunt lumen fortius & debilius, quod est impossibile, quoniam implicantur contradictoria, est ergo impossibile lumen in tēpore per proportionatū sibi mediū diffundi. necesse est ergo quod illa diffusio fiat in instanti, quod est propositum. Ad hoc etiam aliquæ deseruiunt naturales rationes Aristotelis, quas, qui uoluerit percurrat, quia sufficit nobis hoc unum inconueniens secutum.

III.

Omnis linea qua peruenit lux à corpore luminoso ad corpus oppositū, est linea naturalis sensibilis, latitudinem quandam habens, in qua est linea mathematica imaginabiliter assumenda.

Lux enim non procedit nisi à corpore, quoniam non est nisi in corpore, unde patet, quia in minima luce, quæ sumi potest, est latitudo: quoniam minimā lucem dicimus, quæ si diuidatur, non habet amplius actum lucis, quia non erit uisibilis, sed utraque pars extinguetur,

quia

quia neutra pars ei9 erit lux, neq; apparebit sensui. Est ergo in linea radiali, secundũ quã fit diffusio luminis, aliqua latitudo ꝓpter quã inest ei sensibilitas, & in medio illius lineæ est linea mathematica imaginalis, cui omnes aliæ lineæ mathematicæ in illa linea naturali æquedistantes erunt, & qm̃ lux minima ꝓcedit ad minimã corporis partem quam lux occupare potest, necesse est, ꝙ ꝓcessus eius sit secundũ lineam mathematicã, quæ est in medio lineæ sensibilis, & secundũ lineas extremas æquedistãtes lineæ mediæ, neq; cadit lux minima in punctum mathematicũ corporis oppositi, sed in punctum sensibilem correspondentẽ omnibus prædictis mathematicis indiuisibilibus, ad quos lineæ mathematicæ ipsius lineæ possunt terminari, & ob hoc utemur in demonstrandis passionibus lucis figuratione linearum mathematicarum in processu.

IIII.

Corpora diafona sunt apta penetrationi luminis & coloris sine essentiali sui trasmutatione.

Hæc enim corpora ꝓprietatem habent, ut non prohibeant formas lucis & coloris se penetrare, attamen non mutantur à lucibus uel coloribus, nec alterantur ab eis alteratione fixa. Sed fit per illa diffusio lucis & coloris secundum lineas rectas per primã huius, quarũ aliquæ sunt æquedistãtes, aliquæ secantes se, & quædã diuersi situs, & omnium istarũ linearũ distinctio fit per distinctũ situm corporis luminosi, à quo fit diffusio illius lucis uel coloris. Formæ itaq; lucis & coloris extensæ à coloribus diuersis in eodem diafono, extenduntur quælibet ipsarũ secundũ lineam rectam, & pertransibunt ad corpora opposita. Corpus uero diafonũ non tingitur per luces uel colores, sed solum penetratur, neq; enim talia corpora ꝓpter luces & colores perdunt suas formas, neq; tinguntur per luces & colores tinctura fixa, quia in eis non remanent formæ lucis uel coloris post recessum lucis uel coloris ab ipsarũ oppositione, nõ ergo transmutantur illa corpora essentiali transmutatione per luces & colores, quod est propositum.

V.

Luces & colores in corporibus diafonis non admiscentur adinuicem, sed penetrant distincti.

Huius rei experimentaliter declarandæ causa, ponantur in loco aliquo candelæ multæ localiter distinctæ, & sint omnes oppositæ uni foramini pertransennti ad locum obscurũ, & opponatur foramini in loco obscuro aliqd' corpus non diafonũ, Luces itaq; candelarũ apparent super illud corpus distincte secundũ numerũ candelarũ, & quælibet illarũ apparet opposita uni candelæ secundũ lineam rectam, transeunte per foramẽ & per medium luminis lumen candelæ, & si cooperiatur una candela, destruetur unum lumen oppositũ illi candelæ tantũ, & discooperta candela, reuertitur lumen: palam itaq;, ꝙ luces in medio foraminis, ubi se intersecant omnes uel plures in puncto uno, non admiscentur in eodem puncto, sed sunt distinctæ per sui ipsarũ essentias, & ob hoc cum ulterius ꝓtenduntur, tunc secundũ locorũ, quibus incidunt, diuersitatẽ localiter distinguuntur, & qm̃ lux res coloratas pertransiẽs, illarũ coloribus coloratur, ut suppositũ est: palã, si lumen penetrat distinctũ & colores qui feruntur cum lumine, penetrabunt distincti, patet ergo propositum.

VI.

Proportio uirtutis totius corporis luminosi ad totũ corpus luminosum, est sicut determinatæ partis uirtutis ad partẽ corporis sibi ꝓportionabilẽ.

Sit corpus aliqd' luminosum a b. Dico ꝙ ꝓportio uirtutis totius corporis a b ad totum corpus a b, est sicut ꝓportio partis uirtutis q̃ est a, ad partem corporis quæ est a. Si enim nõ est istorũ eadem ꝓportio, aut ergo maior aut minor: sit primũ maior, & sit uirtus totius corporis a b signata per lineam g d, sitq; g uirtus partis corporis quæ est a & d, sit uirtus partis corporis quæ est b: quæ est ergo ꝓportio g ad a, eadem est d ad b, ergo per 18. quinti erit coniunctim g d ad a b, sicut g ad a, Si ergo ꝓportio g ad a est maior ꝓportione g d ad a b,

A B

G D

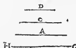
erit

erit quoque maior proportio g d ad a b, quàm g d ad a b, quod est impossibile, non enim poterunt esse unius rei ad aliam duæ proportiones, quarum una maior alia, idem quoque accidit impossibile danti, quod minor sit proportio g partis uirtutis ad partem corporis quæ est a, quàm g d uirtutis ad a b corpus. Si enim minor est proportio g ad a quàm g d ad a b, & quæ est g ad a, eadem est d ad b per 3. primi huius, erit ergo per 18. quinti coniunctim proportio totius uirtutis, quæ est g d, ad corpus a b minor proportione g d ad a b, quod est impossibile, est ergo proportio g ad a, sicut g d ad a b, & hoc est propositum, & est uniuersale, nisi forte aliquid conferat unio uirtuti, quoniam uirtus unita semper est fortior se ipsa diuisa: unde tenet nostra demonstratio, quando partes non diuisæ à toto agunt in ipso toto non actualiter distinctæ, cum enim distinctæ sunt à toto, tunc non sunt partes, quia nomen partis, id quod dicit signat potentiam non actum, & de hoc completius in alijs sermo fuerit.

VII.

Omnis corporis luminosi intransmutabilis secundum formam uel situm in corpus aliud æquale & omogeneum, eidem immediate uel per medium uniforme oppositum, est semper actio æqualis & uniformis.

Sit enim dati alicuius corporis luminosi uirtus a, & sit corpus æquale & omogeneum eidem oppositum b g, & sit impressio uirtutis a in b g corpora signata per c. Dico quod a semper imprimit in corpus b g impressionem c, quæ est semper æqualis sibijpsi & uniformis. Si enim dentur quod a quandoque imprimit in b g in pressionem quæ est c, quandoque uero non imprimit c, sed aliud maius uel minus ipso c, ut d, tunc cum corpus obiectum sit omogeneum & uniforme, erit diuersitas impressionis non à corpore b g patiente, sed à uirtute a diuersificata in se, hoc autem est impossibile, cum corpus luminosum positum sit intransmutabile secundum formam & situm, est ergo ipsius actio semper æqualis & uniformis in corpus eidem immediate uel per medium uniforme oppositum, & hoc est propositum.



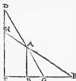
VIII.

Necesse est terminum longitudinis cuiuslibet umbræ radium luminosum esse.

Quod hic proponitur, satis patet per præmissa principia, quoniam enim per tertiam suppositionem solum in absentia luminis fit umbra, & per 4. suppositionem in alsatione luminis umbra deficit, tunc necessario oportet in tanto spacio umbram causari, in quanto lumen deficit, & ubi lumen accedit, ibi umbra deficit. Terminus ergo longitudinis cuiuslibet umbræ cum sit linea, patet quod oportet, ut illa linea sit luminosa, est ergo illa linea radius luminosus per diffinitionem radij. patet ergo propositum.

IX.

A terminis æquedistantium altitudinum corporis luminosi altioris, & corporis umbrosi bassioris productæ lineæ, concurrentes sunt suis altitudinibus proportionales, ex quo patet, quod eadem altitudo corporis umbrosi ex lumine bassiori longiorem proijcit umbram quàm ex lumine altiori.



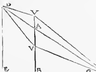
Sit altitudo corporis umbrosi cuiuscunque linea a b, & sit altitudo alia illi æquedistans ipsius corporis luminosi, quæ sit d e, sitque linea d e maior quàm linea a b, producanturque lineæ e b & d a, quæ protractæ concurrant ad aliquam partem in puncto g per 2. primi huius. Dico quod erit proportio lineæ g b ad lineam g e, & lineæ g a ad lineam g d, sicut lineæ a b ad lineam d e, quia enim linea b a æquedistat lineæ d e ex hypothesi: palam ergo per 29. primi, quoniam angulus g b a est æqualis angulo g e d, & angulus g a b æqualis angulo g d e, angulus quoque b g a communis est ambobus trigonis g d e & a g b, ergo per 4. sexti est proportio lineæ g b ad lineam g e, sicut lineæ b a ad lineam e d, ergo per 5. primi huius, erit econtrario proportio lineæ g e ad lineam b g, si cut li-

eut lineæ e d ad lineam a b: palam ergo est, propositum, quoniam eodem modo demonstrari potest de lineis g a & g d, & ex hoc patet, quod eadem altitudo corporis umbrosi ex lumine bassiori longiorem proiicit umbram quam ex lumine altiori. Esto enim quod aliquod corpus luminosum sit in puncto h, cadatque radius h a in punctum lineæ e g, quod sit k, eritque per præmissum modum proportio e k ad b k, sicut h e ad a b, sed per 8. quinti proportio lineæ h e ad a b est minor quam d e ad a b, ergo per 11. quinti proportio e k ad b k est minor quam e g ad b g, multum ergo excreuit umbra b k respectu umbræ b g, ut patet per 10. quinti & per 4. primi huius, & ex hoc accidit, quod umbræ lunares semper sunt lõgiores quam umbræ solares, & ita de alijs corporibus luminosis altioribus & bassioribus quibuscunque, patet ergo propositum.

X.

Omnem radium luminosum per medium unius diafoni trans uerticem alicuius corporis umbrosi protensum, necesse est esse lineam unam rectam.

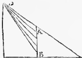
Remaneat totalis dispositio proximæ præcedentis, & sit punctus g finis umbræ, quæ utique, ut patet per 8. huius, cuiuslibet umbræ terminus est radius luminosus. Dico quod ille radius terminans umbram est linea recta, ut est in proposita figura linea d a g, si enim non est recta linea d a g, tunc d a linea sit recta per primam huius, ideo, quod nullam habet causam impedimenti in progressu, & linea a g similiter est recta per idem, continguntur ergo lineæ d a & g a angulariter in puncto a: subtendatur illi ergo angulo utcunque contingat basis à punctis d & g, & sit linea d u g recta, & protrahatur uel abscindatur linea a b, trigonum itaque e d b diuiditur per lineã d u æquedistantem lineæ e d, ergo per 29. primi erunt trigoni e d g & b u g æquianguli, ergo per 4. sexti erit proportio lineæ g e ad lineam g u, sicut lineæ e d ad lineam d u. Sed per proximam præmissam est proportio lineæ g e ad lineam b g, sicut lineæ d e ad lineam b a, est ergo per 11. quinti eadem proportio lineæ d e ad ambas lineas b u & b a, quod est contra 8. quinti, & impossibile, ad minorẽ enim maior, & ad maiorem minor est proportio, uel sequetur maiorem lineam esse æqualem minori per 9. quinti, hoc autẽ est impossibile. Oportet ergo ut radius d a g sit linea una recta, quod est propositum.



XI.

Omnia corpora densa non diafona in partem luminoso corpori aduersam umbrã proiciũt usque ad incidentiã radij per rei densæ uerticẽ producti.

Quia enim in corporibus densis nõ diafonis natura diafoneitatis & transparentiæ est impedita per admixtionẽ corporũ opacorum terreorum, sunt enim omnia talia naturæ terreæ à dño, necesse est ergo, ut transitum luminis impediant, ergo per petitionem in absentia luminis umbrositatem efficiunt in ea parte, in qua per ipsas luminis excessus impeditur, hoc autem est in parte aduersa corpori luminoso. Sit autem aliquod talium umbrosorum corporũ, cuius altitudo ab horizonte sit a b, & eius uertex a, & sit corpus luminosum altius quam linea a b, cuius aliquis supremus punctus sit d, radij itaque in rota linea a b incidentes, impediuntur à transitu propter corporis opacitatem, cadat uero radius d c proximus sup radiũ d a, hic ergo radius, quia non impeditur, transit ultra corpus a b, in sua ergo incidentia quæ sit c affert lumẽ, deficit ergo umbra, & patet propositum.



XII.

Aequalium altitudinum corporum umbrosorum, quod fuerit corpori luminoso se altiori propinquius, breuiorem facit umbram.

Sit supremus punctus corporis luminosi g, quod sit altius duobus corporibus umbrosis, cuius altitudo à superficie horizontis sit linea a g, sintque duorum corporum umbrosorũ æquales altitudines erectæ sup lineam a b, productam in ipsa superficie horizontis quæ

sint d e & z h, quarum d e sit propinquior corpori luminoso a g & z h remotiore, ducaturq; per uerticẽ corporis d e radius g e t, qui erit linea una ꝑ 10. huius, & per uerticem corporis z h ducatur radius g h b, erit itaq; per præmissam corporis d e umbra d e t, & corporis z h umbra z h b. Dico q umbra d e t est minor q̃ umbra z h b, ducatur enim à puncto h linea æquedistans lineæ e t ꝑ 31. primi, quæ sit h k; palamq; per 2. primi huius, quoniã linea h k concurret cum linea a b cum qua concurrit eius æquedistans quæ est linea e t, & quoniã lineæ h b & e t concurrũt in puncto g supremo puncto corporis luminosi, cadet ergo punctũ k ꝑ 2. & ꝑ 14. primi huius inter duo pũcta t & b, copuletur ergo linea e h, quæ ꝑ 33. primi ex hypothesi æqualis & æquedistans erit lineæ d z. Sed ꝑ 34. primi lineæ e h & t k sunt æquales, lineæ ergo t k & d z sunt æquales, addita ergo linea z t, utrobiq; erit linea d t æqualis lineæ z k, ergo ꝑ primam sexti umbra z h k est æqualis umbræ d e t, quoniã sunt eiusdem altitudinis ex hypothesi, sed umbra z h k est minor q̃ umbra z h b, quoniam est pars eius, ergo & umbra d e t est minor q̃ umbra z h b, patet ergo propositum.

XIII.

Vmbra lineæ rectæ perpendiculariter corpori luminoso oppositæ, infixæ superficiei corpori densi nulla est, eleuatæ uero est linearis, apparet autem punctualis.

Si enim per suppositionẽ 3. in absentia luminis sit umbra, tunc patet, q si lineã mathematicam naturalis corporis supficiei infixam, accidit luminoso corpori ppendiculariter offerri, non impeditur, nisi unica linea radialis à transitu cum alijs lineis radialibus quæ transeunt ad supficiem illius corporis, nulla uero aliarum linearũ radialiũ impeditur ppter obiectũ illius lineæ, aliàs enim accideret duas uel plures lineas radiales cum una linea ppendiculari ipsis obiecta in uno puncto cõcurrere, qđ est impossibile, quia indiuisibilia in nullo se excedunt. Cum autẽ radius non sit aliud q̃ linea luminosa, ut patet per diffinitionem, palam, q radius ad modũ lineæ incidit supficiei corporis secundum punctum, ergo & impedit secundũ punctum. Sed in allatione luminis umbra deficit per 4. suppositionẽ, quia ergo unicus radius est impeditus, & ille incidit secundũ punctum, palam q non manet aliqua umbra. Cum uero linea eleuatur super densi corporis superficiem, ubicunq; sub linea ponatur densa supficies, umbra inuenitur: & si per diuersa puncta fiat descensus, palam, quia umbra proijcitur linearis, eo, q intra quælibet duo puncta est lineam mediam ducere, apparet autem semꝑ punctualis in concursu sui cum superficie corporis densi, quia ibi solũ cum umbra densitatis superficiei commiscetur, patet ergo illud quod proponebatur.

XIIII.

Vmbra superficiei planæ cuiuscunq; figuræ perpendicularis super superficiem corporis luminosi infixæ, corpori denso nulla est, eleuatæ uero est superficialis, sed apparet linearis recta.

Hoc patet per præcedentẽ, ad q̃dlibet enim punctũ lineæ terminantis quãcunq; datam superficiẽ corpori luminoso ppendiculariter oppositam, contingit ducere lineam ppendiculariter oppositam corpori luminoso. Vmbra ergo cuiuslibet illarum linearũ supficie ꝓposita existente infixa corpori denso, nulla est, ergo neq; umbra totius superficiei fit aliqua eleuata nisi superficie opposita ab illo denso corpore, umbra cuiuslibet illarum linearũ ꝑ præcedentẽ ꝓpositionem est punctualis, aggregata uero talia puncta, uidenẽ lineam constituere, apparet ergo umbrã superficiei taliter eleuatæ umbra linearis, & quoniam supficies circulares ex suis diametris ex alijs ppendiculariter super corpus luminosum ꝓductis, non accipiunt nisi puncta umbrarũ, quæ ad lineam rectam inferius concurrunt, quia impediunt transitũ rectæ lineæ ipsarũ umbra linearis recta, non enim causant umbræ à figura quorũlibet obiectorũ, nisi secundũ q transitus luminis impeditur, cuiuscunq;

cunq; ergo figuræ fuerit ,ꝑposita superficies,umbra apparens semꝑ erit superficialis, uidebitur autem linearis ,ꝑpter præmissas causas,patet ergo ꝑpositum.

XV.

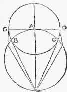
Omnis corporis densi,cuius æqualis uel amplior est basis contraposita sibi superficie perpendiculariter corpori luminoso opposito infixi corpori denso,umbra nulla est,eleuati uero est corporalis,uidetur aũt superficialis.

Verbi gratia:Sit columna rotunda,uel aliud corpus,cuius basis sit æqualis uel amplior sꝑficie illius eiusdẽ corporis contraposita ipsi basi,si ipsius corporis superficies terminetur ad unum punctũ,ut est in pyramide, ꝙ infigatur sꝑficiei alicuius corporis solidi,& perpendiculariter opponatur corpori luminoso,dico ꝙ uerum est qđ ꝑponebať. Si enim illud corpus sit columna rotunda uel aliud corpus,cuius basis sit æqualis superficiei contrapositæ basi,& aduersæ corpori luminoso ,patet , qm̃ radij luminosi ex omni parte secundũ lineas longitudinis perueniunt ad basem,nulla ergo fit umbra,& idem patet,si illud corpus sit pyramidale,uel si basis sit maior sibi contraposita sꝑficie aduersi corporis luminosi , tunc enim lumen nullatenus impeditur, ꝙ tñ accideret,si superficies aduersa corpori luminoso esset amplior ipsa basi corporis umbrosi,tunc enim impedito transitu luminis causaretur umbra.Sed quacunq; figura corporis existente,si ipsum eleuetur ab alio corpore cui fuit infixum,apparebit umbra superficialis;superficies enim secantes corpus,& ꝑpendiculariter superficiei corporis luminosi incidentes,umbram constituunt linearem per præmissam,& quia tota superficies corporis opposita luminoso corpori per tales superficies exhauritur,lineæ uero tales cõiunctæ superficiem constituunt,palam,omnis corporis sic dispositi umbram superficialẽ apparere,erit autẽ illa umbra necessario corporalis,quoniã erit dimensionata dimensionibus corporis,qđ potest declarari ut prius,patet ergo propositum.

XVI.

Longior radius ad sphæram uel circulum columnæ uel pyramidis rotũdarum perueniens,quasi linea contingens est.

Sit circulus magnus sphæræ uel columnæ uel pyramidis rotũdæ,qui d g,cuius centrum sit punctum a,& diameter g d,& qm̃ lumen ad omnem differentiã positiõis se diffundit, sicut patet ꝑ 6.suppositionẽ,sit punctum corporis luminosi z,cuius lumen se diffundit sꝑ circulum d g,ducaturq; linea z a à puncto corporis luminosi ad centrum illuminati circuli,& secundũ diametrum a z describatur circulus , secans circulum d g in punctis e & b,& copulentur radij z e,z b. Dico ꝙ radij z e & z b sunt contingentes sphæram,uel aliud aliorum corporũ,& ꝙ nulli radij longiores illis possunt ad illa corpora peruenire:ducantur enim à centro circuli g d, qđ est punctum a , ad puncta sectionum b & e,lineæ a e & a b,palam ergo ꝑ 30.tertij, quoniam duo anguli z e a & z b a sunt recti,ergo per 15. tertij patet, ꝙ lineæ z e & z b contingunt circulum g d,ꝑductæ ergo non secabunt circulum g d;sunt itaq; lineæ z e & z b longiores lineæ, quæ à puncto z ad illa corpora duci possunt. Si enim detur ,ꝙ aliqui longiores radij duci possunt à puncto z ad illa corpora,patet per 8.tertij,ꝙ illæ nõ cadent in arcum e b,ipsæ ergo productæ secabunt lineas z e & z b prius ꝙ̃ perueniant ad arcus e g uel b d ,duæ itaq; lineæ rectæ includent superficiem,qđ est impossibile,& hoc quidem nõ solum demõstrabile est in corporibus illuminandis,sed etiam per eundem modum demonstrari potest de corporibus luminosis ,quia & ab illis longior radius obiecta corpora incidens, ipsa corpora luminosa est contingens, patet ergo ꝑpositum .

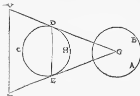


XVII.

Impossibile est,ut lumen egrediens à corpore luminoso,egrediatur tantum à centro corporis luminosi, ex quo patet, ꝙ necesse est à quolibet pun-

cto superficiei corporis luminosi diffundi radios luminosos.

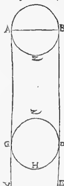
Si enim dicatur ꝙ radij luminosi tantum egrediuntur à centro corporis luminosi, sit corpus luminosum circulus a b, cuius centrum g, sitq; corpus illuminatũ circulus d e, à centro g corporis luminosi egrediuntur duo radij longissimi, qui possunt ab illo pũcto a corpori illuminando incidere, qui ꝑ præmissam erunt duæ lineæ contingentes fines corporis illuminati, quæ sint g d u, g e z, & puncta contactuũ quæ sint d & e copulentur per lineam d e & e i, æquedistanter ducatur linea u z, ꝑ 31. primi, erit ꝙ pars corporis illuminati super quã cadit lumen pars d h e, & pars obscura super quã nõ cadit lumẽ, quæ d c e, & quia pars supra quã non cadit radius, non illuminatur, ergo ꝑs contenta sub terminis u d c p e z est umbrosa, obscurans lineas d e & u z æquedistãtes: sunt itaq; per 29. primi trigonu g z & d g e æquianguli, quia angulus d g e est cõmunis ambobus trigonis, est ergo ꝑ 4. sexti, ꝓportio lineæ g e ad lineam g z, sicut lineæ d e ad lineam u z, sed linea z g est maior ꝙ̃ linea e g, ergo linea u z est maior ꝙ̃ linea d e, umbra ergo corpoꝝ omniũ cuiuscunq; sint ꝓportionis ipsarũ diameter ad diametros corporis luminosi semper est maior corpore umbroso, & semper augmẽtantur secundũ modum ꝙ̃ elongãtur ultra corpus umbrosum, cuius contrariũ notũ est sensui. Vnde fuit suppositũ in principio aliquã umbram in sui termino acui, & ad punctum terminari, palam ergo est ꝓpositum. Et cum lumen egrediatur à corpore luminoso, & non solum à centro, ut ostendimus, manifestum est corollariũ, quoniã à quolibet puncto superficiei corporis luminosi necesse habet egredi ad corpora illuminanda, corpus enim luminosum secundũ qđ huius unigeneum est, unde qua ratione dabitur ab uno puncto suæ superficiei lumen diffundi, eadem ratione dabitur de quolibet aliorum punctorum, patet ergo propositum.



XVIII.

Impossibile est, ut à superficie corporis luminosi egrediantur radij solum æquedistanter corpori illuminando incidentes.

Si enim hoc dicatur esse necessarium, tunc sequeretur euidens impossibile. Sit enim corpus luminosum, cuius diameter a b, & corpus illuminatũ d g, & ꝓducantur à corpꝫe luminosi duo radij lõgiores, q per 16. huius erũt duæ lineæ cõtingentes fines corporis g d, quæ sint a g e & b d h, & sint æq̃distantes ex hypothesi, pars q̃q; illuminata super quã cadit lumẽ sit g z d, & pars suꝑ quã cadit umbra sit g h d, umbra ergo cõtinetur à duabus lineis e g & d u, quæ sint æq̃distãtes. Si ergo unicuiq; corpori illuminãdo correspõdeat æqualis sibi pars corporis illuminãtis, tũc eni solũ secundũ lineas æquedistantes radij incident per 33. primi, patet ergo, ꝙ omnis umbra in omni sui parte æqualis erit suæ rei umbrosæ, igitur nõ augebitur umbra, neq; minuetur, sed ꝓtendetur super in infinitum, qđ est contra suppositionem, habet enim aliqua umbraꝝ terminũ acutum, est ergo hoc impossibile, oppositum est ergo necessarium, & hoc est ꝓpositum.



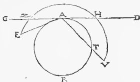
XIX.

Oĩs punctus corporis luminosi eam partẽ corporis umbrosi illuminat, ad quã ab eodẽ pũcto rectas lineas possibi

le est

le est produci, ex quo patet, quod unus punctus luminosi corporis non illuminat omne umbrosum corpus.

Sunt enim corpora luminosa unigenea in suis partibus, non ergo diuersificatur effectus suarum partium, neque est possibile, ut ab una parte illuminet, & non ab alia, non tamē ab uno puncto corporis luminosi ad quālibet punctum umbrosi corporis possunt rectæ lineæ produci, & ob hoc unus punctus non illuminat omnia, sed illuminantur corpora umbrosa à diuersis punctis corporis luminosi. Si enim corpus luminosum circulus a b, qd' contingat linea d g sup punctum a per 16. tertij, sitque corpus illuminatum concauū arcus e b, & secet ipsa linea d g super duo puncta z & h. Dico quod possibile est omnē arcum z h illuminari à puncto a corporis luminosi, quī, ut patet, possibile est, ut ab omni puncto arcus z h ducatur linea recta ad punctum a l, & ab arcu z e, & ab arcu h u ali



quas lineas duci ad punctum a est impossibile p 15. tertij, quī inter lineam g d contingētem circulum a b aliquā lineam rectam interci pi est possibile. Si ergo aliqua linea ab aliquo punctorum illorum arcuū ducatur ad punctum a, illa necessario secabit circulum, sicut linea n a secat circulū a b in puncto t priusquam pueniat ad punctum a, & similiter est de oībus lineis à quocunque puncto arcuum u h & z e ad punctū a, pductis, omnes enim secāt circulum a b in alio puncto ab ipso puncto a priusque perueniant ad punctum a: radius itaque exiens à puncto a, non illuminat ambos arcus u h & z e, sed solum arcum h z, sed illos arcus ab alijs punctis luminosi corporis circuli a b, a quibus ad eosdem arcus recte possunt pduci lineæ nihil prohibet illuminari. Et similiter est de alijs quibuscunque corporibus illuminantis, quī si corpora concaua de quibus plus uidetur, quod possint ab uno puncto illuminari, non illuminantur ab uno puncto coporis luminosi, ergo multo minus corpora recta plures planas superficies habentia, uel corpora sphærica, uel alta cōuexa, possunt ab uno puncto luminosi corpis illuminari, patet ergo ppositū & eius corollarium.

XX.

A puncto cuiuslibet corporis luminosi lumen diffunditur secundum omnem rectam lineam, quæ ab illo puncto ad oppositā superficiē duci potest, unica tantum linea perpendiculariter superficiei obiecti corporis incidente, ex quo patet lucem cuiuslibet puncti corporis luminosi secundum pyramidem illuminationis diffundi.

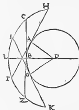
Quod enim lux cuiuslibet corporis luminosi diffundatur secundū omnem lineā ducibilem ab illo puncto super superficiem corporis obiecti ad omnem positionis differentiam, hoc patet per præmissā. Qd' autem unica tantū linearū ab aliquo uno puncto corporis luminosi, pductarū ad superficiem unam corporis oppositi sit perpendicularis, hoc patet ex 20. primi huius. Vnica ergo linea perpendiculariter incidit superficiei sibi oppositæ, omnes uero aliæ lineæ ab eodem puncto, pductæ, incidūt oblique, patet ergo ex hoc, quod cuiuslibet puncti corporis luminosi lumen secundū pyramidem illuminationis diffunditur, cuius uertex est in pūcto corporis luminosi & basis in superficie corporis obiecti, & hoc quidā instrumentaliter, patet per primam huius, lumine enim transeunte foramen instrumenti, cuius centrum est punctū m, & diffusio in ipso in partem oppositā oræ instrumenti secundum circulū, cuius centrum est punctū p, erit circulus p maior circulo m, qd' sensibiliter potest uideri. Computatis hinc inde partibus in ora instrumēti, quæ interiacent periferias illorum circulorū & centra, patet ergo ppositum.

XXI.

Corporis umbrosi pars, cui à pluribus partibus corporis luminosi lumen

incidit, plus illuminatur, q̃ pars cui à paucioribus, ex quo patet unũquodq; umbrosum circa radium sibi perpendiculariter incidentẽ plus illuminari.

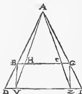
Sit corpus luminosum circulus a b g, cuius centrum sit d, sitq; arcus sui concauitate respiciens corpus illuminandũ qui a b g, diuisus per æqualia in puncto b, & ducatur linea z e contingens circulum in pũcto b per 16. tertij, & à puncto g contingat circulũ linea i k, & in puncto a linea t h, sitq; corpus umbrosum arcus k z t i c h, ducatur quoq; linea p b l à centro corporis luminosi ad corpus umbrosum, eritq; hæc ꝑpendicularis super lineam c z, cõtingentem circulum in puncto b per 17. tertij, unaquæq; igitur partium arcus h t illuminatur à puncto a corporis luminosi per 19. huius, punctus ergo b illuminatur à puncto a, similiterq; arcus k i illuminatur à puncto g, & punctus l, totusq; arcus z c illuminatur à puncto b, ergo & punctus l, punctus itaq; l illuminatur à tribus punctis corporis luminosi. s. punctis a b g, & totus arcus t i est cõmunis illuminationi trium punctorum a b g, arcus uero c i est cõmunis duabus tantũ illuminationibus punctorum a & b, arcus quoq; z t est similiter cõmunis duabus tantũ illuminationibus punctorum l & g, quoniam est cõmunis arcubus z c & k i ab illis duobus punctis illuminatis, arcus uero h c illuminatur tantũ ab uno puncto a, & arcus z k ab uno tantũ puncto g. Illuminatio ergo arcus t i triplicatũ habet lumen, ꝙ arcus z t & c i habent duplum, & ꝙ arcus c z & z k habent simplum, magis ergo omnibus alijs arcubus illuminatur arcus t i, qui est circa lineã ꝑpendicularem, quæ est l d, & illuminatio duorũ arcuũ z t & c i est æqualis, quoniam à totidẽ punctis corporis luminosi illuminatur unus ut alius, ipsorũ uero amborum illuminatio maior est illuminatione duorũ arcuum c h & z k, eritq; semper ꝓportio excessus illuminationis secundũ numerum punctorum corporis illuminantis respicientis partem corporis illuminati, patet itaq; ex ijs, quoniam semper id quod est ꝓpinquius perpendiculari fortius illuminatur illo, quod est remotius ab eadem perpendiculari, super ipsam namq; plus luminis cadit, ꝙ à pluribus luminosis partibus illuminatur, quod enim nunc demonstratum est in arcu k h, similiter accidit in alio corporum quocunq;, exemplificauimus autem istũ in corpore concauo, quoniam illud uidetur plus uniformiter debere illuminari, patet ergo ꝓpositum.



XXII.

Omne corpus umbrosum puncto luminoso ꝓpinquius, illuminatur ab illo puncto fortius corpore plus distante.

Sit corpus luminosum in puncto a, & corpus illuminatũ sit apud lineam b g, & copulentur lineæ a b & a g, uirtus itaq; corporis a illuminans corpus b g, illuminat in aërem medium, qui continetur in triangulo a b g, & ducatur linea d e æquedistans lineæ b g e per 31. primi, sitq; linea b g ꝓpinquior corpori luminoso in puncto a existenti q̃ corpus d e. Dico ꝙ corpus b g fortius illuminatur q̃ corpus de, sit enim ut radius a b cadat in puncto d, & arcus a g in punctum e, & à puncto b ducatur super lineam b e linea perpendicularis quæ sit b u, & à puncto g perpendicularis quæ sit g z per 12. primi, erit ergo per 34. primi linea u z æqualis lineæ b g, & linea b u æqualis lineæ z g. Ducantur itaq; lineæ u a & z a, hæc ergo secabunt lineam b g per 2. primi huius, secet ergo ipsam linea u a in puncto h, & linea z a in puncto t, quia ergo uirtus imprimens lumen in corpus b g est diffusa per totum triangulum a b g, uirtus autem illuminans corpus u z æquale corpori a b, est diffusa solum per trigonum a h t, & quia per primã sexti triangulus a b g est maior triangulo a h t, quoniã basis b g est maior base h t, plus itaq; luminis diffusum est in trigono a b g, q̃ in trigono a h t, in quolibet enim istorum triangulorum puncto est lumen æqualiter



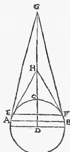
diffusum

diffusum. Lumẽ ergo incidẽs corpori existenti in linea u z, illud corpus debilius illuminat quàm corpus b g, quia paucius sibi lumen incidit, ꝓportio enim uirtutis luminis incidẽtis lineæ h t ad impressionem suam in corpus u z, est minor ꝓportione uirtutis incidentis lineæ b g ad impressionẽ suam in corpus u z per 8. quinti, quòd ut patet ex præmissis, lumen incidens lineæ b g est plus lumine incidente lineæ h t. Proportio uero uirtutis incidentis lineæ h t ad impressionem suam in corpus u c, est sicut, ꝓportio uirtutis incidentis lineæ b g ad impressionẽ suam in corpus b g per 6. huius, ergo per 16. quinti erit permutatim ꝓportio uirtutis peruenientis ad lineam h t, ad uirtutem peruenientẽ ad lineam b g, sicut impressionis factæ in corpus u z ad impressionẽ factã in corpus b g. Sed per præmissa lumen perueniens ad lineam h t est debilius lineæ pueniente in lineam b g, ergo impressio perueniens à linea h t in corpus u z, est debilior impressione perueniente à uirtute luminis incidentis lineæ b g in corpus b g, corpus itaque ꝓpinquius corpori luminoso fortius illuminatur quàm remotius ab eodem, & hoc est propositum.

XXIII.

Puncto remotiori à corpore luminoso incidunt radij à pluribus punctis corporis luminosi quàm puncto propinquiori.

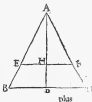
Sit corporis luminosi circulus a b c, cuius cẽtrum d, & ducatur ꝑpendicularis d g, in qua signent duo puncta g remotior, & h ꝓpinquior. Dico quòd puncto remotiori quì est g, incidunt radij à pluribus punctis corporis luminosi quàm ipsi puncto h, ducantur enim radij longissimi à corpore luminoso ad punctũ h, erunt itaque per 16. huius illi radij contingentis sphæram. Contingãt itaque radij incidentes puncto g in pũctis a & b, & radij incidentes puncto h contingant sphærã in punctis e & f, palam, quia per 60. primi huius, quòd puncta contingentiæ e & f cadent intra puncta d & b, quia itaque punctum h solum irradiatur à punctis arcus e c f, & non ab alijs. Punctũ uero g irradiatur à punctis arcus a c b, qui est maior arcu e c f, patet propositum, quoniã punctum g illuminabitur à superficie corporis luminosi, quã per æqualia diuidit arcus a c b, & punctũ h illuminabitur à superficie corporis luminosi, quã per æqualia diuidit arcus e c k tamẽ, ꝓpter radiorum fortitudinẽ quæ sequitur ipsorũ breuitatẽ fortius illuminabitur punctum h à paucioribus radijs quàm punctũ g à pluribus, multiplicitas enim luminis in puncto remotiori est ex concursu radiorũ multorũ oblique incidentiũ & debilium, sed in puncto propinquiori fortificabitur lux ex breuitate radij secundum quã à corpore luminoso immittitur plus uirtutis.



XXIIII.

Omne corpus luminosum minus spacium à quo non egreditur fortius illuminat quàm spacium maius illo.

Quod hic proponitur, satis patet per exemplum, una enim candela paruam camerã fortius illuminat quàm domum uel cameram maiorẽ, potest tamẽ idem figuraliter demõstrari: Esto enim, ut sit punctus aliquis corporis luminosi a, à quo per spacium magnũ, in quo sit linea b g, diffundantur radij a g, a b, a d, & sit radius a b perpendicularis super lineam b g, illuminatur itaque spacium totum b g secũdum has lineas à puncto a sibi incidens, abscindatur itaque à linea a b linea a e ut placuerit, & à linea g e abscindetur linea a f æqualis lineæ a e, productaque linea e f, secet lineam perpendicularem quæ est a d in puncto h. Si ergo in linea e h f termine tur spacium ne lumen ultra pertranseat, erit illud spacium minus spacio terminato per lineam b g d per 2. sexti. Omnes autem radij peruenientes ad lineam b g, perueniãt ad lineam e f,



plus

plus ergo aggregantur radij in spacio e f quàm in spacio b g, fortiores ergo fiunt cū sint uir-tutis plus unitæ, magis ergo agunt quàm in spacio b g, in quo sunt diffusiores, plus ergo illuminatur spacium minus, cum ad eius terminos uirtus luminis terminatur, quàm spacium maius illo, & hoc est propositum.

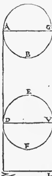
XXV.

Omnis axis uel diameter corporis umbrosi non perpendiculariter respiciens superficiem corporis sphærici luminosi, alicui diametro illius corporis æquedistat.

Sit enim axis uel diameter corporis umbrosi linea a b, non perpendiculariter respiciens superficiem corporis luminosi sphærici, cuius centrum sit punctum c. Dico quòd linea a b æquedistat alicui diametro illius corporis c, ducatur enim linea a c à termino lineæ a b ad centrum corporis luminosi, & super punctum c termino lineæ a c, fiat angulus æqualis angulo b a c per 23. primi, qui sit d c a, producta linea d c taliter, ut anguli b a c & a c d fiant coalterni, lineæ ergo d c & a b æquedistant ad inuicem per 27. primi, & quoniam linea c d est ducta à centro corporis luminosi, patet quòd ipsa est pars diametri sphærici illius corporis, producta ergo diameter d c e, patet quòd ipsa æquedistat lineæ a b, & hoc est propositum.

XXVI.

Diametro corporis luminosi sphærici existente æquali diametro corporis illuminandi, tantum eius medietas illuminatur, & umbra fit æqualis rei in infinitum protensa.



Esto corporis illuminātis diametera g, cuius pars aspiciens corpus illuminandi sita b g, diameter uero corporis illuminandi sit d b æqualis ex hypothesi, & per præmissam æquedistans diametro a g, & superficies illuminata sit d e b. Dico quòd d e b est medietas superficiei corporis illuminandi: ducantur enim radij a d & g b, & quia itaque diameter a g est æqualis & æquedistans diametro d u per hypothesim & per præmissam, palam quòd radij a d & d u sunt æquedistantes & æquales per 33. primi, ergo in infinitum protracti nunquam concurrent, non ergo illuminatur aliqua pars corporis d e u ultra diametrum d u, eius ergo corporis tantū medietas illuminatur, protenditur enim umbra in infinitum æqualis diameter cum diametro corporis, & est extensa intra lineas d z & u h, & est linea z h æqualis lineæ d u, portio itaque arcus d f u, quæ est medietas totius superficiei corporis d e b, & lineæ d z & u h continent umbram æqualem rei umbrosæ, quæ protenditur in infinitum, patet ergo propositum.

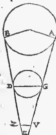
XXVII.

Diametro corporis luminosi sphærici existente maiore diametro corporis sphærici illuminandi, plus medietate corporis illuminantur, & basis umbræ est minor magno circulo corporis illuminati concurrens ad punctum unum retro corpus.

Sit corpus luminosum contentum circulo a b, & sit corpus umbrosum illuminandum contentum circulo g d, & sit diametros a b maior diametro g d, & sint radij incidentes a g & b d, ij ergo radij necessario concurrent ultra corpus g d. Si enim non concurrant, tunc æquedistabunt, ne cessarium ergo erit diametros a b & g d esse æquales, quod est contra hypothesim, concurrunt itaque in puncto e: patet ergo, quòd radij a g & b d non transeunt terminos diametri circuli g & d: si enim non transeant, palam, cum illi radij per 16. huius circulum g d contingant, quia anguli e g d & e d g erunt recti per 17. tertij. In triangulo ergo g d e sunt duo anguli recti, quod est impossibile & contra 32. primi, palam quòd radij a e & b e non transeunt per terminos diametri circuli g d, sed ultra illos contingunt superficiem corporis illuminandi, magis ergo medietate corporis illuminatur, & quia minor circulus illius sphærici corpo-

corporis continet umbram, patet q basis umbræ minor est magno circulo corporis illuminati, quod est propositum.

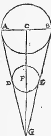
XXVIII.



Diametro corporis luminosi sphærici existente minore diametro corporis illuminandi sphærici minus medietate illuminatur, & est umbra multo maior corpe illuminato in infinitū ,ptēsa.

Sit corpus luminosum, cuius maior circulus sit d g, & corpus illuminandum, cuius maior circulus sit a b, & sit diameter circuli d g minor diametro circuli a b, cōcurrēt itaq radij g a & d b ultra corpus luminosum g d p præmissam diametrorū portionem, concurrant ergo in puncto e ultra diametrū corporis d g, ij ergo radij non contingunt terminos diametri circuli a b, q si sic erunt ut in præmissa p 15. termj trigonia b c duo anguli recti, qd' est impossibile, minus ergo medietate corporis a b illuminatur, & quoniam magnus circulus corporis a b cadit intra umbram, & umbra intra illum ,ptentensa semper dilatatur, cum per 14. primi huius radios g a & g b ad illā partem concurrere sit impossibile, patet q umbra extendetur in infinitū, & hoc est qd' proponitur, & per hæc præmissa penitus similiter in columnis & pyramidibus potest demonstrari, idem enim in illis est demonstrandi modus.

XXIX.

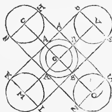


Superficiem planam super medium umbræ erectam corpus ūmbrosum & corpus luminosum per æqualia diuidere est necesse.

Sit corpus luminosum a b, cuius centrum c, & corpus umbrosum sit d e, cuius centrum f, sitq pūctum in medio umbræ qd' sit g. & copuletur linea c f g, cadet itaq linea f g in medio umbræ, superficies itaq erecta super medium umbræ, necessario erit erecta super lineam g f, transit ergo illa superficies centrum corporis umbrosi & centrum corporis luminosi, necessario ergo diuidet illa corpora per æqualia per ea quæ ostensa sunt in principio huius, patet ergo propositum.

XXX.

Superficiem planam corpus luminosum & corpus umbrosum per æqualia diuidentem, super medium umbræ erigi est necesse, ex quo patet tot esse umbras eiusdē umbrosi corporis, quot ipsum opponitur corporibus luminosis.



Sit corpus super qd' cadit lumen qd' continetur à circulo a b, cuius centrū est g, & sit unum corporū luminosoꝝ cōtentum à circulo d e, cuius centrū aliud corpus luminosum contentum à circulo z h, cuius centrum est t, uidebit itaq umbra opposita luminoso corpori d e, contenta à lineis a k, b l, cuius medius punctus sit m. Cum ergo aliqua superficies diuiserit corpus luminosum & corpus umbrosum per æqualia, illa necessario transibit per lineā u g m, secabit ergo per æqualia ipsam umbram, quia perpendiculariter erecta transit per ipsius corporis centrum qd' est pūctum g. Similiter qq superficies diuidens per æqualia ambo corpora z a & a b transit per lineam t g, ductā per centra illorum corporum, sed eadem pertransit centrum umbræ cōtentæ sub lineis a n & u s secundum punctū medium ipsius qui sit q, illa ergo superficies diuidens corpora z h & a b in duo media, diuidet & umbram p duo æqualia, & qm superficies planæ secantes corpora umbrosa & luminosa hinc inde ner

m   æqua-

æqualia sunt diuisæ, patet quod secundum ipsas numerantur etiam & umbræ, patet ergo propositum. Vniuersaliter enim tot erunt umbræ eiusdem umbrosi corporis, quot ipsum opponitur corporibus luminosis.

XXXI.

Corporis umbrosi remotioris à corpore luminoso umbra minus umbrescit, propinquioris uero magis.

Quoniam enim, ut patet per 22. huius, omne corpus umbrosum corpori luminoso propinquius illuminatur fortius corpore plus distante, patet quod umbra corporis propinquioris plus priuat luminis, radij quoque ipsam terminantes sunt fortioris luminis, umbra ergo inter illos radios apparet nigrior & plus umbrescit, quoniam radij terminantes illas umbras sunt plus luminosi, propter quod etiam plus apparent umbræ in præsentia illorum, corporis uero remotioris à corpore luminoso umbra minus priuat luminis, radij quoque continentes ipsam umbram sunt debilioris luminis, umbra ergo inter illos radios apparet debilior, minus ergo umbrescit, patet ergo propositum.

XXXII.

Omnis umbra multiplicata plus umbrescit.

Esto enim, ut sit unum corpus umbrosum obiectum pluribus corporibus luminosis, patet ergo per 30. huius, quoniam tot erunt umbræ eiusdem umbrosi corporis, quot ipsum opponunt luminosis corporibus. Si itaque accidat, ut umbræ se intersecent, dico quod umbra multiplicata plus umbrescit, quælibet enim umbrarum aufert aliquod lumen, multiplicata ergo umbra plura aufert lumina, quæ remanent in alijs partibus medij in quibus umbra non multiplicatur, sed remanet simpliciter umbra, ergo illa simplex profunditur aliquo lumine quod ad umbram multiplicantem non pertingit, multiplicata ergo umbra plus umbrescit, quam plurimo lumine priuatur locus illius umbræ, patet ergo propositum.

XXXIII.

Duo corpora, quorum unum obumbrat reliquum secundum sui medium in eadem superficie erecta, super corpus luminosum consistere necesse est: & si in eadem superficie propinqua adinuicem consistunt, unum reliquum secundum sui medium obumbrabit.

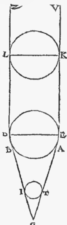
Hoc quantum ad primam partem patet per 30. huius, quoniam enim superficies plana corpus luminosum & corpus umbrosum per æqualia diuidens, erecta super superficiem corporis luminosi, & ipsa erigitur super medium umbræ rei umbrosæ, umbra uero cadit super lumen corporis obumbrari, ergo oportet quod illud corpus obumbratum secundum sui medium sit in superficie erecta super superficiem corporis luminosi, ex hoc patet secunda pars præsentis theorematis, quoniam si duo corpora propinqua adinuicem secundum sui partes medias in eadem superficie erecta super superficiem illuminosi corporis consistunt, unum reliquum obumbrabit, quoniam remotius à lumine, quando fuerit propinquius illi quod plus accedit ad lumen, cadet in umbra illius, quod est propinquius lumini, ut quando idem radius transiens uirtutem propinquioris, transit ad uerticem remotioris, uel punctum aliquod, quod sit altius illo, patet ergo propositum.

XXXIIII.

Aequedistantia linearum radialium, uel ipsarum concursus non est totaliter per se ex natura radiorum, sed ex proportione diametri corporis luminosi ad diametros corporum umbrosorum, ex quo patet, quod lumen diffunditur uniformiter per aërem circumstantem.

Hoc patet per 17. & 18. huius, & potest sic exemplariter declarari: Sit enim corpus luminosum circulus a b, & una linearum radialium ab ipsa egredientium sit linea a g, & alia linea b g, & concurrant illæ in puncto g, sit tunc una linea e u, & alia h z, & sint e u & h z æquedistantes, sitque corpus unum, cuius diameter sit minor diametro corporis luminosi super quod cadit lumen positum inter duo a g & b g se contingentes, cuius maior circulus sit

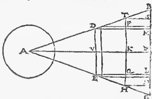
ſit t i,& contingat ipſum linea b g in puncto i, & linea a g in puncto t, & corpus aliud æquale corpori luminoſo, ſuper qđ cadit lumen, ſit poſitum inter duas lineas æquediſtātes e u & u z, illud corpus cōtingentes, cuius diameter ſit k l, contingaturq́ꝫ à linea e u in puncto k, & à linea b z in puncto l, umbra itaq́ꝫ ꝓueniens ex corpore t i minuitur & terminatur, & fit pyramidalis per 27. huius, ideo, quia radij contingentes corpus t i, q ſunt a g, b g, concurrunt in puncto g, umbra ergo corporis t i continenır à duabus lineis l g & t g, & ſuꝑficie corporis t i, quæ eſt à parte g, umbra ergo fininır apud punctū g, umbra uero corporis k l, ꝓtenſa inter lineas æquediſtantes l z & k u, ut patet per 26. huius, non terminat̄ ad aliqđ punctū, quoniā illæ lineæ cōtingentes umbram in infinitū protractæ, non cōcurrunt. Si uero corpus t i motum extra lineas a b & b g ponatur intra lineas e u & b z, concurrent lineæ e u & b z, & uariabit umbra ab ipſis prius cōtenta ſecundum diuerſitatē ꝓportionis diametrorum corporis t i, & corporis k l ad diametrū corporis b a, & ex hoc patet, ꝙ radij per ſe non ſunt lineæ, neq́ꝫ regulares, neq́ꝫ irregulares, neq́ꝫ æquediſtantes, neq́ꝫ concurrentes, ſed accidit eis lineatio per reſpectū ad corpora in quibus incidunt, & æquediſtantia & concurſus accidunt eis ꝑ proportionē diametroꝝ corporum umbroſorū ad diametros corporis luminoſi: diffunditur ergo lumen uniformiter per totū aërem circumſtantem, ita, ut omnis punctus aëris, à quo poſſibile eſt produci lineam rectam ad aliquod punctū corporis luminoſi, illuminetur à lumine corporis luminoſi, ut patet per 19. huius, patet ergo ꝓpoſitum.



XXXV.

Radij ab uno puncto luminoſi corporis procedentes, ſecundum linearum longitudinem ad æquediſtantiam ſenſibilem plus accedunt.

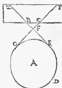
Eſto ut à puncto medio corporis luminoſi qđ ſit a, egrediantur radij a b & a g æquales, copuletur quoq́ꝫ baſis b g, & ducatur linea d e ſecans trigonum a b g, erit medium ſui lateris a g æquediſtanter baſi b g per 10. & 31. primi, ꝓtrahatur à puncto a linea a z ꝑpendiculariter ſuꝑ baſim b g per 12. primi, quæ ſecet lineam d e in puncto u, diuidaturq́ꝫ linea e g in duo æqualia in puncto h per 10. primi, & linea d b in puncto t, ducaturq́ꝫ linea h t, linea ergo h t erit æquediſtans baſi g l per 2. ſexti, ſecabit ergo lineam u z per 2. primi huius, ſit punctus ſectionis k, ducantur item à punctis e d & h t lineæ perpendiculares ſuper baſem b g, quæ ſint e l, d m, h n, t s, ſecabit quoq́ꝫ perpendicularis e l lineam h t, ſit punctus ſectionis linearum d m & h t ſit f, erit ergo linea q f æqualis lineæ d e per 34. primi, patet ergo, ꝙ linea h t eſt maior ꝙ̄ linea d e, quia itaq́ꝫ trigona a u e & e h q ſunt æquiangula per 29. primi, erunt per 4. ſexti latera ipſorū ꝓportionabilia, quia ergo ut patet ſupra linea a e eſt maior ꝙ̄ linea e h, erit ergo linea e u maior ꝙ̄ linea h q. Sed linea h t eſt maior ꝙ̄ linea e d, ut præoſtenſum eſt, ergo per 9. primi huius maior eſt proportio lineæ e b ad lineam e d, ꝙ̄ lineæ q h ad lineam h t, eſt enim ꝓportio lineæ e u ad lineā e d, ſicut lineæ h k ad lineam h t per 4. ſexti, & per 16. & 18. quinti, ſed linea h q eſt pars lineæ h k, ergo per 8. quinti minor eſt ꝓportio h q ad h t ꝙ̄ h k & h t, minor eſt ergo proportio lineæ h q ad h t ꝙ̄ e u, eodemq́ꝫ modo demonſtrandum, ꝙ lineæ g n ad lineā g b



minor est proportio ꝙ lineæ h q ad lineam h t: excessus itaq; basis g b super basem h t est minor excessu basis h t super basem d e: & quanto bases sunt remotiores à puncto a corporis luminosi, tanto excessus remotiorũ basium super bases uiciniores plus minuũtur, palam ergo, quia in remotiori distantia radij quasi ad æquedistantiam plus procedunt: & cum quantitas excessus basium sit quantitatis non sensibilis, tunc lineæ radiales erunt quasi æquedistantes, quoniã enim linea b g sensibiliter non excedit lineam h t, tunc erũt h g & t u radij quasi æquedistantes secundum sensum, & hoc est propositum: & forte ad istud multum cooperatur proprietas radiorum, quæ semper ut potest approximat suæ perpendiculari, ꝓpter qđ radij omnium punctorũ totius corporis luminosi semper concurrunt à quolibet puncto corporis illuminandi, & sic constituunt pyramidẽ radialem.

XXXVI.

Lumine incidente per fenestram super corpus oppositũ solidum, erit luminis perimeter amplior perimetro fenestræ.



Esto corpus luminosum, cuius centrũ a, & circulus magnus d e g, & sit diameter fenestræ b c, sitq; linea t z in supficie corpis solidi opposita lumini cui incidit radius, producantuŕq; lineæ radiales tangẽtes periferiã fenestræ, quæ sint e b g c, hæ itaq; lineæ secabunt se in aliqua parte medij, sit punctus cõmunis sectionis f, & hæ lineæ productæ incidant superficiei corporis oppositi lumini, cadatq; linea e b in punctum z, & linea g c in punctum t, quia itaq; in trigono f c z, latus c z est maius latere b t, quoniam trigonum f c z maius est trigono b c f, & quoniã per omne punctum periferiæ fenestræ sic incidunt radij se secantes, ideo, ꝙ à quolibet puncto corporis luminosi in totam fenestram fit missio luminis per 10. huius, palam, quoniã perimeter luminis incidentis corpori solido opposito fenestræ, est maior perimetto fenestræ, & hoc proponebatur.

XXXVII.

Ad centrum circularis foraminis radio à centro corporis luminosi perpendiculariter incidente, lumen in superficie densi corporis æquedistante superficiei foraminis est uere circulare.

Sit circulus foraminis a b g d, cuius centrũ e sit æquedistans superficies solidi corporis f h k l, & erigatur à centro e linea e z, perpẽdiculariter super superficiẽ a b g d circuli, in quocunq; itaq; pũcto lineæ e z, sit centrũ corporis luminosi, dico quod lumen incidens superficiei f h k l, est uere circulare, palam enim per 64. primi huius, quoniam omnes lineæ z a, z b, z g, z d, ductæ à polo z ad circumferentiam sunt æquales, & æquales angulos cõtinent cũ linea e z per 8 primi, producatur itaq; linea z e ultra puncrum e ad superficiem æquedistantẽ circulo foraminis, quæ est f h k l, incidetq; perpẽdiculariter super illã per 14. undecimi, sit ut incidat in punctũ m, producaturq; linea z b ad superficiẽ f h k l in punctum k, & linea z a in punctum f, & linea z d in punctum h, & linea z g in punctum l, erũtq; lineæ a f, k b, d h, g l per 25.



primi huius æquales propter æquedistantiam superficierum & æqualitatẽ angulorũ, tota ergo linea z f, erit æqualis toti lineæ z h, & z k, æqualis lineæ z l, ducantur quoq; lineæ f m, h m, k m, l m, in trigono itaq; f m z, basis f m erit æqualis basi h m trigoni h m z per 4. primi, eodemq; modo erit linea k m, æqualis lineæ h m, & linea l m æqualis lineæ k m, palam ergo per 9. tertij, quoniã superficies f h k l, est circularis, & ipsa est ad quam terminantur radij luminis incidentis per fenestrã a b g d, quoniã de omnibus alijs lineis eadem est demonstratio, patet ergo propositum.

XXXVIII.

Per centrum circularis foraminis radio luminoso oblique incidente super-

perfi-

perficiei densi corporis substratæ superficiei foraminis, lumen incidens erit figuræ sectionis pyramidalis, cuius maior diameter erit in superficie erecta super superficiem fenestræ, & super superficiem corporis substrati.

Esto foramen circulare a b c d, cuius centrũ e, cui sit superficies æquedistans h m k l, & sit f centrum corporis luminosi, sitq́ primo ut linea f e oblique cadat super superficiẽ a b c d, hæc itaq; producta incidet superficiei h m k l similiter oblique propter æquedistantiam superficierum, argumento 23. primi huius, incidatur itaq; in punctum g, & ducatur linea a e b diameter circuli; sit itaq; angulus a e b acutus, erit ergo per 14. primi angulus b e f obtusus, & quia quadratũ lineæ f a ualet minus 2. quadratis linearũ e f & e a, per 13. secũdi, & quadratũ lineæ b f, est maius quadrato lineæ f e, & quadrato lineæ b e p 12. secũdi, quadratũ uero lineæ b e, æquale est quadrato lineæ a e, quia sunt æquales semidiametri, & quadratũ lineæ f e, est cõmune, patet quod quadratum lineæ f b est maius quadrato lineæ f a, ergo linea f b est maior quàm linea k a, productisq́; lineis f a & f b ad superficiem h m k l, si linea f a incidat ad pũctum m, & linea f b ad punctum l, erit linea f b maior quàm linea f m per eadẽ quæ prius, copulatisq́; lineis l g, m g ad pũctum g, cui incidit radius transiens centrũ foraminis fenestræ, erit quoq; per 2. sexti, & per 11. quinti proportio lineæ l g ad lineam b e, sicut lineæ g m ad lineam e a, quoniam utrunq; illarum proportio est ad inuicem, sicut lineæ g f ad lineam f e, est ergo per 16. quinti proportio lineæ l g ad lineã m g, sicut lineæ b e ad lineam e a, sed linea b e est æqualis lineæ e a, ergo linea l g est æqualis lineæ g m, ducatur tunc e d diameter super a b diametrum orthogonaliter, & continentur lineæ f e, f d, producanturq́; ad superficiem h m k l in puncta h & k, & ducatur linea h g k, & quoniam superficies in qua sunt lineæ f e & a b, sola est erecta super circulum fenestræ, quoniã omnes aliæ superficies in quibus est linea f e, incidunt illi superficiei oblique, sic enim accipimus lineã a b, erit ergo superficies a f b erecta super superficiem circuli fenestræ, palam ergo quia angulus f e d est æqualis angulo f e c, est ergo p 4. primi linea f d æqualis lineæ f c, ergo ut prius erit linea b g æqualis g k, & linea f h æqualis lineæ f k, sed & f g, est communis, quia linea h k est perpendicularis super lineam m l, & super lineã f g, palam p 4. undecimi, q́ linea h g est perpendicularis super superficiẽ in qua sunt lineæ f g & m g, ergo p 18. undecimi, erit supficies h m k l erecta sup superficiẽ f m g, ergo & superficies f m g est erecta super superficiem h m k l, imaginetur ergo à puncto g tertio axis, quæ est f g, circũduci pyramidis illuminationis circulus per 102. huius erit ergo per 100. & 89. primi huius axis f g erecta super illum circulum & ipsa est obliqua super superficiem h m k l, erit ergo per 103. primi huius linea h m k l sectio pyramidalis, cuius maior diameter erit in superficie f m l erecta super superficiem h m k l, patet ergo propositum. Et si superficies fenestræ circularis sit basis pyramidalis illuminatiõis ita quod centrũ corporis luminosi sit polus circuli fenestræ, & axis erectus sit sup superficiẽ fenestræ, supficies uero solidi corporis excipiẽtis radios luminis nõ fuit æquædistãs superficiei fenestræ, adhuc erit figura luminis sectio pyramidalis, qđ est præmisso modo demonstrandũ, ducta enim p 102. primi huius à pũcto l tertio longioris radij, q est f l superficie æquedistante superficiei fenestræ, patet p 100. primi huius quod illa superficies secabit pyramidem illuminationis secundũ circulum quæ sit l p q, ergo superficies h m k l secat ipsam secundũ pyramidalem sectionem, patet ergo propositum.

XXXIX.

Omne lumen per foramina angularia incidens rotundatur.

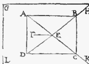
Quod hic proponitur patet per 35. huius, quoniã enim omnes radij ab uno puncto luminosi corporis procedentes secundum linearum longitudinem ad æquedistantiam sensibilem plus accedunt, patet q́ anguli radij secundum foraminum angulatum dispositionem ipsis angulis incidentes se applicant æquedistantiæ radij perpẽdiculariter uel

circa huius ſuperficiei foraminis incidentis, retrahũt ergo ſe ab angularitate,& ſic lumẽ ſuperficiei foramini obiectæ incidens incipit rotundari, & quoniam ut patet per 20. huius à puncto cuiuslibet corporis luminoſi lumen diffunditur ſuper omnem lineam, quæ ab illo puncto ad oppoſitã ſuperficiem duci poteſt;omnis enim illi radij in quolibet puncto medij concurrunt,patet quod ipſi in quolibet puncto ſe interſecent,& radij inferiorũ punctorũ corporis luminoſi in punctis linearum feneſtræ alio radio ſuperiorũ punctorum ſecant & ultra ꝓtenduntur,& ſic lumen hoc feneſtram pertranſiens rotundatur,qđ non ab eo accideret,ſi ſolum ab uno puncto luminoſi corporis egrederentur radij feneſtram penetrantes,patet ergo propoſitum.

XL.

Radio luminoſo medio puncto foraminis quadrati perpendiculariter incidente,lumẽ ſuperficiei corporis æquediſtantis ſuperficiei foraminis incidens, eſt quadratum ad circularitatẽ aliquam accedens.

Sit centrũ corpis luminoſi e,& foramẽ quadratũ ſit a b c d, cuius puncto in eo qui ſit f incidat perpendiculariter radius e f, ſit hæc ſuperficies corporis denſi æquediſtãti ſuperficiei foraminis quæ eſt g h k l, dico quod lumẽ incidens illi ſuperficiei erit figuræ quadratæ;ſunt em̃ duæ pyramides unam uerticem habentes pũctum e,quarum maioris baſis eſt g h k l,minoris uero baſis eſt a b c d,& earum baſes ſunt æquediſtantes ,ſunt ergo ſimiles per 99.primi huius,quia ergo baſis a b c d,ex hypotheſi eſt quadrata, patet quod & baſis g h k l eſt quadrata,& eſt hoc propoſitum primũ quoniam uero p 35. huius radij longiores ad aliquã æquediſtantiam accedunt , accedit & hæc figura ad aliquam circularitatem propter compreſſionẽ radiorũ , uel propter ipſorum interſectionem in punctis linearum terminantiũ feneſtræ,ut diximus in præmiſſa,patet ergo propoſitum.



XLI.

Per mediũ quadrati foraminis radio oblique incidente ſuperficiei denſi corporis ſubſtratæ ſuperficiei foraminis , lumen incidens erit figura altera parte longior ſuis angulis æqualiter arcuatis.

Eſto ut in præmiſſa centrũ corporis luminoſi punctũ e,& periferia quadrati foraminis a b c d,cuius medio pũcto qui ſit f,oblique incidat radius e f, ſitq́ ſupficies corporis denſi ſubſtrati illi foramini quæ g h k l, cui ſimiliter oblique incidat radius,dico quod figura luminis in ſubſtrata ſuperficie erit altera parte longior, quoniam enim illæ ſuperficies non ſunt baſes pyramidis illuminationis,ſed ſolum ſecantes illas pyramides oblique,patet per 99.primi huius, quoniam ambæ figuræ a b c d & g h k l,ſiue earum ſuperficies æquediſtãt ſiue non æquediſtant, ſunt figuræ altera parte longiores, quoniã illæ figuræ quæ ſecundum illa puncta quibus axis e f propoſitis ſuperficiebus aliquæ incidũt pyramides,ſunt a b e quadratæ,reliquæ uero obliquæ, ſecundũ illa pũcta axi incidentes ſunt ambæ altera parte longiores,patet ergo ꝓpoſitum primũ,& quĩ ut patet per 35.huius radij longiores quaſi ad aliquam æquediſtantiam accedunt, patet quod anguli illius figuræ luminis aliqualiter arcuantur,ſicut & in duabus præmiſſis declaratum eſt,& hoc eſt propoſitum.

XLII.

Per medium ſecũdi diafoni denſioris primo radius perpendicularis ductus à centro corporis luminoſi ſuper ſuperficiẽ obiecti corporis ſemper penetrat irrefractus.

Huius ꝓpoſitionis probati plus experientiæ inſtrumentorum innititur , quàm alteri demonſtrationũ,cum ergo quis experiri uoluerit modũ fractionis radiorũ luminoſorum in medio ſecundi diafoni denſioris primo,ut in aqua quæ eſt denſior aëre,aſſumat

uas

uas rectarum orarum qualifcunq; uoluerit medietate uel figuræ, dum tamen fit altitudo orarum maior medietate cubiti, & diameter latitudinis eius fit non maior diametro instrumenti, ut faciendũ præmifimus in prima huius, & planentur oræ illius uasis donec fuperficies per eius oras tranfiens fit æqualis plana, & ponatur in fundo uafis aliquod corpufculum coloratũ uifibile numifma uel tres picta diuerfi coloris, deinde impleatur uas aqua clara, cum ergo quieuerit motus aquæ, fi afpiciens uifum ppendiculariter piecerit fuper medium numifmatis, ut picturæ inueniet figuram & colorem & ipforũ fitum & partium ordinationem eo modo quo fint fecundum fe ordinata fi in aëre uiderentur, confideret ergo experimentator illum fui corporis fitũ, fiue fit ftans fiue fedens, & fui diftantiam à bafe, & fitum ipfius uafis, & omnia circũftantia; ponatur itaq; uas iftud plenum aqua clara in loco, in quo fplendet fol, & fiftatur uas taliter ut fuperficies circũferentiæ uafis fit æquediftans horizonti, hoc aũt patet perpẽdi ex hoc, fi fuperficies aquæ fit æquediftãs periferiæ uafis. Deinde imponaẽ inftrumentũ in hoc uas, ita quod pinnulæ fuper extremitates regulæ exiftentes fuperponaẽ oræ uafis ex utraq; parte, tunc ergo medietas inftrumenti cum tota regula erit intra uas, deinde auferatur aqua, donec fuperficies aquæ fecet centrũ inftrumenti, & reuoluaẽ inftrumentũ in circuitu uafis donec oræ fuper aquam obumbrent alias fub aquam, & tunc retenta regula cũ altera manuũ reuoluatur inftrumentum cũ reliqua manu in circuitu fui centri, donec lumen folis pertranfeat foramen l m n, quod eft in ora inftrumenti, & foramen laminæ quadratæ perueniat ad fuperficiem aquæ, quia lumen pertranfiens foramen rotundũ ampliatur fem per per 36. huius. Siftatur quoq; taliter inftrumentũ, ut lumen cadens fuper laminam fecundi foraminis quod eft x y z, fitũ habeat æqualẽ, & tunc experimẽtator reductis manibus ab inftrumento, fecundũ omnem fitũ & modum quo prius afpexit numifma infpiciat ad fundum aquæ ex parte quartæ inftrumenti, cuius ora eft abfcifa, quæ eft a d, in uenietq; lumen pertranfiens ex duabus foraminibus fuper fuperficiem oræ alterius, quæ eft intra aquam, & lumen inter duos circulos extremos trium angulorum æquediftanter fignatorum, aut addens fuper diftantiam illorũ circulorum modicum, et erit additio æqualis duobus lateribus circulorũ, ex quo patet quod mediũ punctum huius luminis cadit in aliquod punctũ medij circũferentiæ circuli illorum trium circulorũ, ut in punctum p. Deinde acus ferrea uel lignum minutũ in interiori parte foraminis oræ inftrumenti applicata pertranfeat medium foraminis diametraliter, & tunc infpicienti uidebitur ut prius umbra acus in medio lucis oppofitæ, per undecimã huius diuides eũ per æqualia. Deinde retrahatur acus donec acumen eius fit in medio foraminis, & erit umbra extremitatis acus in medio lucis, quæ eft in fuperficie aquæ, & eius quæ eft intra aquã, & uniuerfaliter fecũdũ quã pportionẽ acus periferiã foraminis ut corda abfcindit, fecundum eandẽ pportionẽ umbra acus periferiam lucis in fuperficie aquæ & fub aqua exiftentis abfcindit, acu uero penitus remota lumen reuertitur, palam ergo ex his quod punctus quæ eft in medio lucis intra aquam exiftentis, & quod punctus medius huius lucis exijt à puncto medio lucis in fuperficie aquæ exiftentis, & quod punctus medius huius lucis, erit à luce quæ eft in centro foraminis fuperioris, lux ergo cum peruenit ad centrum lucis in fuperficie aquæ exiftentis extenditur fecundum rectitudinem lineæ rectæ per 2. puncta m & y, quæ funt centra amborum foraminũ tranfeuntes, & huius lineã eft in fuperficie medij circuli trium circulorũ, et eft pars diametri illius circuli, quæ eft m p, tamẽ fit æquediftans diametro circuli in bafe inftrumenti exiftentis quæ eft f e g punctus ergo qui eft in medio lucis quæ eft in fuperficie aquæ exiftentis, eft in fuperficie huius medij circuli, fed & punctus p in medio lucis intra aquam exiftentis, eft in circumferentia medij circuli, hæc ergo duo puncta erũt in fuperficie medij circuli per primam undecimi. Quod fi lux quæ eft in fuperficie aquæ non fuerit manifefta, mittatur regula minor in aquam, & fuperficies eius in aqua fignata eft linea diuidens fuperficiem latitudinis p æqualia fupficiei, applicetur aquæ, ut fiat una fuperficies cũ illa, & alia eius fuperficies applicetur fuperficiei bafis inftrumenti, palam ergo ex præmiffis in prima huius, quia linea, quæ eft in fupficie regulæ in fupficie medij circuli m & y centrum duorũ

duorum foraminum transeuntis, apparebitq́ lux, quæ est in superficie aquæ super superficiem regulæ, & medium luminis lucis super lineam, quæ est in medio regulæ, & si acus fuerit posita super medium foraminis superioris, obumbrabitur linea, quæ est in medio regulæ, & si acumen acus ponatur super centrū foraminis, cadet umbra acuminis acus in medio lucis, quæ est super regulam, & ablata acu redibit lumen, sic ergo apparebit, lumen cadens super superficiem aquæ appatitione manifesta, & parebit quod lux incidens centro foraminis superioris, ipsa est super lineam transeuntem per centrum duorū foraminum, & quoniam superficies aquæ transit centrum instrumenti, & superficies regulæ est una cū superficie aquæ, superficies itaq; regulæ transibit centrum instrumenti, erit ergo remotio, cētri lucis à centro instrumenti æqualis medietati latitudinis regulæ, quæ est æqualis perpendiculari cadenti à centro foraminis super superficiē basis instrumenti, erit ergo centrum lucis, quæ est in superficie regulæ uel aquæ centrum medij circuli, reuoluatur ergo regula, donec angulus ipsius acutus transeat per centrum instrumenti, & pars inferior lineæ diuidentis angulum eius per æqualia sit in centro luminis, quod est intra aquam, acutas ergo superior regulæ transibit centrum circuli medij & lucis quæ est in superficie aquæ, & erit illa linea semidiameter medij circuli, immittatur ergo acus lōga in aquā ita ut acumē ipsius sit in pūcto anguli regulæ. Secabit quoq; umbra acus lucem, quæ est intra aquā, eritq́ umbra acuminis acus ad finem regulæ quæ est in medio lucis, et sic fixo acumine acus, moueatur acus, umbra acus mutabit situm ad uniuersas partes lucis, umbra tamē acuminis nō mutata à medio lucis, ablata uero totaliter acu, redibit lux totalis; idē quoq; accidit in quocūq; puncto lineæ, quæ est in superficie regulæ positum super acumen acus, ex quo patet quod lux existens in aliquo puncto lucis intra aquam, ꝓcedit à puncto sibi simili in luce quæ est in superficie aquæ, & quod à medio puncto lucis quæ super aquam ad medium punctū lucis inter aquam ꝓtenditur radius secundum lineam rectam, quæ est medium regulæ: ex quo patet, quod transitus lucis per corpus aquæ est secundum lineas rectas per primam undecimi, & hoc est quod circa propositam propositionem experimentaliter intendimus declarare.

XLIII.

In medio secūdi diafoni, quod est densius primo diafono fit refractio radiorum obliquorum ab anteriori superficie diafoni secundi ad perpendicularem exeuntem à puncto refractionis super superficiem corporis secūdi.

Experimētaliter etiam & hoc ꝓpositum theorema potest declarari. Opposito enim foramine superiori ipsius instrumenti oblique ipsi corpori solari, ita, ut radius oblique incidat ad oram instrumenti oppositā foramini, & pertractato per modum quo in præmissa centro lucis, quæ est intra aquam, signetur illud per puncturā ferri duri in superficie ipsa instrumenti, & inuenietur illud centrū non in linea g k ꝑpendiculariter erecta super g terminū diametri opposito lineæ f h, in qua est foramen oræ instrumenti, sed declinabit ab illa linea ad partem in qua est sol, eritq́ inter hoc centrū lucis & punctum p, qđ est cōmunis differentia lineæ g k, perpēdicularis super terminū diametri instrumenti, & circūferentiæ circuli medij transeuntis per m & y centra foraminū distantia sensibili, mutatur itaq; regula in aquā, & applicetur superficiei laminæ, ita, ꝙ terminus latior regulæ sit supra diametrū laminæ, & moueatur regula quousq; acutas eius sit perpendicularis super superficiem aquæ quo ad sensum, erit itaq; centrū lucis, qđ est intra aquam & inter acumen regulæ, & lineā g k perpendicularē super f g diametrū basis instrumenti, patet ergo ex hoc, ꝙ hæc refractio est ad partem perpendicularis exeuntis à loco refractionis perpendiculariter super superficiē aquæ. Hæc ita inuento signetur in circūferentia circuli medij trium signatorū circulorū super punctū extremū perpendicularis exeuntis à centro eiusdem circuli perpendiculariter super superficiē aquæ signum fixum per ferri duri puncturā: & quia patuit per præmissam, ꝙ instrumento directe soli opposito & radio solis sibi perpendiculariter incidente, lux quæ ꝑuenit ad centrū lucis, quæ est intra aquam, est lux extensa secundū rectitudinē lineæ continuantis duo centra foraminum, quæ linea peruenit ad centrū medij circuli æquedistantis superficiei basis instrumen

strumenti, & est diameter illius, si huius linea fuerit imaginata extendi secundum rectitudinem intra aquam, donec perueniat ad oram instrumenti, tunc erit totaliter æquedistans diametro instrumenti, & perueniet ad lineā g k perpendicularem super diametrum f g, in interiore parte oræ instrumenti ductam, & q̄n centrum lucis quæ nunc est intra aquam non est super illam lineam perpendicularem in ora instrumenti productam, tunc patet quod lux ostensa à medio lucis quæ est in superficie aquæ non extendit ad medium lucis, quæ est intra aquam, secundum rectitudinem lineæ transeuntis p centra duorum foraminum, sed refrangitur ab illo, declaratum est autem per primā huius quod hæc lux extenditur rectè à medio lucis, quod est in superficie aquæ ad medium lucis, quæ est intra aquā, est ergo huius lucis reflexio ad superficiē aquæ, q̄d est ꝓpositū.

XLIIII.

Per mediū secūdi diafoni rarioris primo radius ꝑpendiculariter incidens à cētro corpis luminosi sup superficiē corporis obiecti penetrat irrefractus.

Instrumentali similiter experientia propositū theorema potest declarari, assumant̄ eñ uitri clari uel cristalli, figuræ cubicæ frustū longitudinis duplæ diametri foraminis oræ instrumēti, & fiant planæ superficies eorū æquales & æquedistātes, & latera ipsorū sint recta & multum poliantur, deinde signetur per sculpturam ferri duri in medio basis instrumenti linea recta transiens per centrum ipsius, quod est e, perpendiculariter super ipsius diametrum, quæ est f g, super cuius extremitates sint in ora instrumenti ꝓductæ duæ perpendiculares f h & g k, & producatur illa linea in utranq; partem superficiei circuli basis, & sit z e x, ponatur itaq; unum uitrorum istorum super superficiem basis instrumenti, & applicetur unum laterum suorum perpendiculariter ductæ, quæ est z e x, taliter ut medium lateris uitri sit uere super punctum e centrum instrumenti, & sic totum corpus uitri ex parte foraminum sit inter foramina oræ & tabulæ, & inter centrū instrumenti quod est e, transit ergo ducta diameter instrumenti, quæ est f g, per mediū superficiei uitri superpositæ basi instrumenti, applicetur itaq; uitrū basi instrumēti forti applicatiōe per bitumen firmum, taliter tamen quod possit auferri quādo placuerit, deinde ponatur super uitrum ultra primum, sed ex eadem parte foraminum, & applicetur aliqua superficierū eius superficiei primi uitri, & applicetur basi instrumenti applicatione fixa. Deinde tertium uitrum applicetur secūdo, & adæquetur superficies eius cum duabus superficiebus laterū secūdi uitri, & applicet̄ basi instrumēti, & sic fiat de pluribus uitris quousq; perueniatur intra ad aliam perpendicularem super superficiem basis instrumēti aut prope, scilicet uersus pūctum t, cum itaq; intra fuerit applicata superficiei basis instrumenti secundum prædictum modum, palam quoniam præmissa diameter instrumenti, quæ est f g, transibit per medium omnium superficierum uitrorum superpositorum basi instrumenti, & altitudo omnium uitrorum est dupla diametro foraminis, diameter uero foraminis est æqualis perpendiculari f m exeunti à centro foraminis super superficiem basis instrumenti, & super diametrum eius f g, unaquaq; enim perpendicularium exeuntium à centris superficierū uitrorum ꝑpendicularium sup diametrum basis instrumēti, est æqualis lineæ m f, scilicet perpendiculari exeunti à cētro foraminis sup superficiem basis instrumenti, linea ergo q̄ transit centra amborū foraminū transibit centra superficierum uitrorū perpendiculariū super superficiem basis instrumēti; accipiatur ergo regula subtilis, cuius formā præmisimus, & erigatur super oram instrumēti in superficie basis instrumenti, & ponatur superficies regulæ in qua signata est linea ex parte primi uitri, quod est supra e centrum basis instrumenti, & ponatur regula prope uitrum, & applicetur taliter linea, ut quæ est in superficie regulæ sit in superficie medij circuli, secabitq; linea recta transiens p centra amborum foraminum, & per centra superficierum uitrorum lineam latitudinis regulæ ꝑpendiculariter, & transibit ad punctum g, tunc itaq; ponatur instrumentum in uas prædictum uacuū aqua, & ponatur in sole directæ oppositū centro solis, ut accipiat radiū ꝑpendicularem, hoc aūt potest fieri, si moueat̄ instrumentū quousq; lux solis transeat p ambo foramina, & fiat apud secundū foramen lux æqualis, & aspiciatur superficies regulæ opposita uitro, & uidebit̄ lux

n exiens

exiens à duobus foraminibus ipsius instrumenti extensa sup superficiẽ ipsius regulæ, & illud umbrosũ q̃d circũdat lucẽ in supficie regulæ, obumbrabit̃ p umbrã oræ instrumẽti, eritq́ꝫ centrũ uisus ipsius aspiciẽtis sup lineã quæ est in superficie regulæ, deinde acus subtilis ponatur super superius foramẽ, ita quod extremitas acus sit perpẽdicularis sup centrũ foraminis, cadetq́ꝫ tunc umbra extremitatis acus super centrum lucis in linea quæ est in superficie regulæ, tunc itaqꝫ signetur punctus illius umbræ cũ incausto subtiliter, & auferatur acus à superiori foramine, & eius extremitas ponatur sup centrũ inferioris foraminis, cadetq́ꝫ iterũ umbra extremitatis acus sup punctum signatum in superficie regulæ. Ablata quoqꝫ acu lux reuertitur: ex quo patet, q̃m lux quæ est super punctũ quod est in superficie regulæ transit p cẽtra amborũ foraminũ, deinde cũ incausto signetur nota nigra in pũcto in medio superficiei uitri ex parte regulæ, potest aũt ille pũctus inueniri p 40. primi huius, q̃m ille punctus est cõmunis sectio duorũ diametrorũ superficiei uitri, & tũc intuens lucem quæ est super regulã inueniet umbrã puncti, quæ est in medio uitri, punctum quod est in superficie regulæ, patet ergo ex hoc q̃m lux quæ trãsit per centra duorũ foraminũ, transit per punctũ quod est in medio uitri. Deinde euellatur uitrum primũ, quod est super centrũ instrumenti punctũ e, & in superficie secũdi uitri signetur punctũ medium, ut prius factũ est in superficie uitri primi, & cõponatur instrumentũ secũdo, & moueatur quousqꝫ lux transeat per duo foramina, perueniet q́ꝫ lux transiens per centra duorũ foraminũ ad centrũ lucis, quod est in superficie regulæ, patet itaqꝫ ex hoc quod lux pertransiens centra duorũ foraminũ transit per punctum quod est in medio superficiei secũdi uitri, & quod lux quæ transit per centra duorꝫ foraminũ in prima experimentatione, transit & per punctũ q̃d est in medio secundi uitri. Extrahatur itaqꝫ secundũ uitrũ & opponatur tertiũ, & sic de cæteris usqꝫ ad ultimũ, & patet uniuersaliter q lux transiens per centra duorũ foraminũ perueniens ad superficiem regulæ, transit etiã per centra superficierũ uitrorũ omniũ positorũ sup superficiẽ laminæ, & sunt omnia centra superficierũ uitrorũ omniũ in una linea recta cõtinuante centra duorũ foraminũ: lux itaqꝫ pertransiens centra foraminũ tam in corpore uitri q̃ extra corpus in aére, extẽditur secundũ lineam rectã cõtinuantem centra duorum foraminũ, & est illa linea m p, ppendicularis super superficies omniũ uitrorũ oppositas foramini per 14. undecimi, illa enim linea m p, est æquedistãs lineæ f g, diametro laminæ quæ est perpẽdicularis super superficiẽ uitrorꝫ, cum sit perpẽdicularis sup differentiã cõmunem superficiei uitri, & superficiei laminæ, & si omibus uitris uel ipsorũ aliquo præmisso modo super fundum instrumenti disposito infundatur aqua uasi usqꝫ ad concauum superficiei uitri, accidet tum idem quod prius, quoniã radius perpendicularis semp penetrat irrefractus. Itẽ ne putet aliquis quod rectitudo radiorꝫ perpendicularium adiuuetur per cubicã figurã uitri, accipiatur medietas sphæræ uitreæ claræ uel cristallinæ, cuius semidiameter sit minor distantia, quæ est inter punctũ c & centrũ laminæ q̃d est punctũ e, & inueniatur centrũ basis eius super quod signetur linea subtilis cũ incausto. Deinde ex hac linea ex pte cẽtri sphæræ separetur linea æqualis lineæ l m, diametro foraminis oræ instrumẽti, erit ergo hæc linea æqualis lineæ m f, quæ est inter m centrum foraminis quod est in ora instrumenti, & superficiẽ laminæ, deinde super extremitatẽ huius lineæ separatæ à diametro pducatur perpendicularis ad utrãqꝫ partẽ superficiei sphæricæ, q̃d potest fieri per undecimã primi, & secetur sphæra uitrea secũdũ illã lineã planeturq́ꝫ superficies uitri secti donec sit penitus æqualis, fiatq́ꝫ ppendiculariter erecta super superficiem planã hemisphærij, quod per angulum rectum corporeum poterit mensurari, erit ergo tunc cõmunis differentia istius superficiei erectæ, & superficiei basis sphæræ linea recta, super quã erit perpẽdicularis linea prius à cẽtro sphæræ pducta ergo etiã erit perpẽdicularis super superficiẽ erectã. Deinde in medio illius lineæ q̃ est cõmunis sectio fiat signũ cũ incausto, deinde uitrũ illud politũ optime super hanc superficiẽ sectã ponat̃ super superficiẽ laminæ instrumẽti, ita quod gibbositas eius respiciat foramina, & mediũ lineæ quæ est cõmunis sectio duarꝫ superficierꝫ planarũ uitri, applicetur centro laminæ, & figatur super laminã ne cadat. Deinde ponatur regula subtilis

super

super superficiem laminæ instrumenti sicut in experimentatione uitrorũ cubitorũ, ita q superficies regulæ in qua est linea recta latitudinis sit ex parte uitri, & ꝓpe illud: deinde imponitur instrumentũ in uas prædictũ, & ponitur uas in sole uacuũ aquæ, & moueatur instrumentũ donec lux solis transeat ambo foramina, cadetq; lux sup superficiẽ regulæ. Deinde ponatur extremitas acus uel stili ferrei super centrũ superioris foraminis, cadetq; umbra extremitatis acus super centrũ lucis, ablato quoq; stilo reuertetur lumẽ ad locum suũ. Idem quoq; accidit ponẽti extremitatẽ acus super centrũ foraminis secũdi. Deinde ponatur extremitas acus super centrũ sphæræ uitreæ, cadetq; umbra extremitatis acus super centrũ lucis, ex quo patet, quia lux trãsiens ꝑ centra duorũ foraminũ trãsit & per centrũ sphæræ uitreæ, & per mediũ superficiei lucis quæ est in cõuexo uitri, patet etiã ex his qđ lux transiens in corpus uitri extẽditur secundũ rectitudinẽ lineæ transeũtis per cẽtra duorũ foraminũ, & est illa linea semidiameter sphæræ. Nam ꝑpendicularis exiens à centro basis uitri ad laminã, est æqualis diametro foraminis & lineæ exeuntis à centro foraminis perpendiculariter ad superficiẽ laminæ, & quoniã hæ duæ perpendiculares cadũt super diametrum laminæ, palam qđ linea transiens per centra duorũ foraminũ cũ extendit̃ in rectitudinẽ peruenit ad centrũ sphæræ uitreæ, est ergo in illa linea diameter hui9 sphæræ uitreæ, est ergo ꝑpendicularis sup superficiẽ huius sphæræ ꝑ 72. primi huius, qm̃ enim trãsit centrũ sphæræ, patet quod ipsa est perpẽdicularis super cõuexam superficiẽ sphæræ, sicut superius patuit in uitris cubitis. Auferatur itaq; regula subtilis applicata ad superficiem laminæ, & ponatur instrumentũ secũdo in uas ut prius, & moueatur q̃usq; lux transeat per duo foramina. Inuenieturq; lux super oram instrumenti, & inuenietur centrũ lucis in pũcto p, quod est differentia cõmunis inter circũferentiam circuli medij, & lineã g k, perpendicularem in ora instrumenti, hoc est in extremitate diametri circuli medij, quæ est in p, transeuntis per centra duorũ foraminum m & y, ex quo patet, qm̃ lux transiens in corpus uitri, & perueniens ad centrũ eius, ꝓcediensq; in corpus aëris, extenditur secundũ lineã, quæ extendebatur in corpore uitri, cũ enim linea recta transiens centra amborũ foraminũ perpẽdicularis sit super superficiẽ uitri, patet quod ipsa necessario est perpendicularis super superficiẽ aeris tangentis uitri superficiẽ. Itaq; si uasi infundatur aqua remanente uitro in sua positione donec aqua superfluat centra uitri, adhuc inuenietur centrũ lucis super extremitatẽ diametri circuli medij, & si sphæra media transuertatur, ita ut conuexũ eius situetur ad secundũ foramen, & plana superficies ad centrũ instrumẽti, scilicet punctũ e, siue aqua superfundat̃ siue non, adhuc omnia alia accident, quæ in priori situ accidebant, qm̃ semp radius transiens per cẽtra amborũ foraminũ, transibit & per centrũ sphæræ. Ex his omnibus ꝑ uitra cubica & sphærica, patet qđ siue mediũ secundi diafoni fuerit densius uel rarius, dũ tamẽ linea per quã extenditur radius fuerit perpendicularis sup superficiem secũdi corporis, quod lux extẽditur in secũdo corpore secundũ rectitudinẽ lineæ, per quã extẽdebatur in corpore primo, patet ergo ꝓpositum, corpus enim uitri est densioris diafonitatis quàm corpus aëris, & etiam quàm corpus aquæ.

XLV.

In medio secundi diafoni rarioris primo diafono fit refractio radiorum oblique incidentium à posteriore superficie secundi diafoni à perpendiculari exeunte à puncto refractionis super superficiem corporis secundi.

Hoc quod nũc ꝓponitur est cõformiter prioribus per instrumentalem experientiã declarandũ. Assumatur enĩ illud uitrum sphæricũ, quo iam in præcedẽti ꝓximo theoremate usi sumus, & ponatur super lineã instrumenti, ita qđ superficies plana ipsius respiciat foramina, & quod mediũ lineæ rectæ, quæ est i ipso sit super centrũ laminæ, & linea quæ est cõmunis sectio superficierũ planarũ uitri, cadat oblique super diametrũ laminæ quacũq; obliqua ratione, palam ergo qm̃ linea transiens cẽtra duorũ foraminũ obliqua est super superficiẽ planã uitri, cõiungatur itaq; uitrũ laminæ instrumenti secundũ hũc sitũ firmiter, & ponat̃ instrumentũ in uas, & uas in sole, moueaturq; instrumentũ donec lux transeat per duo foramina, cadetq; lux in interiori oræ instrumenti, & centrũ lucis

erit in circumferentia medij circuli, sed extra illum punctũ p, qui est cõmunis differentia circũferentiæ medij circuli, & lineæ stanti in ora instrumenti quæ est g k, & erit declinatio eius ad partẽ in qua est sol, erit ergo ad patrem perpendicularis exeuntis à loco refractionis super superficiẽ sphæricã uitri, & qm̃ hæc lux extenditur in aëre secundum rectitudinem lineæ transeuntis per centra duorũ foraminũ, ut patet per primã huius, & hæc linea in hoc situ peruenit ad centrũ sphæræ uitreæ, & est obliqua sup superficiẽ sphæræ planã, palã ergo quia terminatio extensiõis illius lucis, & est in centro uitri, extendit ergo lux in corpus uitri secundũ lineã rectã exeuntẽ à cẽtro sphæræ ad circũferentiã, quæ linea cũ sit diameter per 72. primi huius, quoniã ipsa est perpẽdicularis super sphæricam superficiẽ uitri, ergo & super cõcauam superficiẽ aëris continentis sphærã uitri, non ergo refringitur in aëre secundo, sicut neq; in primo, sed neq; reflectitur in corpore uitri, nec in cõuexo ipsius, refringitur ergo apud centrũ uitri, quia fuit obliqua super superficiẽ eius planã, in qua est centrũ uitri, palam itaq; ex his experimentationibus illud qđ est, etiã superius declaratũ, sed qm̃ lux si fuerit extẽsa in corpe subtiliori obliquẽ incidens superficiei corporis grossioris, refringetur ab ipso, & erit eius refractio ad partem perpẽdicularis super superficiem sphæricã corporis grossioris, sicut per 43. huius patuit, fiat refractio ex aëre ad aquã, erit illa refractio ad partẽ perpẽdicularis exeuntis à loco refractionis super superficiẽ aquæ, & nõ peruenit refractio ad perpendicularem, qđ si uitrũ ecõuerso situetur, scilicet ut superficies eius sphærica & cõuexa respiciat superius foramẽ, & punctũ mediũ lineæ, quæ est cõmunis differentia superficierũ planarũ, quod est centrum sphæræ uitreæ sit super centrũ instrumenti, cadatq; hæc linea oblique super diametrum laminæ, ducaturq; in ipsa superficie laminæ à cẽtro laminæ linea perpendicularis super lineã, quæ est cõmunis sectio illarum planarũ superficierũ, quæ necessario erit perpendicularis super superficiem planã uitri erectam super superficiẽ laminæ, ponatur itaq; instrumentũ in uase sine aqua, & moueatur quousq; lux pertranseat duo foramina, cadetq; centrũ lucis in circũferentia medij circuli extra punctum p, quod est differentia cõmunis medij circuli, & lineæ g k, perpẽdicularis super superficiẽ laminæ ductæ in ora instrumenti quod punctum p, est extremitas diametri medij circuli, quæ est m p, erit declinatio lucis ad partem contrariam illi in qua est perpendicularis educta à loco refractionis super planam superficiem uitri, hæc aũt lux extenditur in uitro secundum rectitudinem lineæ transeuntis per centra duorum foraminum, quoniã illa linea cum per centrum sphæræ uitreæ transeat est in illa diameter sphæræ uitreæ, fit itaq; refractio lucis apud centrum sphæræ uitreæ, quoniam lux transiens centra amborum foraminum fit oblique super superficiem planam uitri, & super superficiem aëris contingentis uitrum, & si aqua infundatur uasi quousq; superemineat centro instrumenti, cadet adhuc centrum lucis in circumferentia medij circuli extra extremitatem sui diametri oblique ad partem contrariam illi parti super quam cadit perpendicularis, & quoniam aër est subtilior quàm aqua, & aqua subtilior uitro, maior fiet distantia, circuli lucis ab extremitate diametri medij circuli in aëre quàm in aqua, quod si uitrum ponatur aliter in superficie laminæ, scilicet ut linea quæ est communis differentia duarũ superficierum planarum ipsius uitri sit super laminam perpendiculariter diametrum laminæ secantem, non tamen sit eius medius punctus, qui est centrum uitreæ sphæræ super centrum laminæ, & uertatur conuexum uitri ad foramina, & figura regulæ subtilis super superficiem laminæ erecta super oram eius, in quo est linea ex parte uitri, & terminus regulæ secet diametrum laminæ perpendiculariter, palam quia linea transiens per centra foraminum duorum non transit per centrum sphæræ, sed per illud punctum superficiei planæ ipsius uitri, & erit obliqua super sphæricam superficiem per 72. primi huius, ponatur itaq; instrumentum in uase, & uas in sole, & moueatur instrumentum quousque lux transeat per centra duorum foraminum, & non cadet lux directe super superficiem regulæ, neq; centrum lucis cadet in linea, quæ est in superficie regulæ, sed declinabit oblique extra lineam, quæ transit per centra duorum foraminum ad partem in qua est centrum uitri, hoc est ad partem contrariam perpendicularis ex-

ris exeuntis à loco refractionis perpendiculariter super superficiem uitri sphæricam, eritq; linea pertransiens centra duorū foraminum perpendicularis super superficiem uitri planam, per 8. undecimi, quoniam illa linea est æquedistans lineæ f g diametro laminæ, quæ ex hypothesi, est perpendicularis super superficiem planam uitri. Si ergo lux transiret per centra duorum foraminū, & extenderetur secundū rectitudinē ad planam inter superficiem, palam q tunc extenderetur secundum rectitudinem in aere. Sed centrū lucis, quæ est in regula, cum non cadat in rectitudinē huius lineæ, patet q lux nō extenditur in eius rectitudinē ad superficiē planam uitri, est ergo lux refracta, sed nō refringitur in aere, neq; in corpore uitri. Refringit̃ itaq; apud sphæricā superficiē uitri, incidit enim oblique super sphæricam supficiē, qm̃ linea transiens centra duorū foraminū non transit per centrum uitri, & hæc lux egrediens à plana superficie uitri, qm̃ oblique aëri incidit, plus refringitur. Qđ si uitrum econtrario disponitur, ut eius superficies plana apponatur foramini primo sic, q cōmunis differentia sit super lineam secantē diametrum laminæ perpendiculariter, & medius punctus illius lineæ sit extra centrum laminæ. Tunc ergo linea pertransiens centra duorū foraminū non transit per centrum uitri, sed per alium punctū illius planæ superficiei, & est perpendicularis super illam superficiem, moueat̃ itaq; instrumentū in sole, donec lux transeat per ambo foramina, cadetq; centrum lucis, quæ cadit in interiori parte oræ ipsius instrumenti in periferia medij circuli extra punctū p, qđ est extremitas diametri medij circuli, quæ est linea m p, sed declinabit ad partem in qua est centrū uitreæ sphæræ, & linea quæ egreditur à centro huius sphæræ in imaginatione ad locum refractionis, est perpendicularis super superficiē huius sphæræ, est ergo perpendicularis super superficiem aeris continentis superficiē sphæræ uitreæ. Hæc itaq; refractio est ad partem contrariā illi, in qua est perpendicularis exiens à loco refractionis super superficiem aëris continentis sphæram. Lux uero transiens centra duorū foraminū pertransit corpus uitri recte, cum sit perpēdicularis super superficiem planam uitri, sed non est perpendicularis sup superficiē conuexam, cum nō trāsit centrum sphæræ, ergo etiam non est hæc lux ppendicularis super supficiem aeris continentis conuexum uitri, & quia hæc lux refracta inuenitur, refrangitur ergo apud conuexam superficiem sphæræ uitreæ, q si aqua tunc infundetur uasi infra centrum laminæ, inuenitur etiam lux refracta ad partem in qua est centrū uitri; hoc autē est ad partē contrariam illi, in qua cadit ppendicularis exiens à loco refractionis, quæ extenditur in corpore aeris perpendicularis super concauam ipsius aëris superficiem conuexi uitri continentem.

XLVI.

Omnem radium incidentem & refractum in eadem plana superficie cōsistere est necesse.

Sed & id qđ nunc proponitur, potest experimentaliter declarari, qm̃ enim omnibus dispositis, ut est in 43. huius, lux incidens centro lucis, quæ est in supficie aquæ, & à centro lucis existentis super superficiem aquæ, qđ est centrum medij circuli incidens centro lucis intra aquam existentis, q est in circumferentia circuli medij, transit per centra amborum foraminū, quæ similiter sunt in superficie medij circuli, palam, qm̃ linea secundū quā lumen incidit superficiei aquæ per medium aerem, & secundū quā refringitur in aquæ medio, sunt in eadem superficie, qm̃ utraq; ipsarū est in superficie medij circuli triū assignatorum circulorum. Inuenitur autem hæc refractio in medio solari, quando radius transiens solaris per centra foraminum, fuerit obliquus super aquæ superficiem, non qn̄ fuerit ppendicularis, & propter obliquitatem situs instrumēti à centro sphæræ aquæ nunq; fiet hæc linea radialis perpendicularis super superficiem aquæ, nisi sol fuerit perpendiculariter super zenith capitis. Sole uero ultra uel contra zenith capitum existente, satis euidens est hæc experimentatio omni tempore, patet ergo id qđ proponitur, & hanc superficiē dicimus superficiē refractionis: patet itaq; ex ijs omnibus 5. præmissis propositionibus, quoniā omnis lux pertransit quacunq; corpora diafona secundū lineas rectas: & q̃diu lineæ sunt ppendiculares super superficies corporū, quæcunq; etiā diuersæ sint diafonetatis, semper extendit̃ secundū rectitudinē eiusdem lineæ, & non refrin-

gitur. In corpore uero diuersæ diafoneitatis omnis lux superficiei secundi corporis oblique incidens, refringitur secundum lineas rectas alias ab illis, secundum quas incidebat primo corpori, quæ tamen lineæ semper erunt in eadem superficie plana, imaginate secare utrunq; illorum corporum, & hæc superficies in inspectione instrumenti est medius circulus trium circulorum signatorũ in interiore parte oræ instrumenti, cuius diameter est linea m p. Cum uero lux aliqua exiuerit à corpore subtiliori ad grossius, refringetur ad partem ꝑpendicularis exeuntis à loco refractionis, quæ est ꝑpendicularis super superficiem grossioris secundi corporis, & cum lux obliqua exiuit à corpore grossiori ad subtilius, refringitur ad partem contrariam prædicto modo ductæ super superficiem corporis secundi, scilicet subtilioris.

XLVII.

Radio perpendiculari omne corpus diafonum penetrante, radius oblique incidens in medio secundi diafoni densioris refringitur ad perpendicularem ductam à puncto incidentiæ super secundi diafoni superficiem, & in medio secundi diafoni rarioris refringitur ab eadem.

Illud qd' de particularibus experientijs hactenus instrumentaliter probatum est, naturali demonstratione intendimus adiuuare, omnes enim motus naturales qui fiunt secundum lineas ꝑpendiculares, sunt fortiores, qm̃ coadunantur uirtute uniuersali cœlesti secundum lineam rectam breuissimã, omni subiecto corpori influente. Impulsiones ꝓiectationũ factarum ꝑpendiculariter sunt fortiores eis quæ fiunt oblique; & similiter percussiones, quæ fiunt perpendiculariter, sunt omnibus obliquis percussionibus fortiores, & inter omnes obliquas fortiores sunt illæ quæ plus accedũt ad ꝑpendicularitatẽ, quia itaq; omnis corporis densitas impedit transitũ luminis, necesse est lumen imaginari repelli à transitu per resistentiã corporis densi, & plus per resistentiam corporis densioris; & per hanc resistentiam qualitatis passiuæ, quæ est densitas ad qualitatẽ actiuam, quæ est lumen, intelligimus quendã motum motionis luminis per medium corporum resistentium, quæ secundũ plus & minus capacia sunt impressionis luminaris, non ꝙ in transmutatione locali ipsius luminis sit alius motus, ut patet per 2. huius. Sed quia lumen in eodẽ instrumenti secundũ diuersitatẽ mediorum se plus comprimit uel diffundit, & hoc uocamus motum ipsius lucis. Omnis itaq; lux pertransiens corpus diafonum, motu uelocissimo & insensibili pertransit, sic tamen, ꝙ per magis diafona uelocior fit motus ꝗ̃ per minus diafona. Omne enim corpus diafonum plus & minus resistit penetrationi lucis secundũ qd' est participans diafonitatẽ plus uel minus, grossities enim corporum resistens est semper luminis penetrationi. Cum ergo lux pertransiret corpus aliqd' diafonum oblique, & occurrerit corpori alij diafano grossiori, tunc corpus grossius resistit luci uehementius, ꝗ̃ prius corpus rarius resistebat, necesse est ergo ꝙ ꝓpter resistentiam illius corporis densioris motus lucis transmutetur: & si resistentia fuerit fortis, tunc motus ille ad partẽ cõtrariam refringetur, quia uero nõ resistit fortiter, ideo lumen nõ redibit in partẽ ad quã mouebatur. Si uero resistentia fuerit debilis ꝓpter maiorẽ raritatẽ corporis plus diafoni, tunc lux incidens non refringetur ad contrariã partem, nec poterit per illam lineam ꝓcedere per quã inceperat, sed mutabitur in situ; cum uero perpendiculariter inciderit quibuslibet corporibus diafonis & quacunq; diuersæ diafoneitatis, non mutabitur, sed directe omnia penetrabit, qm̃ perpendicularis fortior est omnibus, & oblique uiciniores perpendiculares sunt fortiores omnibus remotioribus. Cum itaq; corpori diafono grossiori lux incidit, oblique extenditur secundũ lineam rectam approximantẽ ad perpendicularẽ, exeuntem à puncto, in quo lux occurrit superficiei corporis diafoni grossi ꝓductam super superficiẽ corporis grossioris, ideo, quia facillimus motuum est secundũ lineam perpendicularẽ. Si ergo radius lucis inciderit super lineam perpendicularẽ, transibit recte ꝓpter fortitudinẽ motus super perpendicularẽ. Et si radius inciderit oblique, tunc non poterit transire ꝓpter debilitatẽ motus super lineas obliquas. Accidit ergo ut declinet ad partem aliquã, per quã facilior sit transitus, ꝗ̃ per illam partem, ad quã per lineam incidentiæ mouebatur; facilior autẽ motuũ, & plus adiutus cœlesti influentia

tia est super lineam perpendicularem: qđ enim uicinius est perpendiculari, facilioris est transitus, q̃ remotius ab illa. Sit itaq; ut à puncto a corporis luminosi incidant radij q̃ plures per medium a b super superficiem alterius diafoni corporis, in qua sit linea b c d e, & sit b f linea profunditatis illius corporis, & sit linea a b perpendicularis super illam superficiẽ, palam itaq; secundum rationẽ præmissam fortitudinis perpendiculariũ, & per experientias instrumentales per 42. & 44. huius, q̃m radius incidens secundũ lineam a b penetrat perpendiculariter totũ corpus b e f. Radius uero incidens secundũ lineam a c, si directe trãsiret corpus b e f, tunc enim erit diuersitas in diafoneitate corporũ a b e & b e f, qđ est contra hypothesim: linea itaq; a c propter diuersitatem resistentiæ non erit linea continua. Sed si per corpus minus resistens mouebatur libere per lineam a c, non potest in corpore plus uel minus resistente per eandẽ lineam moueri. Si ergo corpus b e f sit densius corpore a b e, patet ex præmissis, ꝙ difficilior est transitus per illud. Si itaq; linea a c refringitur à linea perpendiculari, ducta à puncto c super superficiem corporis b c d e q̃ sit c g, debilitabitur, nec ad aliud perueniet effectus eius, frustra ergo incidebat, natura autẽ frustra nihil agit, sicut in principio suppositum est: linea ergo a c, ut etiam ostensum est experimentaliter per 43. huius, refringitur necessario ad partem perpendicularis c g, ut fortificetur actio eius, similiter quoq; est de radijs incidentibus secundum lineas a d & a e. Et si corpus, in cuius superficie est linea b c d e, fuerit diafoneitatis rarioris q̃ sit corpus a b e, adhuc propter fortitudinẽ actionis radij perpendicularis qui est a b penetrat irrefractus, radius uero secundum lineam a c transiens corpus densius, & in puncto incidens superficiei corporis rarioris, non inuenit resistentiam q̃ prius, & quia formatum ꝓprium est semper se diffundere secundum amplitudinẽ omnis capacitatis materiæ: patet, ꝙ radius a c non procedit secundũ lineam a c, quia sic dispositio diafonorum corporum secundũ resistentiam ad receptionẽ luminis esset uniformis, qđ est contra hypothesim: refringitur ergo radius a c, sed nõ ad ꝑpendicularẽ c g, quoniã illa refractio non fit ꝓpter resistentiam materiæ, sed propter uictoriam formæ agentis super materiam plus dispositam q̃ prius, unde forma diffundit se uirtute propria ab incepto progressu secundum lineam a c, & ad partẽ contrariam ipsius perpendicularis c g, & æquedistantis quæ b f: & similiter est de omnibus alijs obliquis radijs, ut a d & a e. Motus itaq; radij incidentis oblique secundum lineam a c in corpore secũdi diafoni densioris, quæ est b e f, componitur ex motu in partem perpendicularis a b transeuntis per corpus b e f, in quo est motus, & ex motu facto super lineam c b, quæ est perpendicularis super lineam c g, quoniã enim transitus perpẽdicularis est fortissimus & facillimus motuũ, & densitas corporis resistit termino motus ad quem intendebat, linea a c necessario mouebitur ad perpendicularem c g exeuntem à puncto c, in quo radius a c concurrit superficiei corporis densioris, & quoniã illi motui resistit ꝓpter grossiciẽ medij, & etiam ꝓpter naturã alterius motus, qui est super lineam c b, qui propter resistentiam medij non omnino dimittitur, sed tantum impeditur. Declinabit lumen ergo uersus punctũ b, semper proximans perpendiculari a b f, fit itaq; in medio diafoneitatis secundæ grossiore medio, primo refracto radij a c secundũ lineã c l propinquiorẽ perpendiculari c g exeunti à puncto c, in quo occurrit corpori densiori, quoniam linea a c, per quam incidebat superficiei illius corporis, producta ultra punctum c ad punctũ q, propinqua fuerit eidem perpendiculari eductæ ultra punctum c ad punctũ h, ita, ut angulus a c h sit maior angulo l c g, non concurret tamen cum ꝑpendiculari b f uersus punctum f, sed uersus punctum a per 2. primi huius, quoniam concurrit cũ æquedistante eius linea c g in puncto c. Cũ uero radius a c exiuerit à corpore grossiore ad subtilius, tunc quia minus habet resisten-

tiæ,

tiæ, erit motus eius uelocior & magis sui diffusiuus, & quoniam resistentia medij densioris impellit super lucem obliquam, ut coadunetur ad ꝑpendicularẽ lineam à puncto incidentiæ super superficiem illius corporis productam, quæ est c g: patet ꝙ in medio rarioris diafoni illa resistentia erit minor ꝙ̃ prima, fit ergo motus lucis ad partem à qua per resistentiam repellebatur motus maior, mouetur ergo lux in corpore diafono rariore plus ad partem contrariam parti perpendiculari, ita, ꝙ angulus g c k sit maior angulo a c h, fit tamen semper motus lucis a c in reflectione à corpore secundo rarioris diafoni ꝙ̃ primũ inter lineas c g & c e, quoniam cum angulus g c e sit rectus, angulus g c k nunꝙ̃ potest fieri rectus, patet ergo propositum.

XLVIII.

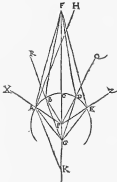
A superficie plana corporis diafoni omniũ radiorũ illi sũpficiei incidentiũ, non est possibile fieri refractionẽ ad aliquod punctum unum.

Quoniam enim, ut patet per præmissas, in omni corpore diafono semper fit refractio uel ad ipsas perpendiculares ductas à punctis incidentiæ radij super superficiẽ corporis diafoni, à qua fit refractio, uel ab illis ꝑpendicularibus quomodocunq; hoc contingat, patet, cum illæ perpendiculares super planam superficiẽ sunt æquedistantes per 6. undecimi, qm̃ siue ad ipsas ꝑpendiculares, siue ab ipsis fiat refractio, nõ est possibile, ut omniũ radiorum illi planæ superficiei incidente, refractio fiat ad punctũ unum, patet ergo propositum.

XLIX.

Nulla refractio transmutat situm partium formæ refractæ, sed solum auget uel minuit figuram.

Quoniam enim, ut patet per 47. huius, omnis refractio fit in medio secundi diafoni & in rariori à perpendiculari, in densiori uero ad ꝑpendicularẽ, palam ꝙ semper dexter radius remanet dexter, & sinister sinister, & similiter de alijs differentijs positis. Situs ergo partium formæ refractæ non mutantur, sed semper permanent, modo suo autẽ à perpendiculari fit fractio, augetur forma secundũ dilatationẽ. Et cum ad perpendicularem fit refractio, minuitur, qm̃ anguli ipsam continentes, angustantur, patet ergo ꝓpositũ.



L.

In omni simili superficie eiusdẽ diafoni radij secundum æquales angulos incidentes, secundum æquales angulos refringuntur: & si maiores sunt anguli incidentiæ, maiores sunt anguli refractionũ, & si minores, minores.

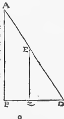
Siue enim refractionis modus attendatur ex parte superficienim corporum in quibus fit refractio, quoniam alia fit refractio à superficie sphærica, & alia à plana, siue à parte dispositionis diafonorum, quoniã alia fit refractio à rariori diafono, alia à densiori, ut patet per plures ꝓpositiones libri huius, siue attendatur à parte angulorum incidentiæ, patet semper ꝙ angulis incidentiæ existẽtibus æqualibus, secundũ modum ꝓpositionũ nulla subest causa diuersitatis modi refractionis, fiet ergo semper refractio secundũ angulos æquales, & hoc est ꝓpositum primũ. Et est huius exemplũ, ut si uni corpori sphærico diafono densiori ipso aëre medio, in cuius superficie

ficie sit circulus a b c d e, cuius centrum sit p, & à puncto f corporis luminosi incidant lineæ radiales, quæ sint a f, b f, c f, d f, e f, incidatq; radius f c perpendiculariter, & alij oblique: patet quod omnes radij incidentes oblique in superficie illius corporis diafoni, refringentur per 47. huius. Sit ergo exempli causa & breuitatis figurationis & denominationis linearum, ut omnes illi radij refracti concurrant in puncto g, & ducantur perpendiculariter super superficiem corporis lineæ, quæ sint p d q & p b z & p a x & p e x. Dico quod si angulus incidentiæ, qui est f d q, sit æqualis angulo f b r, quod angulus g d p erit æqualis angulo g b p, per præmissam propter uniformitatem omnium prædictarum conditionum. Similiter quoq; dico, quod si angulus f d q sit maior angulo f a x, quod angulus p d g erit maior angulo p a g, fiat enim super punctum a terminum lineæ x a angulus æqualis angulo f d q per 23. primi, qui sit angulus h a x, refringaturq; radius h a in puncto a, concurretq; cum linea f g in puncto b, eritq; per primam partem huius angulus p a x æqualis angulo p d g: est autem angulus p a k maior angulo p a g, nō enim est æqualis, quoniam tunc ex præmissis sequeretur angulos incidentiæ esse æquales, qd' est contra hypothesim, sunt enim suppositi esse inæquales, sed neq; minor, quoniā sic fieret refractio irregularis, & est contra 43 & 45. huius, est ergo maior, ergo & angulus p d g est maior p a g. Idem quoq; potest demonstri facilius, ut si angulus f e z fiat æqualis angulo f a x per 8. tertij, utpote si arcus a c & c e assumantur æquales, tunc enim anguli p a g & p e g erunt per præmissam æquales; angulus uero p d g minor est angulo p e g, quod patet, etiam si anguli refractionis ponantur esse æquales. De hac autem materia hic summarie loquimur, quoniam ipsam in 10 huius libro, ubi locum proprium habet perfectius persequemur, patet ergo propositum.

LI.

Datam altitudinem per umbram quanta sit cognoscere sole apparente.

Sit data altitudo a b, quam proponimus, quanta sit cognoscere sole apparente: & si illa altitudo est erecta super superficiem horizontis, ducatur in illa superficie linea b d perpendicularis super terminum altitudinis a b, qui sit b, & incidat radius solaris per uerticem a b, qui sit a, ipsi puncto d, & sit a d, ergo per undecimam huius erit linea b d umbra altitudinis ipsius a b, erigaturq; nota linea e z inter umbram b d & radium a d æquedistanter altitudini a b, ut si z e sit baculus notæ quantitatis, erit ergo trigonus d z e per 29. primi æquiangulus trigono a b d, ergo per 4. sexti, uel per 9. huius erit proportio d z ad z e, sicut d b ad b a, sed d z ad z e proportio est nota, quoniam cum z e sit assumpta nota, potest & linea umbræ suæ quæ est z d modica mensuratione fieri nota, ergo d b ad b a proportio est nota, sed d b potest mensurando fieri nota, ergo & a b erit nota, quod est propositum, ut si linea a b sit altitudo alicuius turris uel parietis, qui ualeat adiri ad mensuranda spacia umbrarum.



Libri Secundi Finis.

LIBER TERTIVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS

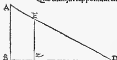


N præmiſſis libris mathematicalia & naturalia principia præmiſimus, per quæ, prout noſtra poſſibilitas fert, noſtri propoſiti cõſequentia intendimus declarare. Volentes autẽ formarũ naturaliũ actiones ſub triplici uidendi modo proſequi. ſ. illo qui fit per ſimplicem uiſionẽ, & eo qui per reflexionẽ & illo qui per refractionem. In hoc tertio libro proſequimur modum ſimplicis uiſionis, & diſpoſitionẽ ꝓpriã organi uiſiui. Supponimus aũt hæc quæ ſequunt in locis alijs declarata, uel ut per ſe ipſa nota. Viſionem non compleri niſi apud peruentum formæ uiſibilis ad animam. Item ꝙ per ſe uiſibilia ſunt tantum duo, ſcilicet lux & color, quoniam lux ſe ipſa uidetur, & ipſa eſt hypoſthaſis colorũ, alia uero per accidẽs uiſibilia ſunt, utpote remotio, magnitudo, ſitus, corpeitas, figura, cõtinuitas, ſeparatio uel diuiſio, numerus, motus, quies, aſperitas, lenitas, diafonitas, dẽſitas, umbra, obſcuritas, pulcritudo, deformitas, conſimilitudo & diuerſitas. Hæc enim non ſolum uiſu, ſed alijs ſenſibus cõprehenduntur. Item petimus lucẽ fortẽ lędere uiſum diutius intuentem. Item rem maioris quantitatis, quàm ſit oculus, oculo uideri. Item rem uiſam ſecundũ ſitum, figuram & ordinem ſuarum partium uideri. Item uiſum ſimul diuerſa uiſibilia uidere. Itẽ ab ambobus uiſibus ſimul unam rem uideri. Itẽ ꝙ color nõ eſt motiuus uiſus niſi ſecundũ actũ lucidi. Item ſine contactu uiſionẽ nõ fieri, ſicut nec aliquã actionẽ naturalẽ. Item uirtutẽ uiſiuã finitam eſſe, & non extendi in infinitum.

THEOREMA I.

Viſibili lucem actu non participante, ipſum impoſſibile eſt uideri.

Quæ enim, ut ſuppoſitum eſt, per ſe ſunt uiſibilia, ſunt lux & color; lux autem non eſt uiſibilis præter ſe, & etiam lux cũ ſit hypoſtaſis colorum, non eſt poſſibile colores uideri ſine luce, forma enim coloris eſt forma debilior ꝙ ſit forma lucis, cum color ſit quædam lux incorporata corporibus mixtis. Viſus ergo non recipit formã coloris rei uiſæ, niſi ex luce admixta cum forma coloris, & propter hoc alternantur colores multarũ rerum apud uiſum per alternationẽ lucis orientis

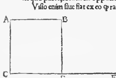


ſuper ipſas: & ſi color, qui eſt per ſe uiſibilis, non eſt motiuus ipſius uiſus, niſi ſecundum actum lucidi, patet ꝙ omni uiſibili actu lucem non participante ipſum impoſſibile eſt uideri, patet ergo propoſitum.

II.

Inter quodlibet punctum ſuperficiei rei uiſibilis, & aliquod punctum ſuperficiei uiſus produci poſt ſe lineas rectas eſt neceſſe, ut res actu uideatur, ex quo patet, ſolum in oppoſitione rei uiſæ ad uiſum fieri uiſionem.

Viſio enim ſiue fiat ex eo ꝙ radij egrediuntur à uiſu ſuper puncta rei uiſæ, ſiue ex hoc, ꝙ formæ punctorum rei uiſæ per lineas radiales perueniant ad ſuperficiem organi uiſiui, ſemper neceſſe eſt inter quodlibet punctũ ſuperficiei rei uiſibilis, & aliquod punctum ſuperficiei uiſus produci poſſe lineas rectas, ut res uideantur actu: unde cum hæ lineæ ſecundũ quodcunq; propoſitũ modum ꝓduci poſſunt, fit uiſio, niſi forte ꝓpter alterius impedimenti reſiſtentiam uiſus fuerit impeditus. Cum itaq; uiſus fuerit oppoſitus rei uiſæ, uidebit ipſam: & cũ aufertur ab eius oppoſitione, non ſentiet ipſam, & cum reuertetur ad oppoſitionẽ,



reuer

reuertetur sensus, quoniã ab alijs partibus q̃ ab oppositis directe non potest linea produci à punctis uisibiliũ ad puncta superficiei uisus, patet ergo ꝓpositum.

III.

Organum uirtutis uisiuæ necesse est sphæricum esse.

Si enim non sit sphæricum, dico ꝙ non impeditur uisio, utpote si sit superficiei planæ, tunc enim non uidebit uno aspectu, nisi sibi æquale, siue enim radij egrediantur à uisu super rem uisam, siue formæ punctorum rei uisæ per lineas radiales perueniant ad superficiem organi uisiui, patet ꝙ semper perpendiculares sunt breuiores per 21. primi huius; unde res magis approximat uisui secundum illas, quoniam res uisæ directe secundũ ipsas ꝑpendiculares uidenẽ, non per aliquas lineas obliquas, quæ res frangantur, quia ut patet per 48. secundi huius, in corporibus planis non potest fieri refractio formarum ad aliquod punctum unum, eo ꝙ in talibus nullus punctus est omnibus cõmunis, sola ergo illa ab organo uisiuæ superficiei planæ uideri potest, quæ sine refractione directe perueniunt ad ipsum, hæc autem sunt secundum perpendiculares lineas peruenientia ad uisum. Sit itaq; superficies plana uisus, in qua sit linea a b, & sit in superficie plana alicuius rei uisæ æquedistantis uisui, & linea a b linea recta, quæ c d e, & à puncto c ducatur perpendicularis super superficiem uisus per 11. undecimi, quæ incidat in punctum a, & sit a c: & à puncto d ducatur similiter super superficiẽ uisus perpendicularis quæ sit d b. Cum itaq; lineæ a c & b d sint æquedistantes & æquales, per 23. & 25. primi huius, ergo per 33. primi huius, linea a b æqualis erit lineæ c d, & q̃m linea a b æqualis est lineæ c d, sed linea c d e est maior q̃ linea c d, ergo non uideretur simul tota linea c d e, quia in hac dispositione non potest res uisa excedere quantitatẽ superficiei uisus, & quoniam hoc est falsum & contra suppositionem, quæ patet sensui, quoniam possibile est rem maiorem ipso oculo uideri, palam, quia non est possibile, ut superficies organi uisiui sit plana, sed neq; alterius figuræ q̃ sphæricæ, quia semper accident impossibilia inæqualitatis uisionis, necessario ergo erit sphærica superficies organi uisiui, in cuius centro fiat concursus linearum radialium ex longe maiori magnitudine q̃ sit ipsum organum uisiuum, patet ergo propositum.

IIII.

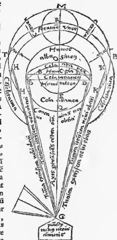
Oculus est organũ uirtutis uisiuæ sphæricũ ex tribus humoribus & quatuor tunicis, à substantia cerebri prodeuntibus sphærice se intersecantibus compositum.

Quomodo sit oculus uirtutis uisiuæ organũ negocio alterius partis philosophiæ relinquimus, ꝙ aũt sit sphæricus, necessariũ est per præcedentẽ ꝓpositoinẽ, & etiã ex eo ꝙ est naturæ aqueæ, cuius ꝓprietas est semper rotundari, ut alibi est declaratũ. Qđ autem sit oculus ex tribus humoribus & 4. tunicis compositus, diligens Anathomizantiũ cura edocuit. Primus itaq; humorũ istoꝝ cristallinus uel glacialis, qui ꝓprie est organum uirtutis uisiuæ, & est in medio oculi situs, estq; sphæra parua alba humida, humiditatis receptibilis formarũ uisibiliũ, in qua est diafonitas non intensa ualde, cum sit in ea aliqua spissitudo, unde diafonitas eius assimilatur diafonitati cristalli uel glaciei, & ob hoc dicitur humor cristallinus uel glacialis, quia uera eius humoris diafonitas nutritur in sui parte posteriori uersus cerebrũ, à qua parte totus oculus recipit nutrimentũ, ꝙ anteq̃ ꝑfecte uniatur humori cristallino, quæ principaliter intendiẽ nutriri, nondũ plene in formis substãtialibus & accidẽtalibus, & eidẽ assimilatũ necessario est alterius diafonitatis ab illo, & ob hoc diciẽ alter humor, & uocatur uitreus, quia similatur uitro quasi frustrato, & quia in omni qđ nutritur, semꝑ purũ ab impuro separatur, illud qđ ab humore cristallino nutrito, ut suæ puritati inconueniẽs, separaẽ ad partẽ oppositã parti nutrimẽtali, hoc est, ad anterius cristallini humoris ꝓfluit, & est diafonũ, quoquo mõ assimilatũ humori cristallino, nondũ tñ suæ ꝑfectæ consistentiæ in densitate, eo ꝙ est supfluũ nutrimenti corpis densioris, patet ꝙ necessario est diafonũ liquidũ, unde uocatus est humor albugineus, q̃a simile est albumini oui in tenuitate & albedine & diafonitate, est enĩ hu-

mor alb9, clar9, tenuis, diafon9, & habet humorē ad ptē anteriorē, sicut & uitreū humo
rē ad partē posteriorē pro custodia humoris cristallini, ne ab extrīsecis occasiōibus uel
intrīsecis citi9 patiat̄, & cadat ab officio organi uisiui naturæ sagacitas deputauit. Cōti
net aūt primū duos hūores. s. cristallinū & uitreū, tela ualde tenuis & subtilis separās eos
ab albugineo, & circūdans ambos eos, cuius etiam telæ aliqua pars descendens per me
dium separat cristallinū à uitreo & hæc tela ,ppter sui subtilitatem tela aranea nomina
tur. Cum aūt humor albugineus sit liquidus, per se non consistens, necessariū fuit ipsum
per aliquod solidū pro oculi custodia retineri, circūdedit ergo ipsum natura pelle uisco
sa solida forti, non multū diafona, quæ sui densitate melius retineat, & sui caliditate hu
morem albugineum temperet, ne cristallinus congeletur, & fiat inhabilis receptioni
uisibiliū formarū, & quia ,ppter eius tunicæ densitatē & uiscositatē formæ uisibiles ad hu
morem cristallinū undiq; tali tunica circundata non puenissent, ideo in anteriori parte
oculi, ubi est locus receptionis formarū uisibilium, natura hanc tunicam intercidit, fa
ctumq; est foramen rotundū, cuius diameter est quasi æqualis lateri cubi describtibilis
intra illā sphærā, uel lateri quadrati inscriptibilis circulo magno illius sphæræ, & est hoc
foramen ideo rotundū, ut sit magis apta susceptioni omniū formarū perti ansiēs usq; ad
eiusdē tunicæ concauū, & ob hoc hic tunica dicta est uuea, quia assimilabit̄ uuæ in aspe
ctu, & est hæc tunica plurimū nigra, sæpe tñ uiridis, & qñq; glauca, & corpus illius tuni
cæ est tenue densum non ratum, ne uero humor albugineus effluat ex foramine uueæ, &
ut non impediatur operatio uirtutis uisiuæ, necessarium fuit naturæ foramini uueæ sub
ponere uelamen diafonū solidum ad modū cornu albi clari, dictaq; est hæc tunica cor
nea, ubi uero coniungit̄ hæc tunica alijs partibus corporis circūpositis oculo, ibi cessat
diafonitas, fitq; alterius dispositionis tunica solidior q̃ cornea non diafona, ipsa tamen
cornea complens sphæram unam, quæ est sphæra totius oculi, & illius sphæræ posteri
or pars nō diafona, sed carnosa fit alia tunica, & hæc dicit̄ cōiunctiua uel consolidatiua,
qm̄ cōiungit oculū, & cōsolidat ipsum cū partib9 corpis uicini, erit ergo tunica cornea
humor albugine9 & humor glacialis & humor uitre9, se ad inuicē cōsequētes, & oīa ista
sunt diafona ,ppter meliorē formarū uisibiliū receptionē. A substātia cerebri ,pdeūt hu
mores & tunicæ oculi, qm̄ ex anteriori parte cerebri à duabus ptibus ipsius crescūt duo
nerui optici. i. cōcaui cōsimiles habentes duas tunicas ortas à duabus telis cerebri, & ,p
cedunt ij nerui ad mediū anterioris partis cerebri, ubi efficitur neruus unus obticus,
qui in ,pcessu iterū diuidit̄ in duos neruos obticos cōsimiles & æquales, q transmutatis
suis sitibus, ita, ut dexter fiat sinister, & sinister dexter, sunt ,pcedētes ad cōuexa duorū os
siū cōcauorū cōtinentiū oculos, qm̄ in medijs istorū duorū ossiū cōcauorū sunt duo fora
mina æq̄liter pforata, q̃ dicunt̄ foramina giratiōis neruorū cōcauorū & qm̄ illa duo fora
mina sunt rotunda, punctus uero medius cuiuslibet illorū foraminū dicitur centrū illius
foraminis, illi ergo nerui intrant ista duo foramina & exeūt ad cōcauitatē duorū ossiū p
dictorū, & illic dilatātur & amplīātur, & efficit̄ extremitas cuiusq; ipsorū quasi instrumē
tū ponēdi uinū in doleis, hoc est ad modū pyramidis rotūdæ cōcauæ, & qlibet oculorū cō
ponit̄ sup unā extremitatē istius nerui, & cōsolidatur cū ipso: cōsimiliter & à tunicis isto
rū neruorū oriunt̄ tunicæ oculorū, nā tunica cornea orit̄ ex tunica extrinseca duarū tuni
carū istius nerui, & tunica uuea oritur ex tunica intrinseca duarū tunicarū duorū neruorū,
intra istā tunicā uueā ordiat̄ humor cristallinus sup extremitatē cōcauitatis nerui medi
ante uitreo humore, q ambo ex medullari substātia cerebri oriunt̄, & int̄ humores istos
& tunicā uueā ex subtilissimis filis tunicæ uueæ texit̄ tela aranea, quā alij uocant tunicā
retiā, qa est cōtexta ad modū retis. Sphæricæ se intersecāt humores & tunicæ oculi, quia
eni tunica uuea nō puenit intra oculū ad cōplementū sphæræ, cū sicut præmissum est, in
anteriori sui parte sit foramē rotundū, qd' tegit̄ à cornea tunica, sphæra ergo tunicæ cor
neæ necessario secabit sphærā uueæ, & cōis sectio suarū supficierū sphæricarū est circūferē
tia illi9 foraminis, & est linea circularis p 79. primi hui9, in anteriori q̄q; hūoris cristallini
,ppter meliorē formarū receptionē est cōpressio supficialis pua minoris curuitatis, q̃ sit
supficies cornea cōtinēs illā: sphicitas. n. supficiei hūoris cristallini assimilat̄ cōpressiōi su

perū

ſpiciei lēticulæ,ut patet ex cõſiderãtibus anathomiã oculi, ſupficies ergo anterior ipſi9 eſt portio ſupficiei maioris ſphæræ q̃ſit ſphæra unea continens ipſam,& hæc compreſſio æqualiter deflectitur ad oppoſitum foraminis, quod eſt in anteriori parte uneæ,quia ſitus eius ab eo eſt conſimilis,ſicut autem foramen rotundum,quod eſt in anteriori parte uneæ,eſt directæ oppoſitum extremitati concauitatis nerui ſuper quē collocatur oculus, ſi etiã in parte poſteriore cõcauitatis uneæ eſt foramen rotundum, quod eſt ſup extremitatem concauitatis nerui,& foramen,quod eſt in anteriori uneæ, eſt oppoſitũ foraminí concauitatis nerui,quoniam neruus opticus interſecat tunicam coniunctiuã & uneam,& penetrat omnes tunicas oculi uſq; ad ſphæram criſtallinam,quæ pyramidē nerui interſecat,ſicut & humor uitreus,q̃ in nerui optici pyramidali cõcauo collocatur, itaq; communis ſectio pyramidis nerui optici,& ſphæræ criſtallinæ,eſt circulus p 109. primi huius,ſphæra itaq; glacialis eſt compoſita in extremitate concauitatis nerui optici,& in foramine poſteriori uneæ rotundo. Extremitas ergo nerui continet medium ſphæræ glacialis,& eſt neruus ille concauus deferens in ſe ſpiritum uiſibilem à cerebro ad oculum,& per eius uenas paruas peruenit ad nutrimentum ad oculum, & diffunditur in illo per uias inſtrumenti,& eſt in interſectione huius nerui in anteriori parte cerebri uirtus uiſiua ſentiens & diiudicans omne uiſibile,& conſolidatur unea cum glaciali in circulo continente foramē rotundum in poſteriori uneæ. Interſecant quoq; ſe ſphæræ iſtæ duæ,ſcilicet glacialis & uitrea neceſſario, cum conuexum unius obuiet cõuexo alterius, ſicut enĩ ſunt diuerſæ naturæ & diafonitatis, ſic ſunt portiones diuerſarũ ſphærarum ſe ſecantium, communis itaq; ſectio illarum ſphærarum eſt circulus p 79. primi huius. Idem ergo circulus eſt baſis pyramidis nerui optici,& interſectionis eiuſdem pyramidis,& ſphæræ criſtallinæ, & conſolidationis uneæ ſphæræ cum ſphæra criſtallina, & forte interſectionis earundem ſphærarum. Corpus uero cõſolidatiue cõtinet partem pyramidalem nerui,quæ eſt intra foramē oſſis per quod tranſit neruus, & intra circunferentiam ſphæræ glacialis,& continet ſphæram uneam. Ex his ita q; patet humorem glacialem proprie eſſe organum uirtutis uiſiuæ,nam huius ſolius diafonitas eſt receptibilis formarũ uiſibiliũ,& eſt in medio omniũ & humorũ & tunicarum collocatus,& ſi alij cuicunq; tunicæ uel humori accidat læſio ſaluo glaciali humore, ſemper auxilio medicinæ recipit oculus curationē, & ſanatur ac reſtituitur uiſus; Ipſa uero corrupta,corrumpitur uiſus totus ſine ſpe reſtitutionis per auxilium curæ medicinalis; eſt itaq; humor criſtallinus uel glacialis principalitér uirtutis uiſiuæ organum, propter quod eſt ante diligentius conſeruatũ, & cõſtituit natura duos oculos ꝓpter perfectionem bonitatis uiſionis, & complementũ eius. Sic ergo patet, quod humores & tunicæ oculi ſphæricæ ſe interſecant,& patet declaratio diffinitionis propoſitæ oculi ſecũdum omniũ eorum experientiã qui de ipſius anathomia hactenus ſcripſerunt. Hæc autē omnia, quæ ſcilicet de cõpoſitione oculi, in hac quarta propoſitione huius tertij libri noſtræ perſpectiuæ ſunt præmiſſa, nunc ſummatim per figuram mathematicam duximus exemplanda, quæ eſt talis. Sit enim centrũ oculi punctũ a,& ſuperficies conuexa ipſius glacialis arcus b c d,& ſuperficies cõuexa ipſius uitreæ arcus b e d, & tela aranea cooperiens glacialem anterius ſit arcus b e d,tela quoq; araneæ inter corpus glacialis & uitreæ



sit linea recta uel curua, quæ b d, tela quoque cooperiens ipsam uitreā posterius sit b q d, exterior quoque tunica nerui obtici sit g h dextra, & g h sinistra, & interior tunica illius nerui sit g d dextra, & g b sinistra. Superficies quoque uneæ sit cuius centrum n, & in qua sit arcus t m u, & b l d, & eius foramen sit cuius diameter est m b, & centrum eius punctum f, humor quoque albugineus sit corpus b l d o, superficiesque intrinsece ipsius corneæ sit arcus h f k, & superficies exterioris corneæ sit arcus b e k, erit ergo medium uirtutis communis punctum g, & axis pyramidis totius nerui obtici erit linea g a f, in qua erunt centra omnium humorum & tunicarum ipsius oculi, hæc itaque est figura totius oculi, quam cum opportunum fuerit posterius utemur.

V.

Impossibile est uisum rebus uisis applicari per radios ab oculis egressos.

Si enim aliqui radij egrediuntur ab oculis, per quos uirtus uisiua rebus extra cōiungitur, aut illi radij sunt corporei uel incorporei. Si corporei, tunc cum uisus uiderit stellas & cœlum, necessarium est, ut à uisu aliquid corporeum exiens impleat totū spacium uniuersi, quod est inter uisum & partem cœli uisam præter diminutionem ipsius oculi, quod & impossibile est fieri, & etiam tam cito fieri, substantia quantitate oculi manente salua. Si uero detur quod radij sint incorporei, cum sensus nō sit nisi in re corporali, tunc ipsi radij non sentirent rem uisam, ergo nec oculus corporeus mediante hoc incorporeo non sentiente poterit sentire, nec enim talia incorporea reddunt aliquid uisui, quo uisus posset comprehendere rem uisam, cum uisus non fiat nisi per contactū uisus cum forma uisa, quia sine contactu non fit actio. Radij ergo ꝓcedentes ab oculo si nihil reddunt uisui, tunc non fit per ipsos uisio. Si uero aliquid reddunt uisui, hæc erunt luces uel colores quæ per se uidentur, & quæ inter radios multiplicantur ad uisum, radij ergo non sunt causa applicationis uisus cum rebus uisis, sed aliquid aliud quod se multiplicat ad uisum, est per se causa uisionis, impossibile est ergo radios ꝑ se esse causam uisionis, nisi forte radij dicātur lineæ descriptæ per puncta formarum multiplicata à superficiebus rerum uisarum ad uisum, quoniam ut patet per 2. huius, inter quodlibet punctum superficiei rei uisibilis, & aliquod punctum superficiei uisus necesse est posse produci lineas rectas, ut res actu uideat, tales uero radij ab oculis nō egrediuntur, patet ergo ꝓpositum.

VI.

Visio fit ex actione formæ uisibilis in uisum, & ex passione uisus ab hac forma.

Formas uisibiles agere in uisum ex suppositione patet, læditur enim uisus ex forti luce in aspectu corporis solaris uel alterius lucis fortis, ut lucis reflexæ ad oculum à corpore polito, uel ab alio corpore ualde albo. In his enim debilitatur uisus taliter, ut à sua cadat operatione quousque per uirtutem intrinsecam naturalem fuerit restitutus. Sed & uisus patitur à sensibilibus formis, retinet enim quandoque in se fortes earū impressiōes: uisus enim postquam diu inspexerit fortem lucem uel colorem, si postea aspiciat locū obscurum uel locum debilis lucis, inueniet id forte uisibile, quod prius inspexerat in se ipso cū luce colore, & figura sua & quandoque color fortis impressus uisui permiscebitur coloribus rerum uisarum in obscuro, & uidebūtur res illæ alio colore mixto coloratæ, ut forte uiride uisum facit res albas, postea uisas in loco obscuriori mixtam uirides apparere, si claudat̃ oculus, nihilominus occurret uisui forma prius uisa. Formæ ergo uisibiles agunt in uisum, & uisus patitur ab illis, & quia uisibilia per se sunt lux & color, & lux est hypostasis colorum, lux aūt semper sphæricæ diffunditur ad omnem positionis differentiam, palam ergo sic etiā colores diffundi: cum itaque uisus opponitur alicui rei illuminatæ uel coloratæ tūc multiplicat̃ lumē uel per se, uel cum illo coloratæ rei oppositæ uisui, & perueniens ad uisus superficiem & agit in uisum, & uisus patitur ab illo, cum itaque lux & color ueniūt simul ad superficiem uisus, & agunt in illum, & uisus patitur ab illis, & uirtus animæ propter unionem formarum uisibilium cum suo organo fit cognoscēs, tunc fit uisio propter præsentiam uisibilium formarū agētium in uisum, & fit hæc actio & passio modo aliarum actionum naturalium, quoniam totum agens, agit in quodlibet

passi

passi & indiuisibile, & totum passum patitur à quolibet puncto agentis, forma ergo lucis & coloris quæ sunt in aliquo punctorum rei uisibilis perueniunt ad superficiem oculi, & formæ omnium punctorum superficiei rei uisibilis perueniunt ad punctum unũ superficiei oculi, & sic fit actio & passio inter ista, non fit aũt actio formarum uisibilium in uisum nisi forma uisibilis sit potens ad agendum & completæ hypostasis ex luminis præsentia, & nisi medium extrinsecum oculo & rei uisibili sit lucidum actu, & nisi organum uisus sit receptiuum formarum uisibiliũ per tunicas medias, & humores diafonos suæ propriæ diafonitatis, pars enim tunicæ corneæ superposita foramini uneæ, quæ primo aëri extrinseco coniungitur, & humor albugineus implens foramen uneæ, si à propria ceciderit diafonitate, ut pote mutata qualitate sibi propria uel impedimento alio occurrente, uel etiam ipse humor glacialis, si per minimam cõgelationem, uel alio modo à formarum receptione fuerit impeditus non fit uisio, quia forma sensibilis organo uisuo imprimi non potest: forma itaq; uisibilis ueniens à re uisa per medium lucidum usq; ad superficiem uisus, transit per diafonitatem tunicarum uisus, & peruenit ad uirtutem ui suam ex foramine, quod est in anteriori uneæ, & peruenit ad glacialem, & pertransit in secundum modum suæ diafonitatis, & ob hoc natura omnes tunicas oculi diafonas ordinauit ut à formis sensibilibus actum lucidi habentibus patiantur, uisus uero licet patiatur à formis uisibilibus, nõ tamẽ tingitur à forma lucis uel coloris post recessum præsentiæ corporis lucidi uel colorati, sicut uniuersaliter ostendimus hãc passionem conuenire omni corpori diafono per 4. secundi huius, & licet quandoq; ꝓpter fortitudinem lucis & coloris fiat aliqua impressio in uisum, & alteratio secundum illas luces & colores, nõ tamen illæ remanent in uisu nisi tempore modico, non est ergo talis alteratio fixa, uisus itaq; non tingitur & coloribus & formis lucis tinctura fixa formis sensibilibus agentibus in uisum, patet ergo propositum.

VII.

Centrum sphæræ totius oculi & centrum glacialis & centrum superficierum extrinsecæ & intrinsecæ corneæ, & centrum conuexæ superficiei humoris albuginei necesse est idem esse; ex quo patet, quoniam superficies intrinsecæ corneæ superficiei suæ extrinsecæ æquedistat.

Resumpta figura oculi quam præmisimus in 4. huius, dico quod uerum est, quod hic proponitur, quoniam punctum a, est cõmune centrum propositarum sphærarum. Si enim detur quod centrum sphæræ totius oculi, quod est punctum a, non sit centrum sphæræ glacialis, palam per 75. primi huius, quoniam lineæ rectæ perpendiculares sup superficiem sphæræ oculi, non sunt perpendiculares super superficiem sphæræ glacialis nisi solum illa, quæ transit per ambarum centra, cæteræ uero omnes quæ erunt perpendiculares super superficiem uisus, erunt declinantes super superficiem glacialis. Si ergo glacialis cõprehendat formas rerum uisarum secundum incidentiam istarum linearum quæ sunt perpendiculares super superficiem oculi, & oblique declinantur super superficiem glacialis, tunc necessario glacialis comprehendit omnes formas rerum uisibiliũ obliquatas, & declinantur à suo situ & figura quam habent extra in superficiebus rerum uisibilium, quod est contra suppositionem præmissam in principio huius libri, & quoniam formæ incidẽtes medio secundi diafoni densioris secundũ lineas non perpendiculares huius refringũt ad perpendicularẽ, ut patet per 47. secũdi. Substantia uero humorũ & tunicarum oculi densior est aëre circunstante, & substantiæ diuersæ diafonitatis inter se, ut patet per 4. huius, palam quod in ipsa superficie glacialis fiet refractio alia quàm in superficie corneæ, non distinguet glacialis aliquid ergo in rebus uisis propter refractionem formatum in sua superficie factarum, manifestũ est enim, quod lineæ obliquæ incidentes supficiei uisus magis obliquãtur in superficie glaciali, cum glacialis sit alterius diafonitatis à cornea uel albugineo humore, est enim in glaciali aliqua diafonitas propter quam recipit formas, & aliqua spissitudo prohibens transitum formarum, & ob hoc finguntur formæ in eius superficie & corpore, nulla ergo formarum uisibilium comprehendit

prehendit glacialē secundū eius situm, & figuram quam habuit extra uisum, hoc autem est impossibile, quoniam patet manifeste per suppositionē, quod glacialis cōprehendit formas rerum uisibilium secundum situm & figuram quæ habent in rebus extra. Est ergo necessarium quod lineæ quæ sunt perpendiculares super superficiem oculi, sint perpendiculares super superficiem glacialis, erunt ergo superficies oculi, & glacialis superficies sphærarum contentarum habentes idem centrum & extremitates omnium linearum imaginatarum produci à quolibet puncto superficiei rei uisæ perpendiculariter sup superficiem oculi, cōcurrunt in hoc centro per 72. primi huius, & sunt perpendiculares super superficiem glacialem per 72. primi huius, & quoniā superficies corneæ anterius complet oculi superficiem sphæricam, & fit cum illa una superficies sphærica, patet, quòd centrum oculi est centrum corneæ per diffinitionem sphæræ, patet itaq; quoniam centrum oculi, & centrum glacialis, & centrum corneæ sunt idem centrum, quia ergo centrum oculi, quod est centrum superficiei exterioris ipsius corneæ, & centrū sphæræ glacialis sunt unum cum centro totius oculi ex omnibus suis humoribus & telis constāte, conuenientius naturæ est ut centrū glacialis sit ipsum centrum superficiei interioris corneæ, ita quod centrum omniū superficierum oppositarum foramen uneæ sit unum punctum cōmune, & superficies concaua corneæ sphæræ fiat æquedistans eius superficiei conuexæ, sic enim per 72. & 74. primi huius, erunt omnes lineæ exeuntes à centro ad superficiem oculi perpendiculares super omnes superficies oppositas foramini, & augebitur bonitas uisionis, & erit totus oculus rotundus propter unitatem centri corneæ cum toto oculo, & quoniam per 73. primi huius, superficies intrinseca corneæ æquedistans est superficiei extrinsecæ ipsius, cū ipsarum ambarum sit idem centrum, humor uero albugineus secundum eius conuexum cōtingit concauum corneæ, ut præmissum est per experientiam anathomizantiū in 4. huius tertij per 79. primi huius, superficies cōuexa humoris albuginei erit pars superficiei sphæricæ secundum eius cōuexum superficiem concauam sphæræ corneæ contingentis, patet ergo per 73. primi huius, quoniam conuexæ superficiei humoris albuginei & concauæ superficiei corneæ est idem centrum, & hoc est propositum.

VIII.

Sphæram uneam necesse est toti oculo ecentricam esse, centrumq; eius ad anterius oculi plus accedere, cētrum uero oculi amplius profundari: ex quo patet centrum uneæ centris omnium tunicarum & humorū anterioris partis oculi amplius eleuari.

Cum enim ut patet per 4. huius, & per præcedentem, sphæra cornea secundum eius superficiem manifestam sit continua cum superficie totius oculi, & pars sphæræ ipsius, & totus oculus sit sphæra maior quàm sphæra unea, quoniam intra se continet maximum circulum sphæræ uneæ, patet per diffinitionem sphærarum se intrinsecus intersecantium, quod superficies sphæræ corneæ, est maior superficie sphæræ uneæ, palā itaq; ex diffinitione sphæræ maioris, quæ semidiameter corneæ est maior semidiametro uneæ, & quia superficies intrinseca corneæ supposita foramini uneæ, est superficies cōcaua sphærica æquedistans superficiei manifestæ ipsius corneæ, eo quod tota cornea est æqualis spissitudinis, ut ostensum est in præcedenti, ideo quod centrum superficiei intrinsecæ corneæ, idē est cum centro superficiei manifestæ conuexæ eiusdem corneæ, sed superficies concaua corneæ secat superficiem sphæræ uneæ super circunferentiā foraminis, quod est in anteriori parte uneæ, ut præmissum est in 4. huius, & declaratum p 80. primi huius, ergo per 84. primi huius, centrum sphæræ continentis sphæram uneam necesse est remotius esse in profundo quàm centrum sphæræ uneæ, patet ergo, quòd sphærā uneam necesse est toti oculo ecentricam esse, centrumq; eius ad anterius oculi plus accedere, centrū uero oculi amplius profundari, quod est principale propositū, & ex hoc etiam patet correlariū, quia cū sphæra uneæ non sit in medio cōsolidantiæ sed anterius ad partem superficiei manifestæ oculi, & cū superficies manifesta ipsius oculi sit pars sphæræ maioris, palam ut præmissum est, quia centrum eius erit remotius in pfundo centro

uneæ

uneæ; manifestũ uero oculi est superficies ipsius corneæ extrinseca conuexa, cui æquidistat eiusdem superficies intrinseca concaua, centrũ ergo tam superficiei concauæ quã superficiei conuexæ ipsius corneæ plus profunditur in oculo quàm centrũ uneæ, & quia superficies concaua corneæ cõtingit superficiem humoris albuginei, qui est in anteriori foraminis uneæ, & superponitur ei, patet ex præmissa, & per 70. primi huius, quoniã superficies cõuexa humoris albuginei est superficies sphærica, cuius centrũ est centrũ superficiei sibi suppositæ, superficies ergo cõuexa corneæ, & superficies cõcaua ipsius, & superficies cõuexa humoris albuginei attingens cõcauum corneæ, cũ sint supficies sphæricæ æquedistantiũ sphærarũ, palam p 73. primi huius, quia centrũ ipsa℞ omniũ est unus punctus, qui amplius profunditur centro uneæ, & quia superficies anterioris glacialis est sphærica cũ cẽtricato totali oculo per præcedentẽ, & etiam quia superficies sphæræ glacialis conuexa secat superficiem sphæræ uneæ intrinsecus, patet per 84. primi huius, cum superficies glacialis sit portio sphæræ maioris quàm superficies sphæræ uneæ, quod amplius profundatur centrum glacialis quàm centrum uneæ, centrum itaq; uneæ centris omnium tunicarum & humorũ oculi, qui sunt anterioris partis oculi ad partem aëris extrinsecam respicientes amplius eleuatur, quod est totum propositum.

IX.

Inter centrum oculi & centrum uneæ producta linea recta centrum circuli sectionis uneæ, & medium cõcauitatis nerui obtici necessario penetrabit.

Ostensum est per 7. huius, idem esse centrum totius oculi & centrum corneæ, sed linea quæ continuat duo centra corneæ & uneæ, quæ in præmissa figura oculi in 4. huius est linea a n, hæc producta peruenit ad centrum circuli cõmunis earũ sectionis per 82. primi huius, ut in punctum f, centrum circuli foraminis uneæ, secundũ cuius periferiã illæ sphæræ se intersecant: superficies enim concaua corneæ, & superficies conuexa uneæ sunt duæ superficies sphæricæ secantes se secundum periferiam foraminis uneæ, ut patet per 4. huius, palamq; per 86. primi huius, quod eadem linea ꝓducta peruenit ad duo media duarum superficierum corneæ inter se æquedistantium suppositarũ illi foramini uneæ, cuius foraminis periferia est circunferentia circuli sectionis, & quoniam foramen quod est in anteriori uneæ est directe oppositum foramini, quod est in posteriori uneæ, quod est extremitas concauitatis nerui, palam per 3. primi huius, quoniam eadem linea producta medium concauitatis nerui obtici necessario penetrabit, & hoc est centrum circuli basis pyramidis obtici concaui, patet ergo propositum.

X.

Inter centra sphærarum glacialis & uneæ linea recta producta ad centrũ circuli consolidationis sphærarum glacialis & uitreæ cum unea necessario pertinget, & super illius circuli superficiem erecta erit.

Patuit ex præmissis in 4. huius, quoniã sphæra glacialis intersecat ĩtrinsecus sphæram uneam, linea ergo per centra istarum sphærarum transiens, quæ est linea a n, p 82. primi huius, erit perpendicularis super centrum circuli cõmunis sectionis ipsarũ. Iste uero circulus sectionis, aut est circulus distinguens finẽ consolidationis harum sphærarum ad inuicem, aut æquædistans ei, superficies enim quæ est in anteriori parte glacialis opposita est foramini, quod est in anteriori parte uneæ, & situs eius ab eo est situs cõsimilis, ut patuit in 4. huiꝰ, terminus ergo istius supficiei, qui est circulus sectiõis inter duas superficies sphæræ glacialis & uneæ, aut est ipse circulus consolidationis istarum sphærarum cum unea, aut æquedistans ei. Si ergo circulus sectionis inter duas superficies, glacialis. s. sphæræ & uitreæ, fuerit ipse circulus cõsolidatiõis ipsarũ cũ unea, iste ergo circulus, est circulus sectiõis inter superficiẽ glacialis & uneæ, & tũc ut prius per 82. primi, patet ꝓpositũ, qđ si circulus sectiõis inter superficiẽ sphæræ glacialis & supficiẽ sphæræ uitreæ, nõ fuerit ipse circulus consolidationis sphærarũ cristallinæ, & uitreæ cũ sphæra unea, sed fuerit æquedistans circulo consolidationis earum cum unea, tunc superficies sphæræ glacialis si imaginetur extendi intellectu mathematico, super id quod

forma naturalis suæ sphæræ extenditur, secabit sphæram uneæ super circulum æquedistantem isti circulo sectionis sphæræ glacialis & uitreæ, quoniam iste circulus æqualem habet situm à circumferentia sphæræ uneæ, & quia iste circulus est æquedistans circulo consolidationis, erit necessario circulus sectionis inter superficiem glacialis & superficiem uneam, aut ipse circulus consolidationis, aut æquedistans ei, quod si circulus iste fuerit ipse circulus consolidationis, palam per 82. primi huius, quia linea transiens per centrum glacialis, & per centrum uneæ, transibit perpendiculariter per centrum istius circuli, eo quod iste circulus est circulus sectionis inter duas illas superficies sphæricas. Sed si iste circulus fuerit æquedistans circulo consolidationis, & est æquedistans circulo sectionis inter superficiem glacialis & superficiem uneæ, est ergo cum circulo sectiõis inter superficiem glacialis & uitreæ, in superficie una sphærica, quæ est superficies glacialis, & est æquedistans circulo dictæ sectionis. Sed si in aliqua sphæra duo circuli fuerint æquedistantes, linea transiens perpendiculariter centrum unius, necessario transibit perpendiculariter centrum alterius, ut patet per 68, & per 66. primi huius. linea igitur quæ transit per centrum uneæ & per centrum glacialis, transit per centrum circuli consolidationis sphærarum glacialis & uitreæ cum unea secundum omnes dispositiones sphærarum & illorum circulorum, est ergo illa linea erecta super superficiem illius circuli per 66. primi huius, quod est propositum. Sunt tamen necessario hi tres circuli circulus unus, quamuis etiam si sint diuersi circuli, & æquedistantes eidem, proposita omnibus occurrunt, secundum eundem enim circulum secant se glacialis & uitrea, & ambæ illæ secant uneam, & consolidantur secundum eundem circulum cum illa, & est ille circulus basis concauitatis nerui optici, & sic ille unus circulus obtinet officiũ 4. circulorum.

XI.

Sphæram uitream necesse est sphæræ glaciali ecentricam esse, centrũq; uitreæ ad anterius oculi plus accedere.

Quia enim superficies sphæræ glacialis, & superficies sphæræ uitreæ sunt duæ superficies sphæricæ secantes se, centrum ergo superficiei anterioris regulæ manifesti oculi, est remotius in profundo quàm centrum superficiei, posterioris per 84. primi huius, posterior uero harum duarum est superficies ipsius uitreæ, ut præostẽsum est in 4. huius, patet ergo propositum.

XII.

Lineam transeuntem centrum glacialis & uneæ, centrum quoq; uitreæ & medium concauitatis nerui optici necessarium est transire.

Quia linea recta transiens centrum sphæræ glacialis & uneæ, quæ in præmissa figura oculi est linea a n, producta super cẽtrum circuli consolidationis glacialis, cum unea perpendiculares super superficiem circuli cõsolidationis sphærarum glacialis & uitreæ cum unea, ut patet per 10. huius, huic autem circulo, aut idem est circulus interfectionis glacialis cum uitrea aut æquedistans ei, quocunq; uero istorum modorũ existente, semper erit prædicta linea perpendicularis super circulum sectionis sphæræ glacialis cum uitrea, palam ergo per 83. primi huius, quoniam ipsa trãsit per centrum sphæræ uitreæ, quia ergo linea ista transit per centrum uitreæ, patet per 82. primi huius, quod ipsa necessario centrum circuli cõsolidationis perpendiculariter transibit; extenditur ergo in medio concauitatis nerui optici super quẽ componitur oculus, quoniam circulus consolidatiõis est basis, & extremitates cõcauitatis nerui optici, ut patet ex 4. huius, quia uero ostensum est supra per 9. huius, quod inter centrum oculi & centrum uneæ producta linea centrum circuli sectiouis uneæ, & medium concauitatis nerui optici necessario penetrat, cum ab eodem puncto, ut à medio nerui optici super eandem superficiem plures perpendiculares non possunt produci, ut patet per 20. primi huius, palam quoniam linea eadem per centrum circuli sectionis sphæræ uneæ & glacialis, & centrum uneæ & centrum oculi, & sphæræ glacialis & uitreæ, & per centrum circuli consolidationis est transiens, patet itaq; ex præmissis, quod una & eadem linea est, q a f. transit per medium cõcauitatis nerui optici per duo media omniũ tunicarum oppositarum foramini uneæ,

et est

& est ipsa per 74. primi huius, perpendicularis sup superficies omniũ tunicarum oppositarũ foraminis uneæ, & est perpendicularis sup superficiem foraminis uneæ, & est ppendicularis sup sũficiem oculi consolidationis, & extẽditur in medio concauitatis nerui obtici sup quod cõponitur oculus, & ipsa est axis totius oculi quæ in proposita figuratione est linea g a f.

XIII.

Visus nõ comprehendit res uisas nisi corpore medio diafono existente.

Quia eñ, ut patet per 9. sexti huius, uisio nõ est nisi ex actione formæ uisibilis ueniẽtis à re uisa ad uisum, formæ uero nõ extendunt nisi in corpibus diafonis consimilis diafonitatis, in quibus sit lucis & formæ extensio secundum lineas rectas, ut patet p primam secũdi huius, cũ ergo lineas ,pductas à reb9 uisibilibus ad uisum nõ abscindit aliqđ corpus mediũ non diafonũ, tunc perueniunt formæ ad uisum, & uisio complet, quod si aliquod corpus nõ diafonũ interuenerit, impedit multiplicatio formæ ad uisum, patet ergo propositum.

XIIII.

Non fit uisio corpore uisibili existente similis diafonitatis cum medio.

Si enim corpus uisibile sit diafonum, tunc non est coloratum, nec est habens formam lucis, sed solum lucidi, ergo non uidetur, quoniã ut patet per 4. secundi huius, lux nõ figitur in corporibus diafonis taliter ut ipsas tingat, uel quod eis præstet actum uisibilis, cum ergo diafonitas corpori uisibili fuerit similis diafonitati aëris, tunc erit eius dispositio sicut dispositio aëris, & non apprehenditur à uisu, sicut nec aer, & similiter est de alio medio quocunq3: nullum enim tale uidetur, cum diafonitas rei uisæ non fuerit spissior corporis medij diafonitate. Si uero corpus uisum fuerit diafonum, sed minus quàm medium: sicuti cristallus respectu aëris: tũc res uisa quoniam habet aliquam colorem respectu suæ spissitudinis, uidebitur per medium aëris uduti res colorata, quoniam cum lux oritur super ipsum figetur in ipso aliqua fixione, scilicet secundum id quod est in ipsa de spissitudine, & transibit in eo secundum suam diafonitatem, & est in eo forma in aëre secundum colorem & lucem quæ sunt in sua superficie, & illa forma cum peruenerit ad uisum operabitur in uisum, & sentiet uisus rem uisam, patet ergo propositum.

XV.

Inter uisibile & oculi superficiem distantiam mediam necessariũ est esse.

Non enim apprehendit uisus rem uisibilem, nisi quãdo fuerit aliqua lux media per primam huius, hoc aũt non est nisi per mediam distantiam, quando ergo uisibile fuerit suppositum uisui sine medio, tunc ipsum non uidetur, res enim per se luminosæ non possunt immediate superficiei uisus applicari, talia enim sunt, ut stellæ & ignis, quæ uisui immediate non possunt applicari, quoniam ex eorum applicatione sequeretur corruptio uidentis. Reliqua uero corpora non luminosa si uisui applicentur, illa sine lumine non uidebũtur, relinquitur ergo media distantia inter illa corpora, & inter superficiem ipsius uisus, in qua se diffundant corporum illorum formæ mediante luce, & etiam corporibus uisibilibus ipsi uisui immediate applicatis, tunc corpus oculi secundũ situm suũ prohibetur à uisuali operatione, quia enim uisio non fit, nisi ex parte opposita foraminis uneæ, ut patet per 4. huius, si ergo uisus comprehẽdat rem uisibilem per immediatam applicationem, non comprehẽdit illam nisi secundũ partem applicatã foramini uneæ, & non comprehendet residuum rei uisæ, & si imaginetur res uisa moueri super oculi superficiem quousq3 uisus totam illam rem contingat, nõ propter hoc erit iudicium p uisum, sed potius per tactũ, nec enim sic aget in uisum forma uisibilis, quæ est forma multiplicata extra rem sensibilem, sed res ipsa, non ergo erit uisio nisi inter uisibile & oculi superficiem sit aliqua media distantia, & hoc proponebatur.

XVI.

Visio nõ fit sine dolore & passione à substantia oculi abijciente, ex quo patet uisum oportere conuenientis dispositionis in sanitate esse ad hoc, ut complete exerceat uisionem.

Quoniam enim glacialis recipit formã lucis & coloris, & lux & color operantur in

glacialem, erit necessario illa operatio non sine dolore, quamuis quandoq; non sentiat ille dolor, ut cum non est ualde fortis, luces uero fortes angustiant uisum, & lædunt ipsum manifeste, ut patet in luce solis, uel in luce reflexa à corporibus politis ad uisum, & quia operatio omnis lucis in uisum est ex uno genere non diuersificata secundum magis & minus, & maior operatio cuiuslibet lucis in uisum est ex genere doloris, & non diuersificatur in hoc secundum magis & minus, sic etiã quod quãdoq; latet dolor ipsum sensum, semp tñ illa passio quantumcunq; insensibilis abijcit à substantia oculi, ex hoc ergo patet, quod oportet uisum conuenientis dispositionis in sanitate esse ad hoc, ut cõplete exerceat uisionem, quoniam semper comprehensio uisibilium ab uisu est secundũ fortitudinem uisus, quia sensus uisus oculorum diuersificatur secundum uigorem & debilitatem ipsorum, humidi enim oculi citius læduntur à lucibus & coloribus, & sicci minus, & hæc uoluimus declarare.

XVII.

Visio distincta fit solum secundum perpendiculares lineas à punctis rei uisæ ad oculi superficiem productas, ex quo patet omnem formã uisam sic ordinari in oculi superficie, sicut est ordinata in superficie rei uisæ.

Licet enim ut ostensum est in 6. huius, tota forma rei uisibilis agat in uisum, & in quodlibet punctum superficiei uisus, quia tamen per 20. primi huius, forma tantũ unius puncti totius superficiei rei uisæ oppositæ uisui perpendiculariter incidet uni puncto superficiei uisus, & formæ omnium punctorum residuorum superficiei rei uisæ ueniunt ad illud idem punctum superficiei uisus sup lineas declinantes p 13. undecimi, & in quolibet puncto superficiei uisus transeunt in eodẽ tempore formæ omniũ punctorum, quæ sunt in superficiebus omniũ uisibilium oppositorũ uisui in illo tempore, quoniã suppositum est in principio huius, uisum simul diuersa uisibilia uidere, sola uero forma pũcti, quæ perpendiculariter incidit illi puncto superficiei uisus per 47. secundi huius, transit recte p diafonitatẽ omniũ tunicarum oculi: formæ uero omniũ aliorũ punctorum refringuntur, & transeunt per diafonitatẽ tunicarũ uisus secundũ lineas declinantes sup superficiem uisus, & etiã ex quolibet pũcto supficiei glacialis erit una tantũ perpendicularis super superficiẽ uisus, qm̃ cum sphæræ glacialis & totius oculi sit idem centrũ, ut patet p 7. huius, quæcũq; linea fuerit perpendicularis sup superficiẽ unius, & super alterius superficiem perpendicularis erit p 74. primi huius. sicut aũt ex eodem pũcto superficiei sphæræ glacialis secundum ponentes radios egredi à uisu, exeũt lineæ infinitæ ad superficiẽ uisus, quæ sunt declinantes super superficiem uisus, sic à puncto aliquo superficiei glacialis, ex quo erit perpendicularis super superficiẽ uisus, & pertransit foramini ueæ, exeũt lineæ aliæ infinitæ transeuntes in foramen ueæ, & q̃d peruenietes ad superficiẽ uisus declinantes, & sicut radij imaginati egredi à uisibus quando fuerunt imaginati refringi secundum modum differentiæ diafonitatis corneæ diafonitate aëris per 47. secũdi huius, peruenerint ad diuersa loca & ad puncta diuersa in superficiebus rerum uisibiliũ oppositarũ uisui in uno tempore, & nulla istarũ linearũ occurrunt puncto, quod est apud extremitatem perpendicularis, sic etiã secundũ nos ponentes radios non egredi sed formas diffundi ad uisum formæ punctorum uisibilium, quæ sunt apud extremitates harum linearum extenduntur secundum rectitudinem harum linearum, & perueniunt ad superficiem uisus, & per eandem 47. secundi huius, refringuntur ad idem punctũ superficiei glacialis: solus autem punctus qui est apud extremitatem perpendicularis non refringitur, sed semper extenditur secundum rectitudinem perpendicularis, & pertransit ad illum punctum glacialis: si itaq; glacialis secundũ lineas non perpendiculares sentiat, tunc puncta q̃ sunt in superficiebus uisibiliũ nunq̃ ordinabunt in sensu secundũ modũ ordinis sui in superficie rei uisæ, quoniam in eodem puncto occurrunt formæ admixtæ ex multis formis diuersis, & ex coloribus diuersis, & non distinguetur aliquid in illis, sed si glacialis secundum lineas perpendiculares tantum sentient, tũc distinguentur in ea puncta q̃ sunt in superficiebus uisibiliũ, nec erit differẽtia situs & ordinatiõis formæ uisibiliũ in supficie glacialis & in rebus uisibilibus, q̃ sunt extra: qm̃ aũt secũdũ suppositionem

onē nostrā formæ uisibiliū perueniunt ad uisum sub figuris quas habent in rebus extra, patet ꝙ secundū solas perpendiculares lineas fit uisio, tunc enim solum forma uisa sic ordinatu in oculi superficie, sicut est ordinatū in superficie rei uisæ, patet ergo propositū. Omnes itaq; lineæ diffusionis quarūcunq; uisarū formarum, quæ sunt perpendiculares super superficies tunicarum uisus, continent in pyramide, cuius uertex est centrū uisus, & cuius basis est circulus foraminis uneæ, uel pars superficiei illius circuli, & quanto magis extenditur hæc pyramis, & remouetur à uisu, tanto magis amplificatur, & omnes formæ rerum cadentiū intra illam pyramidem, extendūtur in rectitudinem linearum radialiū, & pertranseunt tunicas oculorum refractæ & hanc pyramidem: formæ uero rerum uisibiliū, quæ sunt extra hanc pyramidem, nunq̃ incidunt per aliquā illarum linearum perpendicularium, sed forte accidit ipsas extendi per lineas rectas, quæ sunt inter ipsas & superficiē uisus oppositam foramini uneæ, & illæ formæ refringuntur à diafonitate tunicarū uisus, & non perueniunt ordinate ad uirtutem uisiuam, unde non fit distincta uisio secundum illas, ueruntamen illas formas refractas aliqualiter accidit uideri, sed indistincte in concursu. l. ipsarum cum lineis perpendicularibus à centro oculi extra pyramidem radialem productis. Dicimus autem nūc superficiem uisus illam partem superficiei oculi, quæ est opposita superficiei foraminis uneæ. ꝙ aūt uisus cōprehēdat qñq; illa quæ sunt extra pyramides radiales, patet experimentaliter, extremitas enim acus uel stipulæ sub tilis positæ in postremo oculi, ut inter palpebras uel in parte lacrimali quiescente uisu uidebitur, cum tñ illa extremitas sit extra pyramidē radialem. Similiter quoq; in eisdem locis circa oculū erecto indice uel alio digito extra pyramidē radialem, quæ ualde subtilis est, qm̃ pyramidalitas eius est ampla, unde nihil sui prouenit ad loca quæ circūdant oculū, uidebitur tamē superficies ipsius indicis uel alterius digiti. Forma itaq; istorum uisibiliū peruenit ad superficiem uisus per lineas obliquas, quæ sunt extra pyramidem radialē, patet ergo ꝙ formæ rerum taliter situatarum respectu pyramidis radialis perueniunt ad superficiē uisus per refractionē factam in superficie uisus ab aere, qui est rarioris diafoni, q̃ sint tunicæ ipsius uisus. ꝙ aūt refractio fiat in superficie ipsius uisus formarū oblique uisui incidentiū, patet etiam in illis, quorum formæ nisi prohiberentur, caderent intra pyramidē radialem: si enim acus uel aliqua res subtilis minuta directe opposita foramini uneæ interponatur uisui & parieti albo, uidebitur tñ forma totius parietis, cū secumdū ueritatem formæ partis parietis directe oppositæ acui & uisui, directe non perueniat ad superficiē ipsius uisus, peruenit aūt, ut patet, qm̃ uidetur: palam ergo, qm̃ peruenit per refractionē factam in superficie ipsius uisus, omnia aūt hæc uidentur indistincte, unde reductis ipsis intra pyramidē radialem, & ablato quolibet corpore interposito, uidebuntur illarum formæ distincte & perfectius q̃ prius: fit ergo uisio distincta solum secundū perpendiculares lineas à punctis rei uisæ ad oculi superficiē productas, indistincta uero uisio fit per lineas non perpendiculares, & ita uisio indistincta coadiuuat distinctam.

XVIII.

Omnium formarum uisibilium distincta uisio fit secundum pyramidē, cuius uertex est in centro oculi, basis uero in superficie rei uisæ, ex quo patet, omne quod uidetur sub angulo uideri.

Cum per 6. huius omnis uisio fiat ex actione formæ uisibilis in uisum, & quælibet pars formæ uisibilis & punctus se multiplicat per mediū extrinsecū ad oculi superficiem totam, & tota superficies rei uisæ ad unum punctū oculi, quia tñ oculorum tunicæ sunt alterius diafonitatis q̃ aër extrinsecus, solæ illæ lineæ formarum à supficie rei uisibilis ad superficiē oculi productæ, quæ protractæ centrū oculi penetrant, cū sint perpendiculares super supficiem oculi, non refringūtur in medio diafoni ipsius corneæ, ut patet per 73. primi huius, & per 47. secundi huius, & per præmissam. aliæ uero lineæ omnes refringūtur, quia incidunt oblique, unde non fit uisio secundū illas, qm̃ aūt sola glacialis proprie est organū uisus, & non superficies oculi, quæ est pars sphæræ corneæ, oportet necessario ut lineæ, per quas debet fieri uisio, perueniant ad glacialē, & quia non est possibile, ut

uisus comprehendat rem uisam secundũ suum esse, nisi quando apprehendit formã unius puncti rei uisæ ex uno tantũ puncto suæ superficiei, quĩ ut in præmissa ostensum est omnis forma rei uisæ sic ordinatur in oculi superficie, sicut est ordinata in superficie rei uisæ. Non est ergo possibile, ut glacialis comprehendat rem uisam secundũ suum esse, nisi quando cõprehendit colorẽ uel formam unius puncti rei uisæ ex uno tantũ puncto superficiei uisus uenientẽ ad se: & cũ centrũ oculi & centrũ sphæræ glacialis, sicut patet per 7. huius, sit idem punctũ, necesse est q omnes lineæ perpendiculariter ꝑductæ, à punctis uisibiliũ super superficiem oculi diafoni concurrant in centro glaciali, eruntq; quidẽ diametri in superficiebus tunicarũ oculi ꝑpendiculares super ipsas tunicas oculi, eritq; quælibet perpendicularis occurrens superficiei corneæ in puncto uno, & occurrens superficiei glaciali in puncto uno, & una tantũ perpendicularis transit per punctũ aliquod glacialis à centro corneæ per ipsam superficiẽ corneæ superpositã illi puncto glaciali, quæ sit perpendicularis super superficiẽ rei uisæ, quĩ per 20. primi huius ab aliquo puncto super sphæram unam una tantũ perpendicularis duci potest, unde cũ superficies rei uisæ fuerit æquedistans superficiei ipsius uisus, erit per 23. primi huius illa linea perpendicularis sup superficiẽ uisus & super superficiẽ rei uisæ; aliæ uero lineæ omnes sunt oblique super superficiem rei uisæ, q̃uis productæ ad centrũ uisus, fiant perpendiculares super superficiem uisus, & super superficiem ipsius glacialis: forma ergo cuiuslibet puncti superficiei rei uisibilis mota ad uisum secundũ lineam unam perpendicularẽ productam ab eo ad superficiẽ uisus, occurrit superficiei uisus super unum punctũ, super quẽ nõ occurrit ei aliqua formarũ punctorũ aliorum rei uisibilis. Productis ergo à quolibet puncto superficie rei uisibilis ad centrũ oculi lineis, palam, quĩ istæ lineæ productæ in diuersis punctis oculi superficiem sphæricam oculi secabunt, & omnes in centrum oculi concurrent, quia omnes lineæ istæ continentur quasi in uno copore continuo, quia à punctis quasi continuis unius superficiei rei uisæ ad unum punctũ qui est centrum oculi terminantur: palam ergo, quĩ omnes istæ lineæ imaginandæ sunt in quadam pyramidem uerticem habente in centro oculi & basem in superficie rei uisæ, erit enim forma cuiuslibet puncti superficiei rei uisæ extensa secundũ rectitudinẽ lineæ, quæ est inter illud punctum & uerticem pyramidis qui est centrũ uisus, & omnes tunicarũ oculi & humorum superficies secant hanc pyramidem, quĩ formæ penetrant per illas, & ob hoc, quia superficies glacialis conuexa secat hanc pyramidẽ quasi æquedistanter basi, figuratur in illa superficie glacialis, quia noua pyramis, cuius basis est in ipsa superficie glaciali, & uertex ubi prius & bases illarũ pyramidũ fiunt quasi similes, ut patet per 99. & per 100. primi huius, & ex hoc patet, omne qđ uidet̃ sub angulo uideri quẽ continent lineæ radiales cõcurrentes in centro uisus, patet ergo propositum. Linea itaq; recta transiens per omnia centra tunicarũ uisuũ ad locum girationis concaui nerui, super quẽ componitur oculus, quia illa, ut patet ex præmissis & 12. huius, transit per centra uisus & per centrum foraminis qđ est in anteriori uueæ, & per centrũ ipsius uueæ extenditur in medio pyramidis radialis, dicatur axis pyramidis radialis, aliæ uero lineæ huius pyramidis dicantur lineæ radiales.

XIX.

Corpus uisibile oportet ut sit alicuius quantitatis respectu superficiei uisus ad hoc, ut actu uideatur.

Iam enim ostensum est, quĩ uisio semper fit per pyramidem, cuius conus est in centro oculi, & basis in superficie rei uisæ per præmissam, & q ista pyramis distinguitur ex superficie membri sentientis partiam partem in qua ordinatur forma rei uisæ, ut patet p 17. huius. In rebus ergo ualde paruis erit pyramis parua, & pars districta per ipsam ex superficie conuexa glacialis, quæ est primũ membrũ sentiens, erit quasi punctus & ualde parua, sed membrũ sentiens non sentit foramen, nisi qñ pars suæ superficiei, ad quam peruenit forma, fuerit quãtitatis sensibilis respectu totius oculi, quĩ uirtutes sensus sunt finitæ, & non extenduntur in infinitũ, unde sunt secundũ unum aliquem terminũ ad quẽ peruenire potest uirtus sensitiua. Cum ergo pars membri sentientis ad quam peruenit forma, nõ est quantitatis sensibilis apud totũ membrũ sentiens, tunc nõ sentit membrũ

actos-

actionem quã agit forma rei uisibilis in illa parte, ꝓpter paruitatem ipsius, quare nõ cõprehendit formam rei tam paruæ, solæ itaq; res sunt sensibiles actu, quarum pyramides inter uisum & centrum uisus distinguunt ex superficie glaciali partem aliquam sensibilem quantitatis respectu totius superficiei glacialis, illæ ergo res oportet ut sint alicuius quantitatis respectu superficiei uisus, & hoc est propositum.

XX.

Visio non completur nisi cum ordinatio formæ recepta in superficie glacialis ad neruum peruenerit communem.

Quoniam enim, ut patet in 4. huius, in concursu amborũ neruorũ opticorum in anteriori parte cerebri constituta est uirtus uisiua sentiens & diiudicans omne uisibile, ꝓpter qđ in uno uidente est unitas sensus uisus, ob cuius unitatem ambobus uisibus unam & eandem rem simul accidit uideri, patet ꝙ uisio non complebitur nisi cum forma uisibili unietur uirtuti sentienti, quæ est in cõcauo cõmunis nerui, oportet enim cognoscibile semper uniri ipsi cognoscenti, quia uero per 17. huius formarũ uisibilium fit ordinatio in ipsius oculi superficie, sicut ordinatæ in superficie rei uisæ, & ex suppositione huius res uisa secundũ situm, figuram & ordinem suarũ partiũ uidet̃, necesse est ergo fieri ordinationem formæ in ipso neruo, qm̃ secundũ modũ ordinationis quo est recepta in superficie glaciali, & aliter non complebitur uisio, patet ergo propositum.

XXI.

Humorem uitreũ alterius diafonitatis à glaciali necessarium est esse.

Si enim diafonitas istorũ duorũ corporũ glacialis .s. humoris & uitrei sit consimilis, tunc, ut patet per primam secundi huius, & per 17. huius. & per 72. huius, qm̃ formæ uisibiles receptæ in superficie glaciali non reflexæ secundũ lineas radiales concurrẽt in centro oculi propter consimilitudinem diafonitatis, & ibi se intersecantes ulterius se diffundent. Quia uero, ut patet per præmissam, uisio non completur nisi postq; ordinatio formæ, quæ recipit̃ in superficie glaciali, peruenit ad neruũ cõmunẽ, situs aũt partiũ formæ secundũ suum esse in superficie glaciali non potest peruenire ad neruũ cõmunẽ nisi per extensionem eius in concauo nerui, sup̃ quam componit̃ sphæra glacialis, qa aliter est ipsam impossibile peruenire; forma uero non potest extendi à sup̃ficie glaciali ad cõcauũ nerui cõmunis secundũ extensionẽ linearũ rectarũ, & conseruare situs suarũ partiũ secundũ suũ esse, nisi natura alterius diafoni clarioris sibi occurrat anteq; ꝑueniat ad centrũ oculi, qm̃ si nõ sit mediũ alterius diafoni cõmunis, istæ lineæ cõcurrent apud centrũ oculi, & efficiet̃ quasi unum punctũ, & quia hoc centrũ oculi est ante locũ unionis neruorum otpicorũ, patet per 91. primi huius, ꝙ si illæ lineæ ultra centrũ oculi debeant extendi, necessario erit linearum illarũ intersectio in centro, & post cẽtrum creabitur noua pyramis, cuius lineæ longitudinis secundũ positionem & situm priori pyramidis modo cõtrario se habebunt, conuertetur ergo totus situs figuræ rei uisæ, quoniam habet in superficie rei uisæ & in superficie glacialis taliter, ut illud qđ est in superficie glaciali dextrũ, fiat sinistrũ apud sensum, & econtrario, & superius fiat inferius & econtrario, nec perueniet aliquid formæ directe ad neruũ communem nisi solũ unum punctũ quod est in extremitate axis pyramidis; omnes ergo res secundũ modum suo naturali situi contrariũ uidentur, quod est contra suppositiõem, & manifeste contra id qđ accidit in sensu, patet ergo ꝙ necessarium est, ꝙ isti humores sint diuersæ diafonitatis, qđ est propositum.

XXII.

Superficiem communis sectionis sphæræ glacialis & uitreæ ad anterius centro oculi sitam esse, humoremq; uitreũ & spiritũ uisibilẽ eiusdẽ quasi diafonitatis, & utraq; plus diafona humore glaciali necesse est esse.

Quoniam, ut patet per 20. huius, omnis forma rei uisæ secundum situm, figuram & ordinem suarum partium peruenit ad neruum communem, palam, sicut in præmissa ostensum est, ꝙ necessarium est ꝙ fiat aliqua refractio ante peruentum formæ ad centrũ oculi, quia etiam si fiat refractio post centri transitum, erũt necessario formæ conuersæ,

quoniã

quoniam & tunc per 91. primi huius, erit mutatus situs partium formæ, refractio uero cum solũ fiat ad perpendicularẽ, uel à perpendiculari, ut patet per 47. secundi huius, palam, quia non transmutat situm partiũ, sed solum auget uel minuit figuram per 49. secundi huius, quia uero glacialis ad quã perueniunt formæ secundũ rectitudinem, tota est unius diafoni, refractio uero non fit nisi medio alterius diafoni; palam, quia non potest fieri refractio formarum nisi apud humorem uitreũ, cuius corpus, ut in præcedenti ostensum est, diuersæ est diafonitatis à corpore glaciali; hic ergo humor necessario antecedit centrũ oculi, ideo ut refringantur formæ apud ipsum priusq̃ perueniãt ad ipsum centrũ oculi, quod est idem centrũ humoris glacialis per 7. huius, quia alias enim in centro illo fieret concursus omnium linearum radialium per 72. primi huius, quia illæ lineæ sunt omnes perpendiculares super superficiem glacialis, accideret quoq; illis formis ulterius progredientibus transmutatio secundũ situm per 91. primi huius, ut præmissum est, & quia hoc est impossibile, patet ergo q humor uitreus antecedit centrũ glacialis, quamuis itaq; glacialis, in qua est principiũ sensus, indigeat lineis radialibus extensis secundũ rectitudinem, eo q impossibile est, ut forma rei uisæ sit ordinata in superficie uisus propter magnitudinem rei uisæ, & per unitatem superficiei corporis uisus nisi per istas lineas, per quas completur cõprehensio rei uisæ secundũ suum esse; perueniens tñ formarum ad ultimum sentiens non indiget tantũ extensione formarum secundũ rectitudinẽ istarũ linearum, quoniam receptio formarum in membro sentiente non est omnino similis receptioni formarum in corpore diafono, membrũ enim sentiens recipit istas formas propter suam diafonitatem, & sentit eas propter eius uirtutem sensibilẽ, & sic recipit formas secundũ receptionem sensus, cum alia corpora diafona recipiant formas tantũ ad representandũ ipsas uisui, non autẽ ad sentiendũ. Qualitas ergo receptiõis formarum in humore uitreo secundũ lineas refractas, est propter diuersitatẽ suæ diafonitatis à corpore glaciali & propter qualitatem receptionis sensibilis, quæ non est completa in humore glaciali, sed & corpus subtile, quod est in concauitate nerui inter humorem uitreũ & neruũ cõmunem, quod corpus nominatur spiritus uisibilis, quoniam in ipso primo discurrunt spiritus uisibiles, necesse est diafonum esse, quoniam formæ rerum uisibiliũ quando perueniũt in corpus humoris uitrei, extendit sensus ab illo in corpus sentiens extensum in concauo nerui continuati inter uisum & anterius cerebri, & secundũ extensionẽ sensus extendunt formæ ordinate secundũ suam dispositionem, patet ergo q ordinatio partiũ corporis sentientis formas, & ordinatio uirtutis sentientis æqualiter est necessario in corpore uitreo, & in omni corpore subtili extenso in concauo nerui. Dum enim forma peruenit ad aliquod punctũ superficiei uitreæ, extenditur directe, & non alteratur eius situs in concauitate nerui in quo extendit corpus sentiens, & erunt formæ omniũ punctorum consimilis ordinationis adinuicem; corpus itaq; sentiens quod est in concauo nerui, erit necessario diafonũ propter receptionem formarum uisibiliũ, eritq; diafonitas eius quasi eadem cũ diafonitate humoris uitrei, ut non obliquant, uel fiant monstruosæ formæ apud puentũ earum ad ultimã superficiẽ uitrei uicinantẽ quod corpi est in cõcauo nerui, pertranseũt ergo formæ in isto corpore subtili ratione diafonitatis, & apparent uirtuti sensitiuæ ratione spissitudinis eiusdem corporis. Sentiens itaq; ultimũ quod est in neruo, quod comprehendit lucem ex illuminatione corporis huius & colorẽ ex eius coloratione, quoniam horũ formæ transeunt & figuræ in ipso: fit autẽ refractio formarum apud humorẽ uitreũ tam propter diuersitatẽ qualitatis receptiõis sensus, q̃ propter diuersitatẽ diafonitatis humoris glacialis & uitrei. Et si diafonitas suorũ corporum esset consimilis, esset forma extensa in corpore uitreo secundũ rectitudinẽ linearum radialiũ propter consimilitudinẽ diafonitatis, & esset refracta propter diuersitatem qualitatis sensus inter hæc duo corpora, & sic fient formæ aut monstruosa, aut essent duæ formæ, quoniam uero propter diafonitatis diuersitatem fit refractio, & diuersitas qualitatis sensus affirmat illam refractionẽ aut obliquationẽ, tunc erit forma post obliquationẽ refractionis, forma una ordinata secundũ suarum partiũ situm figuram & ordinem, quã habet forma in re extra, & uirtus sensitiua sentit formam rei uisæ ex toto corpore sentiente, extenso à superficie uisus primo sentientis & sensibiles formas recipientis usq; ad concauũ nerui cõ

munis

munis, qđ est ultimũ corpus sentiens, quoniã in ipso constituta est uirtus sensitiua, sunt itaq; humor uitreus & corpus qđ est in cõcauitate nerui eiusdẽ quasi diafonitatis, q in ter ipsa nõ fit refractio aliqua sensibilis diuersa, sed regulariter per unitatẽ uirtutis sensitiuæ ad unitatẽ simplicis extensionis formæ post refractionem in superficie uitreæ, & qm in ijs ambobus corporibus fit progressio formarũ ultra centrum oculi, patet φ illa refractio facta est à perpendiculari erecta à puncto refractionis super superficiem glacialis, utriq; ergo illarum corporum est plus diafonum corpore ipsius glacialis per 45. uel 47. secundi huius, patet ergo propositum.

XXIII.

Superficiẽ cõmunis sectiõis sphæræ glacialis & uitreæ, necesse est planã esse, aut ptẽ sphæræ maioris, φ sit sphæra glacialis & eccẽtricã supficiei oculi.

Istam sphæræ glacialis. s. & uitreæ cõmunis sectiõis superficies est necessario plana, aut talis qualis, pponitur, qm oportet superficiẽ huius sectionis esse similis ordinationis, itaq; eius extremitates ordinenẽ in cõsimili & eadem distantia à centro oculi, ut nõ appareant formæ mõstruosæ per refractiõne: superficies cõsimilis ordinatiõis, aut est plana, aut est sphærica, hæc aũt superficies nõ potest esse ex sphæra cõcentrica oculo, tũc enim erunt lineæ radiales quæ sunt perpẽdiculares super superficiẽ glacialis, perpendiculares etiã super ipsam ex 74. primi huius, & nõ fieret refractio formarũ, sed cõcurrerẽt in centro, & fierent formæ mõstruosæ, sicut per præmissã mõstratum est. Est ergo illa superficies, si fuerit pars sphæræ, necessario eccentrica oculo, ergo nõ potest esse ex sphæra minore φ sit sphæra eccentrica oculo, qm ratione diuersitatis centri formæ cõcurrent ante peruentũ suũ ad centrum oculi, minoris enim sphæræ minor est diameter quantum est de natura sphæricitatis, & ꝓpter maiorẽ diafonitatem sphæræ uitreæ super glacialẽ quæ ostensa in præmissa, refringerent formæ ab ipsa perpendiculari per 97. secundi huius, ratione rarioris diafoni cui incidunt, ratione uero sphæræ minoris in superficie cõmunis sectionis frangerentur ad perpendicularẽ, sic ergo efficerentur formæ monstruosæ, qm ꝓcederent ad perpendicularẽ ratione suæ perpendicularis super superficiẽ sphæricæ, quæ perpendiculares semper transeũt per centrũ per 72. primi huius, & reflecterentur à perpendiculari: ista ergo superficies est aut plana aut sphærica, utpote pars sphæræ alicuius bonæ quantitatis, ita φ sphæricitas eius cõueniat ordinationi secundũ proportionẽ refractionis à perpendiculari, quæ fit per naturã alterius diafonitatis. Omnes ergo formæ peruenientes in superficiẽ glacialis, extendũtur per corpus glacialis secundum rectitudinẽ lineæ radialium quousq; perueniant ad istã superficiẽ, tunc reflectuntur apud ipsam secundũ lineas consimilis ordinatiõis secantes lineas radiales: forma ita φ perueniens in aliqđ punctũ superficiei glacialis, semper extenditur super eandem incidentiam lineæ ad idem punctum superficiei uisus, & ad idem punctũ loci nerui cõmunis, à quibuslibet ergo duobus pũctis cõsimilis situs in respectu duorũ neruorũ extẽdun tur duæ formæ ad idem punctũ in neruo cõmuni, donec fiat perfecta unitas formarũ.

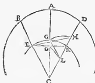
XXIIII.

Inter omnes lineas pyramidis radialis, necesse est solam axem transeuntẽ per centrũ foraminis uueæ super superficiẽ cõmunem glacialis & uitreæ, & super posteriorem superficiem uitreæ perpendicularem esse.

Axis enim hic, si non fuerit perpendicularis, sed declinans super aliqua istarũ superficierum, accidet diuersificatio ordinationis formarũ peruenientiũ ad illam superficiẽ, & mutabuntur dispositiones illarũ formarũ propter declinationẽ axis, solum enim cũ axis fuerit perpẽdicularis super superficiem glacialis, perueniet forma rei uisæ in superficiẽ glacialis ordinata secundũ ordinẽ partium superficiei rei uisæ, & perueniet forma puncti, quod est apud extremitatẽ axis in superficie rei uisæ, ad punctũ qđ est super axem in superficie glaciali, ut patet per 17. huius, & quia axis radialis est perpendicularis super superficiem glacialẽ, palam ex 18. undecimi, quoniam omnes superficies planæ exeuntes ab axe, & secantes superficiem glacialẽ, erunt perpẽdiculares super istã superficiẽ,

q &

& quia superficies humoris uitrei respiciens ipsam superficiẽ glacialem, quæ est cõmunis
sectio sphæræ glacialis & uitreæ, ut patet per præmissam, aut est superficies plana aut
sphærica, & centrum eius nõ est centrum uisus. Si ergo axis radialis est declinans su-
per istam superficiẽ, & nõ est perpendicularis super ipsam, nõ exibit ab axe superficies
plana perpendicularis super istam superficiẽ, nisi una tñ superficies, illa. s. quæ transit p
inæqualitatẽ maximam angulorũ, quæ patet per 29. primi huius, & omnes sup̃ficies re
siduæ exeuntes ab axe, erunt declinantes super ipsam superficiem uitreæ. Si enim duæ
superficies uel plures exeuntes ab axe, sunt perpendiculares super dictam superficiẽ, cũ
illæ superficies de necessitate se intersecent, & sua cõmunis differentia sit axis pyramidis
radialis, erit per 19. undecimi axis perpendicularis super eandem superficiẽ; datum autẽ
fuit q̃ esset declinans, sit itaq; centrum oculi punctum c, in superficie quoq; oculi, siue in



ipsa superficie glaciali, quæ per 7. huius & per 73. primi hu-
ius æquedistat superficiei ipsius oculi, sit linea b a d, & in su
perficie humoris uitrei recipiente humorem glacialẽ sit li-
nea e g f, sitq; axis pyramidis radialis linea a c, imagine-
mur ergo superficiẽ a b c d exeuntem ab axe, & erectam su-
per superficiem glacialẽ trãseuntẽ per centrũ oculi, qđ est
c, & hæc superficies erecta sit etiam super superficiẽ humo-
ris uitrei, quæ est e g f, sitq; cõmunis sectio huius superficiei
erectæ a b c d, cum ipsa superficie glaciali linea b a d. & sint
puncta b & d æqualiter distantia à puncto a, qđ sit termi-
nus axis pyramidis uisualis, & sit cõmunis sectio eius cum
sit humoris uitrei linea e f: exeunt quoq; duæ lineæ à centro
c, quæ sint c b & c b, erũt ergo istæ duæ lineæ c b & c d, & cũ axe c a in superficie cõmuni
perpẽdiculari super superficiẽ e g f per primã undecimi, qm̃ omnia puncta c b d sunt in
illa superficie, eruntq; ex hypothesi duo anguli a c b & a c d æquales, q̃ patet per 8. pri-
mi, si illis arcubus b a & a d subtendant̃ cordæ b a & d a, sint quoq; lineæ c b & c d secan-
tes lineam e f, quæ est cõis sectio dictæ superficiei erectæ & superficiei uitreæ super duo
puncta e & f, secetq; axis c a eandẽ lineã e f super punctũ g. Si ergo sup̃ficies, q̃ est cõis
sectio sphæræ glacialis & uitreæ, est plana, & differentia cõis, quæ est e g f, linea erecta,
& si axis a c fuerit declinans super superficiẽ uitreæ, & ipsa est in superficie a b c d erecta
super superficiẽ e g f, tunc necessario erit axis c a declinans super lineã e f, erũt ergo an-
guli e g c & f g c inæquales, qm̃ linea à puncto g pp̃ẽdiculariter pducta super lineã e g f
ex 11. primi faciet angulos æquales cũ linea e f. Cũ itaq; anguli e g c & f g c sint inæqua-
les, angulus õq; e g f sit exempli causa minor angulo c g e, & duo anguli a c b & a c d sint
æquales, erũt per 24. primi duæ lineæ e c & e f inæquales, est enim linea e f breuior q̃ li-
nea e c; si enim illæ lineæ sint æquales, cum anguli e c g & f c g sint æquales, & linea g c
cõmunis ambobus triangulis, erunt per 4. primi anguli e g c & f g e æquales, qđ est cõ
tra datum, cũ axis a c sit declinans super lineã e f, sit ergo linea c h æqualis lineæ c e, du-
catur linea h g, quæ per 4. primi, & ex præmissis erit æqualis lineæ e g, & à puncto g du-
catur perpendicularis g l super lineam c h per 12. primi. Ex penultima ergo primi latus
g h oppositum angulo recto in triangulo h l g, est maius latere g l, ergo per 19. eiusdem
primi erit linea g h maior q̃ linea g f: cum enim angulus g f h sit extrinsecus angulo g
l f recto, palam q̃ angulus g f h est obtusus, est ergo maior angulorum trigoni f g h, er-
go linea e g, quæ est æqualis lineæ g h, maior q̃ linea g f, erunt ergo duo puncta e & f di
uersæ distantiæ à puncto g, & ista duo puncta e & f sunt illa ad quæ perueniunt formæ
duorum punctorum superficiei glacialis. s. b & d, quæ sunt æqualiter distantia ab axe:
pũcta itaq; æqualiter distãtia ab axe in sup̃ficie glaciali, inæq̃liter distãt à pũcto axis in-
cidẽtis sup̃ficiei uitreæ, q̃ cũ ita sit, palã, q̃a cũ forma puenerit à sup̃ficie glaciali ad sup̃fi
ciẽ hũoris uitrei, erit ordinatio formæ nõ sc̃dm esse qđ habet in sup̃ficie glaciali, nõ secũ
dũ suũ esse ĩ sup̃ficie rei uisæ: qñ ergo axis fuerit declinãs sup̃ sup̃ficiẽ planã, q̃ est cõis se
ctio sup̃ficiei glacialis et uitreæ, & erit linea q̃ est differẽtia cõis cuiuslibet sup̃ficiei exeũ
tis

tis ab axe erecte super superficiem uitreæ & superficiei ipsius uitreæ continens cum axe duos angulos inæquales, præterq̃ in una tantum superficie, quæ secat secundum angulos rectos superficiem transeuntẽ per decliuitatẽ axis, quõ huius tantũ superficiei cõis differẽtia cõtinebit cũ axe angulos rectos: & cũ duo anguli prædicti fuerint inæquales, & anguli apud centrũ glacialis æquales, erũt duæ partes differentiæ cõis, quæ est in superficie uitrei, inæquales: formæ ergo secundũ ista puncta q̃ sunt in extremitatibus istarũ differentiarũ puenientes ad superficiẽ uitreæ, erũt diuersæ distãtiæ à pũcto axis qđ est in ista supficie, sed qa puncta istarũ linearũ in supficie glaciali æqualiter distãt à pũcto axis, in eadẽ supficie uidebunt formæ nõ secundũ suã ordinationẽ in supficie glaciali & in rei uisæ supficie. Similiter q̃q; demonstrandũ si supficies uitreæ fuerit sphærica, & fuerit axis declinãs super ipsam, tunc enĩ axis nõ transibit per centrũ uitreæ, & cũ trãsibit per centrũ glacialis lineæ, ergo quæ exeunt à centro glaciali ad puncta, quorũ distãtia à pũcto axis in superficie glaciali est æqualis, cõtinent cũ axe apud centrũ glacialis angulos æquales, & quia centrũ glacialis nõ est centrũ uitreæ, ut patet per 11. huius, distinguẽt istæ lineæ ex supficie uitreæ arcus inæquales. Cũ enim linea e c, ut prædictũ est, sit maior q̃ linea e f, sit linea e h æqualis lineæ c e, & protrahatur linea g h, super quã descripta portio oculi e g f quæ sit g h, erit æqualis portiõi e g per 23. tertij, ideo quia corda e g est æqualis cordæ g h per 4. primi: producta ergo perpendiculari g l, erit ut prius corda g h maior q̃ corda g f, ergo arcus g h erit maior arcu g f per 23. tertij, ergo & linea recta quæ est e g æqualis lineæ g h, erit maior q̃ linea g f recta, arcus ergo e g est inæqualis arcui g f per 27. tertij: nullæ ergo lineæ cõtinentes cũ axe angulos rectos & exeuntes cũ linea a c, in eadem superficie distinguũt ex superficie uitreæ duos arcus æquales, nisi duæ tantum lineæ, quæ sunt in superficie, secante orthogonaliter superficiẽ erectã sup superficiẽ uitreæ. cũ ergo axis fuerit declinãs sup superficiẽ uitreæ, formæ peruenientes ad supficiẽ uitreæ, erunt diuersæ ordinationis, siue sit superficies uitreæ plana siue sphærica: cũ uero axis fuerit ppendicularis super superficiẽ uitrei, erit perpẽdicularis super oẽs differẽtias quarũcunq; superficierũ planarũ ductarũ per lineã a c, & supficiei ipsius uitreæ, & erũt q̃libet duæ lineæ exeuntes à centro glaciali q; est unus punctus axis, cõtinentes cũ axe angulos æquales, & distinguentes ex differẽtia cõi, quæ est in superficie uitreæ duas partes æq̃les, siue sit superficies illa plana siue sphærica, & cõprehenduntur formæ à sensu secundũ suã ordinationẽ in superficie glaciali & in superficie rei uisæ, & qa talis est comprehẽsio formarũ, ut patet ex suppositiõe, palã, qa semp axis pyramidis uisualis est perpẽdicularis sup superficiẽ hũoris uitrei anteriorẽ & posteriorẽ, quõ eadẽ est causa & eodẽ modo demõstrãdũ: oẽs uero aliæ lineæ erũt declinãtes super has supficies, quõ pcedunt ac si secare possint axem sup centrũ glacialis, & nulla ipsarũ trãsit per centrũ uitreæ si fuerit sphærica, nisi axis tm̃ per 72. primi huius, quõ sola illa est perpẽdicularis super ipsam, patet ergo ppositũ.

XXV.

Motu oculi secundum se totum existente possibili, non est possibile sitũ suarum partium mutari.

Ostensum est in 4. huius foramen esse in concauo ossis, per qđ transit neruus opticus, sed inter hoc foramen ossis & inter circũferentiã glacialis coniunctã cũ uuea, est spacium aliquantulũ, & neruus opticus extenditur in illo spacio ex fine foraminis usq; ad circumferentiã glacialis secundum pyramidalitatẽ, & amplificatur quousq; perueniat ad circumferentiã sphæræ glacialis cum qua consolidatur. Cũ ergo iste neruus declinat, erit eius declinatio apud foramen concauitatis ipsius ossis, & quoniã concauitas ossis continet totum oculũ, declinato sic neruo, & oculus mouebitur secundũ totum in ista cõcauitate, consolidatiua enim quæ consolidatur cum eo, q; est in anteriori oculi ex neruo & ex tunicis residuis semper est custodiens situm eius: declinatio ergo nerui apud motũ oculi non est nisi à posteriore totius oculi, non est ergo possibile situm partium oculi mutari, quõ ut per 7. huius patuit, centrũ supficierũ tunicarũ uisus oppositarũ foramini uueæ ut corneæ, est idẽ cũ centro oculi, sicut ergo cũ mouebit oculus nõ mutabit centrũ ocu-

li, quoniam sphæra aliqua aliqualiter mota, non propter hoc mutatur situs centri, sic nec centri superficierum tunicarum oppositarum foramini uneæ mutatur, ergo nec situs tunicarum oculi mutatur, quia enim linea transiens per centra omnium tunicarum & humorum oculi, transit per medium cõcauitatis nerui orthogonaliter erecta super basem pyramidis nerui, ut patet per 9. huius: & linea quæ transit orthogonaliter per centrum circuli basis alicuius pyramidis, necessario attingit uerticem pyramidis per 89. primi huius. In pyramide uero concaua nerui optici uertex pyramidis moto oculo nõ mutatur, necesse est moto oculo secundum se totum partes eius nullo modo mutari, quoniam linea quæ transit per centra illorum partium, transit per medium cõcauitatis nerui optici per 9. huius, ex quo patet, quod partes oculi nullo modo mutantur. Declinatio enim partis pyramidalis nerui super superficiem circuli consolidationis est semper declinatio cõsimilis, partes ergo oculi secundum suum situm nõ mutantur, & hoc est propositum, & quoniam oculi ambo sunt cõsimilis dispositionis in suis tunicis & partibus, & in figuris suarum tunicarum, & in situ cuiuslibet tunicarum respectu totius oculi, patet quod nõ est diuersitas inter illos quo ad hoc quod proponitur de suarum partium situs mutatione ipsis oculis motis, situs enim linearum ambarum trãseuntium per centra tunicarum uisus in utroque oculorum est semper situs consimilis in omnibus dispositionibus oculorum, patet itaque illud quod proponebatur.

XXVI.

Vno oculo moto, necesse est alium eidem conformiter moueri.

Quoniam enim situs partium oculi non mutatur in utroque oculorum, & motus unius oculi fit per motum nerui optici in centro foraminis ossis, motus uero nerui partialis procedit à puncto nerui cõmunis, quoniam semper illud quod mouetur in partibus aliarum, mouetur circa aliquod fixum: motus itaque nerui partialis incipit in puncto nerui cõis ambobus neruis opticis amborum oculorum, in quo est uirtus animæ sentientis & mouentis, & quoniam illa uirtus est indiuisibilis & uniformis & principium, quo primo mouetur corpus naturale secundum suam formam naturalem indiuisibile: palam quod mouendo unum oculum mouetur & alterum, nec enim est maior ratio qua unum oculum moueat, quàm qua alterum: uno itaque oculo moto, ambo oculi mouentur, & unus conformiter alteri mouetur, ut sicut ab eodem puncto motus amborum incipit, sic ad eundem terminum terminentur ambo motus, & sicut ab uno indiuisibili incipiunt, sic ad unum diuisibilem terminenter, palam est ergo illud quod proponebatur.

XXVII.

Duobus uisibus uno uisibili directe oppositis, necesse est duas figurari pyramides, quarum cõmunis basis est superficies rei uisæ, & axis cuiuslibet transit per centrum foraminis uneæ, & per centrum sui uisus.

Quoniam enim, ut patet per 17. huius, situs partium superficiei rei uisæ peruenit ad superficiem utriusque uisus, & in illa figuratur secundum lineas perpendiculares ab omnibus punctis superficiei rei uisæ ad oculi illius superficiem productas, quarum omnium concursus secundum puncta suarum incidentium respicit centrum oculi cuius superficiei incidit, & demùm post refractionem quælibet illarum figurarum peruenit ad medium punctum nerui cõmunis, ambarum itaque illarum formarum concursus fit in puncto medio nerui communis cui incidunt, quia itaque centra duorum uisuum sunt duo, palam, quia in uisione eiusdem rei à duobus oculis duæ pyramides uisuales modo proposito figurantur. Superficies enim rei uisæ semper erit basis utriusque pyramidis ab utroque oculorum prodeuntis, propter multiplicationem formæ cuiuslibet puncti superficiei rei uisæ æqualiter ad uisum, & axis cuiuslibet earum transit per centra foraminis uneæ ad centrum sui uisus. Sicut enim uisibile directe opponitur uni uisui, sic directe opponitur & alteri, ex hypothesi, & quoniam ambo uisus æqualiter mouentur ad aliquid uidendum, per præmissam patet, quod semper in uisione unius rei medium punctum superficiei uisus oculi opponitur medio puncto superficiei rei uisæ, uel propinquo illi, medium autem punctum superficiei uisus uel oculi est centrum foraminis uneæ per 4. huius: forma ergo illius puncti medij superficiei rei uisæ uel puncti propinqui illi, per centrum foraminis uneæ peruenit ad centrum sui uisus, & hoc est propositum.

Duo

XXVIII.

Duobus existentibus oculis unius rei, unam tantū formā accidit uideri.

Quoniam enim ut prius pluries dictū est, forma recepta in superficie glacialis pertransit corpus glacialis, deinde extenditur per corpus subtile, quod est in neruo optico, & uenit ad anterius cerebri, in quo est sentiens ultimū, quod est uirtus sensitiua, comprehendens sensibilia, cuius uirtutis oculus est instrumentum recipiens formas rerū, & reddens eas ultimo sentienti, sic quod apud neruum cōmunem ambobus oculis cuius neruis situs à duobus oculis est situs consimilis, demum completur uisio, licet ergo duæ formæ peruenient in duobus oculis ab una re uisa, illæ tamen forma ambæ quando perueniunt ad neruū cōmunem, concurrunt & fiunt una forma, & per unionem harū formarum comprehendit ultimū sentiens formam rei uisæ, & sic unius rei tantū unam formā accidit uideri, nisi forte per aliquam occasionem interuenientem accidit formas duobus oculis acceptas non uniri, eo quod non concurrunt in unionem amborum neruorū opticorum, tunc enim duas formas accidit uideri, ut cum aspiciēs mutauerit situ unius oculi ad anterius, & alius oculus fuerit immotus: quando uero nullus situs duorum oculorum fuerit naturalis, nunc quia situs ipsorū ab una re uisa est situs consimilis, peruenerit forma ab una re uisa in duo loca consimilis situs, & cum situs unius oculorum fuerit declinans, tunc diuersatur situs oculorum ab illa re uisa, & sic perueniunt duæ formæ illius rei uisæ diuersi situs, sed hoc non inest uisui naturaliter, sed solum per uiolentiam, quam facit uoluntas uel naturalis debilitas consuetudini naturæ: quando itaq; situs oculorum fuerit naturalis, tunc semper ambobus uisibus unius rei unam formam accidit uideri, quod est propositum. Duæ ergo formæ uisi puncti infiguntur in duobus medijs duarum superficierum amborū uisuum, & quilibet punctus alius formæ uisæ infigetur in duobus locis consimilis positionis in duobus uisibus. Deinde duæ formæ uisæ perueniunt ad concauitatem communis nerui, & perueniunt duæ formæ quæ sunt in puncto, quod est in duobus axibus illarum duarum pyramidum radialium, secundū quas fit uisio ad punctum, quod est in communi axe, & efficiuntur una forma, & quælibet duæ formæ quæ sunt in duobus punctis consimilis positionis à duobus uisibus peruenient ad idem punctum punctorum circunstantium, punctum quiest in axe communi, sic ergo duæ formæ totius rei uisæ superponuntur sibi & efficiuntur una forma, & sic uisum comprehendit unum.

XXIX.

Omnem punctum formæ incidentē superficiebus uisuum per axes radiales ad centrum foraminis girationis nerui concaui contingere est necesse.

Quoniam enim quælibet axium transit per centrū foraminis uueæ ad centrum uisus, ut patet per 27. huius, ergo & pertransit centrum ipsius sphæræ uueæ per 8. huius, omnis uero linea recta producta inter centrum oculi, & uueæ centrum circuli sectiōis uueæ, & medium punctum concauitatis nerui necessario penetrabit per 9. huius, palā ergo cū perpendicularis semper maneat inconfracta per 47. secundi huius, quod omnē punctum formæ incidentem superficiebus uisuū per axes radiales ad centrum giratiōis nerui communis pertingere est necesse, ob hoc autem puncto diffunditur forma ad medium punctum nerui communis, & quoniam medius punctus nerui cōmunis est tantū unus, palam quia axes amborum uisuum in uno puncto nerui communis semper concurrunt, patet ergo propositum.

XXX.

Si à terminis lineæ inter duo centra foraminum girationis neruorum cōcauorum productæ duæ lineæ rectæ ad medium communis nerui producantur, necesse est in constituto triangulo angulos ad basem æquales esse, ex quo patet quod lineæ illæ productæ sunt æquales.

Sint duo centra foraminum girationis neruorum concauorū r & t, inter quæ producatur linea r t, sitq; medius punctus nerui communis a, & constituatur triangulus r a t, dico quod angulus a r t est æqualis angulo a t r, cum enim posito duorum neruo-

in respectu concauitatis nerui communis sit positio consimilis, quia concauitatis nerui unius est omnino similis concauitati alterius per 4. huius, ergo et medium concauitatis unius est simile medio concauitatis alterius, unde axis nerui unius æqualis est axi nerui alterius, sed per eandem 4. huius, positio duorum neruorum in respectu duorum foraminum est positio consimilis, in quorum neruorum medio fuerint lineæ r q & t a ut axes, palam ergo quoniam positio duarum linearum r a & t a apud lineam r t est positio consimilis, hoc autẽ est impossibile, nisi anguli a r t & a t r sint æquales, quoniam ad inæqualitatem istorum angulorum sequitur inæqualitas positionis medij axis ipsorum neruorum concauorum, & ex consequenti ipsorum neruorum, sunt ergo illi anguli ad basem æquales, ergo per 6. primi lineæ illæ productæ sunt æquales, scilicet linia a r lineæ a t, patet ergo propositum.



XXXI.

Vno puncto rei uisæ superficiebus amborũ uisuũ perpendiculariter incidente, necesse est axes radiales in centris foraminum girationis neruorum concauorum angulariter refrangi.

Quoniam enim ut patet per 27. huius, quælibet illorum axium pertransit centrum foraminis uneæ & centrum oculi, motus autem cuiuslibet oculorum fit in centro foraminis girationis nerui optici, patet quoniam secundum motũ oculorum uariantur axes illi radiales, in quibus sunt semper idem semidiametri oculorum, qui scilicet ab ipsorũ centris ad centra foraminum uneæ protenduntur, partes aũt superiores illorum axium quibus à centris foraminum girationis neruorum concauorum formæ perueniunt ad punctum medium nerui communis, semper manent secundũ modum unum, cũ itaq; aliæ partes illorũ axium semper sint immobiles, & alij semper mobiles, cum per ipsas unus punctus uideᵣ̃, patet per primã undecimi, quoniam illæ lineæ non sunt linea una, utpote si forma puncti b, uideatur secundum ambos axes b r & t r, & sicut factum est in præmissa, ducantur lineæ r a & t a, ad medium punctum nerui communis qui sit a, patet per primam undecimi, quoniam lineæ b r & r a, nõ sunt linea una, eius enim partem in sublimi, partem in plano accideret esse, quod est impossibile, patet ergo quoniam angulariter cõiunguntur, quod est propositum, & licet axes præmisso modo refringãtur, formatio tamen pyramidũ uisualium fit ac si axes integri ad uerticem peruenirent, neq; accidit uisui aliqua diuersitas ex illo.



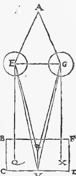
XXXII.

Necesse est axes pyramidum uisualium amborum uisuum transeuntes per centra foraminum uneæ semper coniungi in uno puncto superficiei rei uisæ etiam motis uisibus per superficiem rei uisæ.

Cum enim uidens intuebitur aliquam rem uisam, tunc uterq; uisus erit in oppositione illius rei uisæ per secundam huius, & utraq; pupillarum dirigetur ad illum uisum directione æquali propter uisuum æqualitatem per 4. huius. Sint ergo duo centra duorum uisuum e & g, & sit medius punctus nerui communis pũctus a, & superficies rei uisæ b c d f, quæ sit exẽpli causa æquedistans lineæ, centra uisuum conuertenti quæ sit e g, palam ergo quoniam à cẽtris uisuum perpendiculares super ipsam superficiem b c d f, productæ sunt æquedistantes per 6. undecimi, quæ sint e q & g x. In hac itaq; superficie b c d f, signetur punctus qui sit u, dico quod propter æqualitatem amborum oculorum in omnibus suis dispositionibus, si alter uisus fuerit motus ad uidendum punctũ u, statim etiam reliquus mouebitur ad uidendum idem punctum u, itaq; axes ambarum pyramidum uisualiũ transeuntes per centra foraminum uneæ coniunguntur in pũcto u, una ipsarum ibi pertingente. Si enim una illarum axium incidet in puncto u, alia incidit in alio puncto, sit illud pũctum z, eruntq; duo axes e u & g z, inter quorũ terminos

linea

linea z u producatur, & quoniam axes sic protensi à duobus uisibus non concurrunt in aliquo punctorum lineæ z u, sicut neq; concurrunt si super perpẽdiculares lineas, quæ sunt e q & g x, fiat uisio, palam quod nullum punctorum lineæ z u, uidebitur ambobus uisibus, sed tantum uno, alter ergo oculorũ mouetur superflue, cum unus oculorum secũdum sui axem omĩa puncta lineæ z u, possit interceptiliter transcurrere; cõstituit aũt natura duos oculos propter perfectionem bonitatis uisiõis et complemẽtum eius, ut ipsorum uirtus unica sit fortior, ut patet per 4. huius. Si ergo axes uisuales non concurrant in aliud pũctum unum lineæ z u, sequitur uel naturam superfluere, uel ipsam modo debiliori quo potest operari, quorum uterq; est impossibile. Natura enim nihil agit frustra, nec deficit in necessarijs, ut patet per suppositionẽ, accidit autem hoc impossibile si axes solum incidant diuersis punctis superficiei uisibilis, impossibile aũt nunquam accideret, si incidant in illud punctum, palam itaq; quoniam in illud punctum incidere axis pyramidum amborum uisuum semper est necesse, quoniam operatio amborũ uisuum est uniformis, cum igitur uisus fuerit motus super rem uisam, tunc uterq; uisus mouebitur super illud, & axes cõgregati in uno puncto superficiei rei uisæ, moto uno ambo mouebũtur simul ad aliud unum punctum super superficiem illius rei uisæ, ambo enim oculi sunt æquales in omnibus suis dispositionibus, & est ambobus oculis unus neruus communis, & quoniam motus oculorũ procedit ab una uirtute, necesse est uirtutem motam per unitatem nerui procedere, hoc ergo moto uno oculo ambos oculos mouebit, ut patet per 26. huius, actio itaq; & passio oculorum semper est æqualis & consimilis, & si alter uisuum motus fuerit ad aliquid uidendum, statim alter mouebitur ad hoc idem uidendum illo eodem motu, & si alter uisuũ quiescat reliquus quiescet. Impossibile est enim alterum uisuum moueri, & alterũ quiescere, nisi alter fuerit impeditus, ut patet per 26. huius, & sicut etiam declaratum est per 18. huius, superficiem rei uisæ semper erit basis utriusq; pyramidis ab utroq; oculorum prodeuntis, quoniam tunc positio puncti in quo ambo axes sunt coniuncti est positio consimilis, quia est oppositus duobus medijs amborum uisuũ, palam ergo propositum, dicemusq; punctum concursus amborum axium in superficie rei uisæ punctum coniunctionis.



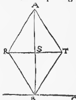
XXXIII.

Si à puncto medio nerui communis ad medium lineæ connectentis centra foraminum girationis neruorum concauorum linea recta producatur, necesse est productam super diuisam perpendicularem esse, & eam puncto uiso cum axibus incidente trigonum ab axibus & diuisa linea contentum per æqualia diuidere.

Quod hic proponitur patet per præmissam & per 31. primi huius, ut autem particularius demonstretur, sint oĩa disposita ut in 30. huius, & sit linea r t, diuisa per æqualia in puncto s, sitq; uisibile aliquod oppositum ambobus uisibus q̃d sit b t, in cuius puncto medio, quod sit b, concurrant per præcedentem ipsi axes radiales, quæ sint r b & t b, & producatur à puncto a, quod est medius punctus concauitatis nerui ad punctum scilicet linea a s, dico quod linea a s, est perpendicularis super lineam r t, quoniam enim angulus a r t est æqualis angulo a t r, per 30. huius, & linea a r est æqualis lineæ a t. Sed linea a s, est æqualis sibi ipsi, ergo per 8. primi, trigona a r s & a t s, sunt æquiangula, angulus ergo a s t est æqualis angulo a s r, ergo per diffinitionem perpendicularis linea a s est perpendicularis super lineam r t, producatur item linea a s, usq; ad punctum con-

iunctionis

iunctionis amborum axium, quod sit pũctum b, dico quod linea s b, diuidit per æqualia trigonum r b t, hoc autem patet ex præmissis & ex 3. & 4. primi, erit enim trigonum partiales r b æquale trigono partiali s b t, patet ergo propositum, & ex hoc patet, quoniã tota linea a b, cuiusq; puncto uiso incidit, utcunq; transmutatis axibus, non mutatur sed semper in medio eorum consistit, possumus ergo illam nominare axem communem, quia semper ducitur æqualiter ad punctum coniunctionis amborũ axium in superficie rei uisæ à puncto, qui est in medio concauitatis nerui, in quo duæ lineæ extensæ in duobus medijs concauitatum neruorum duorum se intersecant, hic uero punctus semper est unus non transmutabilis, & punctus etiam s, semper est unus non transmutabilis per quem semper transit hæc linea a b, est ergo & ipsa semper intransmutabilis, licet alij axes transmutentur quandoq; ab ipso communi axe.



XXXIIII.

Axe communi cum axibus radialibus puncto rei uisæ incidente lineam copulantem centra foraminum girationis neruorum concauorum, & lineas ab his centris ductas ad nerui communis medium & axem communem ambosq; axes radiales in eadem superficie consistere est necesse.

Sit dispositio quæ in proxima, dico q̃d linea r t, & duas lineas r a & t a, & axem communem qui est a b, & duas axes radiales scilicet r b & t b, in eadem semper superficie consistere oportet, duo enim axes t b & r b, transeunt per centra r & t, per 29. huius, transeunt enim per centra foraminum girationis duorum neruorum concauorum, & quia in puncto coniunctionis concurrunt cum axe communi, ex hypothesi, necessario erunt cum axe communi in eadem superficie per secundam undecimi, sed & linea r t, cõnectens centra foraminum girationis neruo℞, secat has duas axes radiales in punctis r & t, & axem communem in puncto s, lineæ quoq; r a & t a, secant lineas r t & a b, in pũctis in quibus cum ipsis concurrunt, & quia omnes hæ lineæ sunt rectæ, palam per primam undecimi, quoniam quælibet ipsarum est in una superficie, patet ergo per secundũ undecimi, quoniam omnes sunt in eadem superficie, & hoc est propositum.

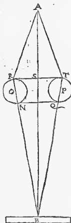
XXXV.

Necesse est axes radiales cum axe communi concurrentes in pũcto cuius distantia à uisu sit multiplex lineæ connectenti centra oculorum secundum sui partes interiacentes punctum coniunctionis, & superficies ipsorum uisuũ æquales esse, superficiebusq; amborũ uisuũ necnõ superficiei anteriori ipsius uitreæ æqualiter incidere, & secundum angulos æquales.

Sint item ut in tricesima huius duo centra duorum foraminum girationis neruorum concauorum r & t, quoniam ergo oculus mouetur secundũ totũ non secundum partem, ut patet per 25. huius, palam quoniam puncta r & t, sunt posteriora oculo, figerentur ergo duo oculi quasi contingentes puncta r & t, circa centra o & p, & ab aliquo puncto superficiei rei uisæ quod sit b, procedant axes ad centra uisuum, & producãtur ultra ad puncta r & t, palam itaq; quoniam axes r b & t b, transibunt totum uisum, transeat ergo axis r b, superficiem anteriorem sui uisus in puncto n & axis t b, transeat anteriorem superficiem sui uisus in puncto q, & producatur linea n q, sunt ergo puncta q & n, puncta illa superficierum uisus quibus infigitur forma puncti coniunctionis axium quod est b, & quoniam axes r b & t b, sunt æquales per præmissam, dico quod partes axium quæ sunt b n & b q, sunt æquales, & quod incidunt uisui secundum angulos æquales, cum eñ lineæ r n & t q, sint æquales, quia sunt diameter æqualium oculorum æqualiter à punctis r & t, distantium, necesse est si illæ ab æqualibus axibus abscindãtur, quod residuum sit æquale, erit ergo linea b n æqualis lineæ b q, & quoniam linea n q æquedi-

stat

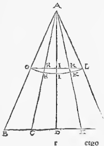
stat lineæ r t, per secundam sexti, ideo quoniam latera t b & r b, proportionaliter diuiduntur per lineam n q, ergo per 29. primi, erit angulus b n q æqualis angulo b q n, angulus enim b r t æqualis est angulo b t r, quoniã linea b s diuidit trigonum r t b per æqualia & basem eius r t, ut patet p. præmissam, patet ergo quoniã axes radiales superficiebus uisuum æqualiter incidunt & secundũ angulos æquales, & si incidant superficiebus uisuum taliter, ut per centra uisuum transeant, palam ergo quoniam orthogonales sunt super superficies contingentes in punctis n & q, incidunt ergo superficiebus uisuum æqualiter secundum rectos angulos incidentes, & propter hoc in omnium oculorũ ordinatiõe motu uel quiete semper duo axes eius sunt æquales, aut non est in eis diuersitas sensibilis, quæ causat aliquam diuersitatem uisionis, maximæ cum res uisa nõ fuerit ualde propinqua uisui, sed cum distantia eius à uisu fuerit mediocris, cum enim res uisa ualde uisui approximauerit, ita ut linea quæ est inter duo centra oculorum, quæ sunt o & p, proportionum æqualitatis uel extẽsus uel paruæ diminutionis habuerit ad axem radialem, tunc erunt axes sensibiliter inæquales, & facient angulos inæquales; aliâs uero semper sensibiliter æquales erunt, & constituent angulos sensibiliter æquales, quia propter unitatem uisuum, & uniformẽ receptionem formarũ quodlibet punctum multiplicatur uniformiter ad utrunque oculũ; propter quod etiam omnes lineæ æqualiter distantes ab axibus faciunt angulos æquales, & ipsæ om̃es sensibiliter sunt æquales, eodẽ quoque modo demõstrari potest, quia anguli qui per axes fiunt in ipsa superficie uitreæ in qua fit refractio sunt æquales, patet ergo ꝓpositũ.



XXXVI.

Omnium linearum pyramidis radialis obliquarũ plus uicinarum axi refractio fit secundum angulos minores: remotiorũ uero secundum angulos maiores: æqualiter uero distantium secundum angulos æquales.

Sit pyramis radialis cuius uertex a, & diameter basis quæ per 18. huius est superficies rei uisæ sit b c d e f, axis uero d a, & sint lineæ c a & e a, lineæ radiales obliquæ uicinæ magis axi d a & sint b a & f a remotiores, dico quod lineæ c a & e a secũdum minorem angulum refringũtur, & lineæ b a & f a, secundum agulum maiorem. Intelligantur enim omnes istæ lineæ concurrere in puncto a, quod est uertex pyramidis, & sit in superficie uitreæ linea cui incidunt illæ lineæ g h i k l, hæc ergo linea erit recta uel curua circularis per 23. huius: sit primum recta, & incidit linea b a illi lineæ in puncto g, & linea c a in puncto h, & linea d a axis in puncto i, & linea e a in puncto k, & linea f a in puncto l, quia ergo angulus g i a, est rectus per præcedẽtem, palam per 32. primi, quod angulus g h a est obtusus, ergo per 19. primi, linea a g est maior quàm linea a h, & quia à puncto a, exeunt duæ lineæ a c & a b, quæ sunt ad basem trianguli a g i, quæ est g h i, angulus ergo a h i maior est angulo a g i, per 16. primi, quia ergo angulus a h i cum angulo c h i, ualet duos rectos per 13. primi, & similiter angulus b g h cum angulo a g h, ualet duos rectos, palam quia angulus c h i minor est angulo b g i,

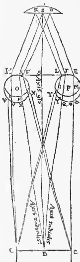


ergo per penultimã secundi huius angulus refractionis lineæ ch est minor angulo refractionis lineæ bg, patet ergo quod linea ch reflectetur secundum minorem angulum quàm linea g b, & similiter est de lineis e k & f l, & quia lineæ æqualiter distantes ab axe a d, ut sunt exempli causa lineæ a c & a e, secundum modum præmissum æquales angulos faciunt in superficie uitreæ, qui sunt c h i & e k i, patet per penultimam secundi huius, quoniam anguli refractionis sunt æquales, patet ergo propositum, quoniam linea g h i k l, sit linea circularis, erit eodem modo demonstrandum per 50. secundi huius.

XXXVII.

Omnes formæ punctorum æqualiter circunstantium puncta quæ superficiebus uisuum incidunt, secundum axes radiales ad puncta æqualiter circunstantia medium punctum nerui communis similiter contingunt.

Disponantur omnia alia ut in 35. huius, signeturq; in superficie oculi cuius centrum est punctum o, ex utraq; parte puncti etiam duo puncta u & x, & in superficie oculi cuius centrum est punctum p, signentur ex utraq; parte pũcti q, duo puncta y & z,



sitq; superficies rei uisæ opposita uisibus, in qua sit linea recta, quæ g b c, cuius punctus medius sit b, & extremi puncti g & c, incidantq; axes radiales qui sunt r b & t b, cũ axe communi qui sit a b, ipsi puncto b, qui sit punctus coniunctionis omniũ trium axium, protrahãturq; à punctis u & x, superficiei uisus cuius centrum est o, ad puncta g & c, superficiei rei uisæ duæ lineæ rectæ, quæ sint u g & x c, & à pũctis y & z, superficiei uisus cuius centrum est p, protrahantur lineæ z c & y g, dico quod formæ pũctorum superficiei rei uisæ quæ sunt g & c, quæ in supficie oculi o incidunt in punctis u & x, in superficie oculi p in punctis y & z, nõ perueniunt ad medium punctum nerui communis quod est a, sed circunstant ipsum punctum a, similis dispositionis ut puncta c & g, disposita sunt ad punctum b, in ipsa superficie rei uisæ taliter, ut pũctus qui est dexter, ad punctum b, qui est punctus coniunctionis axium in superficie rei uisæ sit dexter pertingens ad punctum a, & sinister ipsi puncto b, fiat sinister ipsi pũcto a, & sic de alijs differẽtijs positionũ, q̃d est sursum ad pũctũ b sit sursum ad pũctũ a, & q̃d est deorsum punctũ b, deorsum fiat ad punctũ a, producaturq; in utroq; oculorum linea l m, recta uel curua, distinguens superficiẽ uitreæ à superficie glacialis, & hæc linea siue recta fuerit siue curua, quorum alterum est necessarium p 23. huius, semper tamen anguli incidentiæ erunt æquales per 35. huius, q̃m & eadẽ de illis est demonstratio. Sed & anguli refractionis fiunt æquales per præmissam, & ideo quia propter conformitatem uisuum & æqualem distantiã punctorum g & c, à puncto b, ex hypothesi, sequitur trigona y g u & x c z, esse æquiangula, anguli ergo g p u & c x z, sunt æquales, sed & figuræ oculorum sunt penitus similes, et diafonitas est conformis, fiat ergo linearum c x et g y, in superficie refractionis conformis refractio, & similiter linearum g u & c z, fiet conformis refractio & secundum angulos æquales, quilibet ergo ipsarum refringitur æqualiter à perpendiculari, sit ergo ut linea t x refringatur ad punctũ f, & linea g u ad punctũ h, quæ sunt puncta foraminis girationis termini circa punctũ r, linea uero g y refringitur ad punctum l, & linea c z ad e, pũctum alterius foraminis, quod est circa punctum t, & quoniam omnia puncta formarum secundũ lineas rectos

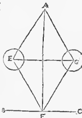
bre-

bruissimas refringuntur à perpendiculari in r, palam quia non concurrunt cum illa, sed directe diffundentes se ad puncta nerui communis similem situm & dispositionem recipiunt eis quæ habent in superficie rei uisæ, quæ est basis pyramidis uisionis, linea ergo x f, quæ uenit à puncto c, rei uisæ refringitur ad aliquod punctum nerui, aliud à puncto a quod sit d, & linea u h quæ uenit à puncto g, rei uisæ, refringitur ad punctum aliud à puncto a quod sit k, & quoniam unius dispositionis sunt ambo uisus, & oculorū distantia est res modica, ut patet per 4. huius, & lineæ ad talia puncta productæ à uisibus ambobus sunt æquales, & anguli incidentiæ sunt æquales per 35. huius, anguli quoque refractionis sunt æquales per præmissam, palam quia linea u l, quæ est formæ puncti g, refringetur ad punctum k m, quo cecidit forma eiusdem puncti g, ueniens per lineam u h, linea quoque z e, quæ est formæ puncti c. refringetur ad punctum d, in quo cadet eadem forma puncti c, ueniens per lineam x f. similiter quoque demonstrandum de quibuslibet duobus punctis superficiei rei uisæ, æqualiter distantibus à puncto coniunctionis quod est b. Omnes ergo formæ punctorum rei uisæ æqualiter circumstantium, puncta quæ superficiebus uisuum incidunt secundum axes radiales ad puncta æqualiter circumstantia medium punctum nerui communis similiter pertingunt, & seruatur figura & dispositio totius superficiei rei uisæ in partibus suis, & in remotione à puncto quod est in axe secundum modum distantiæ & declinationis punctorum, quorum formæ illic recipiuntur à puncto coniunctionis in superficie rei uisæ secundum dispositionem angulorum refractionis in superficie rei uitreæ, & duæ formæ quæ insignuntur in duobus punctis consimilis positionis apud superficies duorum uisuum, perueniunt ad illum eundem punctum concauitatis nerui cōmunis, & superponuntur sibi in illo puncto, & erunt una forma: lineæ quoque obliquæ superficiebus uisuum incidentes, quæ in superficie ipsius uisus refringuntur, ad eandem ordinatione formæ possunt peruenire, patet ergo ꝓpositū.

XXXVIII.

Necesse est ambos axes radiales cum axe cōmuni concurrentes in superficie rei uisæ cum linea æquedistante lineæ connectenti centra oculorum uel cum totali superficie æquales hinc & inde angulos continere.

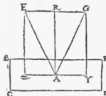
Sunt enim ambo oculi æqualis dispositionis per 4. huius, patet etiam sensui quod sunt distantiæ modicæ ab inuicem, & axis semp in quolibet oculo una tantū linea transiens per centrum foraminis uueæ & centra omnium tunicarum ad centrum foraminis girationis nerui concaui pertingens, ut patet per 29. huius: sit ergo ut lineæ b f c æquedistat lineæ e g, connectenti centra oculorum e & g, sitque medius punctus nerui communis quia, & sit ut forma puncti superficiei rei uisæ quod sit f, per axes f e & f g, perueniat ad centra oculorū quæ sunt e g, connexa per lineam e g, pertingat quoque ad punctum a, quod sit punctus medius nerui communis, & sic axis communis qui a f, incidens superficiei rei uisæ in pūcto f, secundum angulos rectos, quoniam superficies in qua sunt omnes assignatæ lineæ axium & pūcta per 34. huius, erecta est super superficiem rei uisæ, & axis communis incidit directe per 33. huius, & per 29. primi, quoniam linea connectens centra oculorū lineæ r t, connectenti centra foraminum girationis nerui concaui est æquedistans, ergo & lineæ uel superficiei illi æquedistanti p 30. primi, quia ergo per 33. huius, angulus a f e est æqualis angulo a f g, erit ergo residuum duorum rectorum contentorū ab axe & linea b c, quæ est communis sectio rei uisæ, & superficiei axium inter se hinc inde æquale, axes ergo radiales incidūt supficiei rei uisæ secundū angulos æquales, & hoc est propositū, quoniam angulus e f b sit æqualis angulo g f c.



XXXIX.

A puncto coniunctionis lineam æquedistantem lineæ connectenti centra oculorum in superficie rei uisæ illi æquedistante protrahere.

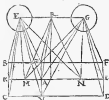
Sint centra duorum oculorum puncta e & g, & ducatur linea e g, sitq; superficies rei uisæ b c d f, à cuius puncto dato quod sit a, linea æquædistans lineæ e g, debeat produci, diuidatur itaq; linea e g, per æqualia in puncto r, ꝑ 10. primi, & à puncto a ad punctum r ducatur linea ar, ducantur lineæ e a & g a, quæ sint axes uisuales concurrentes in puncto a, superficiei rei uisæ, patet ergo, quoniam axis e a æqualis est axi g a, per 35. huius, & linea e r est æqualis lineæ g r, & linea r a communis: erit ergo per 8. huius primi, angulus e r a æqualis angulo g r a, & ambo erecti, erit ergo linea a r perpendicularis super lineam e g, per diffinitionem lineæ perpendicularis, & à centris uisuum e & g ducantur æquedistantes lineæ r a, per 31. primi, quæ sint lineæ e z & g y, hæ ergo inter se sunt æquales & æquedistantes per 25. primi huius, & sunt in eadem superficie per primam primi huius, & quia cōmunis sectio huius superficiei & superficiei rei uisæ transit per punctum a, & est per 33. primi æquedistans lineæ e g, palam quod ipsa linea z a y, est linea quæ quæritur, est ergo factum id quod proponebatur.



XL.

Omnes lineæ productæ ab ambobus uisibus ad idem punctum lineæ cum ambobus axibus pyramidum radialium angulos rectos facientis necessario sunt æquales.

Verbi gratia sint ut supra in proxima præcedente centra duorum uisuum puncta e & g, & superficiei rei uisæ sint b c d f, in cuius puncto a concurrant axes e a & g a, & à puncto a, ad utranq; partem producatur linea una quæ sit r a u, rectos angulos continens cum utraq; axium, producanturq; à centris uisuum lineæ e u, g u, e z, g z, dico qđ lineæ e u & g u, sunt æquales inter se, & lineæ e z & g z, æquales inter se, quoniam enim axes uisuum æquales sunt per 35. huius, palam quod axis e a est æqualis axi g a, & angulus e a u æqualis angulo g a u, quoniam uterq; ipsorum est rectus ex hypothesi: sed linea a u, linea est communis in triangulis e a u & g a u, erit ergo per 4. primi basis e u æqualis basi g u, & similiter erit basis e z æqualis basi g z, & eodem modo in punctis omnibus lineæ z u, accidit, palam ergo est quod proponitur. Potest et hæc aliter demonstrari, ducat enim à puncto a, superficiei rei uisæ, in quo concurrunt axes, linea æquedistās lineæ e g, quæ est inter duo centra oculorum per præcedentem, quæ sit linea k l, eritq; illa linea k l, in superficie rei uisæ, ducatur quoq; linea z a, perpendicularis super lineam k l, per 12. primi, et tunc ducatur à pūcto a, linea orthogonaliter super lineam e g, quæ sit linea a r, lineæ e g per æqualia in pūcto r, per 31. primi huius, et ex 35. huius, et ex 5. primi, qm̄ enim axes e a & g a, sunt æquales, erūt anguli ad basem æquales, et linea r a cōmunis ambob9 trigonis e a r, angulíq; ad pūctū r sunt æquales, qa erecti, erit ergo ꝑ 32. primi, & ꝑ 4. sexti, linea e r æqualis lineæ r g, producaturq; linea r z, erit ergo per 29. primi linea r a perpendicularis sup lineam k a l, & qm̄ per 34. huius lineæ e a, g a & r a sunt in eadem superficie, & linea z a est perpendicularis sup lineas e a & g a, ut patet ex hypothesi, ergo per 4. undecimi linea z a est perpendicularis erecta super illam superficiē in qua sunt lineæ e a, g a, r a, ergo & super lineam r a, Item per 4, undecimi linea k a erit perpendicularis super superficiē r z a, erit



a, erit ergo per 8. undecimi linea e r perpendicularis super eandẽ superficiẽ r z a ex diffinitione, ergo lineæ erectæ super superficiẽ erit linea e r perpendicularis super lineã r z, quia ergo duorum triangulorum e r z & g r z anguli sunt æquales, quia erecti, & linea e r æqualis est lineæ r g, & latus r z cõmune erit per 4. primi, linea e z æqualis lineæ g z, & eodẽ modo de quolibet aliorum punctorum lineæ z u demonstrandũ, patet ergo propositum.

XLI.

Omnes lineæ productæ ab ambobus uisibus, ad idem punctũ lineæ cũ ambobus axibus angulos obliquos facientis, necessario sunt inæquales.

Sit omnimoda dispositio ut supra in præcedente. Dico omnes lineæ ab ambobus uisibus ad idem punctũ extra lineam u z, quæ sola cum ambobus axibus facit rectos, semper sunt inæquales, signentur enim in lineam k l ut oportet, secante lineam u z duo puncta à puncto a, prout placuerit, distantia quæ fuit m & n, & ducantur lineæ e m & e n, dico quod lineæ e m & g m sunt inæquales, & lineæ e n & g n inæquales: ducatur enim à puncto r ad punctũ m linea quæ sit r m, quoniam ergo angulus e r a est rectus, ut patuit in præmissa, palam, quia angulus e r m est minor recto, angulus ergo g r m est maior recto per 13. primi. In triangulis ergo g r m & e r m latus r m est commune, & linea e r æqualis est lineæ g r, & angulus g m maior angulo e r m, ergo per 24. primi erit latus g m longius latere e m; & similiter est de omnibus alijs punctis extra lineam u z argumentandũ, patet ergo propositum. Ista tamen inæqualitas illarum linearum minus est sensibilis, cum puncta declinationis fuerint propinqua puncto coniũctionis.

XLII.

Omnes lineæ ad puncta æquedistantia puncto coniunctionis axium in linea cum ambobus axibus angulos obliquos faciente, ab alterius uisibus productæ, necessario sunt æquales, & æquales cũ illis lineis angulos cõtinentes.

Sit omnis dispositio ut supra in duabus præmissis, & sint m & n, puncta in linea k l, angulos obliquos faciente cum ambobus axibus æqualiter distantia à puncto a, quod sit punctũ coniunctiõis axium, ita quod linea m a sit æqualis a n. Dico quod protractæ lineæ ab alterius uisibus ut e n & g m & e m & g n sunt æquales: cũ enim axis e a est æqualis axi g a per 35. huius, & angulus incidentiæ axis e a, qui est angulus e a m, æqualis est angulo incidentiæ axis g a, qui est angulus g a n, ideo quia anguli r a m & r a n sunt recti. anguli quoque r a e & r a g sunt æquales, ut hæc patent ex prædemonstratis in præmissis duabus propositionibus, remanent ergo anguli e a m & g a n æquales; sed & axes e a & g a sunt æquales, & linea m a æqualis est lineæ n a ex hypothesi, erit ergo linea g n æqualis lineæ e m per 4. primi, & angulus g n a æqualis angulo e m a, ergo in triangulis quoque e m n & g n m per eandem 4. primi basis e m æqualis est basi g n. Et similiter demõstrari potest in omnibus alijs punctis similibus, lineæ enim g b & e f, g f & e b, & g k & e l, g l & e k, g c & e d, g d & e c omnes ut sic nominantur, & ut ab alternis uisibus ad puncta æqualiter à puncto a distantia producuntur, necessario sunt æquales, patet ergo propositum, quocunque etiam alijs lineis modo simili productis.

XLIII.

Secundum omnes lineas pyramidis radialis formarũ fit certa cõprehensio à uisu, magis autem secundum lineas axi uiciniores, & maxime per axem centrum foraminis uneæ transeuntem.

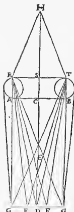
Solus enim huius axis extenditur secundũ rectitudinem quousque perueniat ad locũ girationis concaui nerui, & omnes aliæ lineæ obliquantur, ut patet per 24. huius: forma ergo rei uisæ oppositæ medio superficiei uisus, peruenit ad glacialẽ & uitreum secundũ extensionem usque ad locum girationis nerui concaui; formæ uero quæ ueniunt secundũ lineas alias obliquantur, & quia dispositio formarum obliquatarum nõ est sicut dispositio formarũ extensarum recte, quoniam obliquatio necessario ipsas alterat aliqua alteratiõe in certitudine comprehensionis: punctus ergo formæ perueniens ad locũ girationis concaui ner

ui, qui extenditur secundū rectitudinē axis, est magis uerificatus omnibus punctis formarum, & quia obliquatio linearū uicinarū axi est minor, & remotiorū maior, eo ꝙ anguli qui fiunt ex lineis super quas ueniunt formæ, & ex ꝑpendicularibus super axem ꝓductis in superficie obliquationis linearū uicinarū axi, sunt acutiores, & remotiorū minus acuti, ut patet per 36. huius: formæ uero, quarū obliquatio est minor, magis manifestantur, ꝙ formæ quarū obliquatio est maior: punctus ergo, qui est super axem, perueniens ad locum gitationis nerui concaui, est manifestior omnibus alijs punctis, & certioris comprehensiōis, & qđ est propinquius illi, est manifestius remotiore ab illo: & similiter est de forma peruenientē in neruum cōmunem, ex quo comprehēdit uirtus sensitiua formas rerum, patet ergo propositum.

XLIIII.

Puncto coniunctionis in axe cōmuni existente, certissima fit uisio, propinque uero illi axi ad hæc certa, remotius uero minus certa.

Sit linea connectens centra foraminū ueneæ quæ a b, & sit linea c e axis cōmunis, punctus quoq; coniunctionis in ipsa linea c e sit d, in quo cōcurrant axes a d & b d, & sit medius punctus concauitatis nerui cōmunis punctū h. Dico ꝙ puncto d existente in linea c e, tunc certissima fit uisio: formæ enim uisæ peruenientes ad superficiē uisus, sunt tunc magis cōsimiles, eo ꝙ axibus cadentibus in centra foraminū ueneæ, quæ sunt signata ꝑ puncta a & b, formæ punctorū circumstantiū punctū d distincte, & consimiliter incidunt circa illa centra, & qm̄ axis cōmunis qui est e c diuidit lineam a b per æqualia in puncto c per 33. huius, & per 29. primi, ideo quia linea cōnectens centra foraminum ueneæ, est æquidistans lineæ r t, cōnectenti centra foraminū girationis neruorū concauorū, ut patet ex præmissis, & per 4. huius: unde per 31. huius patet, ꝙ linea h c per æqualia diuidit lineā a b, & est perpendicularis super illam, est ergo palam per 4. primi, qm̄ axis a d est æqualis axi b d, & angulus d a c æqualis angulo d b c, sed per 30. huius anguli h a c & h b c sunt æquales, & qm̄ axis cōmunis, qui est e c, pertingit ad h punctū mediū cōcauitatis nerui cōmunis, ad qđ formæ à pūctis a & b diffundunť: palam per 26. primi, qm̄ anguli c h a & c h b sunt æquales. Idem quoq; accidit in omnibus punctis quibus incidunt lineæ radiales ipsis axibus a d & b d ꝓpinque, quæ sunt æquales quasi ad sensum, ut patet per 40. huius: hæ enim lineæ radiales quasi æqualiter incidunt punctis æqualibus superficiei nerui cōmunis per 37. huius. Formæ itaq; punctorū taliter uisorū sunt magis cōsimiles, unde fit tunc uisio certior. Sed cū punctus coniunctionis fuerit modicū extra cōmunē axem, ut in puncto f, siue remotio illa fit ad partē sinistrā uel dextram, sursum uel deorsum, siue ad alias utcunq;, tunc ad hæc duæ formæ quæ insigunť duobus uisibus, non multum habent diuersitatis: unde punctū formæ, cui duo axes insiguntur ipsi puncto h, medio .s. puncto cōcauitatis nerui incidente, residua punctorum formæ rei uisæ per lineas radiales uicinas axibus ipsis uisibus incidentes, in concauitate nerui cōmunis circa punctū h uniuntur, non tamē secundū perfectionem prioris dispositionis: uidetur itaq; & tunc res certa uisione, non tñ in gradu certitudinis prioris: cum uero coniunctionis punctus fuerit remotæ extra communem axem, qui est c e, ut in puncto g, ad quācunq; differentiam positionis hæc contingat, tūc ad hæc punctus rei uisæ, in quo duo axes concurrūt, insigetur ipsi puncto h. Sed formæ residuorū punctorū illius rei uisæ infixæ in circuitu puncti h, non recipient dispositionē prioribus duabus similem, neq; erit illorum punctorum uisio bene uerificata, sed remanet minus certa, patet ergo propositum.



Omne

XLV.

Omne uisum in puncto coniunctionis duorũ axium uisualium certius uidetur, eo ꝙ per radios axibus propinquos, & secundũ remotionẽ ab axibus gradus certitudinis decrescit, ex quo patet, ꝙ puncta sụpficiei rei uisæ æqualiter distantia à puncto coniunctionis, similiter uirtuti uisiuæ offerentur.

Quoniã enim, ut patet per 43. huius, secundũ omnes lineas cuiuslibet pyramidis radialis sit certa cõprehẽsio formæ uisibilis à uisu, magis aũt secundũ lineas axi uiciniores, & maxime per axem centrũ foraminis ueæ transeuntem: in puncto aũt coniunctionis concurrunt duo axes per 32. huius, palam ergo, cum uirtus duplicata sit fortior sui medietate, ꝙ in puncto coniũctionis certior fit uisio secundũ totam superficiem rei uisæ, quæ est basis ambarũ pyramidũ uisionis, & secundũ proportionẽ dupli ad duplũ, quæ est simpli ad simplũ, secundũ lineas uero radiales quæ sunt propinque axibus fit minus certa uisio ꝙ̃ per axes, quoniã formæ punctorũ peruenientes ad uirtutem sensitiuam, non perueniunt directe ad mediũ cõmunis nerui, unde non fit adeo perfectũ de illis iudiciũ, ut de formis peruenientibus per ipsos axes; secundũ remotionẽ uero illarũ linearũ ab axibus gradus certitudinis uisionis decrescit, quia cum partes superficiei rei uisæ quibus axes incidunt, & partes illis proxime manifestius uideantur per 43. huius secundũ partes remotiores illius superficiei, quibus incidunt extremæ lineæ longitudinis pyramidis radialis, est debilissima certitudo uisionis, & secundũ alias partes medias fit media dispositio certitudinis, secundũ qđ plus accedunt axibus, uel secundũ ꝙ ab illis plus remouentur, palam ergo ꝓpositum, & per hoc patet corollariũ, qm̃ in punctis sụpficiei rei uisæ æqualiter à puncto coniunctionis distantibus eadem est ratio certitudinis uisionis hinc & inde, quoniam illarum formæ æqualiter in superficie ipsius uisus, & ex consequenti in sụpficiẽ nerui cõmunis semper figurantur, patet ergo totum qđ proponebatur.

XLVI.

Omne uisum in quo concurrunt duo axes uisuales, uel radij illis propinqui, uidetur semper unum.

Quoniã enim formæ per axes radiales peruenientes ad uisum æqualiter incidunt uisibus ambobus per 35. huius, per 30. huius æqualiter perueniunt ad medium punctum concauitatis nerui, concurrũt ergo ambæ illæ formæ ad punctũ unum, & una ipsarum supponit̃ alteri, & fiunt forma una, & qm̃ omnia uisa nobis assueta semp̃ sunt opposita ambobus uisibus, & ambo uisus aspiciũt ad qđlibet illorũ uisibiliũ, propter qđ duo axes duorũ uisuũ semper cõcurrunt in uno puncto illorum uisibilium per 32. huius, & positio radiorũ residuorũ qui circũincidũt cõmuni puncto ipsorũ est positio cõsimilis per 37. huius, maxime qñ non differũt in remotione à duobus axibus maxima differentia; ꝓpter hoc ergo quodlibet uisorũ assuetorũ uidet̃ ambobus uisibus unum, & qa ut p̃missum est, patet per 37. huius, qm̃ omnes formæ punctorũ æqualiter circũstantiũ puncta, quæ sụpficiebus uisuũ incidũt secundũ axes radiales ad puncta æqualiter circũstantia mediũ punctum nerui cõis consimiliter pertingũt: lineæ uero radiales ꝓpinque axibus uisualibus, quia nõ multũ oblique incidunt uisibus, ideo nõ multũ oblique refringunt̃, qm̃ ipsarũ refractio est secundum angulos minores per 36. huius, directius ergo perueniũt ad concauitatem nerui, & contingũt ergo se circa medium punctũ concauitatis nerui, & supponuntur sibi adinuicem, fiuntq; forma una, & hoc proponitur.

XLVII.

Omne uisum in quo concurrit axis communis, & unus axium uisualium comprehenditur semper unum.

Axis enim communis adiuuat certitudinem comprehensionis, & axis uisualis unicus unam tantum formã regulariter dispositam imprimit medio puncto nerui cõmunis, uidetur ergo una tantum forma, quia tunc non fit refractio alterius formæ ad aliquã partẽ nerui distinctã secundũ partẽ uel secundũ remotionẽ, patet ergo ꝓpositum.

Nullũ

XLVIII.

Nullum uisorum simul totum æqualiter uidetur.

Quoniã enim siue aliqđ uisum existat in axe communi, siue extra illam, semper punctum eius cui incidũt axes uisuales certius uidetur, ꝗ̃ puncta quibus incidũt radij ꝓpinqui, & illa puncta certius uidentur, ꝗ̃ pũcta quibus incidunt radij remoti per 45. huius, patet ꝙ nullũ uisum totum simul æqualiter uidetur, cum enim omnia puncta ipsius cõmuniter per oẽs tres axes, uel saltem per duos uisuales motu oculi trãscursa fuerint, tũc solum æqualiter est totum uisum, quoniam tunc forma cuiuslibet sui puncti infigetur puncto medio concauitatis nerui, & erit semper noua dispositio totius formæ circa punctum illud, magis ergo æqualiter perpendet̃ tunc partium æqualitas adinuicem in omnibus dispositionibus suis, tũc ergo tota res æqualiter uidebit̃: nullus aũt motus est in instanti, sed solũ in tempore, palam ergo, ꝙ nullũ uisorũ simul totum æqualiter uidebitur, sed bene est possibile ipsum totũ simul uideri inæqualiter, qm̃ omnia puncta formæ oppositæ uisui, à quibus lineæ rectæ possunt ꝓduci ad uisum, simul multiplicant̃ ad uisum, ꝗ̃uis secundũ diuersitatẽ angulorũ diuersimode secundũ diuersas partes uideant̃: parua tamen corpora & propinquorũ diametrorũ æqualius uident̃, ꝗ̃ corpora diametrorũ maiorũ: remotiores enim partes à puncto coniũctionis non adeo bene certificantur, ut propinqua per 45. huius: & si uisum fuerit unius coloris uniforme, minus accidit in eo inæqualitatis, ꝗ̃ si fuerit plurium colorum, aut si fuerit in ipso lineatio, aut pictura, aut aliæ subtiles intentiones, tunc enim forma extremorũ erit magis dubitabilis, & non bene certificata; hæ enim comprehendunt̃ per lineas radiales motas ab axe, patet ergo ꝓpositũ.

XLIX.

Impossibile est plura simul æqualiter uideri.

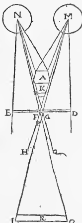
Quãuis enim uisus quandoq; eodẽ tempore opponat̃ multis uisibilibus diuersi coloris, inter quãlibet quarũ & uisum produci, possint lineæ rectæ in aëre cõtinuato medio inter eas & uisum, perueniantq; formæ lucis & coloris, quæ sunt in rebus uisis ad superficiẽ uisus, & in eodem tempore & forma cuiuslibet ipsarũ ad quãlibet partem superficiei uisus ꝓpter earũ directam oppositionẽ, & licet uidens uideat in eodem tempore uisibilia diuersi coloris opposita uisui, & sic ĩ tota sup̃ficie uisus sint multa lumina diuersa & multi colores diuersi, quorum quilibet implet superficiẽ uisus sibi oppositam, prout incidit perpendiculariter uel oblique, tamẽ ut patet per 17. huius, non fit distincta uisio nisi solum secundũ perpendiculares lineas à punctis rei uisæ ad oculi superficiẽ productas, & secundũ hæc distinguunt̃ formæ secundũ distinctionẽ partium superficiei uisus, in quas solum incidunt perpendiculares, & licet sic perueniant ad superficiẽ uisus formæ admixtæ luminibus & coloribus diuersis, uisus tñ comprehendit omnes formas secundum ipsarum proprietatem: non est ergo impossibile plura simul uidere, sed inæqualiter & indistincte, nam licet, ut patet per 17. huius, humor glacialis sentiat formam unius rei secundũ suũ esse, & figuram ordinatã in sui superficie secundũ ordinem quã habet in superficie rei uisæ, extra poterit etiam sentire in illa dispositione formas aliarũ rerum uisarũ præter illam rem uisam ex pyramidibus distinguentibus ex sua superficie alias huius rei partes, & poterit sentire formam cuiuslibet illarum rerum uisarum secundum suũ esse, & sentire situs eorũ adinuicem, non tamen æqualiter: sed perfectius illud qđ uidet secundũ pyramidem, cuius axis incidit per centrum circuli uueæ ipsi centro uisus, minus uero perfecte alia, quorũ pyramidũ axes incidunt secundũ alia puncta superficiei dicti circuli, ut patet per 43. huius, illorũ enim omniũ axes sunt longiores, etiã si ab eadem distantia ꝓcedant: aspiciens itaq; qñ fuerit oppositus multis rebus uisibilibus, & uisus eius fuerit quietus, inueniet rem oppositam medio sui uisus manifestiorẽ illis quæ sunt à parte laterum illius medij, & qđ est propinquius medio & manifestius, & qđ est remotius, erit minus manifestum, ut hæc omnia patent per 43. huius, est ergo impossibile plura simul æqualiter uideri, qm̃ impossibile est axem pyramidis radialis transeuntẽ per centrũ uueæ simul pluribus punctis nedũ sup̃ficiebus incidere per 30. primi huius, patet ergo propositum.

Inter-

L.

Interpositis sibi diuersis uisibilibus, remotiorum quandoq; secundum aliquid uisio impeditur.

Exempli causa sint duo puncta n & m centra duorum uisuũ, & sit r punctum cuiusdam rei uisæ, quæ sit l o, remotior ab ambobus uisibus ꝙ̃ sit res uisa, quæ sit b k c, in cuius puncto k concurrant ambo axes uisuales, quæ sunt m k & n k, sitq; punctum r taliter positum, ut ipsum, protractis axibus n k ad punctũ q, & m k ad punctũ h intercipiatur inter axes, nihilq; eius capiatᷣ per interpositionẽ rei uisæ quæ est b c, sit aũt uisibile e d remotius ꝙ̃ sit ipsum b c, & ꝓpinquius puncto r inter duos axes taliter disposita, ita ꝙ lineæ n b & m c protractæ, & cõcurrentes in ipso p, aliquã partẽ eius intercipiãt quæ sit f g: lineæ uero m p & n p intersecantes se in pũcto p ꝓtractæ contingẽt periferiã corpis, in q̃ est punctũ r in pũctis l & o, sit uero a q̃ddam uisum ꝓximũ uisui cadens inter axes m k & n k, dico qñ uisus cõprehendit in eadẽ hora in simul formas uisibiliũ q̃ sunt b c & c d & r, qđ qñ ꝙ impeditᷣ secundũ aliq̃d uisio ipsius e d, qm̃ impeditᷣ secundũ sui partẽ quæ est f g, quæ cũ sit obumbrata uisui per interpositionẽ uisibilis qđ est b c, patet ꝙ forma illius partis nõ ꝑueniet ad uisum, neq; seruabitᷣ in neruo cõi: forma uero uisibilis remotioris ꝙ est l o, in quo est punctũ r, qm̃ ipsum cadit inter lineas n b & m c, secantes se in pũcto p, quæ ꝓductæ ultra punctũ p, suis terminis l & o incidũt, patet ꝙ ꝑuenier ad uisum, nõ impediente uisibili b c, q̃a tñ in nullo eius puncto concurrunt axes uisuales, forma eius uidebitᷣ inordinate secũdũ sitũ earũdem partiũ ipsius formæ, q̃ sibi directe nõ supponentᷣ, ut ostensum fuit in 37. huius, ergo erunt inordinate secundũ remotionem à puncto medio nerui cõis, quæ remotio erit huic inde inæqualis ꝓpter diuersitatẽ incidẽtiæ ipsaꝝ lineaꝝ, per quas aduenĩũt eadẽ pũcta formaꝝ, ut sunt lineæ m l & n l respectu formæ puncti l, & lineæ m o & n o respectu formæ puncti o, pars tñ uniuersi, quæ attẽditᷣ secundũ dextrã uel sinistrã, sursum uel deorsum ꝑtiũ ipsius formæ nõ mutatur, uisum enĩ b c cũ sit minus uiso l o, in quo est punctũ r, qñ in puncto k rei b c cõiungũtur duo axes m k & n k, tũc forma uisi b c sit in duobus locis duaꝝ uisuũ consimilis positionis, & forma uisi ꝙ est l o diuersificabitur secundũ situm partiũ suæ formæ, & secundũ remotionẽ inæqualẽ à puncto medio nerui cõmunis, qm̃ est magna diuersitas in angulis reflexionis suaꝝ partialiũ formaꝝ, sicut & in angulis incidẽtiæ earundẽ, ut hoc patere potest per 36. huius, nõ tñ erit error in parte uniuersi, quia formæ partiũ suo ordine disponentᷣ, ut sunt in re, & res uidebitur una, ꝙ nõ accidit in forma uisi .s. ipsius a, ꝙ propinquius uisui est, si ipsum paruæ fuerit quantitatis, & nõ sit in illorũ corpoꝝ positione differentia sensui, ita ꝙ corpus a cadat inter axes m k & n k, qñ itaq; ambo uisus ambas res uisas, in quibus sunt r & d e, comprehendũt, & quando duo axes fixi sunt in uiso b c, secundũ loca nõ obumbrata instituũtur illarũ rerum uisarum d e & l o, formæ duobus locis duorũ uisuum, & fiunt consimilis positionis in parte uniuersi, & nõ in remotiõe à pũcto medio nerui cõmunis, aut non omnes partes earũ erunt consimilis positionis in remotione à duobus axibus, nec forma eorũ erit certificata: de uiso uero a, ꝙ est proximũ uisibibus, qm̃ ipsum cadit inter axes m k & n k, & est ꝓpinquius uisui, quia enĩ figuntur in ipso axes, potest fieri positio eius in respectu amboꝝ uisuũ diuersa in parte ipsius uniuersi, ita, ut nec uideatur ad sinistrã nec ad dextrã, qm̃ forma ipsius quantum est de se ad nullam partium uniuersi secundũ respectum puncti medij ipsius nerui concaui, cui axes



uiſuales incidunt, ordinatur. Sic ergo uiſu exiſtente fixo interpoſitis ſibi diuerſis uiſibilibus, remotiorũ quãdoq; ſecundũ aliquid uiſio impeditur, ut patet. Cũ autẽ uiſus fuerint moti, & axes fuerint coniuncti in unoquoq; uiſibiliũ cõprehenſorũ, in ſimul tũc formæ omniũ uiſibiliũ cõprehẽdent ſimul in ambobus uiſibus cõſimiles in parte & remotiõe, & comprehendent ſecundũ modũ ſuæ certitudinis formæ uniuſcuiuſq; uiſibiliũ: huius aũt rei totius ratio eſt hæc, quia certitudo uiſionis fit ſecundũ axes, & uiſio fit per multiplicatiõem formæ uiſibilis in uiſum, quæ uero nunq; tunc per corpus interpoſitũ impeditur, cum linea multiplicationis formæ aliam ſuperficiem corporis medij oppoſitam uiſui aliqualiter attingit, & hoc eſt quod uolebamus.

LI.

Omnis uiſio fit uel per aſpectũ ſimplicẽ, uel per intuitionẽ diligentem.

Aſpectum primũ ſimplicem dicimus illũ actum, quo primo ſimpliciter recipitur in oculi ſuperficie forma rei uiſæ: intuitionem uero dicimus illũ actum, quo uiſus ueram cõprehenſionem formæ rei diligenter proſpiciendo perquirit, non contentus ſimplici receptione, ſed profunda indagine: uiſus itaq; per aſpectũ ſimplicem comprehendit intentiones manifeſtas, quæ ſunt in rebus, nec certificat illas, per intuitionẽ uero cõſiderat oẽs intẽtiões partiũ formæ uiſæ occultas aſpectui, & certificat omnes diſpoſitiões illius formæ uiſæ, & quia aſpectus ſimplex poteſt eſſe ſine intuitione, quamuis intuitio non poteſt eſſe ſine ſimplici aſpectu, patet ꝙ omnis uiſio aut fit per unum iſtorum modorum, aut per alium, & hoc eſt propoſitum.

LII.

Aſpectu ſimplici ſecundum totam pyramidem uiſualem exiſtente poſſibili, intuitio fit ſolum ſecundum incidentiam axis pyramidis uiſualis.

Quoniã enĩ, ut patet ꝑ præmiſſam, aſpectus ſimplex eſt ſolũ receptio formæ ſenſibilis in ſuperficie uiſus, palam ꝙ ipſa fit ſecundũ totam pyramidem uiſualẽ, quælibet enim ꝑpendiculariũ ſiue linearũ radialiũ illam pyramidem conſtituentiũ per 17. huius, adducit aliquã formã puncti ſuperficiei rei uiſibilis quã tũc aſpicit uiſus; quia uero intuitio certificat ueritatẽ formarũ cõprehenſarũ, certificatio uero oĩm formarũ uiſibiliũ plus fit ꝑ axes pyramidũ uiſualiũ, quàm per aliquã aliarũ linearũ illius pyramidis per 43. huius, patet ꝙ intuitio fit ſolũ per incidentiam illius axis: cũ ergo uiſus fuerit fixus oppoſitus alicui rei uiſæ, quæ fuerit alicuius quantitatis, & illud quod opponitur medio uiſus ex illa re uiſa fuerit, ſiue per axem uiſualem aut prope illum, tunc erit ipſum quod eſt in axe, uel ꝙ approximat axi, manifeſtius reſiduis partibus rei uiſæ: ſi itaq; uidens uoluerit certificari de forma totali rei uiſæ, mouebit ambos uiſus, donec medium eius opponatur cuilibet partiũ, uel punctorũ ſuperficiei rei uiſæ ſibi oppoſitæ, & tunc quia ambo axes radiales per 32. huius incident unicuiq; puncto in, fiet hoc modo intuitio completa totius formæ, quoniam enim uiſus fuerit oppoſitus rei uiſæ, tunc ſentiens comprehendet totam formam cõprehẽſione qualicũq; per 43. huius, & partem quæ eſt apud extremũ axis comprehendet uera comprehenſione, deinde mutatis axibus ad aliud punctũ, tunc idem punctum uerius cõprehendet, & tũc cũ hoc tota forma prius cõprehẽſa cõprehendetur ſecundo, & etiã ille pũctus in quo prius fixi fuerunt axes, & cũ axes mutabũtur ad punctũ tertiũ, fiet tertio cõprehenſio totius formæ, & etiã illorũ punctorũ quibus prius axes incidebãt, & ita ſecundum numerũ punctorũ quibus incidũt axes, numeratur cõprehẽſio totius formæ, ſemper tñ punctus, cui axes incidũt, certius alijs pũctis cõprehendet. Sic ergo intuens ꝑ motum axiũ cõprehendit certitudinẽ cuiuslibet puncti rei uiſæ, & inſuꝑ reiterat frequentationẽ cõprehenſionis totius formæ ſecundum numerũ punctorũ quibus incidũt ipſi axes, apparet ergo uiſui tunc omne id quod poſſibile eſt apparere in forma illius rei uiſæ, & non certificabitur forma rei uiſæ, niſi poſt motus uiſus ſecundum ſuos axes radiales ſuper omnes partes uel puncta ſuperficiei rei uiſæ, nec enim intentiones ſubtiles, quæ ſunt in re uiſa, apparent uiſui niſi per motum uiſus, & per tranſitum axis, aut radialium linearum, quæ ſunt prope ipſam, ſuper quamlibet partium rei uiſæ, & etiam ſi res fuerit

infinæ

infimæ paruitatis,& non fuerit opposita uisui,nō intuebitur illam uisus intuitione perfecta,nisi donec moto uisu axis radialis transiuerit per omnes particulas uel puncta illius rei,sic ergo fit solum intuitio secundum axis pyramidis radialis incidentiam,ꝗuis aspectus simplex fiat secundū omnes lineas radiales totius pyramidis uisualis, patet ergo propositum.

LIII.

Axis radialis in toto motu ipsius oculi semper manet fixus in suo situ, quoniā ille motus oculi est insensibilis uelocitatis.

Motus enim axis super partes rei uisæ non est per girationem axis à loco centri ipsius uisus,& per motum eius per se super partes rei uisæ,patet enim per 24.& 12.huius,ꝙ linea axis extenditur recte usq; ad locum girationis nerui,super quem componitur oculus,& ꝙ situs eius à uisu non mutatur,sed cum totus oculus mouetur in oppositione rei uisæ,& medium oculi,in quo est sensus uisiuus,opponitur cuilibet partium rei uisæ,tūc axis transit per quamlibet partium rei uisæ,& secundum istum modum tota forma cuiuslibet partis rei uisæ extenditur ad uisum semper secundum rectitudinem axis, & erit giratio axis immutabilis à loco suo respectu omnium partium & tunicarum oculi, sed cum girabitur axis in concauo ossis cum motu totius oculi,& cum uisus uoluerit intueri rem uisam,& inceperit intueri in extremitatem rei uisæ, & tunc extremum axis super extremitatem rei uisæ,eritq; in dispositione maior pars totius rei uisæ in parte superficiei uisus,declinante autem obliqua ab axe ad aliam partem præter partem super quā est axis,quoniam forma eius erit in medio uisus & in loco axis,eritq; residuū formæ obliquū ad aliam partem ab axe:& cum uisus post illam dispositionem mouebit super aliquā diametrū rei uisæ,trāsfert axis ad partē sequentē illā partē rei uisæ,& erit forma primæ paetis declinans ad locū aliū oppositū loco ad quē mouet axis,& nō cessabit forma declinare ꝗdiu mouet axis sup illā diametrū,ꝗusq; axis ꝑueniat ad ultimū illius diametri rei uisæ,ꝗ est pars alteri9 rei uisæ,& sic erit forma toti9 rei uisæ in ista dispositiōe obliqua uisui & puncto opposito ipsi axi,etiam cui prius fuit obliqua axe radiali in alijs punctis diuersis incidente,præterq; ultima pars & extrema ipsius rei uisæ quæ remanebit sup axem,& in medio uisus & axis,in isto toto motu erit fix9 in suo situ ꝗtū ad trāsitum uniformē omnium tunicarum oculi,patet ergo illud quod proponebatur.

LIIII.

Axis in motu intuitionis nunq; fit basis anguli quem respicit superficies rei uisæ,neq; semper secat angulum quē respicit aliqua diametrorū rei uisæ.

Quia enim iam ostensum est in præcedente theoremate,ꝙ axis in toto motu oculi ad intuendum semper manet fixus: si ergo axis fieret basis angulo quē respicit superficies rei uisæ,oporteret immotas remanere lineas illum angulum continentes,& moueri axem,hoc autem nō esset possibile,nisi quoniam axis moueretur per se toto oculo quiescente,& quia hoc est impossibile per præcedentem,totus enim oculus mouetur apud intuitionem,& axis mouetur per motum eius,& moto axe mouentur omnes lineæ continentes angulum pyramidis,& tota pyramis uariato axe uariatur:incidente enim axe radiali diuersis punctis sup̄ficiei rei uisæ,licet idem remaneat uertex pyramidis, & etiam eadem basis sit. Variato tamen axe,causatur semper noua pyramis,quamuis uideatur semper una,ideo quia motus oculi est insensibilis uelocitatis:per hunc itaq; motū comprehendit uisus quodlibet punctum superficiei rei uisæ uisui medio in puncto scilicet axis,& per hunc modum mouetur forma rei uisæ ad ipsam superficiem uisus,& mutatur pars superficiei uisus in qua prius fuit forma,quoniam forma rei uisæ apud motum axis erit in una parte superficiei uisus post aliam partem superficiei uisus, quotiens enim comprehenderit uirtus sentiens partem rei uisæ,quæ est apud extremum axis,totiens comprehendet cum hoc totam superficiem rei uisæ,& comprehendet totam illam partem superficiei uisus,in qua ꝑuenit forma totius rei uisæ,quæ semper est alia & alia, quādiu itaq; axis cadit in aliquod punctorum diametri rei uisæ non terminantiū ipsam

diametrum, tunc axis diuidit angulum, cui in centro uisus subtenditur illa diameter, sed cum incidit ipsi termino diameter, tunc ipse axis fit una linearum continentium illũ angulum, nõ ergo secat semper illũ angulũ, quod est propositum.

LV.

Necesse est omnem uisionem quæ fit aspectu simplici fieri in instanti.

Si enim fiat aspectus simplex in tempore, quantumcunq; paruum sit illud tempus, erit ipsum pars magni temporis, & quoniam non datur uisio fieri in tempore nisi per distantiam uisibilis ab ipso uisu, palam tunc, quòd secundum spacium distantiæ uisibilis à uisu multiplicabitur & tempus, producatur itaq; linea a b c d, & sit uisus ad punctum a & aliqđ uisibile sit apud punctum b. Cum itaq;, ut dictum & declaratum est in 6. huius, forma puncti b multiplicatur ad uisum, si hoc fiat in tempore quocunq;, etiam fortè im perceptibili, sit aliud uisibile in puncto c, & sit spacium a c multiplex spacio a b, erit ergo tempus, in quo forma puncti c multiplicatur ad uisum a multiplex tempori, in quo forma puncti b multiplicatur ad uisum a, & si hoc tempus nondũ sit sensibile, sicut in ulteriori puncto uisibile d remotiori à uisu à, quàm est ipsum c, sitq; spacium d a multiplex spacij c a, ergo erit ipsum magis multiplex spacij b a: forma itaq; puncti d multiplicabit̃ ad uisum a in tempore multiplici tempori, in quo peruenit ad uisum forma puncti c, sed in pertransitu formæ puncti d per ipsum spacium a d non requirit̃ in ipsa operatione uisiua plus temporis, quàm in spacio a b: apertis enim oculis æque cito uidentur remota & propinqua, neq; enim est sensibilis differentia temporis, quo mouetur res proxima, aut aliqua stellarum fixarum, cuius ferè distantia est secundum mundi semidiametrum, quæ est maxima linearum naturalium entium: impossibile est ergo uisionem, quæ fit aspectu simplici, fieri in tempore, sed necesse est omnem huius uisionem, quantum ad aspectum simplicem, fieri in instanti & subito, eius itaq; principium non differt ab eius fine, & hoc est propositum.

LVI.

Omnem intuitionẽ in tempore fieri est necesse, tempusq; intuitionis intentionum uisibilium diuersatur secundum diuersitatem intentionum formarum intuitarum.

Cum enim, ut patuit in 51. huius, intuitio sit actus uirtutis uisiuæ, quo uisus ueram comprehensionem formæ rei uisæ diligenter perspiciẽdo perquirit, & semper in ipsa intuitione axes radiales per omnia puncta superficiei rei uisæ moueant̃, ut declaratum est per 52. huius; cum ergo omnis motus sensibilis fiat in tempore sensibili, ideo, quia ut alibi declarauimus, tempus est proportionale motui, palam, quia omnium intuitionũ in tempore sensibili fieri est necesse; tempus quoq; intuitionis diuersatur secundum diuersas intuitiones formarũ uisibilium eorum, quæ quis intuetur, cuius exemplũ est, ut si uisus comprehendat animal longũ multorũ paruorũ pedũ, qđ moueatur, tunc primo per modicam intuitionem comprehendit motũ eius, & per motum comprehendit ipsum esse animal, deinde per modicã intuitionem in pedibus comprehendet ipsum esse multorum pedum, ex comprehensione distantiæ inter pedes, non tñ cognoscit numerũ ipsorũ pedũ, & deinde diligentius intuens cognoscet numerũ pedum pluri intuitione & maioris temporis conatu: cõprehensio ergo animalitatis eius erit in paruo tempore, & cõprehensio multitudinis pedũ erit in tempore maiore illo tempore priori, in quo cognitũ est ipsum esse animal: numerus aũt pedũ erit ad hoc in tẽpore maiori aliquo illorũ temporũ, oportet enĩ uisum intueri quemlibet illorũ pedũ, & numerare illos, erit aũt quãtitas tẽporis intuitiõis pedũ scđm numerũ multitudinis uel paucitatis pedũ, & hoc etiã patet p diuersitatẽ aliarũ uisibiliũ intẽtionũ: tẽpus itaq; intuitiõis intentionũ uisibiliũ formarũ, quarũ una est numerus, diuersat̃ secundũ diuersitatẽ intẽtionũ formarũ intuitarũ, patet ergo propositum.

LVII.

Visus non potest comprehendere ueram formam rei uisæ primo aspectu simplici, sed post diligentem intuitionem.

Cum em̃ formæ uisibilium sint cõpositæ ex multis intentionibus particularibus, quibusdam illarum existentibus grossis, primo aspectui se offerentibus, quibusdã uero subtilibus ualde, ut sunt lineatiões minutæ & colores minutatim dispersi, & similia quæ primo aspectui qui est instantiuus per 55. huius, statim se offerre non possint, unde indigent tempore ut uideantur, post diligentem ergo intuitum uidebuntur, & non prius: uisus enim nõ comprehendit ueram formam rei uisæ nisi per comprehensionem omniũ intentionum particularium quæ sunt in illa forma, patet ergo quod forma rei uisæ in qua subtiles sunt intentiones, non comprehenditur à uisu secundũ ueritatem sui esse primo aspectu, sed post intuitionem diligentem, & quoniam etiam in formis in quibus nõ sunt subtiles intentiones, uisus illarum carentium à primo aspectu dijudicare nõ potest, ideo etiam tunc est opus intuitione, nec enim potest certificare ueritatẽ formæ nisi post diligentem intuitionem cuiuslibet partis illius formæ rei uisæ: palã itaq; quia uisus nũquam potest comprehendere ueram formam rei uisæ in primo aspectu, sed solum post diligentem intuitionem, & hoc proponebatur.

LVIII.

Intuitus repetiti plus figunt & certificant formas sensibiles in anima remanentes.

Cum enim uisus comprehendit aliquam rem uisam, & fuerit certificata forma eius apud sentientem, tunc forma illius rei uisæ remanet in anima, & figuratur in imaginatione ipsius uidentis, ut in naturalibus animæ passionibus declaratum est, & si terminabitur comprehensio rei uisæ, tũc est forma eius magis fixa in anima quàm forma rei semel uisæ, quia uisus raro comprehendit perfectæ rem rei semel uisam, sed semper ex iteratione uisionis peruenit forma denuo ad animã, & renouatur forma prius uisa apud animã, & si aliquid ex intentionibus illius formæ obliuioni traditum est restauratur, & si prius uisum non est recuperatur: anima aũt, per formam secundam rememoratur formæ primæ, & cum pluries iteratur euentus eiusdem intentionis super animam, erit anima magis rememorans illam intẽtionem, & sic erit illa forma magis fixa in anima sed & magis certificata, quia in prima uisione, in qua forma rei uisæ uenit ad animam, forte anima nõ comprehendet omnes intentiones quæ sunt in illa forma, neq; certificabit ipsas, & cum forma redierit secundo, cõprehendet anima ex ea aliud quod in prima uice non comprehendit, & quanto magis forma iterabitur super animam, tanto magis manifestabitur ex ea quod prius non apparebat, & cum anima comprehenderit intentiones subtiliores formarum, magis certificabitur sibi esse totius formæ, patet ergo ex his, quia intuitus repetiti erunt certiores, ut proponitur.

LIX.

Nullum uisibilium comprehenditur solo sensu uisus nisi solum luces & colores.

Sola enim hæc cum sint per se uisibilia, sicut in suppositionibus huius libri præmissum est, patet quod ipsa sunt priora omnibus alijs uisibilibus, unde ipsa sine alijs offerũtur uisui, ut sine situ figura et magnitudine et similibus, alia uero nõ offeruntur uisui sine illis, uisibili enim actu lucem non participiante impossibile est aliud uideri, ut patet per primam huius, circa lucem ergo et colorem non fit aliqua alia operatio animæ nisi sola sensatio uisionis, lux enim quæ est in corpore illuminato comprehenditur à uisu secũdum suum esse per se ex ipso sensu, lux uero et color quæ sunt in corpore colorato et illuminato comprehenduntur à uisu simul, et admixta comprehenditur aut utrunq; illorũ in solo sensu uisus, lux enim prima comprehenditur à uisu ex illuminatiõe corporis sentientis quod est de substantia oculi, et color ex alteratione formæ eiusdem corporis sentientis et eius coloratione cum admixtione lucis, quæ est hypostasis coloris; sicut enim sentiens comprehẽdit in peruentu formæ lucis primæ solam lucem, sic in peruentu formæ coloris comprehendit lucem coloratam, ergo hæc duo comprehenduntur solo sensu uisus sine alijs animæ potentijs et operationibus, quod non accidit in aliquo aliorum

inuisibilium, quoniam illa quasi plutia à pluribus sensibus sentiuntur, et sine aliqua ipsorum solo sensu uisus sentiãtur, & non alijs sensibus particularibus hoc accidit, uel ex istorum aliqua participatione, uel istorum priuatione, sicut est in diafonitate & opacitate, tenebris & umbra, in quibus necessaria est ratio cõferens hinc inde, quæ non est necessaria in comprehensione lucis & coloris, patet ergo propositum.

LX.

Omne uisibile aut comprehenditur à uisu solo simpliciter, aut cum ratione & distinctione.

Vt enim patet per præcedentem, lucem & colorem per se simpliciter comprehẽdit solus uisus, sunt tamen plura aliorũ quæ de numero uisibilium sunt supposita, quæ uisus quidem comprehendit non tamen simpliciter per se ipsum, sed alijs actionibus animæ accedentibus, & sunt plura talia uisibilia, quorum comprehensio non est puro sensu uisus, quoniam uisus quando comprehendit duo indiuidua eiusdem superficiei et formæ eodem tempore, tunc comprehendit duo indiuidua et comprehendet quod sunt similia, sed similitudo duarum formarum non est ipsæ formæ ambæ neq; una ipsarum, sed neq; forma tertia propria consimilitudini, sed est conuenientia illarũ duarum formarum in aliquo, non ergo comprehendetur duarum formarũ similitudo nisi ex operatione unius ipsarum ad alteram, non fit ergo similitudinis comprehensio per solũ uisum, sed ex potentia animæ, quam dicimus rationem per actum ratiocinatiõis diuersas formas uisas ad inuicem comperantem, et etiam quando uisus uidet duos colores albos, quorũ unum est albior alio, comprehendet amborum albedinem, et quod alterum est fortioris albedinis, comprehendet ergo similitudinem illorum duorum alborũ in albedine, et diuersitatem illorum in fortitudine & debilitate; distinctio uero inter illas duas albedines nõ est ipse sensus albedinis, quoniam sensus albedinis est ex albatione superficiei uisus, quæ fit ab utroq; albedine, distinctio autem illarum albedinum fit propter diuersitatẽ actionis illarum duarum albedinum in ipsum uisum, non est ergo illa distinctio à solo sensu, sed est ab alia uirtute animæ, quam dicimus distinctiuam: & similiter est, de comparatione & distinctione aliarum sensibilium formarum; nihil enim illorum accipitur solo uisu, sed ratione & uirtute distinctiua coadiuuantibus; uisus enim per se non habet uirtutem distinguendi, sed uirtus distinctiua animæ distinguit omnia illa mediante uisu, patet ergo propositum.

LXI.

Ex intentionibus formarum indiuidualium sæpius intuitarum remanet in anima fixio, & certificatio formæ uniuersalis existens uisui principiũ cognoscendi omnia indiuidua eiusdem speciei.

Quia enim quodlibet uisibilium indiuidualium habet formam & figuram, in quibus conueniunt omnia indiuidua illius speciei, quæ diuersantur solum intentionibus particularibus cõprehensis p sensum uisus, & forte erit in omnibus illis indiuiduis color unius modi, ut quasi uniuersaliter indiuiduis auiũ, ut cigno coruo pica & graculo & similibus, in qbus est uniformitas coloris conueniens toti speciei uelut in pluribus, quia iam uidimus coruum album & ursum album, si itaq; forma & figura & color & omnes intentiões, ex quib9 cõponitur forma cuiuslibet indiuidui speciei, est forma uniuersalis totius speciei, & uisus comprehendit illam figuram & formam et colorem et omnium illorum intentionẽ, quæ conueniunt illi speciei, tunc anima iudicabit illud particulare uisum esse indiuiduum illius speciei, non tamen propter hoc cognoscet unum indiuiduũ ab alio indiuiduo eiusdem speciei distinctum, donec comprehendit etiam intentiones particulares p quas diuersantur indiuidua, et donec illæ quiuerint in anima et in ipsa uirtute imaginatiua, tunc enim aliquo prius uisorum indiuiduorum ipsi uisui occurrente per intuitionem indiuiduorum illius speciei, cuius forma est apud animam, iterabitur à uisu intuitio illius formæ uniuersalis quæ est illius speciei, cũ diuersitate formarũ particulariũ illorũ indiuiduorum, et cũ illa forma uniuersalis per intuitionem alterius indiuidui

indiuidui eiusdem speciei comparabitur in anima, tunc figetur in anima et quiescet, ex diuersitate itaq; formarũ particularium uenientium ad uisum cũ formis uniuersalibus apud intuitionem, comprehendet anima diuersitatem indiuiduorum eiusdem speciei, et per conuenientiã accidentium uisibilium in diuersis indiuiduis cõprehendet, quod forma in qua conueniunt oĩa indiuidua illius speciei est forma uniuersalis illorũ omniũ. Sic remanet ergo in anima forma uniuersalis, & in eius uirtute imaginatiua, & est illa forma uisui principium cognoscendũ omnia indiuidua eiusdem speciei, quantum ad illud quod est in ipsis ex intentionibus uniuersalibus indiuiduatũ & de intentiõibus particularibus sensibilibus quibuscunq;, patet ergo propositum.

LXII.

Omnis uera comprehensio formarum uisibilium, aut est per solam intuitionem, aut per intuitionem cum scientia præcedente.

Comprehensio uisibilium sola intuitione fit, quando comprehendũtur uisibilia extranea, ut quando uisus comprehendit rem uisam quam antea non perceperit nec in se nec in sua specie, per intuitionem uero diligentem acquirit omnes dispositiones & formam eius ueram, non tamen cognoscit formam eius, quia ipsam antea non percepit, uel non recolit; sic ergo comprehendetur illa forma uera comprehensione per solam intuitionem, comprehensio aũt uera formarũ uisibilium alia ab alia quæ fit per solam intuitionem, quandoq; fit per intuitionem cum scientia præcedente, ut quãdo uisus comprehendit formam alicuius rei uisæ, quam comprehendit etiam ante, & cuius formæ intentio est apud animam aut tota, aut aliqua pars illius, tũc enim uisus statim in aspectu illius rei comprehendet eius formam, & deinde modica intuitione comprehẽdet totam formã eius, quæ est sciẽtia uniuersalis suæ speciei, & cognoscet formã uniuersalẽ quam comprehendet in illa re uisa apud comprehensionem formæ in anima per rememorationem illius rei uisæ specialiter, & deinde intuens intentiones residuas quæ sunt in illa re uisa, certificabit particulare formam illius ipsi uiso indiuiduo appropriatam, & si fuerit rememorans illius formæ particularis, ut prius per uisum comprehensæ, tunc cognoscet illam formam indiuidualem, & quia nulla res uisa comprehenditur uera comprehensione, nisi aliquo istorum modorum, patet ergo propositum.

LXIII.

Comprehẽsio uisualis per cognitionem semper fit per aliquem modum rationis conferentis.

Est enim cognitio comprehensio similitudinis duarum formarum scilicet formæ quam comprehendit uisus apud cognitionem, quando sentit se cognoscere rem quam uidet, & formæ quiescentis in anima prius comprehensæ, unde non fit uisualis cognitio nisi per rememorationẽ, quoniã si nulla forma talis fuerit quiescens apud animã & præsens memoriæ, non cognoscet uisus rem uisam; semper itaq; fit cognitio ex assimilatione formæ quiescentis in anima ad formam postea uisam extra, siue forma quiescens sit forma speciei uel indiuidui cognoscendi, uisus itaq; comprehendit multas res ꝑ cognitionem, cognoscit enim hominem esse hominem, & equum esse equum, & Socratem esse Socratẽ, & cognoscit alia sibi assueta, & arbores & plantas & lapides, quæ prius uidit, & cognoscit illis similia, & omnes intentiones sibi assuetas in rebus uisibilibus, & quãtitates omniũ rerum sibi consuetarum, quæ non cognoscuntur solo uisu per 59. huius, nec tamen cognoscit uisus omne quod uidit prius, nisi quando fuerit rememorans formæ prius uisæ, non est ergo cognitio uisualis comprehensio solo sensu, sed per rationem formã præsentis rei uisæ formæ prius uisæ & apud se quiescenti conferentem, nunquam enim potest fieri cognitio nisi per comparationem formæ quiescentis in anima ad formam uisam extra, sic ergo patet, quoniam comprehensio uisualis per cognitionem semper fit per aliquem modum rationis conferentis, patet ergo propositum.

LXIIII.

Omnem comprehensionem uisualem cognoscitiuam in tempore fieri est

necesse

necesse, sed in minori quâm sit tempus comprehẽsionis per solã intuitionẽ.

Quoniã eñ sicut in p̃cedente ꝓpositione præmissum est, oĩs uisualis cognitio fit p intuitionẽ & formam in anima quiescentem rememoratam & applicatam formæ, nũc per diligentem intuitum perspectæ, & quoniam omnis intuitio fit in tẽpore per 56. huius, & omnis rememoratio formæ prius uisæ fit plurimum in tempore, quoniam fit per discursum animæ per formas quas apud se habet in imaginatione, quæ si quærenti animæ statim occurreret, non esset rememoratio sed cõtinuata memoria, quia itaq; ambo hæc, scilicet intuitio & rememoratio, uel ipsorum alterum fit in tempore, patet etiã qđ omnis comprehẽsio uisualis cognoscitiua fit necessario in tempore, sed in minori quam sit tempus comprehensionis per solam intuitionem, quoniam intuitiones existentes in anima præsentis memoriæ non indigent ut cognoscantur omnes intentiones quæ sunt in formis rerum cognitarum ex quibus componuntur in rei ueritate, sed sufficit in comprehensione eorum comprehensio alicuius intentionis propriæ illis, cum ergo uirtus distinctiua comprehenderit in forma ueniente ad ipsam aliquam intentionem propriam illi formæ, erit rememorans primæ formæ, & cognoscet omnes formas uenientes ad ipsam, quoniam omnis intentio appropriata alicui formæ, est signans super illas formas, ut quãdo uisus intuens Socratẽ, cõprehendit lineationem manus humanæ, statim comprehendit quod sit homo, & antequam comprehẽdat lineationẽ suæ faciei uel partium aliarum, ex comprehensione ergo quarundam intentionum quæ appropriantur formæ hominis, comprehendit quod idem uisibile sit homo sine indigentia cõprehensionis partium aliarũ, quas comprehendit solum per cognitionẽ præcedentem ex formis residentibus in anima, per comprehensionem alicuius intentionis propriæ illi indiuiduo, ut per glaucitatem oculorum uel oris grossiciẽ aut acuitatem superciliorum aut similibus, cõprehendit totalis illius indiuidui intentiones, & similiter cognoscet equum per aliquã maculam in fronte aut alibi in corpore, & scriptor ex quorundam comprehensione linearum cognoscit om̃es partes dictionis uel orationis, quam frequenter & continue uidet, & quoniam cõprehensio quæ acquiritur tantum per intuitionẽ fit per cõsiderationẽ omniũ partium rei uisæ, & omnium intentionem quæ sunt in ea, cõprehensio uero per cognitionẽ fit per considerationẽ solum quarundam intentionũ quæ sunt in illa forma, palam quod uisio quæ est per cognitionẽ est in minori tempore, quâm sit uisio per solam intuitionẽ, & propter hoc uisus cõprehendit uisibilia assueta uelociter in paruo tempore quasi latente sensum, & maximæ illa quæ à sui primordio cognoscere cõsueuit, uel cũ quibus multo tẽpore perseuerauit, patet ergo illud qđ ꝓponebatur.

LXV.

Visio per cognitionem præcedentem per modicam intuitionem nõ efficit certam formæ rei comprehensionem.

Quoniam enim uisio per cognitionem præcedentem non est nisi circa totalitatem & uniuersitatem rei uisæ superficialiter & in grosso & per quædam exteriora signa illius rei uisæ, & uirtus distinctiua comprehendit intentiones particulares quæ sunt in illa re uisa secundum modum quo cognouit res uisas ex prima forma illius rei uisæ in anima existente, sed omnes particulares intentiones uisibiliũ, quæ sunt in rebus corruptibus mutantur temporis mutatione, uisus aũt non cõprehendit mutationem intentionum rei uisæ per formam prius habitam, cũ mutatio fuerit nõ manifesta nec cõprehensibilis à uisu primo aspectu, cognitio ergo præcedẽs nõ efficit ueram rei cognitionem, utpote si in homine mundæ faciei prius cognito accidat postmodum macula uel cicatrix in facie, quæ nõ sit manifesta, cum enim postea longo tẽpore uiso illo homine non cognoscet ipsum uidens secundam formam sui quam prius memoriter seruauerat, nec tum comprehendet maculam uel cicatricem illam in facie illius, nisi post intuitionẽ diligentem factam in illã maculam uel cicatricẽ, & tunc cõprehendet formã eius secundũ suũ esse: & similiter est si macula semper in facie ipsius cogniti fuerit, non tamẽ fuerit uisui multũ manifesta, tũc eñ licet habeat uidẽs apud se formã illius nõ maculatã, nõ tamen applicabit ipsam illius facie maculatæ, & nõ cognoscet ipsum nisi post multã aliarũ

intentio

intentionum particularium intuitionem, & similiter est in alijs indiuiduis uisibilium & intentionibus diuersis ipsorum. In omnibus enim ipsis uisio per cognitionẽ præcedentẽ per modicã intuitionẽ nõ efficit certã formæ rei comprehensionẽ, patet ergo ꝓpositũ.

LXVI.

Nullius entium quidditas per se est uisibilis, sed per accidens medianti-bus intentionibus sensibilius quæ per se uidentur.

Quoniã enim ut suppositum est in principio libri huius, uisio non completur nisi apud peruentum formarũ uisibilium ad animã, quæ omnes sunt de genere accidentis, ut patet per ipsarũ singulari enumeratione, palam cũ nullius substantiæ quidditas sit de genere accidentis, quod nulla ipsarum per se est uisibilis, per accidens aũt quidditas substantiarum corporalium ꝑcipitur à uisu, scilicet per comprehensionẽ suaꝝ intentionũ uisibiliũ q̃ per se uidenẽ, sic ergo quidditas substantiæ non fit nisi per cognitionẽ intrinsecam animæ, quæ fit ex cõparatione formæ unius posterius cõprehensæ, ad formã aliã prius cõprehensam quiescentẽ in imaginatiõe: cõprehensio ergo quidditatis substãtiæ uisæ, ut hominis uel canis uel alicuius alterius substantiæ, nõ est nisi ex cõprehensiõe assimilationis formæ rei uisæ ad aliquã formarũ uniuersaliũ quiescentiũ in aĩa & fixarũ in imaginatione quam uisus ante cõprehenderat, & quia uirtus distinctiua quæ est in anima, per quã anima reꝝ differentias dijudicat, ut hominẽ nõ esse canẽ, & ecõuerso, naturaliter assimilat ipsas formas uisibiliũ nouiter scilicet uisas formas formis naturalibus & fixis in imaginatione. Cũ ergo uisus cõprehenderit aliquã rẽ uisam, statim uirtus distinctiua quærit eius simile in formis existentibus in imaginatione, & illa inuẽta cognoscit per illã rem uisam, & cõprehendit quidditatẽ eius, & si non inuenerit ex formis quiescentibus in anima formã similẽ formæ illius rei uisæ, nõ cognoscet illã rem uisam, neq; cõprehẽdet quidditatẽ eius: sic ergo nulla quidditas alicuius substantiæ comprehenditur per se à uisu, sed per accidens ut ꝓponitur. Si enĩ aliquã taliũ quidditatũ ꝑ se cõprehenderetur à uisu, ergo & oĩs quidditas cuiuslibet uisibilis substantiæ esset cõprehẽsibilis à uisu, sicut patet in lucibus & coloribus, & substãtiæ quantũ ad sensum & sensibile oppositione existẽtes indiuisibiles ꝑ suas quidditates uiderẽtur, qđ non est uerũ, oportet enĩ ut corpus uisibile sit alicuius quãtitatis respectu superficiei uisus, ad hoc ut ipsum actu uideatur, ut patet ꝑ 19. huius. Similiter quoq; patet de oĩbus alijs quorumcũq; entiũ quidditatib9, semp enĩ quidditas cuiuslibet cõpositi cõposita est, et eius cõpositionẽ uisus ꝑ se cõprehendere nõ potest, & si uisus aliquã quidditatẽ, ut est quidditas, cognosceret, tunc uisus omnẽ quidditatem cognosceret, quarũ multæ tamẽ sunt inuisibiles, cũ oẽs ipsæ sint per se intelligibiles & cum hoc sit impossibile, patet ergo propositum.

LXVII.

Primum quod comprehẽdit uirtus distinctiua ex intensionibus appro-priatis formæ uisibili est quidditas lucis & coloris.

Quamuis enim lux & color sint per se ipsa & primo uisibilia, ipsorum tamẽ quidditates & differẽtiæ essentiales solo sensu uisus comprehẽdi nõ possunt, quidditas enim lucis non cõprehenditur solum ꝑ uisum, nisi cooperante uirtute animæ quæ est cognoscitiua, qm̃ uisus cognoscit lumẽ solis, & distinguit inter ipsum & lumẽ lunæ & lumẽ ignis per cognitionem prius factã & per formã in anima reseruatã, similiter etiã quidditas coloris non comprehenditur à uirtute distinctiua nisi per cognitionem quãdo color rei uisæ fuerit ex coloribus assuetis. Illa autem cognitio distinctiua fit ex comparatione formæ coloris nunc uisi ad formas similes illi colori prius cõprehensas, nõ enim potest uisus comprehendere colorem rubeum & quod sit rubeus, nisi quia cognoscit ipsum, quia in ipsa anima uidentis permansit forma eius ut prius uisa: si enim uisus nunquam colorem rubeum antea uidisset, nunc ipsum uisum cognoscere non posset, sed ipsum coloribus illi ꝓpinquius sibi cognitis assimilaret, ut quotidie facit in noua ꝑmixtione quorumlibet colorum. Cum itaq; uirtus distinctiua comprehendit diuersitatem lucis super res uisas & diuersitatem coloris, comprehendit etiam diuersitatem quidditatis lucis à colorum quidditate, quamuis forma quam comprehenderet uisus sit admixta ex forma

lucis & coloris, quæ sunt in re uisa, & quoniam lux & color sunt prima uisibilia, quorum participatione & auxilio omnia alia uidentur, ideo necesse est ut primũ quod comprehendit uirtus distinctiua ex intentionibus appropriatis formæ uisibili, sit quidditas lucis & coloris, ut sicut illis primo & per se debetur uisiua comprehensio, sic & illorum quidditatibus debetur per se & primo operatio uirtutis distinctiuæ, ut illis quorũ præsentia prius relucet in organis uisiuis, quæ omnia secundum plus & minus accedunt ad diafonitatem, patet ergo propositum.

LXVIII.

Cõprehensio coloris in eo quod est color, est prior cõprehẽsione quidditatis coloris, ex quo patet quod prior est cõprehensio omniũ uisibiliũ in eo quod in suo genere uisibilia sunt, quàm suarũ specialiũ quidditatum.

Visus enim comprehendit colorem, & sentit quod est color, prius quàm sentiat cuiusmodi sit ille color, ut patet in coloribus fortibus positis in locum non multum luminoso. Ibi enim comprehendit quidem uisus colores indistincte tantum, distinguũtur autẽ per aduentum maioris lucis aut per longam intuitionem: primum ergo quod comprehendit uisus ex forma coloris, est mutatio membri sentientis & coloratio eius, quoniam apud peruentum formæ in uisum coloratur uisus, qui sentiens se coloratum statim sentit colorem, & deinde ex distinctione & comparatione ipsius ad colores notos uisui, comprehendit quidditatem coloris: comprehensio ergo coloris in eo quod est color, est ante comprehensionem quidditatis ipsius coloris, quæ fit non per solũ sensum uisus sed per cognitionem, quando idem color prius fuit à uisu comprehensus, & forma eius est in memoria animæ conseruata, & si uisus comprehendat colorem extraneum, quam nunquã uidit, tunc comprehendet quod est color, & tamẽ nesciet cuiusmodi sit coloris, sed comparando ipsum coloribus alijs assimilabit propinquiori colori simili sibi, & forte plures uidentes illum colorem simul in eodem lumine, assimilabunt ipsum coloribus diuersis, ut accidit in colore confecto ex dissolutione corporis commixti, ex cupro & argento. Illum enĩ aliquis assimilabit uiriditati, quæ est ex cupro, & aliquis lazurio colori qui fit ex argento, patet ergo per has experimentationes, quod cõprehẽsio coloris in eo quod est color, est prior comprehensione quidditatis coloris, & quoniam color est primũ uisibile post lucem, patet quod prior est comprehensio omnium uisibilium in eo quod uisibilia sunt, quàm suarum specialium quidditatum: prius enim comprehenditur in sensu uisus in genere ipse situs, quàm aliqua species situs, & prius figura in genere, quàm aliqua specialis figura, & si contingat in uisu absolui in specialem, remanet tamen generalis, uel illa quæ est primi generis, uel illa quæ est generis secũdi, & hoc proponebatur.

LXIX.

Diuersarum intentionum uisibilium per rationem & distinctionem fit comprehensio simul in instanti, similium uero in tempore.

Figura enim & magnitudo, & diafonitas, & plura similia, quando comprehenduntur primo aspectu, qui semper fit in instanti temporis per 55. huius, statim ut uisui præsentant per rationem & distinctionem propter uelocitatem rationis in eodem instanti comprehenduntur, & omnes intentiones quæ sunt in illis: uirtus enim distinctiua nõ arguit per cõpositionem & ordinationem propositionum ad formã syllogisticam, sicut ergo in intellectu qui est habitus primorũ in actuali intellectu propositionũ uniuersaliũ & per se manifestarũ non indiget aliquanto tempore, nec etiam indiget tempore in apprehendendo conclusiões particulares ex illis, quoniam cum intellectu propositionis uniuersalis simul accipit conclusionẽ, quæ immediate sequit ex illa, ideo quia aĩa humana apta nata est ad arguendum sine difficultate & labore, unde etiam non percipit homo, quod cõprehensio quæ fit per rationem & distinctionẽ fiat per argumentũ, sicut puerulus ex duobus pulchris distinguens & eligens pulchrius, non percipit quod id fiat per uiam argumentationis & considerationis eligendorum, hoc itaq; modo simili & conformi quatenus est possibile fit omnium intentionum uisibilium per rationem & distinctionem

ctionem in instanti comprehensio. Distinctio em̄ & argumentatio uirtutis distinctiuæ fit statim uenientibus formis intra medium nerui communis, quoniam totū corpus ex tensum à superficie primi oculi recipiente formas usq; ad medium nerui communis, est sentiens & diasonum, & fit per ipsum transitus intentionis formarum in instanti, cum statim ultra oculi substantiam fit spiritus uisibilis diasonus, per quē uirtus sensitiua defertur ad totum diasonum omnium humorum & tunicarum amborū oculorum: omnia enim diasona illa illuminātur à luce & colorātur à colore uno uel diuersis secundum diuersitatem colorum corporis sensati, & corpus quod est in concauitate nerui cōmunis, est ultimum corpus ad quod perueniunt lux & color: cum ergo extenditur forma à superficie prima membri sentientis usq; ad medium nerui communis, quælibet pars corporis sentientis sentiet formam: & cum peruenerit in concauum nerui communis, tunc cōprehenditur ab ultimo sentiente, & tunc fit distinctio formarum, non tamen inter actū distinctionis & actū primi aspectus est differentia temporalis, quoniam sicut lumē in uno instanti se multiplicat per mūdi diametrum propter corporis medij diasonitatem, sic etiam formæ sensibiles ut ostensum est per 55. huius, in instanti pertingūt trans medium quodcunq; corpus diasonum ad medium nerui communis, ubi per uirtutem animæ sentiuntur comprehenduntur & distinguntur, & quoniam uirtus animæ est indiuisibilis, fit hoc totum simul in unico instanti, quoniam uero intentiones uisibilium fiunt similes ualde, ut est uiriditas rutæ uiriditati mentæ, tunc non fit ipsorum distinctio in instanti illo, quo utraq; illorum uiriditatum comprehenditur à uisu, sed post compositionem unius ad alteram ex post facto cōprehensionis, fit ergo in alio instanti, & sic inter instans primi aspectus simplicis & instans distinctionis ex comparatione necessarium est tempus medium assumi, patet ergo illud quod proponebatur.

LXX.

Comprehensionē quidditatis coloris in tempore fieri est necesse, ex quo patet quod comprehensio quidditatis omnium similium uisibilium non fit nisi in tempore.

Fit enim comprehensio quidditatis coloris post comprehensionem coloris in eo quod est color, ut patet per 68. huius, & quoniam color in eo quod est color non potest comprehendi per aspectum simplicem nisi in instanti per 55. huius, cum ergo comprehensio quidditatis alicuius coloris sit composita ex comprehensione coloris in eo quod est color, & insuper ex alia distinctiua comparatione consequente, per quam quidditas unius coloris distinguitur à quidditate alterius coloris, ideo quod omnes colores mixti habent essentialem conuenientiam in actu & hypostasi lucis, & insuper habent plures ipsorum adinuicem maximam conuenientiam in proximitate mixtionis, palā quia illa distinctio quidditatis ipsorum colorum completur in alio instanti temporis quàm comprehendatur à uisu, sed inter quibus duo instantia est tempus mediū, quia itaq; cōprehensio quidditatis coloris fit per distinctionē unius coloris ab alio, palā per præmissam, quoniam illa distinctio completur in tempore, ergo & comprehensio quidditatis necessario fit in tempore: uisus quoq; non comprehendit quantitatem coloris nisi p intuitionem, quoniam si color nō fuerit in aliqua superficie, ita ut sibi possint infigi axes uisuales in tēpore sensibili, nō cōprehendit uisus quidditatē colorꝶ, unde in rebus ueloci ter motis nō distinguitꝰ quidditas coloris: sed si plures in re uelociter mota sint colores uidebunt oēs indistinctè unus permixtus color, ut patet in pila diuersi coloris uelociter mota per iactū fortem, patet ergo cōprehensionē quidditatis ipsius, coloris in tempore fieri est necesse, & ex hoc patet ꝙ comprehensio quantitatis oīm formarꝶ uisibiliū nō fit nisi in tēpore. Si em̄ uisus nō cōprehendit quidditatē coloris, qui cōprehenditur solo sensu uisus, nisi in tēpore, palā qđ plus indiget tēpori intentionibus aliorꝶ uisibiliū quæ cōprehenduntur plurimū distinctione & cognitione: oīm itaq; intentionum uisibiliū quidditatū cōprehensio fit in tēpore, licet illud tempus quandoq; sit ualde paruum, & hoc ꝓponebatꝰ.

LXXI.

Visus in formis indiuidualibus minori tempore comprehendit inten-

tiones speciales quàm indiuiduales.

Quando enim uisus comprehendit aliquod indiuiduum hominis, comprehendit ipsum esse hominem prius quàm comprehendit formam eius particularem, & forte per intentiones formæ hominis, uel per aliqua cõuenientia propria formæ hominis cõprehendit ipsum esse hominem, quamuis non cõprehendat lineationẽ suæ faciei, utpote ex rectitudine corporis & ordinatione membrorum corporis: indiuidualitas autem rei uisæ non cõprehendetur nisi ex comprehensione intentionũ particulariũ illi indiuiduo propriarum omnium aut quarundam, & hæc comprehendi non possunt nisi post comprehensionem uniuersalium intentionum, quæ sunt ex genere uel specie illius indiuidui omnium aut quarundam, sed comprehẽsio formæ partialis est in minori tẽpore quàm formæ totius, & quoniam indiuidualitas addit aliquid super specialitatẽ, patet quod indiuidualitas est quasi quædam totalitas respectu specialitatis, comprehensio ergo specialitatis rei uisæ est in minori tempore quâm comprehensio indiuidualitatis, & hoc proponebatur.

LXXII.

Intentiones speciales & indiuiduales quorundã uisibiliũ assuetorũ minori tẽpore alijs intentionibus specialibus & indiuidualibus cõprehendũtur.

Quædam enim specierum uisibilium assuetorum non assimilatur alijs speciebus, ut species hominis, quæ propter corporis rectitudinem nulli aliorum animalium assimilatur, & quædam assimilantur alijs speciebus, ut species equi, quæ assimilatur multis animalibus in tota forma, tempus ergo, in quo uisus comprehẽdit speciem indiuidui hominis, & comprehendit ipsum esse hominem, est minus tempore in quo comprehendit equum esse equum, & maxime quando comprehendit utrãq; istorum in magna remotione, quõ uisus comprehendens indiuiduum hominis motum localiter, statim comprehendet ipsum esse animal, ex motu & ex corporis erectione cõprehendet ipsum esse hominem: sed licet per motũ etiã possit cõprehendere quod indiuiduum equi sit animal, & per numerũ quatuor pedũ comprehendit ipsum esse bestiã, non tñ propter hoc cõprehendet ipsum esse equum, quõ intentiones equinæ quæ sunt à spacio remoto uisu perceptibiles, sunt in pluribus quadrupedũ, quæ assimilantur equo in pluribus essentialibus & accidentalibus intentionibus, ut in mulo & in alijs. Si itaq; uisus non cõprehendit aliquã intentionũ propriatũ equo, nõ comprehendet illud esse equũ, quia itaq; tempus in quo comprehendit uisus erectionẽ corporis hominis, non est sicut tempus in quo comprehẽdit formã equi cũ intentionibus particularibus, per quas distinguitur equus ab alijs bestijs, ut est lineatio suæ faciei, & extẽsio colli, & uelocitas motus, & passuum amplitudo: comprehensio igitur speciei hominis est in minori tempore quàm cõprehensio speciei equi, quamuis enim illa duo tempora sunt parua, tñ unum ipsorum secũdum omnes dispositiones eius est maius altero, & similiter quia rosæ hortensi nullus alius flos assimilatur in forma suæ speciei, uel etiã intentione suæ rubedinis, ideo uisus in minori tempore comprehẽdit eius speciem per rubedinem roseaceum, quàm speciem rutæ per eius uiriditatem, cui multæ herbarum assimilantur: & uniuersaliter quidditates omniũ specierum quæ possunt assimilari alijs, non adeo cito comprehenduntur à uisu, sicut quidditates omnium specierum, quæ paucis uel nullis assimilantur, & similiter etiam est de indiuiduis, quoniam indiuiduum nulli alij assimilatum comprehenditur per modicam intuitionem & per signa, illud aũt indiuiduum, quod assimilatur alio indiuiduo, oportet quod comprehendatur per multam intuitionem, patet ergo illud quod proponebatur.

LXXIII.

Virtus sensitiua comprehendit quantitatem anguli, quem in centro uisus respicit superficies rei uisæ solum ex comprehẽsione partis superficiei uisus in qua figuratur forma rei uisæ.

Quãuis eñ ordo puræ mathesis sit in hoc, ut p quantitatẽ angulorum sciatur quãtitas partium superficierum sphærarũ illis angulis subtensarũ, eo qd sicut centrũ est principiũ cõstitutionis totius sphæræ, sic ptes angulorum 8, solidorum, q sunt circa centrũ sphæræ, ut circa quodlibet

q̃dlibet uniuersi ptiũ sit principiũ distinctiuũ oĩs ptis sup̃ficiei sphæræ p 87. primi huiꝰ, tamen in hac scientiæ sensibilis experientia, quæ naturaliũ rerũ cõditione permiscetur, uirtus sensitiua ex comprehẽsione partis superficiei uisus, in qua figurat̃ forma rei uisæ, comprehendit à posteriori uia sensibus competente quantitatẽ anguli, quã in centro uisus respicit superficies præfata: sensus enim uisus naturaliter comprehendit illam sup̃ficiem, in qua figuratur forma rei uisæ per distinctionẽ lucis & coloris, qui per se accidũt in illa parte ab alijs superficiebus uisus distincta, & quando cõprehendit quantitatẽ illius partis, tunc imaginatur angulos quos respiciũt illæ partes, & comprehendit quantitates eorũ apud centrũ uisus secundũ quantitatẽ partiũ superficiei uisus illis angulis subtensarũ; anguli aũt tunc non certificantur nisi per motũ uisus respicientis super diametros rei uisæ, aut super spaciũ, cuius uisus magnitudinẽ uult scire: patet ergo propositũ: & licet lineæ radiales in centro uisus non concurrant, qm̃ peruenit intersectio axiũ uisualium ad mediũ punctũ nerui cõmunis, ut in præcedentiũ theorematũ pluribus patuit, partes tamẽ superficiei uisus ipsius informantur secundũ modũ quo lineæ radiales concurrunt in centro ipsius uisus, nisi ipsos refractio in medio secundi diafoni præueniret, ut patet per 22. huius, & hoc est notatu dignũ, qm̃ nos in sequẽtibus utemur centro uisus, ac si lineæ radiales in ipso angulariter cõcurrant, quia scd̃m hoc oĩs uisio informat̃.

LIBER QVARTVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS



TRactauimus in præmisso tertio libro de proprietatibus organi uisiui, & de essentialibus modis uidendi, nunc aũt restat, ut in hoc quarto libro, psequamur, ppríetates omniũ uisibiliũ, quæ ut in principio tertij diximus, sunt uigintiduo, quorũ tantũ duo. s. lux & color sunt per se uisibilia. Alia uero uidentur per accidens, uel quia pluribus alijs sensibus percipiuntur, uel quia non uidẽtur nisi, pter luces & colores, ut patet in singulis ipsorũ, & qm̃ in præmisso tertio libro de uisione lucis & coloris satis præmisimus, ideo nũc alia 20. uisibilia restant ptractanda: hæc itaq; omnia, passiones quoq; & deceptiones, quæ accidũt uisibus & potentijs intrinsecis animæ circa illa naturaliter uel mathematice, prout natura rei & possibilitas nostra fert, sub modo demonstrationis suo ordine percurremus, unicuiq; ipsorũ suæ uisionis modũ & in se & in suis ptibus præmittentes, deceptiones quoq; quæ in ipso uel tantũ uirtuti uisiuæ, uel etiam potentijs animæ intrinsecis, ut quæ uirtuti distinctiuæ & rationatiuæ accidunt, cum studio subiũgemus: quæ aũt præmittimus sunt ista.

Forma dicit̃ directe uisibus incidere, à qua producta linea recta super superficiem uisus est ppendicularis incidens ipsi centro foraminis uueæ. Oblique uero incidere, dicitur à qua, pducta recta dicto modo non est ppendicularis. Linea directe uisui opposita, dicitur illa cui axis radialis ppendiculariter incidit secundũ aliquod eius punctum.

Linea obliquata ad uisum, dicitur cui axis radialis ad nullũ sui punctũ ppendiculariter potest incidere. Superficies directe opposita, dicitur quando axis radialis ppendiculariter erigitur super illam. Superficies uero obliquata ad uisum, dicitur quando axis radialis punctis illius superficiei incidit oblique. Complementũ directionis in oppositione uisus est, cum axis ppendicularis incidit medio superficiei, uel lineæ oppositæ uisui, & quanto magis punctus, cui incidit axis ppendiculariter, fuerit medio superficiei aut lineæ, ppinquior, tanto erit superficies uel linea maioris directionis in oppositione.

Vera comprehensio per uisum, dicitur illa inter quã & ueritatem rei uisæ non est diuersitas sensibilis omnino respectu totius rei uisæ. Remotio unius rei ab altera, est priuatio cõtactus inter illa. Conus dicitur pyramis rotunda uel uertex pyramidis cuiuscũq; rotundæ uel lateratæ. Petimus aũt hæc. Sub eleuatioribus radijs uisa eleuatiora apparere, sub decliuioribus uero decliuiora, & similit̃ sub dexterioribus radijs uisa dexte

riora apparere, sub sinisterioribus uero sinisteriora. Item sub pluribus angulis uisa ꝑspicatius uideri. Item omnes uisus æqualis dispositionis æque ueloces esse. Item omne totum uideri maius sua parte.

THEOREMA I.

Ex intemperata proportione circumstantiarũ formarũ uisibilium ad uisum fit deceptio in uisu, non solum secundum se, sed secundum uirtutem animæ distinctiuam.

Ex his quæ declarata sunt in libro tertio patet 8. esse necessaria ad perfectam operationem uisus, quæ sunt lux, dispositiones, uisibilia & uisum, per 1. tertij huius. Item distantia uisibilis à uisu per 15. tertij huius. Item situs oppositionis ipsius uisus per 2. tertij huius, uel situs respectu axis cõmunis per 44. tertij huius. Item magnitudo corporis ꝑ 19. tertij huius. Item soliditas corporis uidendi per 14. tertij huius. Item diafonitas aëris per 13. tertij huius. Item tempus conueniens intuitioni faciendæ per 56. tertij huius. Item sanitas uisus per 16. tertij huius; quodlibet aũt istorũ latitudinem habet, ꝓportionatã ad rem uisam; lux enim habet latitudinẽ, qm̃ lux maxima impedit uisum, & lux debilis non educit uisibilia in actũ agendi in uisum, unde corpora minuta uel intentiones uisibiles minutæ non uidenť in luce debili, sed est ibi latitudo in ijs lucibus, quæ est magnitudini corporis ꝓportionata. Distantia quoq; uisibilis à uisu siue ipsius remotio latitudinẽ habet; corpus enim aliquod ab aliqua distantia plene comprehendiť, & ab alia non plene, & inter illas distantias est latitudo magna, in qua fit plena comprehensio corporis illius, & secundũ ꝙ magis fuerit corpus, maior erit latitudo distantiæ spacij secundũ quã ipsum poterit uideri. Similiter cũ magna fuerit declinatio alicuius corporis à directione oppositionis ipsius uisus, non comprehendũtur particulæ uel notæ paruæ quæ sunt in ipso, quæ in parua declinatione corporis uiderenť, & est ibi inter illas declinationes latitudo. Similiter corpus paruũ situm extra axem cõmunem uidebitur multũ elongatũ & occultatũ, & idem corpus situm circa axem cõmunem uidebitur aperte, palam aũt ꝙ situs respectu axis cõmunis habet latitudinẽ, qm̃ habet habitudinẽ ꝓportionatã ad corporis magnitudinẽ & minutias ipsius. Magnitudo etiam corporis habet latitudinẽ; si enim partes rei uisæ non fuerint ꝓportionales totali magnitudini uisæ, occultabũtur uisui; & si fuerint ꝓportiõales totali uisæ magnitudini, sit tñ corpus totale modicum, adhuc non uidebuntur, unde in picturis modicis aliquas particulas non statim percipimus uisu, licet ꝓportionales sint suis totis; latitudo ergo magnitudinis rei uisæ ꝓportionata debet esse ad totale corpus, cuius fuerit pars illa uisa magnitudo. Soliditas quoq; habet latitudinẽ ꝓportionatam ad rem uisam. Si enim in corpore aliquo color ualde acutus fuerit, licet ipsum sit paucæ soliditatis, illud tamẽ corpus uideri poterit, ꝙ nõ accideret maiori soliditate in illo corpore existente, qm̃ forte color ꝓpter reflectionẽ uehementem luminis impediret uisum, quæ reflectio fieret ꝓpter magnam corporis soliditatem: & si color fuerit obscurus, tũc forte accidet minus solidũ debilius uideri colore eius obscuro existente. Diafonitas etiam aëris habet latitudinẽ, quia per flammas & per fumos nõ fit uisio rerum minutarũ, sed forte grossarũ, sicut si per ipsa uidereť carta nõ scriptura. Tempus etiam conueniens intuitioni faciendæ latitudinem habet, quia corpus subito uisum pertransiens, non comprehendiť à uisu, & quandoq; motus trochi non uidetur, quia est uelocissimus in tempore ualde paruo. Sanitas etiam uisus latitudinẽ habet, in qbusdã enĩ ĩfirmitatibus minutiæ corporis, nisi abscõdanť, in minori spacio ꝑcipiuntur, & uisus debiliores non uident illa quæ occurrunt uisibus fortioribus. Vniuersaliter ergo, quilibet istorũ motorũ, in quo non uerificatur forma rei uisæ, sicut est in rei ueritate, est egressus à tẽperantia ad rem illam uidendã ꝓportionata, & hæc omnia se alterutrũ respiciunt, scd̃m conuenientes adinuicem ꝓportiones, & q̃dlibet ipsorum ad alia octo conuenientem, oportet ꝙ habeat dispositonem, quorum pertractationẽ relinquimus considerationi animæ res propinquius intuentis.

Impos-

II.

Impossibile est uisum unam intentionum uisibilium per se solam comprehendere.

Visus enim per se comprehendit formas uisibiliũ, quæ sunt corporales: omnes autẽ formæ corpales sunt cõpositæ ex multis intentiõibus uisibilibus particularibus prædictis, sicut magnitudo non est sine figura, & figura non est sine situ, & hæc omnia nõ sunt sine colore, & color non est sine luce, & lux nõ diffunditur nisi in corpore: uisus itaq; nõ comprehendit aliquã istarũ partium intentionem, nisi ex cõprehensione formarũ uisibiliũ cõpositarũ ex pluribus intentiõibus particularibus, quarũ quãlibet simul comprehendit uisus, & qm̃ nulla intentionũ per se sola complet aliquã formarũ corporaliũ sensibilium; palam q; impossibile est uisum cõprehendere aliquam illarũ intentionũ solam per se, sed semper sunt plures illarũ intentionũ simul in forma sensibili congregatæ: uisus ergo cõprehendit simul semper multas intentiones particulares, quæ solũ distinguũtur auxilio uirtutis distinctiuæ per imaginationẽ, & sic demum uisus comprehendit intentionem particularium quamlibet distinctam, quod est propositum.

III.

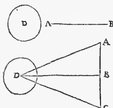
Non sub quocunq; angulo res sensibiles uidentur.

Quod omne qđ uidetur sub angulo uideatur, patet per correlariũ 18. tertij huius, & etiam cũ per 19. tertij huius, corpus uisibile oportet ut sit alicuius quantitatis respectu uisus ad hoc ut actu uideat, palam ergo, q; sub angulo contingentiæ, qui est indiuisibilis p 15. tertij huius, non erit possibile aliquã rem uideri, omnis enim angulus sub quo potest fieri uisio, est diuisibilis p axem pyramidis radialis supficiei ipsius uisus ppẽdiculariter incidẽtem, eo q; omnis uisio fit per pyramidẽ uisualem, cuius basis superficies rei uisæ per 18. tertij huius, uel ad minus ille angulus est sub illa axe, & sub alia linea longitudinis radialis pyramidis contentus, ut declaratum est in 54. tertij huius, est ergo rectilineus, est ergo diuisibilis per 9. primi, & qm̃ maximus angulorũ, sub quo fit uisio, est quasi rectus, ideo q; diametrũ foraminis uueæ quæ subtenditur illi angulo in centro uisus, est quasi æqualis lateri cubi inscriptibilis sphæræ uueæ, uel lateri quadrati ĩscriptibilis circulo magno illius sphæræ, ut ostendimus in 4. tertij huius, illi aũt lateri semper subtendit angulus rectus per ultimã sexti, qm̃ eius corda est quarta circuli. Si ergo uisio fieret ac si lineæ radiales in centro uueæ concurrent, tunc maximus angulus secundũ quẽ fit uisio, esset quasi angulus rectus solidus, ita q; pyramis uisualis maxima fieret rectangula, & semidiameter basis illius pyramidis fieret æqualis axi; fit aũt uisio ac si lineæ concurrant in centro uisus, ut patet per ultimã tertij huius; centrũ uero uisus est remotius in profundo q; centrũ uueæ per 8. tertij huius; maior ergo angulus secundũ quẽ fit uisio, est minor recto, sed non multũ minor, quia illorũ centrorũ sphæræ scilicet uueæ & oculi, nõ est magna distantia, & fit axis maximæ pyramidis uisualis maior semidiametro basis eius, sed non multo maior: & hoc patet etiam experimento, qm̃ si aliquis stet in campo plano erectus, & aperiat oculũ ut amplius potest, tunc uidebit quasi quartam circuli maioris sphæræ cœlestis per zenith capitis transeuntis, & per anguli huius diuisionem fit uisio partium illius, & omniũ rerum illis angulis subtensarũ, quousq; perueniat ad angulum minimũ, qui si diuideretur, non fieret uisio secundũ illum, licet enim omnis angulus rectilineus mathematicus sit in infinitũ diuisibilis, in angulis tñ naturalibus, secũm quorũ dispositiõem fit passio operationis sensibilis, oportet ut sit status in diuisione, quando minus sensibile illo non erit, necq; ergo erit uisio sensibilis secundũ illum, sed omnis uisio est sensibilis, cum sit actio sensitiua, nulla ergo uisio erit secundũ angulũ minorem illo, non ergo sub quocunq; angulo res sensibiles uident̃, & hoc intelligendum est secundum lineas radiales perpendiculariter superficiebus uisuum incidentes non oblique, secundum quas obliquas fit incerta uisio, & confusio formarũ rerum uisibiliũ in uisu, ut ostẽdimus in 17. tertij huius, patet ergo propositum.

IIII.

Forma lineæ perpendiculariter superficiei uisus oppositæ non uidetur, quoniã per ipsam solum fit distinctio punctualis, oppositæ uero uisui secundum longitudinem secundum sui formam propriam uidetur.

Esto ut uisui, cuius centrum sit d, ꝑpendiculariter incidat linea a b, quæ sit aliqua sensibilis, utpote corpus longum insensibile habens latitudinem, ut pilus, qui licet sit columna rotunda, uel laterata, basis tamen eius à uisu percipi non potest, dico ꝙ tale corpus taliter dispositum nõ uidetur, est enim angulus in centro uisus, cui subtendit̃ basis eius diametri penitus insensibilis, secundũ qđ non potest fieri uisio per præmissam, in formis tamẽ alijs uisis fiet per incidentiã formæ huiusmodi corpis aliqua distinctio punctualis insensibilis, q̃m forma puncti illius ꝑpendiculariter incidentis, se formis punctoꝝ circũstantium aliarũ formaꝝ immiscebit, & cũ non sit de genere illorũ, necessario aliquã faciet distinctionẽ, ita, ut illorum corpoꝝ formæ actu, licet non multum sensibiliter distinguant̃, nec ad naturam continuitatis unius lineæ pertingunt, opposita uero linea uisui secundũ longitudinẽ siue sit positio directa uel obliqua, semper ipsa secundũ sui formam ꝓpriam uidebitur, q̃m tota eius longitudo sub angulo uno, & partes eius sub angulis sensibilibus peruenient ad uisum, ut si linea a b c opponatur uisui d secundum sui longitudinẽ, & sit distantia conueniens, tunc ipsa tota uidebitur sub angulo a d c, & pars eius a b sub angulo a d b, & pars eius b c sub angulo b d c, & siue sit recta uel curua, uel irregularis, semper aliqua longitudo secundũ latitudinem describetur in oculi superficie, secundũ ꝙ est in ipsa linea, & per longitudinẽ sensibilem & latitudinem non sensatam uirtus distinctiua formã lineæ iudicabit, ut accidit in lineis naturalibus quæ sunt ut quidam pili, patet ergo propositum.



V.

Superficiei oppositæ uisui taliter, ut imaginata protrahi secet oculum per eius centrum una tantum linea, oppositæ uero uisui secundum latitudinem forma propria uidetur.

Opposita enim uisui superficie, quacunq; superficie per mediũ quo ꝓponit̃ formæ omniũ punctoꝝ perpẽdiculariter incident superficiei uisus, & concurrent in centro, & quoniã forma cuiuslibet illorũ punctoꝝ facit aliquã distinctionẽ in uisu per præcedentem, & oĩa illa puncta secundũ longitudinẽ incidentia coniũcta cadunt in quadã linea, patet ꝙ illius sup̃ficiei sic dispositæ una tm̃ linea uidet̃, opposita uero linea superficie secundũ sui longitudinẽ uisui forma cuiuslibet suæ lineæ uidet̃ secundũ sui formã propriã linearis ꝑ præcedentẽ; tota ergo superficies secundũ sui formã ꝓpriã uidet̃, q̃m semꝑ uidebitur longitudo & latitudo aliqua, siue illa superficies sit plana siue cõcaua, uel conuexa, q̃a nõ est differentia in illis quantũ ad ꝓpositam passionẽ, patet ergo propositum.

VI.

Corporũ uisibus oppositorũ solæ superficies à solo uisu cõprehendunt̃.

Quia enim à solo uisu corpora uidentur, secundũ ꝙ formæ ipsorum uisui se offerũt, & in eius superficie depinguntur, ut patet per 17. tertij huius: formæ uero profunditatis corporum uisibus non offeruntur, sed solum ea quibus secundũ longum & latum lineæ ductæ à centro uisus incidunt, ut patet per 2. tertij huius, hæc aũt est dispositio sup̃ficialis corpoꝝ, ergo uisibus oppositorũ solæ superficies à solo uisu comprehenduntur, & si una sit corporis superficies, siue sit illud corpus sphæricum concauum uel conuexũ, una tantum uidebitur superficies, & si plures sint corporis unius superficies, ut in corpo-

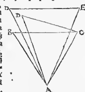
ribus

ribus omnium planarum superficierũ & columnarũ rotundarum, & pyramidũ & portionum sphærarũ quarũcunq;, semper non nisi plures superficies uidebuntur, ac si nõ esset corpus, sed quædam superficies sic extensa, sine corporis medij inclusione, patet ergo propositum, quia itaq; passio in lineis uisui accidens, descendit in superficierũ uisionem, & passio in superficiebus uisui accidẽs descendit in corporũ uisionẽ, sola uero corpora per se uideantur, quia solum corpora per se sunt entia naturalia sensibilia, & superficies & lineæ in illis sunt imaginabilia. Parcendum nobis est, si uisuales passiones corporum proponimus per modum passionũ uisualium superficierũ uel linearum, quia ꝙ uisibus in lineis accidit, corporum longitudini uel latitudini solum æstimamus accidere, & ꝙ superficiebus accidit, corporum longitudini simul cum latitudine necessarium est euenire, unde secundũ istorũ conuenientiam superficiebus uel lineis nos posterius utemur.

VII.

Omnium æqualiũ uisibilium qđ à propinquiori uidetur, sub maiori angulo uideť: qđ uero à remotiori, sub minori.

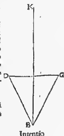
Sint duæ magnitudines æquales b c & d e, sitq; centrum uisus a, sitq; b c propinquior uisui a ꝗ ipsa d e, dico ꝙ b c uidetur sub maiori angulo ꝗ d e, ducantur enim lineæ a b & a c, & quoniam hæ lineæ concurrunt in puncto a, palam ꝙ non æquedistant per diffinitionem æquedistantium lineaũ, sed necq; concurrent in aliquo alio pũcto ꝗ in a, quia sic duæ rectæ lineæ superficiẽ includerẽt, qđ est impossibile, nunꝗ ergo concurrent alibi ꝗ in puncto a, protractæ uero ultra puncta b & c, semper ibunt in distantiam, ergo nunꝗ tangunt lineam d e, nec erit uisio aliquorũ punctorũ lineæ d e secundũ illas per 2. tertij huius. Si ergo extrema puncta lineæ d e uideri debent, hoc erit secundum lineas cadentes intra lineas b a & c a, quæ sint lineæ a d & a e, siue ergo magnitudines b c & d e æquedistent siue non, ducta à puncto d æquedistante & æquali ipsi b c per 31. primi, patet ꝑ 34. primi huius, qm̃ angulus b a c erit maior angulo d a e; lineæ ergo a d & a e sunt angulũ b a c diuidẽtes, qa uero angul9 partialis d a e est minor totali angulo b a c, patet id qđ ꝓponebať: & similiter demõstrãdũ est, si linearũ b c & c d æqualiũ sit idem terminus, qui est c, uel si sint adinuicẽ declinantes, tũc enim idem accidit ꝙ prius, totũ tamẽ qđ hic proponitur per 108. primi huius perfectius patet, remotioris enim uisi axis pyramidis radialis, est longior axe pyramidis radialis propinquioris uisi, unde anguli solidi in uerticibus illarum pyramidum diuersificantur, patet ergo ꝓpositum.



VIII.

Vnumquodq; uisorum longitudinem habet spacij, ultra quod non uidetur.

Sit centrum oculi b, res autem d g sit uisa sub minimo angulo uisui determinato, dico ꝙ illa res quæ est g d in ulteriori spacio nõ uidebitur: sit enim positum g d in spacio ulteriori, in quo sit punctus k, si igitur g d uidetur in puncto k, necesse est per præmissam ipsam sub minori angulo uideri ꝗ sub illo minimo, qui est uisui determinatus: nec enim sub minori angulo uisibile potuit ad uisum multiplicari, angulus enim multiplicationis formarum ad uisum tam diu potest diminui, donec formæ punctorum extremitatis rei uniantur, & fiant punctus unus, nec res uidebitur nisi puncturalis, uel nullo modo uidebitur, patet ergo propositum.



IX.

Remotio rei uisæ ab ipso uisu non est comprehensibilis à solo sensu uisus, sed auxilio uirtutis animæ cognoscitiuæ & distinctiuæ.

Intentio enim remotionis inter duo corpora est priuatio contactus propter aliquod spacium inter illa duo corpora existens: non comprehenditur ergo remotio per se à uisu, sed auxilio uirtutis cognoscitiuæ & distinctiuæ cognoscentis utrũq; extremorũ corporum & distinguentis inter illa, fit tamẽ talis comprehensio nõ in tempore, sed in instanti, quiescunt enim in anima intentiones sensibiles, per quas cõprehendit remotio, & quia illæ intentiones requieuerũt in aĩa per tempora longiora, ideo ꝓpter nimiã frequentationẽ & iterationẽ formarum illarũ pluries in uisu factã, nõ indiget uirtus distinctiua nouis collationibus tẽporalibus apud cõprehensionẽ illarum intentionũ, sed statim cõprehendit remotionẽ simul cũ rei cõprehensione ꝓpter cognitionem antecedentẽ, quia enim oculis apertis res opposita uisui statim uidetur, & statim clausis oculis uel re ablata ab oppositione non uidetur, concludit ratio ꝙ illud quod accidit esse in uisu apud aliquem certum situm, & non manet post eius ablationem, non est fixum intra uisum, & quoniam forma ipsius per quam uidetur, non est intra uisum, est ergo ab extrinseco à corpore scilicet existente extra uisum, non contingens uisum, est ergo inter uisum & illam rem uisam remotio. Fit autem hæc argumentatio non in tempore, sed statim simul cum simplici aspectu uisionis, quoniam ex frequentia uisionis cum hac argumentatione quiescit in anima uniuersalis ꝓpositio, quã etiã aĩa nõ ꝑcipit apud se quiescentẽ, & est ꝙ oĩa uisibilia sunt extra uisum, & ꝙ inter quãlibet rem uisam & ipsum uisum est remotio, patet ergo ꝓpositum.

X.

Quantitas remotionis cõprehenditur à uisu auxilio uirtutis distinctiuæ, cum remotio respicit corpora ordinata & continuata.

Quantitas remotionis diuersa est ab intentione remotionis in eo ꝙ est remotio, quia intentio remotionis dicit priuationem contactus aliquorum duorũ corporum ꝓpter spacium inter illa duo corpora existens, sed quantitas remotionis est quantitas spacij inter illa duo corpora remota existens: nulla itaq; quantitas remotionis omniũ uisibiliũ comprehenditur per solum sensum uisus etiam cum auxilio uirtutis distinctiuæ, nisi quantitas remotionis illorum uisibilium, quorum remotio respicit corpora ordinata & continuata, & quorum remotio est mediocris, tunc enim cum uisus comprehendit corpora ordinata & continuata respicientia remotiones aliquorum corporum, & certificat mensuras illorum corporum, consequenter quoq; certificat remotionis mensurã per mensuras illorũ corporũ & per quãtitates spaciorũ, quæ sunt inter extremitates eorum: spaciũ enim quod est inter duas extremitates uisus & corporis respicit remotionẽ quæ est inter uisum & rem illam uisam. Vnde cũ uisus apprehenderit mensurã illius spacij comprehendet etiã mensuram remotionis rei uisæ, & hoc fit certitudinaliter per corpora ordinata & continuata in illo spacio existentia & uere cõprehensa, & cum remotio est mediocris. Dicimus uero corpora ordinata & continuata, quæ sunt in aliqua linea quasi recta disposita, inæquali quasi ab inuicem distantia, ut sunt arbores, montes, uel altæ turres, & similia: per istorum enim numerationem cũ ipsorum distantia ab inuicem aliqualiter fuerit nota, & innotescit quantitas remotionis eius ꝙ secundum illam lineam à uisibus est remotũ. Mediocris uero remotio est illa, in qua non latet omnino quantitas rei sensibilis respectu quantitatis totius remotionis: solum itaq; illorum corporum remotio à uisu cõprehenditur uera comprehensione, quorum remotio respicit corpora ordinata & continuata, quorum corporũ & spaciorum ipsa interiacentiũ quantitas & mensura à uisu potest comprehendi uera comprehensione, & cum remotio est mediocris, unde siue deficiat cõprehensio corporum continuatorum & ordinatorum, siue deficiat mediocritas remotiõis, nunq; comprehendetur remotio illorũ corporum uera comprehensione, sed solum secundum æstimationẽ; unde uidens nubes in loco non montuoso æstimabit nubes ualde ꝓpinquas cœlo: si autem nubes uideantur super cacumina montium, uel sub illis, nunc sciet uisus, quia nubes sunt propinquæ terræ: cum ergo uisus comprehendit uisibilia, quorum remotionum quantitates non certificantur à uisu, nunc uirtus distinctiua cognoscit mensuras remotionis eorum secundum æstimationem, non secundum ue-

ctiua

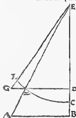
ctitudinem,& comparat remotionem earum ad remotionem sibi similium ex uisibilibus prius comprehẽsis à uisu: quando itaq; uisus comprehendit aliquam rem uisam remotam, statim uirtus distinctiua comprehendit remotionem eius & mensuram remotionis eius secundũ qd' poterit comprehendere, aut per certitudinem, aut per æstimationem,& statim remotio illius rei habebit in anima mensuram imaginatam. Corpora uero ordinata & continuata respicientia remotiones uisibiliũ, sunt ut plurimũ partes terræ & uisibilia assueta, quæ semper uel frequentius comprehendunt à uisu, ut q̃ sunt super terræ superficiem,& corpus terræ interiacet illa corpora, sicut etiam interiacet illa & corpus hominis aspicientis: corpus aũt terræ interiacens illa corpora, mensurat à uisu p numerũ pedum, quoniam pes est minima mensura consueta hominibus ad mensurandum partes terræ propinquas, per quas partes terræ propinquas mensurant partes terræ remotæ per uim distinctiuam animæ, propter frequentationẽ comprehensionis similiũ partiũ illi parti terræ, quarum partiũ mensura quiescit in anima, ita, q etiam anima nõ percipit illarum partiũ quietem apud se ipsam, peruenit aũt hæc mensura ad animã, quoniam quãtitas spaciorum quæ sunt apud pedes hominũ cõprehendunt à uisu, mensurant enĩ etiam sine intentione per pedes hominũ, qñ frequenter ambulant super illa spacia, sicut etiam mensurãtur per extensiones brachiorum,& uirtus distinctiua cõprehendit istam ueram mensurationẽ,& certificat ex ea quãtitates partiũ continuatarum cũ corpore hominis uidentis;& hoc quiescens in anima est principiũ mensurationis omniũ remotionũ secundũ æstimationẽ; cũ enim uisus cõprehendit super quantitatẽ partiũ terræ sibi uicinarũ, remanet apud animã etiam quantitas linearũ protensarum ab extremitatibus illarum partiũ terræ ad uisum,& quantitas partis superficiei membri sentientis, ad quã peruenit forma illarũ partiũ terræ,& per consequẽs quantitates angulorum peruenientiũ in centro uisus, quos respiciũt illæ partes superficierum uisus per ultimã tertij huius; unde si homo erectus aspexerit terrã quæ est ante pedes eius, tunc longitudo linearum radialiũ erit quantitas lineæ erectionis,& superducta superiori palpebra uisui, erit quasi indiuisibilis, sicut angulus cõtingentiæ, ille angulus secundũ quẽ fit uisio,& cũ ꝓspexerit ulterius, augmentantur lineæ radiales per penultimam primi,& eleuata superiori palpebra, augebitur angulus, ita ut cum quantitas spacij uisi ad quantitatem semidiametri mundi accesserit,& quantitas anguli peruenit quasi ad rectum angulum, quoniam illi angulo subtendetur quarta circuli magni ipsius sphæræ cœlestis uisæ. Cum itaq; hæ intentiões linearum & angulorum in anima quieuerint, fiunt principia comprehensionis quantitatũ remotionum quarũcunq;, quoniam æquales lineæ radiales & anguli æstimant partibus æqualibus correspondere,& utimur ijs uidens præter intẽtionẽ compositionis,& coadiuuat in hoc quantitas angulorum & augmentatio ipsorũ in longiori quantitate respectu breuioris;& similiter est in ꝓportione linearum lõgitudinis radialiũ quã per se sentit uisus auxilio uirtutis distinctiuæ, ꝓpendens q omne totũ est maius sua parte, hoc itaq; modo comprehẽdit uisus auxilio uirtutis distinctiuæ quantitatẽ remotiõis rerũ uisarum scd'm lineas distantiarum suarũ abinuicẽ & à uisu, sicut etiã uisus qñq; per uirtutẽ distinctiuã cõprehẽdit quãtitates altitudinũ aliquorum corporũ eleuatorum sup superficiẽ terræ, sicut turriũ, parietum & montiũ, maxime cũ remotio fuerit mediocris, uel etiã altitudo. Cũ aũt remotio uel altitudo fuerit maxima, tũc partes paruæ, q̃ sunt in ultimo spacij, nõ cõprehendũtur à uisu, nec distinguũtur per uirtutẽ distinctiuã, qñ parua quantitas in remotione maxima latet uisum, nõ enim facit angulũ sensibilẽ apud centrũ uisus, ꝓpter qd' quantitas illorũ nõ certificat per 3. huius. Nihil itaq; ex quãtitatibus remotionũ uisibiliũ certificatur, nisi per corpora ordinata & cõtinuata mediocris distantiæ ab inuicem & æqualis, nulla quoq; remotio potest certificari, nisi cum uisus assimilat remotionẽ rei uisæ remotioni sibi simili ex remotionibus assuetis & notis; remotio uero mediocris, cuius quantitas certificatur à uisu, est remotio apud cuius ultimũ non latet uisum pars habens proportionem sensibilem ad totam remotionem,& cum uidens scit quantitatem anguli secundũ quã uidet remotionem certam cognitã sibi, tũc secundũ excessum uel diminutionem, uel æqualitatem, aut illum angulũ notum uirtus distinctiua iudicat, remotiones

ignotas accipiendo secundũ quantitatẽ anguli & quantitatẽ ipsius remotionis, & etiam certificat̃ remotio per motũ uisus super corpus respiciens remotiones extremorũ alicuius superficiei aut spacij generaliter, aut forma rei uisæ cũ forma remotionis rei uisæ, cuius remotio est mediocris, & respiciens corpora ordinata & continuata, perueniunt cõmuniter in imaginatione simul apud intuitionem rei uisæ, & uirtus distinctiua illã diiudicat modo dicto, patet ergo propositum.

XI.

Aequalibus quantitatibus ex inæquali distantia uisis, maior est proportio distantiæ maioris ad minorem, ꝗ maioris anguli, sub quo fit uisio, ad minorem.

Sint exempli causa datæ duæ æquales & æquedistantes magnitudines, quæ a b & g d, sitq́; centrum uisus punctum e, & sit g d propinquior uisui, a b uero remotior, sitq́; illarum magnitudinum una remota ab altera, & utraq; ipsarum ab ipso centro uisus sensibili remotione, statuanturq́; taliter, ut puncta b & d, quæ sunt extremitates illarum duarum magnitudinum, sint in uno axe pyramidis uisualis, & secundum illum axem formæ illorum punctorũ perueniant ad uisum: cum itaq; puncta b & d secundum eandem lineam ad uisum se multiplicent, palam ꝙ oportet puncta a & g secundum diuersas lineas quæ a e & g e ad uisum peruenire, & quoniam ut patet per 7. huius magnitudo a b, quæ est remotior à uisu sub minori angulo, patet ꝙ linea e a secat angulũ g e d, ergo per 29. primi huius ipsa secabit basem g d, sitq́; punctus, in q̃ linea a e intersecat lineã g d, pũctus z, & centro existente puncto e, fiat arcus circuli ad quantitatẽ semidiametri e z, qui necessario secabit lineas e g & e b, cum linea e z, quæ est semidiameter, sit minor illis ambabus lineis, linea .s. e b ex hypothesi, & linea e g per 21. primi, secet ergo lineã e g in puncto I, & lineam e b in puncto t, sitq́; ille arcus i z t, quia itaq; trigonũ e g z est maius sectore e z i, & trigonũ e z d minus sectore e z t, ergo per 9. primi huius trigonũ e z g maiorem habet proportionem ad trigonũ e z d, ꝗ sector e z i ad sectorem e z t, ergo per 11. primi huius erit coniunctim maior proportio trigoni e g d ad trigonum e z d, ꝗ sectoris e i t ad sectorem e z t. Sed proportio e g d trigoni ad e z d trigonum per primam sexti est sicut proportio lineæ g d ad lineam d z, sed linea d g est æqualis lineæ a b ex hypothesi, ergo per 7. quinti linearum g d & a b ad lineam d z est eadem proportio, & quoniam per 29. primi, & ex hypothesi trigona a e b & e z d sunt æquiangula, quia ambobus ipsis angulus a e b est communis, est ergo per 4. sexti proportio lineæ a b ad lineam d z, sicut lineæ b e ad lineam e d, ergo per 11. quinti erit proportio lineæ b e ad lineam d e maior ꝗ proportio sectoris e i t ad sectorem e z t: sed sicut se habet sector e i t ad sectorem e z t, ita se habet arcus i t ad arcum z t, ꝙ patet per primam sexti, & nos hoc declarauimus in 35. primi huius: est autem proportio arcus i t ad arcum z t, sicut anguli i e t ad angulum z e t per ultimam sexti, est ergo maior proportio lineæ b e ad lineam d e, ꝗ anguli i e t ad angulum z e t, palam ergo ꝙ maior est proportio distantiæ maioris ad distantiam minorem, ꝗ anguli maioris sub quo fit uisio ad angulum minorem, & hoc proponebatur. Illud enim ꝙ in æquedistantibus magnitudinibus declaratum est, in non æquedistantibus amplius patet, quoniam tunc uisionis anguli minuuntur, ut ostendimus in 7. huius, patet ergo propositum.

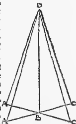


XII.

Aequalitas remotionis extremorum lineæ uel superficiei rei uisæ à centro uisus directionis, comprehensionis uisiuæ est causa, sicut inæqualitas eadem eorundem est causa obliquationis.

Aequa

Aequalitas enim remotiōis extremorum lineæ uel superficiei rei uisæ causat æqualitatem angulorum ipsorum axium radialium illi lineæ uel superficiei incidentium secundum media ipsorum puncta, ut si lineæ a b c extrema quæ sunt a & c, æqualiter distent à cētro uisus, quod est d, & ducatur axis radialis quæ d b, & lineæ radiales quæ d a & d c, tūc patet ex hypothesi, & per 8. primi, quoniam angulus d b a & d b c, sunt æquales. Si uero extrema puncta quæ sunt a & c, inæqualiter distent à centro d, tunc lineæ d a & d c, fiūt inæquales, & similiter anguli d b a & d b c, fiunt inæquales & fit uisio obliqua. Si itaque linea uel superficies rei uisæ fuerit directe opposita uisui, sentiet uisus directionē eius ex sensu æqualitatis remotionum suarum partium ab axe uisuali perpendiculariter illi lineæ uel superficiei incidente, quoniam tunc per diffinitionem lineæ uel superficiei directe uisibus oppositæ, & per 38. 3. huius patet, quoniā ambo axes radiales cōtinēt hinc & inde angulos æquales, & si superficies rei uisæ fuerit obliqua, tunc sentiet uisus obliquationem eius ex sensu inæqualitatis quantitatū remotionum extremorum eius, & etiam angulorum eius, & sic incipit latere quantitas magnitudinis eius uirtutem distinctiuā, quā uirtus distinctiua comprehendit ex inæqualitate remotionū diametrorū extremorū illius obliqui spacij obliquationē pyramidis continentis ipsum, quasi sentit diminutionē magnitudinis basis eius, propter obliquationē, & nō cōuenit secūdū assimilationē quantitas magnitudinis obliq uisui oppositæ quātitati magnitudinis directe uisui oppositæ nisi tūc quā cōparatio fuerit ad angulū solum, sed si fiat cōparatio ad angulū & ad lōgitudines linearū radialium interiacentiū uisum & extrema rei uisæ, tunc nullū erit dubiū in diuersitate quantitatum magnitudinis hinc inde: remotissima enim remotionum mediocrium respectu rei uisæ per obliquationem, est minor remotissima remotionū mediocrium respectu illius eiusdem rei uisæ per directionem. Remotio uero mediocris respectu rei uisæ est in qua non latet uisum pars rei uisæ proportionē habens sensibilē ad totam rem uisam, tota itaque res obliquata uisui latet in remotione minori sub illa remotione in qua latet illa res uisa in directione, & diminuitur quātitas eius in remotiōe minori illa remotione in qua minuitur quantitas eius quā fuerit directe uisui opposita, patet ergo propositum.



XIII.

Horizon uidetur quasi periferiæ terræ cohærere, distantiæ tamē maioris apparet quàm cenith capitis uidentis.

Quia enim inter horizontem, qui est circulus terminator uisus ad cœli cōcauam superficiem, & inter extremā terræ periferiā, quæ est ultima pars terræ uisibilis, non cōprehenditur aliquod spacium sensibile per uisum, non potest uisus illorum certā remotionem ad inuicem discernere, quoniam ut patet per 10. huius, quātitas remotionis tūc solum comprehēditur à uisu auxilio uirtutis distinctiuæ, cum remotio respicit corpora continuata & ordinata, & quia inter periferiam terræ & concauum cœli non sunt huius corpora, uidetur ergo horizon quasi periferiæ terræ cohærere. Distātia uero periferiæ horizōtis à suo centro quod est centrum uisus, apparet sensibiliter maior quàm distantia cenith capitis uidentis qui est polus horizōtis. Quia licet secundum diuersitatē illā quantitas distantiæ aut eadem sit aut insensibiliter maior, propter quod quasi in omnibus astronomicis considerationibus quæ per uisum fiunt, centrum uisus ponitur centrū mundi, apparet tamen sensibiliter maior uisui uirtute etiam distinctiua sic iudicante, quod accidit propter latitudinem spacij superficiei terræ quod sentitur inter uisum & horizōta, cū inter cenith capitis & terram nihil percipiatur: quod enim ex corporum mediorū sensibili distantia quantitas remotionis cognoscitur per 10. huius, necesse est ubi maior quātitas interiacere uidetur, maior distātia iudicetur, multo ergo maior uidetur distantia periferiæ horizontis quàm distantia cenith capitis uidētis, & similiter est de qualibet parte alia cœli uisa, propter hoc quod uisus in medio terræ latitudinē cōprehendit, patet ergo propositum.

XIIII.

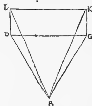
Locus rei uisæ comprehenditur à uisu ex remotione, & ex parte uniuersi, & ex quantitate remotionis auxilio uirtutis distinctiuæ.

Quia enim intentio remotionis non est ipsa quātitas remotionis, intentio enim remotionis est priuatio contactus duorum corporum, & ex cōsequenti cōprehēsio cuiusdam situs rerum ab inuicem remotarum: comprehensio uero quantitatis remotionis est cōprehensio quantitatis uel magnitudinis spacij illa corpora interiacentis, palam ergo quod comprehensio loci rei uisæ non est comprehensio remotionis eius. Consistit autem comprehensio loci rei uisæ ex cōprehensione lucis & coloris rei & intentionis rei & partis uniuersi, in qua est res illa uisa respectu uidentis, & ex cōprehensione quantitatis remotionis, quando omnia hæc simul cōprehenduntur per uiam cognitionis, & etiā quia ut patet p 17. tertij huius, uisio distincta fit ex peruētu formarū secundū lineas perpēdiculares super superficiē oculi incidentiū ad ipsum uisum; cū ergo uisus senserit formā sic aduenientē, æstimabit uirtus distinctiua rem uisam esse apud extremitatem illius lineæ, & secundū directionem illius lineæ comprehendet locū rei uisæ; locus ergo rei uisæ comprehenditur à sentiente ex comprehensiōe situs rei uisæ apud uisionem per directionem lineæ radialis ab illo loco ad uisum; cū itaq; forma rei uisæ peruenit ad uisum, tunc sentiet uisus partē membri sentientis ad quā peruenit illa forma, & uirtus distinctiua cōprehendet statim locū rei uisæ per directionem lineæ radialis ab illo loco, & quoniā intentio remotionis est quiescens in anima ipsa, ergo cōprehendet locum & remotionē insimul in comprehensione formæ ab ipso uisu, patet ergo propositum.

XV.

Aequalium uisibilium inæqualiter à uisu distantium æquali intuitu uisorum propinquioris certior est uisio.

Sit centrū uisus b, sintq; duo uisibilia g d & k l, inæqualiter distantia à centro uisus b quæ nunc exempli causa ponantur æquedistantia inter se, quoniam si sint se contingentia uel secantia, patet q̄d ipsa in puncto contactus uel sectionis æqualiter distant à puncto b, de alijs uero ipsorū punctis eadē est demōstratio quæ de ipsis æquedistantibus ipsorum partibus uariatus secūdum approximationem uel remotionem à uisu quantum ad modum certitudinis uisionis; ponatur itaq; g d & k l, æquedistare & sint g d propinquius uisui, perueniantq; ad uisum formæ punctorū terminaliū per lineas d b, g b, k b, l b, fientq; trigoni b g d & b k l, ducanturq; lineæ l d & k g, quæ per 33. primi, erunt æquedistantes & æquales, forma itaq; puncti l, multiplicans se ad uisum b, non transibit ad punctū d, neq; forma puncti k ad punctum g, qm̄ si sic, esset linea k g b, linea una, & linea l d b linea una, ergo lineæ k g & l d concurrent in pūcto b, quæ sunt æquedistantes, hoc autem impossibile, sed neq; fient formarum punctorum k & l, multiplicationes ad uisum b, extra aliquod pūctum lineæ g d, quia tunc cum in trigono l k b, cadat linea d g æquedistanter lineæ k l, palam per secundam 6. quoniam erit linea g d minor quàm linea k l, posita autem est æqualis illi, palam ergo quoniam lineæ k b & l b, pertranseunt aliqua puncta lineæ g d, erit ergo aliqua pars lineæ g d, intra pyramidem uisionis quæ b k l, sub quoq; ergo angulo uidetur k l, sub eodē uideatur & aliquid ipsius g d, & non econuerso, quoniam ut patet per 34. primi huius, uel p 7. huius, angulus g d b est maior angulo k b l, quidquid ergo uirtutis uisiuæ applicatur ipsi k l, applicatur etiam ipsi g d, & non econuerso, fortius autem patet illud per 108. primi huius, sub pluribus ergo uisibus & angulis uidetur g d quàm k l, ergo perspicatius uideatur per suppositionē præmissam in principio libri huius, ipsius ergo certior est uisio, & hoc est propositum.



Visioni

XVI.

Visioni uirtutis distinctiuæ error accidit in remotiōis uisione ex intemperata dispositione octo circunstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Accidit enim uirtuti distinctiuæ in uisione remotionis ex intemperata lucis dispositione error in remotione rerum uisarum: existente enim remotione temperata non multum certa & debili luce, si fiat hominum uel aliarum rerum talis dispositio, ut unus post alium sit positus, tunc de nocte uel in crepusculis, & maxime uno uiso adhibito, uidebuntur illi homines uel res aliæ sibi quasi cohærere, quia propter lucis debilitatem non comprehenditur distantia inter illa, & si illi homines ad eandem partem moueantur æquali motu, semper simul moueri putabuntur, & non perpendetur distantia inter illa, sed uidebuntur quasi res una. Similiter etiam ex nimia distantia uirtuti distinctiuæ accidit error in rerum uisarum remotiōe ab inuicem, tamē enī si quis arbores ualde remotas inspexerit, licet illi plurimū distent inter se, uidebunt tamen quasi coniunctæ uel quasi propinquæ ad inuicē, & ita stellæ cœli aliquæ reputantur quasi coniunctæ, licet plurimū à se distent in ueritate, propter egressum etiam distantiæ à temperantia stellæ uagantes æstimantur fore in eadem superficie cum stellis fixis licet plurimum distent ab illis. Ex intemperata dispositione etiam situs in oppositione rei uisibilis ad uisum error accidit in remotionis uisione, ut si uideātur duo corpora, quorum unum sit retro, alterum ita quod anterius cooperiat partem posterioris & alia pars emineat, nec inter ea fiunt aliqua corpora uisa, & sic remotio temperata nō multum certa tunc non plene æstimabitur mensura longitudinis unius ad alterum, & forte iudicabit uisus ipsa esse sibi ualde propinqua, & est hic error ex sola situs oppositionis intemperantia, quoniam si unum non occultaret partem alterius, sed utrunque totum exponeretur uisui, ita ut esset sensibilis diuersitas inter illa, tunc discerneretur distantia unius ab alio, & ita patet quod ille error est propter intemperantiam situs, quoniam solo situ ad temperantiam reducto nō accideret error talis. Ex intēperantia etiam dispositionis quantitatis error accidit in uisione remotionis, unde si sint duo corpora æqualiter à uisu distantia secundum temperatam remotionem non multū certam, quorū unū sit longe maius alio, æstimabitur maius propinquius uisui, quia certius uidebitur, & sic propter quantitatem erit deceptio in remotione, quoniam æque remotorum unum uidetur remotius altero. Ex intēperata quoque soliditate corporū accidit error uisui in remotiōis uisione, si enim corpus fuerit ualde rarum minime soliditatis, sicut est cristallus puta, & sit retro ipsum corpus ualde coloratum lucidum, tunc non plene comprehenditur cristallus, sed quasi non esset inter media comprehendetur corpus per ipsum, & accidit error in comprehensione cristalli propter remotionem cristalli à uisu. Ex intemperantia enim diafonitatis error accidit uisui remotionis uisione, si enim fuerit aer nubilosus, sicut accidit plærunque in crepusculis, tunc res aliqua ut turris opposita uisui in longitudine temperata æstimabitur à uisui plus elongata quàm sit secundū ueritatem, quia enim tunc propter densitatem aëris nō comprehenditur quātitas terræ interiacens uisum & rem uisam, per quam accipitur mensura elongationis turris, fitque erroris causa ex ipsa intemperantia diafonitatis aëris. Ex intemperātia etiā tēporis fit error uisui in remotione, si enim intueatur quis aliquod remotum à turre alta, quod statim uisui subripiatur, tunc uirtus distinctiua non poterit plene discernere inter remotionem illius à turre, & iudicabit forte aut minus remotum à turre aut magis quàm fuerit in rei ueritate, quoniam in tam modico tēpore non percipitur à uidente quantitas terræ interiacens turrim & aliam rem uisam, secundum quam per 10. huius, perpenditur mensura remotionis illorum ab inuicem, nec enim in tam breui tempore potuit axis uisualis quantitatem terræ inter mediam per diligentem intuitum transcurrere, unde illam nō plene comprehendit: & sic ex breuitate tēporis fit error in remotione. Ex intemperantia etiam debilitatis uisus error accidit uisui in remotione, si enim opponātur uisui duo corpora, quorum unum quod est remotius à uisu sit coloris fortis, & alterum quod est propinquius sit coloris debilis, tunc debilitas uisus incertam faciet collatione͂, & quia apud

fortes

fortes uisus expertum est, & patet per præcedentem, quod corpus uisui propinquius est maioris certitudinis. Aestimabit uisus debilis illud quod est cernus esse propinquius, & sic quia fortior color à uisu debili melius percipitur, iudicabit uisibile fortiori colore coloratum propinquius sibi, licet sit remotius secundum ueritatem: & sic fit error in remotione ex uisus debilitate, & etiã quia ab oculis grossa humiditate infectis fit reflexio formarum, sicut etiam à speculis cum ab uno uisu non facta reflexio peruenit ad alterum, propter grossitudinẽ aëris extrinsecam uidebit uisus debilis formam sibi propinquam, quæ est forma rei remotæ scilicet. Sic ergo uisioni uirtutis distinctiuæ error accidit in remotione ex intemperata dispositione circunstantiarum quarumlibet rei uisæ, quæ sunt tantum 8. ut patuit per primam huius, quarum euentũ percurrimus his exemplis & experimentationibus per se notis, patet itaq; propositum.

XVII.

Magnitudo rei uisæ comprehenditur à uisu secundum magnitudinem partis superficiei uisus, ad quam peruenit forma rei & anguli solidi qui fit in centro uisus.

Pars enim superficiei uisus ad quam peruenit forma rei uisæ per angulum uirtualis pyramidis radialis, secundum quam per 18. 3. huius, fit rei obiectæ uisio, quod est apud centrum uisus semper mensuratur, quamuis uirtus sensitiua comprehendat quantitatẽ illius anguli ex comprehensione partis superficiei uisus in qua figuratur forma rei uisæ, ut patet per ultimam 3. huius, proprie tamen angulus est per se causa mensurationis illius superficiei: est enim semper proportio illius partis superficiei oculi ad totam sphæricam superficiem oculi, sicut illius anguli ad octo angulos rectos solidos per 87. primi huius, cũ enĩ pyramidis radialis basis semper sit in superficie rei uisæ per 18. tertij huius, secatur tamẽ ipsa pyramis quasi æquedistanter suæ basi per superficiem ipsius uisus, & sic unus angulus fit ambabus pyramidibus cõmunis, radiali uidelicet totali & eius partis resectæ per ipsam superficiem oculi. Magnitudo itaq; partis superficiei uisus, ad quã peruenit forma rei, & angulus quem continet pyramis radialis continens illam partem superficiei uisus, sunt ambo radix comprehensionis magnitudinis rei uisæ: quamuis aũt & hic angulus & hæc pars superficiei uisus diuersificentur secundum diuersitatem remotionis; quanto enim magis elongatur res, tanto magis ille angulus minorabitur p 106. primi huius, quia pyramis radialis fit strictior, & quasi una pyramidũ radialium, quæ est rei uisæ remotioris, inscribitur pyramidi radiali quæ est rei uisæ propinquioris; angulus ergo in centro uisus fit acutior, & pars superficiei uisus correspondens illi angulo fit minor, & quãto plus approximatur res uisui, tanto plus ampliat̃ magnitudo; semper tñ magnitudo rei uisæ comprehenditur à uisu secundum magnitudinem partis præmissæ superficiei uisus, & anguli illius solidi qui fit in centro uisus, patet ergo propositũ.

XVIII.

Magnitudines omnes comprehẽsæ à uisu secundum oppositionem sunt quantitates superficierum uisibilium & partium illarum superficierum, nec non suorum terminorum & spaciorum inter uisibilia distinctorum.

Quantitas enim totius corporis rei uisæ non comprehenditur à uisu, quoniam uisus non comprehendit totam superficiem corporis, sed solum illud quod sibi opponitur ex superficie corporis aut ex superficiebus eius, quamuis corpus sit paruum, utpote illud inter quod & aliquam partem superficiei uisus duci possunt lineæ rectæ per secundam 3. huius: sic ergo uisus comprehendit solam rei superficiem, & si uisus cõprehenderit corporeitatem corporis, non propter hoc comprehendet quantitatem eius, sed tantum figuram corporeitatis; quod si fortasse corpus, fuerit motum aut uisus motus, ita quod uisus comprehendet totam corporis superficiem, tũc uirtus distinctiua comprehendet quantitates corporeitatis eius alia operatione quâm uisa sit apud uisionem, & similiter est de partibus corporis: quantitates ergo quas uisus comprehẽdit per oppositionem, nõ sunt nisi quantitates superficierum & linearum terminantiũ illas sup̃ficies uel ipsas

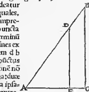
mensurantiũ

menfirrantium fecundum longum uel fecundum latum, & quoniam comprehenfis diuerforum corporum fuperficiebus diuerfis & ipfarum terminis, neceffario comprehenditur diftantia inter illa corpora per comprehenfiones partium fuperficiei uifus non coloratarum colore uiforum corporum, fed interiacentium partes fuperficiei uifus coloratas coloribus illorum corporum, nec funt plures magnitudines quæ uifu comprehendantur, patet ergo propofitum.

XIX.

Omnia uifa fub eodem angulo, quorum diftantia ab inuicem non perpenditur æqualia uidentur.

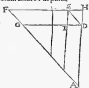
Sit uifus centrum punctum a, & fit res uifa linea b g, fintq; lineæ fecūdum quas punctа g & b, pertenfunt ad uifum g a & b a, uidet itaq; linea b g fub angulo g a b, fitq; alia res quæ eft d e cadens inter eafdem lineas g a & b a, ita ut ipfa uideatur fub eodem angulo g a b, dico quod lineæ g b & d e, uidebuntur æquales. Si lineæ d b & e g, non perpendantur à uifu, quia enim uifus a, comprehendit duo puncta d & b, fuper lineam unam quæ eft a b, & duo puncta e & g fuper lineam unam quod eft a g, non ergo uidet aliquem terminū alicuius duarum quantitatum b g & d e, egredi ab alia, fed uidet fines extremitatum æquales, & quia non perpendit quantitatem linearum d b & e g, effe aliquam, apparet uifui punctus d fuper punctum b, & pūctus e fuper punctum g, eorum uero quorum alterum alteri fuppofitione nō excedit reliquum, nec exceditur ab illo, ifta funt ad inuicē æqualia; duæ ergo lineæ d e & b g, uidētur æquales, qm̄ fecūdū iudiciū uifus una ipfarum aliam cooperit, neq; extremitates unius fuperant alterius extremitates, & per hunc modum in noctibus aliqualiter lucidis, ut cum luna lucet de fub nubibus, uel in horis crepufcularibus, fi accidat hominem uel aliud aliquid cum alta arbore uel turri fub eodem angulo uideri, iudicabitur homo uel res alia forte altitudinis ipfius arboris uel turris, & fit propter hoc multa deceptio in uifu, patet itaq; propofitum.



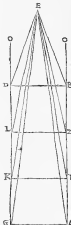
XX.

Omne quod fub maiori angulo uidetur, maius uidet̄, & qđ fub minori minus: ex quo patet qđ idē fub maiori angulo uifum apparere maius fe ipfo fub minori angulo uifo, & uniuerfaliter fecundum proportionem anguli fit ꝓportio quantitatis rei directe uel fub eadem obliquitate uifæ.

Efto centrum uifus in pūcto a, & fit res quæ f e uifa fub angulo f a e, ꝓductis quoq; lineis a f & a c, producatur inter ipfas linea g b æquediftanter lineæ f e, uidebitur ergo linea g b fub angulo f a e, quam forte accidet uideri effe æqualem lineæ f e, per præmiffam, ut fi lineas g f & b e, non contingat uideri, fed uifis lineis g f & b e, uidetur minor, quia eft fecundum ueritatem per 4. fexti, linea g b minor quàm fit linea f e, cū linea a g fit minor quàm linea a f, ex hypothefi; ducatur itaq; à puncto e linea æquediftans lineæ a g per 31. primi, quæ fecet protractam lineam g b in puncto d, erit ergo per 34. primi, linea g d æqualis lineæ f e, ducaturq; linea a d, fecans protractam lineā e f in puncto h, eritq; linea h f maior quàm linea e f, & angulus f a h eft maior angulo f a e, per 29. primi huius, & quoniam angulus f a e eft pars anguli f a h, linea uero f h uidetur maior quàm linea e f, & linea d g uidetur maior quàm linea b g, quia uifus partē à toto diiudicat, ꝙ ergo fub minori angulo uidetur, minus uidet̄, fed & quādoq; f e per præcedentem uidetur æqualis lineæ g b, ergo ut poteft uideri linea e f minor quàm linea g d, quæ eft æqualis lineæ f e, ut patet ex præmiffis: quod ergo fub maiori angulo uidetur maius uidetur, & quod uidetur fub minori uidetur minus: conus itaq; pyramidis uifualis qui eft f a e, fecundum quam uidetur res remotior, quæ eft f e, minor & acutior eft quàm conus pyramidis



g a d, & quoniã superficies oculi secat ambas istas pyramides, cũ ipsarum ambarum conus sit quasi in cẽtro oculi per 18. tertij huius, necesse est ergo basem pyramidis abscisæ à pyramide f a e minorem esse base pyramidis abscisæ à totali pyramide g a d, per 109. primi huius, cũ illæ duæ abscisæ pyramides æqualis sint altitudinis, quoniã linea producta à centro foraminis gyrationis nerui concaui ad superficiem oculi extrinsecã, est axis ambarũ illarum pyramidũ abscisarum, pars ergo superficiei uisus ibi figurata per formã rei uisæ quæ est g d, est maior quàm pars eiusdem superficiei figurata per formam rei quæ est f e, uidetur ergo linea g d maior quàm linea f e, & quoniam secundum quantitatem illarum partium superficiei ipsius uisus uirtus sensitiua comprehẽdet angulũ quẽ lineæ radiales continent in centro per ultimam 3. huius, patet quod rei quæ uidetur maior, correspondet angulus maior, & rei quæ uidetur minor correspondet angulus minor, quoniam secundũ qđ forma rei uisæ recipitur in superficie organi uisus, secundũ hoc accipitur quantitas anguli sub quo fit uisio, & secũdũ hoc idẽ etiã fit iudiciũ quantitatis rei uisæ: omnis ergo res sub maiori angulo uisa maior uidetur se ipsa uisa sub angulo minori, & uniuersaliter in rebus directe uisis secundũ excrementũ anguli fit excrementũ quantitatis rei uisæ, unde sub duplo angulo uisum duplum uidetur, & sub triplo triplũ, & sic secundũ proportionẽ neruorũ. In oblique tñ uisis, uel in his quorũ unũ uidetur directe, & aliud oblique, non sic. Si enim trigonũ a e f sit orthogonũ, ita ut eius angulus a e f sit rectus, diuidaturq́ angulus f a e per æqualia, producta linea a k, secante lineam f e in puncto k, nõ propter hoc diuidetur linea e f per æqualia in pũcto k, qm̃ ut patet per 35. primi huius, minor est proportio anguli f a k ad angulũ k a e, quàm lineæ f k ad lineã k e, & sic secũdum proportionẽ anguli ad angulũ, nõ semper fit proportio quãtitatis uisæ ad quantitatẽ uisam, neq́ enim talia uisa secundũ eandem uidenĩ dispositionẽ & sitũ respectu ipsi9 uisus. In cõformibus aũt uisibilibus secundũ distantia & situm & alia accidentia quæ requiruntur ad conditionem & circũstantiã uidendi, quæ patent per primã huius, semp secundũ proportionẽ anguli uidetur proportionaliter quantitas rei uisæ, unde etiã illud qđ sub minimo angulo uidetur, minimũ uidetur, & qđ sub nullo uel insensibili angulo peruenit ad uisus superficiẽ, nullo modo uidetur, ut patet per 19. primi huius, patet ergo propositũ.



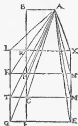
XXI.

Paralellæ lineæ secũdum remotiores à uisu partes quasi concurrere uidentur, nunq́ tñ uidebuntur concurrentes.

Vniuersale est qđ proponitur uisui quocũq́ modo se habente ad illas lineas paralellas, siue enĩ uisus sit in illarũ superficie siue supra illam siue sub illa, semper eadem passio uisui accidit, sit ergo primo uisus in illa superficie, & sint duæ paralellæ lineæ a b & g d, hæ ergo per primã 3. huius, necessario erunt in eadem superficie, sit ergo in ipsarũ superficie uisus qui sit e, uel prope illam, dico qđ superficiei interiacẽtis lineas a b & g d, inæqualis apparebit latitudo, & quod pars sui propinquior uisui apparebit latior quàm pars eius à uisu remotior, & ita lineæ a b & g d, quasi concurrere uidebũtur: signẽtur enim puncta æquedistanter, & similiter in lineis a b & g d, quæ sint in linea a b puncta z & t, & in illa linea g d & d g puncta l & k, & coniungant illa puncta & puncta terminalia ductis lineis b d, z b, t k, a g, quæ oẽs erũt æquedistantes ex hypothesi, & per 33. primi, & producantur lineæ e b, e z, e t, & e a, e d, e l, e k, e g, & qm̃ ergo angulus b e d maior est angulo z e l, sicut totum parte, quod patet per 34. primi huius, palã per præmissam, quia maior uidebitur linea b d quàm linea z l, & eodẽ modo maior uidebitur linea z l quàm linea t k, maiorq́ uidebitur linea t k quàm linea a g, et quia sic diminuuntur in uisu lineæ latitudinis, palam qđ superficies interiacens lineas minor

uidebitur

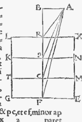
uidebitur, lineæ ergo a b & g d quasi concurrere uidebuntur, nunquã tñ uidebuntur cõcurrẽtes, quia semꝑ lineæ latitudinis sub aliquo angulo uidentur, cui in termino uisiõis subtenditur basis cuiuscũq; fuerit paruitatis, nunquã ergo uidebũtur cõcurrentes, si nota uisui quæ sit a, paralellæ subiaceant, quæ sint lineæ l g & x e, ita q̃d uisus sit erectus super superficiẽ horizontis, & lineæ illæ sint in superficie ipsius horizontis, adhuc illæ lineæ secundũ remotiores à uisu partes quasi cõcurrere uidebũtur, dimittatur eñ à uisu a, ꝑpendicularis sup̃ superficiẽ horizontis ꝑ 11. undecimi, quæ sit a b, sintq; ut prius lineæ h e, k n, t m, paralellæ, dico qm̃ adhuc inæqualis latitudinis apparet superficies interiacens lineas l g & x e, & partes linearũ remotiores à uisu quasi cõcurrere uidentur, ducatur eñ linea à puncto b, perpendiculariter super lineã x l quæ sint b r, eritq; lineæ b r & l x, in eadẽ superficie per secundã 11. & producatur linea b r super lineam g e in punctum f, secetq; lineã k n in puncto p, & lineã m in puncto t, & ducãtur lineæ l a, k a, c a, x a, n a, m a, similiter ducantur lineæ a r, a p, a t, qm̃ itaq; angulus a b r, est rectus, palamq; superficies a b c, erecta est sup̃ superficiẽ l x, e g, & earũ cõmunis sectio est linea b f, per 19. primi huius, qm̃ illa linea b f, est in ambabus illis superficiebus, quia ergo linea a r ꝓtracta est in superficie a b c, & similiter lineæ a p & a t, palã per diffinitionẽ, qm̃ anguli a r x & a p n & a e m, sunt recti, & ita illi trigoni qui sunt a b r, & a b p, & a b c, sunt orthogonij, si linea p n est æqualis lineæ r x, ex hypothesi, & per 34. primi, qa uero angulus a b r est rectus, erit angulus a r b acutus per 32. ergo per 13. primi angulus a r p est obtusus, linea ergo a p maior est quàm linea a r per 19. primi, angulus ergo r a x, per 34. primi huius, maior est angulo p a n, maior ergo uidebitur linea r x q̃ linea p n, per præmissam, similiterq; maior uidebitur linea l r quàm linea k p, quoniam eadem est demõstratio, est enim linea l r æqualis lineæ k p, per principiũ: Si ab æqualibus etc. tota ergo linea l x uidebit̃ maior quàm tota linea k n, eodẽq; modo tota linea k n uidebitur maior quàm tota linea t m superficiei, ergo l x g e, partes remotiores uisui uidebuntur strictiores, lineæ ergo l g & x e, uidebuntur quasi concurrere, non tamẽ uidebuntur unquã concurrentes, quia semper sub angulo aliquo uidebuntur, & eodẽ penitus modo demonstrãdum si lineæ paralellæ uisæ sint uisu superiores, ut si uisu inferius existente lineæ ipsæ paralellæ sint in aliqua sup̃ficie super uisum, ut accidit in tectis domuum, & similibus uisu existente inferius, patet ergo propositum.



XXII.

Lineis pluribus æqualiter ab inuicẽ æquedistãtibus obiectis uisui distãtia remotiorũ minor uisui apparet.

Esto ut in præmissa uisus, cuius centrum sit a, erectus in aëre secundũ erectionem uidentis, in superficie quoq; horizontis subiaceant uisui lineæ æquales & æquedistantes, & secundũ æqualẽ distantiam ab inuicem distantes, quæ sint l x, k n, t m, g e, hoc ordine positæ ut linea b e sit uisui ꝓpinquior, aliæ uero suæ nominationis ordine sint remotiores à uisu, dico quod linearũ k n & t m, distantia minor uidebitur quàm linearũ l x & k n, cum eñ istæ lineæ sint æquales & æquedistãtes, quæ sunt l x, k n, & t m, copulatis ipsarum terminis per lineas l g & x e, erit per 30. & per 33. primi, linea l g æqualis lineæ x e, & ducatur ut in ꝓxima præcedente linea a b, perpendicularis super superficiẽ l x, g e, & facta demõstratione ut in illa, sequatur angulum r a p esse maiorẽ angulo p a c, facilius tñ patet hoc per 35. primi huius, qm̃ in trigono orthogonio a b f, partes æquales sunt abscisæ ab uno laterũ rectum angulũ continentiũ, quæ r p & p c, & e f, est ergo angulus r a p maior angulo p a c, ꝑ 10. quinti, linea ergo r p ꝑ 20. huius, uidebit̃ maior q̃ linea p c, et linea p t maior q̃ linea e f, Remotior ergo istarũ distantiarũ quæ sunt r p, & p c, et f, minor ap



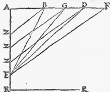
x z paret

paret uisui per 20. huius, & hoc est ꝓpositũ. Et uniuersaliter in omni uisus dispositione ad datas paralellas potest hoc idem ut in præcedenti demonstrari.

XXIII.

Aequaliũ partiũ eiusdẽ uisibilis lineæ cõnectenti centra foraminũ girationis neruorum cõcauorum æquedistantis remotior à uisu minor uidetur.

Sit linea r t connectens centra foraminũ girationis neruorum concauorũ, sintq; æquales partes eiusdẽ uisibilis sup lineã æquedistantẽ lineæ r t collocatæ, quæ sint a b, b g, g d, d f, trahaturq; perpendicularis a c, in qua sit centrũ oculi e, dico quod maior apparebit pars, a b q̃ b g, & b g quàm g d, & g d quàm d f, cũ enim perpendicularis e a, sit breuior oĩbus lineis ductibilibus à puncto e ad lineam a d, ut oĩbus lineis e b, e g, e d, q̃d per

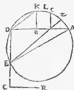


penultimã primi palã est, manifestũ est ergo, q̃m ps a b, est ꝓpinquior uisui oĩbus illis partibus quæ sunt b g & g d, d f, ducantur cũ lineæ p quas accedunt formæ punctoꝶ ad uisum quæ sunt b e, g e, d e, f e, & ducatur p 31. primi, linea b z æquedistãs lineæ g e, quia igit̃ in trigono a e g, linea b z æquedistat lateri e g, palã per secundã sexti, q̃m est ꝓportio lineæ a z ad lineã z e, sicut lineæ a b ad lineã b g, sed linea a b æqualis est lineæ b g, ex hypothesi, ergo linea a z est æqualis lineæ z e, sed p penultimã primi linea z b est maior quàm linea z a, ergo linea b z est maior q̃ linea z e, angulus ergo z e b p 18. primi, maior est angulo z b e, sed angulus z b e, per 29. primi, æqualis est angulo b e g, quia sunt coalterni inter lineas æquedistãtes, quæ sunt z b & e g, ergo angulus a e b maior est angulo b e g, ergo p 20. huius, maius uidebitur a b quàm b g, sub maiori enĩ angulo uidebitur. Similiter quoq; ducta à puncto g linea æquedistãte lineæ e d, eadẽ est demonstratio. Idem quoq; accidit si lineæ e a, e b, e g, e d, e f, nõ sunt in una linea naturali, dum tñ linea mathematica inter ipsas imaginata æquedistet lineæ g e uel g r, & hoc est ꝓpositũ.

XXIIII.

Aequalium diuersorũ uisibiliũ secundum eandem rectam lineam æquedistantem lineæ connectenti centra foraminum giratiõis neruorum concauorum uisui obiectorũ, quod propinquius est uisui apparet maius.

Sint duo uisibilia discontinuata diuersa, sed æqualia a b & g d, opposita uisui secũdũ lineã a d, quæ sit æquædistans lineæ r t, cõnectenti cẽtra foraminũ giratiõis neruoꝶ cõcauorũ, & sint inæqualiter distãtes à cẽtro uisus qđ sit e, ducãturq; lineæ à terminis uisibiliũ ad centrũ uisus, quæ sint e d & e a, & sit linea e a maior q̃ linea d e, dico qđ g d apparebit uisui maius q̃ a b, ꝓducantur enĩ lineæ e g & e b, et circa trigonũ a e d, describatur circulus p 5. quarti, & ꝓducatur linea e g ad circũferentiã in punctũ l, & linea a b in punctũ z, & à puncto g ducatur perpendicularis sup a d, p 11. primi, q̃ ꝓtracta ad circũferentiã sit g k, et à pũcto b ducatur linea b c, æquedistãs lineæ g k, erit ergo p 29. primi linea b c, ꝑpendicularis super lineã a d, secetq; periferiã circuli in pũcto c, quia itaq; à terminis lineæ a d intra circulũ collocatæ æquales ꝑtes sunt resectæ quæ sunt a b & g d, q̃m illæ sunt æquales ex hypothesi, & à pũctis sectionũ sunt duæ lineæ ꝑpendiculares sup lineã d a, ꝓductæ ad periferiã illius circuli, q̃ sunt



g k & b c, erit ergo p 45. primi huius, linea b c æqualis lineæ g k, sed & linea a b est æq̃lis lineæ g d, ex hypothesi, & angulus a b c æqualis est angulo k g d, qa uterq; rectus, ergo corda k d æqualis est cordæ c a, p 4. primi, ergo p 27. tertij, arcus d k æqualis est arcui c a, sed arcus c a est maior arcu z a, ergo & arcus k d maior est arcu z a, arcus uero l d maior arcu k d, ergo multo maior est arcus l d arcu z a, sed in arcũ z a cadit angulus

a e z,

a e z, & in arcũ l d cadit angulus l e d, ergo ꝑ ultimã sexti angulus l e d maior est angulo z e a, sed sub angulo a e z, uidebitur linea a b, & sub angulo e l d uidebitur linea g d, maior ergo apparet uisui linea g d, quàm linea a b, per 20. huius, quod est propositum.

XXV.

Aequaliũ & æquedistantiũ magnitudinũ inæqualiter à uisu distantiũ, ꝓpinquior semꝑ maior uidetur, nõ tñ ꝓportionaliter suis distãtijs uidetur.

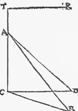
Sint duæ magnitudines uisæ a b & g d inæqualiter distantes ab oculo, cuius centrũ sit e, sitq́ꝫ uisui propinquior g d ꝙ̃ a b, dico ꝙ maior apparebit g d ꝙ̃ a b, producantur enim lineæ e a, e b, e d, e g, uidebiturq́ꝫ g d sub angulo g e d, qui est minor angulo a e b, ut parte sua per 34. primi huius, patet ergo per 20. quia linea g d uidebitur maior ꝙ̃ linea a b, & hoc eodem modo demonstrandum, siue centrũ uisus & res uisæ sint in eadem altitudine, siue in diuersis: ut si uisus sit altior rebus uisis, uel etiam econtra, non tamen uidentur hæc proportionaliter suis distantijs, uidelicet ut ꝓportio g d maioris secundũ apparentiam ad a b minorem, secundũ apparentiã sit sicut b e distantiæ maioris ad d e distantiam minorẽ, qm̃ ut patet per 11. huius maior est proportio b e distantiæ maioris ad d e distantiæ minorẽ, ꝙ̃ anguli g e d maioris ad angulũ a e b minorem. Sed quantũ angulus g e d est maior angulo a e b, tanto linea g d uidetur maior ꝙ̃ linea a b, ut diximus in 20. huius, quoniam illa uisibilia conformiter ordinantur ad uisum. Non uidentur ergo lineæ g d & a b proportionaliter suis distantijs, quoniam distantiarum maior est proportio, & hoc est propositum.



XXVI.

Oĩe uisibile obliquatũ à uisu minus uidetur se ipso secundum proximum sui terminũ directe uisui opposito.

Sit enim linea connectens centra oculorũ r t, sitq́ꝫ centrum uisus a, & sit uisibile obliquatũ à uisu b c, ducanturq́ꝫ lineæ a b & a c, & à puncto c, qui sit terminus rei uisæ proximus uisui, ducat̃ linea c d, æqualis lineæ c b, & æquedistans lineæ r t connectenti centra oculorũ, qđ fieri potest per 39. tertij huius, illa ergo directe uisui opponetur per suppositionẽ, ducat̃ quoq́ꝫ linea a d, & quoniam per a huius linea c d sub maiori angulo uidetur ꝙ̃ linea c b, patet per 20. huius, quoniã minor uidet̃ linea c b obliquata ꝙ̃ sua æqualis, quæ est linea c d directe uisui opposita secundum proximũ terminũ ipsius lineæ c b, quo uisui plus appropinquat, qui est punctus c, & hoc est propositum.



XXVII.

Vera rerum quantitas non comprehenditur à uisu nisi auxilio uirtutis distinctiuæ.

Quoniam enim, ut patet ex præmissis, anguli qui formantur in centro uisus, & partes superficierũ uisus, secundũ quas fit cõprehensio magnitudinis rei uisæ, semper diuersantur secundũ approximationẽ & remotionem eiusdẽ rei, & secundũ eandem directionem uel obliquationẽ se habentis ad uisum & ad axes radiales. Virtus ergo distinctiua distinguens quantitatẽ ueram rei uisæ, non considerabit solum angulũ uel solum remotionem, qm̃ neutrũ illorũ per se sufficit, sed considerabit angulũ & remotionẽ simul: quãtitates ergo ueræ ipsorũ uisibilium nõ cõprehendentur nisi per distinctionẽ & cõparationem: hæc aũt cõparatio erit simul, & erit ipsius basis pyramidis radialis, quæ per 18. tertij huius, est superficies rei uisæ ad angulũ pyramidis, & ad quantitatẽ lõgitudinis axis pyramidis, quæ est linea remotionis rei uisæ à uisu. Cõsideratio uero uirtutis distinctiuæ ipsius superficiei est semper in parte colorata superficiei uisus, angulo dicto correspondenti cum cõsideratione remotiõis ipsius rei uisæ à superficie uisus, qm̃ quantitas illius partis coloratæ superficiei uisus semper est secundũ quantitatẽ illius anguli per ultimã

tertij huius. Nō est autem in illa cōsideratione uirtutis distinctiuæ inter remotiōem rei uisæ à superficie uisus & remotionem eius à centro uisus diuersitas sensibilis: cùm itaq; uisus cōprehendit lineas pyramidis radialis perpendiculariter sibi incidentes, tunc uirtus distinctiua imaginabitur quantitatem extensiōis, secundū quantitatē extensiōis istarum linearum à centro uisus usq; ad terminos rei uisæ, & quomodo cū hoc cōprehenderit quantitatē remotiōis rei uisæ per 10. huius, tunc imaginabit̃ quantitatē lōgitudinū istarum linearum & quantitatē spaciorum, quæ sunt inter ipsarū extremitates, quæ spacia sunt diametri rei ipsius uisæ, qm̃ ergo uirtus distinctiua imaginabit̃ quantitatē anguli, & quantitatem partis superficiei uisus correspondentis illi angulo, & quantitatē lōgitudinis linearum radialiū, & quantitatē situs ipsorū adinuicem, & quantitatē spaciorum quæ sunt inter extremitates eorū, tunc ipsa cōprehendet quantitatē rei uisæ secundū suum esse, qm̃ tunc nihil eorū, quibus cōprehenditur magnitudo rei uisæ, remanet incōprehēsum. Hæc est itaq; qualitas cōprehensionis magnitudinis rerum uisarū, & fit plurimū propter assuetudinem uisus indistinctæ remotionis uisibiliū, qui quando senserit formā & remotionem rei uisæ, statim imaginabitur quantitatē loci & quantitatē remotionis, & ex ijs cōprehendet magnitudinē rei uisæ, patet ergo illud quod proponebatur.

XXVIII.

In magnitudinis uisione uirtuti distinctiuæ error accidit ex intemperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex intemperata enim lucis dispositione, ut de nocte uel in crepusculis cum lux est dubia, inspecto homine & uiso nemore aut pariete, remotis ab illo homine, cum latuerit hominē uidentem distantia inter hominē & nemus aut parietē uisum, quāuis illa distantia secundū ueritatem sit plurima, tunc uidebit̃ propinquitas hominis ad nemus uel ad parietem: & si accidit, ut idem radius pertingens ad caput hominis perueniat ad concauum nemoris, & tunc per 19. huius uidebūtur homo & nemus aut paries eiusdē altitudinis, qm̃ sub eodem angulo uidētur, & forsitan homo uidebitur maioris altitudinis ipso nemore: ut si radius transiens caput hominis ad nemoris uel parietis altitudinē nō pertingat, & huius simile accidit iuxta ciuitatē Vratislauiæ apud nemus uillæ Boret, uisi sunt enim homines ibi in crepusculis altiores nemore illo alto, & uisus est lupus iuxta lignum & castrum Poloniæ, æqualis altitudinis ipsi nemori, sed hoc accidit in horis crepuscularibus: sed cum lux est dubia, & æstimata sunt illa uisa fuisse fantasmata à uidentibus: non accideret autē aliquid talium luce existente in temperamento, qm̃ tunc distantia hominis à nemore discerneretur, & altitudo uniuscuiusq; secundū terminū ipsius apparentem mēsuraretur. Similiter etiā ex coloris debilitate accidit error in uisione magnitudinis, qm̃ si in aliquo loco statuatur aliqđ corpus fortis coloris, nō latebit uisum: q; si in eodem loco ponatur corpus æquale priori, sed coloris debilis, non uidebit̃ illud corpus. Sic etiam accidit error iste ex colorum identitate in corpore medio & in re uisa, unde corpus album in loco aliquo positū effusa aliqua albedine in superficie terræ interiacentis uisum & rem uisam, nō uidebit̃: remota uero albedine spacij interiacentis, statim forma illius albi corpis cōprehendet̃, fit ergo tunc occultatio ex cōuenientia colorum, qm̃ si loco illius albi corporis ponatur corpus æquale sibi alterius coloris, unde uidebit̃ ipsum trans mediū dealbatum. Ex intemperata etiam lōgitudinis distantia fit error in magnitudinis uisione, qm̃ tunc uidebit̃ res multo minor q̃ sit in ueritate per 32. huius, tunc enim etiam partes eiusdem rei improportionales suo toti absconduntur uisui, quia nō potest in tanta distantia uideri per 23. huius, & fit minor totalis rei apparentia, quoniā plura insensibiliter abscōdita faciunt rei sensibilem ablationē, quæ nō fieret distantia temperata. Intemperata etiam approximatio errorem inducit in uisione magnitudinis, qm̃ corpus approximatū oculo, uidetur maioris quantitatis q̃ sit re uera, quoniam propter magnitudinē anguli corpus uidet̃ maius, ut prius propter paruitatem anguli corpus uisum est minus, & patet hoc per 29. huius, secundū quantitatē enim ampliorem anguli pyramidalis amplior superficies uisus informat̃, ut patet per 87. primi huius; unde secundū quantitatē illius anguli & elongationem corporis fit æstimatio quantita

titatis rei uisæ, ut præmissum est in præcedente ꝓpositione, nec enim longitudo distantiæ rei ad interiora uidentis penetrat, cum pars capitis interior nõ sit capax totius quantitatis radialiũ linearum, nec potest certitudinaliter mensurari, & ꝓpter hoc rei quantitas refertur ad capacitatem & totam longitudinẽ. Vera aũt remotio corporis attendit̃ secundum lineam à centro uisus ad superficiẽ rei præcedentẽ, respectu cuius lineæ semidiameter oculi incipit esse insensibilis, unde nõ facit aliquã sensibilẽ errorem in longitudinis illius æstimatione. Sed corpore approximato uisui ultra illam distantiã, tunc fit semidiameter oculi ꝓportionalis distantiæ corporis ꝓportione sensibili, erit enim aliqñ maior, aliquando æqualis, aliqñ minor ꝓportiõe modica, nec forte sub dupla uel sub tripla, uel huiusmodi: unde in tali ꝓprietate rei uisæ magnitudo anguli pyramidalis & sensibilis minoritatis lõgitudinis æstimatæ respectu, uere inducunt sensibilẽ apparentiam maioris in corpore. Ex inordinata etiã situs oppositione fit error in magnitudinis uisione, cum enim aliquis in alto existens uidet sub illa altitudine aliqua existentia inter se æqualia, quorũ est unum post aliud in ordine dispositũ, tunc enim per 25. huius iudicabitur postremum, q̃d est uidenti propinquius alterius, omnibus alijs uel maius, ut uigilstans in turris alicuius eminẽtia, uidẽs homines uel arbores æquales, inæqualiter à se distantes, ꝓpinquiores sibi æstimat altiorẽ. Ex intemperata etiam quantitatis rei uisæ accidit error in magnitudinis uisione, propositis enim uisui duobus corporibus, quorũ unum sit modicũ maius alio, aut in sola longitudine, aut in latitudine, aut in utroq; ipsorum, forsitan illa iudicabuntur æqualia in omni dimensione, qm̃ paruitas illius excessus nõ sentitur ꝓpter sui paruitatem, nõ enim excedit fines temperantiæ respectu ipsius uisus. Ex intemperata etiam soliditate fit error in uisione magnitudinis, in cristallo enĩ angulata corpora angulorũ, quia parum solida sunt, q̃nq; nõ uidentur, cum corporis solidi anguli uideri possent. Ex intemperata etiam raritatis in uisione magnitudinis error accidit, quoniã in aëre nubiloso obscuro, ut in horis crepuscularibus plurimum accidit, q͛ corpus uisum maius apparet q̃ in aëre temperato, ut nos infra declarabimus, cũ tractatũ de ijs quæ uidentur per medium secundi diafoni faciemus. Ex intemperantia etiam temporis fit error in uisione quantitatis, cum enim ardens ticio sæpius per aliquod spacium uelociter mouetur, apparet totum spacium ignitũ, quia nõ perpenditur quantitas temporis propter uelocitatẽ motus ticionis, & sic ignis paruus æstimat̃ maior propter sui motus temporis breuitatem. Ex intemperantia & uisus debilitate in magnitudinis uisione error accidit, quia etiam res forte parua nullo modo uidetur, ut patet in senibus, qui non possunt discernere literam minutã, patet ergo propositum.

XXIX.

Visio comprehendit omnem situm per comprehensionem debitæ remotionis in ipsis rebus situatis.

Siue enim nomen situs dicat totius rei uisæ, siue partiũ eius oppositionem ad uisum secundũ directionem uel obliquationẽ, siue dicat ordinationẽ superficierum rei uisæ, uel partium eius apud superficiẽ ipsius uisus, ut cum res uisa est multarum superficierũ apparentium uisui, siue nomen situs dicat situationem linearum, quæ sunt ipsarum superficierum uisibilium, siue dicat situm spaciorũ, quæ sunt inter quælibet duo uisibilia simul cõprehẽsa à uisu, semper accepto situ secundũ quẽcunq; istorũ modorum: hæc omnia & singula cõprehẽdit uisus, ut hæc sunt disposita in corporibus lucidis uel coloratis, ut per se uisibilibus & in illis fundata, & semꝑ cõprehendit quẽlibet motũ situs, cõprehensa remotione à uisu uel inter se, quæ debentur ipsis totis uel partibus situatis, patet ergo ꝓpositũ, qm̃ hos modos particulariter in sequentibus prosequemur.

XXX.

Situs oppositionis rei uisæ & partium eius ad uisum comprehenditur à sensu uisus auxilio uirtutis distinctiuæ.

Cum enim situs cuiuslibet habentis situm apud aliud, componatur ex remotione illorum duorum ab inuicem, palam q͛ oppositio rei uisæ ad uisum, quæ quidem situs est,

cõpo

componitur ex remotione rei uisæ à uisu, & ex parte uniuersi, in qua est res uisa respectu uisus; comprehensio autem remotionis rei uisæ est ab ipsa uirtute distinctiua per intentionem quiescētem in anima, ut ostensum est per nonam & per 10. huius. Cum ergo uirtus distinctiua cōprehendet locum rei uisæ & suam remotionē, tunc uisibilis cum illis cōprehendet rei oppositionē; uerus autem locus rei uisæ comprehenditur ex situ ipsius uisus, & ex situ ipsius rei uisæ apud uisionem, quoniā uisus nō cōprehendit rem uisam nisi ex oppositione. Distinguet ergo uirtus distinctiua inter locum obliquū uisui & locum propinquū ei; uirtus enim distinctiua cōprehendit omnia loca rerum locatarū per comprehensionem remotionis & partis uniuersi, ad quā est illa remotio, ut patuit per 14. huius; unde etiam comprehendet locum oppositum uisui apud cōprehensionem rei uisæ, & quoniā uisui ablato ab illa re uisa, destruitur uisio illius rei, tunc uirtus distinctiua cōprehendit ꝙ res uisa non est nisi in parte opposita uisui apud uisionem illius rei uisæ, & secundum hunc modum distinguuntur loca uisibilium, quoniam uisibilia distincta non distinguuntur à uisu nisi ex distinctione locorum distinctorū in superficie membri sentientis, ad qđ perueniunt formæ uisibilium distinctorum. Sicut itaq; loca uocum & sonorum comprehenduntur à sensu auditus, & deinde mediante auditu à uirtute distinctiua, ita loca uisibiliū comprehendūtur mediante uisu à uirtute distinctiua. Cum enim forma rei uisæ peruenerit in superficiem uisus, sentiet uirtus uidens locum membri sentientis ad quam peruenit illa forma, & ex rectitudine lineæ perpendiculariter incidentis illi loco, comprehendet uirtus distinctiua locum rei uisæ, & quia intentio remotionis est quiescens apud ipsam animam, ipsa ergo comprehendet locum rei uisæ, & remotionem eius in simul apud comprehensionem formæ à uisu sentiente. In perueniente ergo formæ uisæ ad uisum comprehendit uisus lucem & colorem rei uisæ, & partem superficiei uisus, quæ illuminatur & coloratur ab ista forma, & uirtus distinctiua comprehendit locum & remotionem rei uisæ, & per consequens oppositionem ipsius totius rei uisæ & omnium partium eius adinuicem in suo toto, & omnium istorum comprehensio fit simul; situs ergo oppositionis rei uisæ & partium eius ad uisum comprehenditur à sensu uisus auxilio uirtutis distinctiuæ, quod est propositum.

XXXI.

Visus comprehendit directionem & obliquationem linearum, superficierum & spaciorum ex comprehensione diuersitate remotionum suarū extremitatum auxilio uirtutis distinctiuæ.

Cum enim axes radiales secant lineas uel superficies, uel spacia, ut super illa perpendiculariter erecti, nunc uisus comprehendit superficiem rei uisæ, & remotiones extremitatum eius æquales ex utraq; parte axis erecti, tunc comprehendit illam superficiem esse directe uisui oppositam, & iudicabit uirtus distinctiua superficiē illam directe oppositam uisui. Cum autem uisus comprehenderit remotionem extremitatis superficiei uisæ diuersam, & à puncto coniunctionis axium extra lineam, in quam incidunt axes perpendiculariter, non inuenit in tota superficie sibi opposita duo puncta æqualis remotionis à superficie uisus, tūc comprehendet illam superficiem obliquatam in eius oppositione, & uirtus distinctiua iudicabit ipsam obliquatā; & similiter est de sitibus linearum & spaciorū cadentium inter res plures uisas simul, ipsorum enim directionē & obliquationem iudicabit uisus auxilio uirtutis distinctiuæ, & ista æqualitas directionis & diuersitas obliquationis multotiens comprehendātur à sentiente per solam æstimationem & per signa; in maxima enim distantia uel remotione comprehendetur superficies uel linea uel spacium, quod est obliquatum, quasi sit directū, quando scilicet non perfecte cōprehenditur diuersitas, quæ est inter remotiones extremitatum eius; unde ad hoc quod uisus bene hoc comprehendat, oportet ut talium uisibilium sit distantia mediocris, quia etiā in magna distantia, parum obliquata uidentur ut penitus directa, & licet secundū modum prædictum superficies aliqua, uel linea uel spacium uisui sint directe opposita, nulla tamē pars illius superficiei, lineæ uel spacij per se directe opponitur uisui, quoniā

axes

axes radiales ubicunq; extra unum punctũ perpendiculares incidãt, semp incidũt oblique, & secundũ angulos inæquales per 10. primi huius. Si aũt supficies, lineæ uel spacia æquedistẽt axibus uisualibus, nec secent ab illis, opponant aũt uisui, tũc etiã situs ipsorum in directione & obliquatione cõprehenditur à uisu per remotionẽ suarum extremitatũ, & potest fieri proportio istorũ ad superficies, lineas uel spacia quæ secant axes radiales, quibus axibus ipsa æquedistant, patet itaq; illud quod proponebatur.

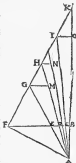
XXXII.

Situs partiũ & situs terminorũ superficiei rei uisæ, aut situs superficierũ eius adinuicem, & situs plurium uisibiliũ simul uisorum ex comprehensiõe diuersitatis in remotione & ordinatione formarum peruenientiũ ad uisum, comprehenditur à uisu auxilio uirtutis distinctiuæ.

Quoniã enim forma cuiuslibet partis superficiei rei uisæ ꝑuenit ad aliquã partẽ superficiei uisus, ad quã peruenit forma totius rei uisæ; unde cũ superficies rei uisæ fuerit diuersorum colorũ distinctorũ, tunc erit forma perueniẽs in uisum diuersorum colorũ, & erũt partes eius distinctæ secundũ directionẽ partiũ superficiei rei uisæ, tunc itaq; uisus sentiet quãlibet partẽ formæ uisæ ex sensu colorum illarũ partiũ & lucis quæ est in eis, & sentit loca formarum partiũ in superficie uisus ex sensu colorum partiũ illarũ & lucis earum, & uirtus distinctiua cõprehendit ordinationẽ illorum colorũ ex cõprehensione diuersitatis partium formæ, & ex cõprehensione differentiarum ipsarũ partiũ, & sic cõprehendit aliqd cõtiguũ & aliquid separatũ, similiter etiã est de ipsis uisibilibus contiguis uel disiunctis. Situs uero partium rei uisæ adinuicẽ secundũ accessionẽ & remotionem, uel secundũ præeminentiã unius ipsarum super alterã, & profundationẽ unius ipsarum sub altera cõprehenditur à uisu ex cõprehensione quantitatis remotionis partiũ secundũ magis & minus; termini aũt superficiei rei uisæ ac superficierum eius, quæ sunt lineæ ipsas superficies terminantes, & ordinatio ipsorum cõprehenditur à uisu per cõprehensionẽ partis superficiei eius, in qua ꝑuenit color ipsius superficiei rei uisæ per illos terminos uel lineas terminatæ, & lux eius & ꝑ cõprehẽsionẽ terminorum illius partis ordinatiõis auxilio uirtutis distinctiuæ, & qm̃ oĩa ꝓposita secundũ hunc modum cõprehenduntur, patet ergo illud q̃d ꝓponebatur.

XXXIII.

Oĩs linea uel supficies rei uisæ directe uisibus uel uisui opposita ꝑfectius uidetur q̃ obliquata, & secũdum quãtitatem obliquationis fit imperfectio uisionis.



Esto centrum uisus a, & sit exempli gratia superficies plana rei uisæ directe uisibus opposita, in qua sit linea b c d e f, & sint b c, c d, d e, e f partes illius lineæ æquales uel inæquales, sitq; superficies obliquata uisibus, in qua sit linea f g h i k, & sit taliter, ut obliquatio illius superficiei incipiat à puncto f, sitq; linea a d perpendicularis super lineã b f, ducanturq; à centro uisus lineæ a f, a e, a d, a c, a b, quæ omnes ꝓducantur ad superficiẽ obliquatam. Incidat linea a e in punctũ g, & linea a d in punctũ h, & linea a c in punctũ i, & linea a b in punctũ k, & quia per 13. primi angulus h d f est rectus, quia angulus a d f est rectus ex hypothesi, palam ergo per penultimam primi, quoniam linea f h est maior q̃ linea f d: & si à puncto g ducatur linea æquedistans lineæ f d per 31. primi, quæ sit g m, erit per 29. primi & 4. sexti, & penultimam primi linea g h maior q̃ linea e d: & similiter fiet de omnibus punctis inter puncta f & h datis. Item à puncto h ducatur linea æquedistans lineæ d c, quæ sit h n, & quoniam per 32. primi angulus a c d est acutus, erit per 13. primi angulus i c d obtusus, ergo per 29. primi angulus i n h est obtusus, ergo per 19. primi & per secundam sexti linea h i est maior q̃ d c, eodem quoq; modo sit de omnibus

punctis lineæ h k, patet ergo q eidem angulo, qui fit in centro uisus, semper subtenduntur maiores partes lineæ obliquatæ, q lineæ directe oppositæ uisui; partes itaq superficiei rei uisæ directe uisui uel uisibus oppositæ æqualiter distantes à puncto axis, uel à puncto coniũctionis, similiter uisiuæ uirtuti offeruntur per 45. tertij huius, propter qđ perfectius tota illa superficies uidetur, & omnes subtiles intentiones quæ sunt in ipsa; superficies nota obliquata uisibus, acquirit formam dubitabilem, siue per unum uisum uideatur siue per ambos, & siue illa forma per axes perueniat ad uisum siue extra axes: & etiam si distantia sit mediocris ipsius superficiei obliquatæ à uisu, partes enim superficiei illius æquales partibus superficiei directe uisui oppositæ, ut patet ex prædemonstratis, sub minori angulo uidentur, quoniã si essent directe uisibus oppositæ, quia lineæ suarum extremitatum à centro uisus productæ, minoribus angulis subtenduntur, sic ergo totales illæ superficies instituuntur in superficiebus uisus, quasi congregatæ propter suam obliquationem, angulus enim quem subtendit superficies ipsius uisus, quæ est informata superficiei obliquatæ, est paruus & sensibiliter minor, eo q faceret eadem superficies uisibus opposita directe, uel superficies aliqua alia æqualis superficiei obliquatæ, quia ergo ipsa supeficies uisus informata ex illa obliquata superficie est minor, & partes paruæ illius superficiei obliquatæ incidunt angulis quasi insensibilibus ppter maximam obliquationem, ideo de necessitate illa superficies obliquata uidetur minus perfecte: cum enim parua superficies fuerit multum obliquata, tunc enim duæ lineæ exeuntes à centro uisus ad extremam illius partis, fient quasi linea una, qua propter sentiẽs non comprehendet angulũ contentum inter illas, neq partem quam distinguũt ex superficie uisus: tota ergo supficies obliquata uisui multũ amittit sensibilitatis, qa si in ipsa fuerũt subtiles aliq intentiones, non cõprehendent à uisu ppter latitantiã suarum partiũ paruaꝝ, & qm superficiebus plus obliquatis plus accidit ppositæ passionis, ideo secundũ quantitatẽ obliquatiõis fit imperfectio uisionis, patet ergo illud quod ppponebatur.

XXXIIII.

Excessu remotionis nimio existente, res à uisibus obliquata quandoq uidebitur directe opposita.

Quoniã enim, ut patet per 10. huius, quantitas remotionis attẽdit secundũ quantitatem diametrorũ rei uisæ, ideo & nimietas excessus remotionis attenditur secundũ quantitatem diametroꝝ rei uisæ; quæ enim magno uisibili non est nimia distantia à uisu, hoc minori uisibili est nimia, qm non eodẽ modo in eadem distantia maius & minus percipiũtur à uisu, ut patet per 7. & per 20. huius. Sit itaq centrum uisus a, & res uisa obliqua quæ b c, cuius alter terminorum qui sit b propinquior sit uisu, sitq illa res uisa sub angulo b a c, erit ergo argumento 26. & 20. huius angulus b a c minor q ipsa res uisa, quæ b c à proximo sui termino ad uisum qui est b directe uideretur, sed per 11. huius, in omnibus uisis maior est proportio distantiæ maioris ad distantiam minoris, q sit anguli maioris ad angulum minorem: in nimia autẽ remotione distanriarum proportio distantiæ maioris unius extremorum rei uisæ, ut in proposito ipsius c ad distantiã minorem alterius extremorum, ut ipsius b, est differentiæ insensibilis, ut lineæ a c longioris ad lineam a b breuiorem, ergo multo magis insensibilis est differentia ipsorum angulorum: uidebirur ergo b c in maxima remotione quasi directe uisibus opposita cum sit obliquata, & hoc est propositum.

XXXV.

Omne uisum existens extra cõmunẽ axem in uno tantũ axe uisuali, uel per radios propinquos axi, uel in ppinquos ambobus axibus uisualibus comprehensum, uidetur axi communi approximare plus eius situ uero.

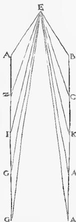
Axis

Axis enim radialis,ut patet per 37.tertij huius,semper defert punctum, cui incidit ad punctū medium nerui cōmunis,cui semper inhæret terminus axis cōmunis. Cum ergo uisus comprehendit tem uisam secundū qđ' est,& instituitur forma in concauitate cōmunis nerui in uno loco,& cōtinua sibi adinuicem secundū continuationem rei uisæ,& punctus rei uisæ qui est super radialem axem,licet non fuerit super axem cōmunem,uidetur tamen in loco propinquiori cōmuni axi, q̄ sit in suo uero loco,tunc puncta reliqua etiam uidentur in loco propinquiori cōmuni axi,q̄ sint in suo uero loco, quia sunt continuata cum parte quæ est apud extremum axis:& si axes amborū uisuum concurrerint in aliqua re uisa extra axem cōmunem,uidebitur tunc illa res in loco propinquiori communi axi,q̄ sit in suo loco uero,hoc tamen raro accidit,quia cum axes uisuales concurrerint in aliquo uiso,tunc ut plurimum axis communis transibit per illud uisum, quia raro axes amborum uisuum concurrunt in aliquo uiso extra axem communem, nisi per laborem aut impedimentum cogens uisum ad hoc:unde hæc dispositio non est uisibus assueta,quia si esset talis dispositio uisibus multum assueta , tunc ipsa accideret in omni uisione uel pluribus,qđ' tamen non est uerum,patet itaq; propositum.

XXXVI.

Omnium uisibilium secundum sui longitudinem ante oculos extensorū, quæ sunt à dextris in sinistram, & quæ in sinistris ad dextram educi uidentur partem.

Sint duo uisibilia secundū sui longitudinem ante oculos extensa, quæ exempli causa sint æquedistantia,& sint a b & d g,sitq; centrum uisus e, ducanturq; lineæ ad puncta illorum uisibilium in sinisteriori quidem parte quæ sit a b,ducantur lineæ e b,e c,e k,e a,& in dexteriori quæ sit g d ducantur lineæ e d,e z,e i,e g,dico q̄ lineæ e z,e i,e g uidentur quasi in partem sinistram productæ,& lineæ e t,e k,e a uidentur quasi ptractæ in partem dextrā,sit enī linea e d ppendicularis sup lineam d g,& linea e b ppendicularis super lineā b a,erit ergo per 19. primi linea e d breuior oībus lineis e z,e i,e g,& linea e b breuior oībus lineis e t,e k,e a:lineæ ergo e d & e b minimā à uisu denotabūt distantiam linearū g d & a b,secundū illas ergo lineas pfectior fit uisio per tiū rerū uisarū qbus incidūt p 23 .h9,linea ergo e d apparebit dexterior oībus lineis suo uisibili incidētibus,& linea e b sinisterior,illis & q̄ lineis,ppinquis incidētes mutabūt situs dispositionē scdm recessum ab illis lineis,eritq; linea e z dexterior q̄ illa linea e i,& lineae i dexterior q̄ linea e g:palā ergo,q̄m linea e g uidetur in sinistra à linea e i,& linea e i similiter uidetur in sinistra à linea e z,eodē quoq; modo uidebitur linea e a in dextrā educi à linea e k,& linea e k uidetur in dextrā educi à linea e t:punctū ergo z plus approximat ad sinistrā q̄ punctū d,& punctū i plus q̄ punctū z,& punctū g pl9 q̄ punctū i:tota ergo linea d g uidetur sinistrari,& tota linea b a uidetur dextrari, q̄m puncto b existente sinistro,punctū t uidetur plus dextrū illo:& itē punctū k plus dextrū pūcto t,& punctū a plus dextrū puncto k,patet ergo ,ppositū,q̄m similiter est in quibuslibet alijs punctis demonstrandū,q̄ enim sub dexterioribus radijs uidentur,dexteriora apparēt, & quæ sub sinisterioribus sinisteriora,ut patet per suppositionē huius,hæc aūt omnia accidūt,ga lineæ paralellæ scdm remotiores sui à uisu partes cōcurrere uidentur p 21.huius,& hoc est propositum.



XXXVII.

Superficierum sub oculo iacentium, remotiores à uisu, altiores uidentur.

Sit centrum uisus a in altiori situ collocatū, quoniam superfi-

cies rei uisæ in qua sint lineæ b e, e d, d g, ducanturq́ lineæ a b, a e, a d, a g, sitq́ causa exempli situs talis, ut linea a b sit perpendicularis super lineam b g, in qua collocantur lineæ b e, e g, d g, q̄m in alijs sitibus maior est diuersitas, dico q linea g d altior uidetur q̄ linea d e, & linea d e altior q̄ linea b e, sumatur enim in linea b e punctus, à quo ducatur per 11. primi linea z i perpendicularis super lineam b e, quæ fiat altior q̄ linea a b, quoniam ergo punctorū formæ e g d procedentes ad uisum, primo pertranseunt lineam z i, q̄ perueniant ad punctum a centrū uisus, sit ut linea g a secet lineam z i in puncto i, & linea d a in puncto t, & linea e a in puncto k, quia ergo punctus i eleuatior est puncto t, & pūctus t puncto k, ideo q linea a t maior est q̄ linea ai, & linea a k maior q̄ linea a t per 18. primi; & in linea in qua est punctum i est etiam punctum g, & in linea in qua est punctum t, est etiam punctū d, & in linea in qua est punctū k, est etiam punctū e; per cōprehensionē uero punctorū d & g uidetur linea d g, & per puncta e & d uidetur linea e d, palam, q̄m cū linea g d eleuatior apparebit q̄ linea d e, & similiter d e apparebit eleuatior q̄ linea b e, cuius enim puncti forma multiplicando se ad uisum magis eleuatur, hoc altius apparet uisui per suppositionē huius, quia in altiori situ offertur uisui, & secundū illum modum figuratur in superficie uisus, patet ergo propositum, & patet ex hoc, q multum exaltato uisu superficies planæ iacentes longè à uisu concauæ uidebuntur, tendunt enim formæ talium punctorū ad uisum per modū circūferentiæ circa centrū uisus propter æqualitatem uirtutis uisiuæ, patet ergo propositum.

XXXVIII.

Superficierum uisui superiacentiū remotiores à uisu decliuiores uident.

Sit centrum uisus punctus a in inferiori situ collocatum q̄ superficies rei uisæ, in qua sint lineæ b e, e d, d g, & ducantur sicut in præcedenti lineæ a b, a e, a d, a g, quarum a b sit perpendicularis super superficiem suppositam uisui, dico q linea d g apparebit decliuior q̄ linea d e, & linea d e decliuior q̄ linea b e, ducatur enim in præcedente linea z i æquedistans lineæ a b, secans lineam g d in puncto i, & lineam e a in puncto c, & lineam d a in puncto k, ergo per ea quæ in præcedenti diximus, forma puncti g decliuior uidebitur q̄ forma puncti d, & forma d decliuior q̄ forma puncti e, & forma puncti e decliuior q̄ forma pūcti b. Sed per formas punctorum g & d forma lineæ g d occurrit uisui, & per formas punctorum d & e uidebitur forma lineæ d e, & per formas punctorū e & b uidebitur forma lineæ e b, quoniā ita q, ut ostendimus in præmissa, linea a t est maior q̄ linea ai, & linea a k minor q̄ linea a c; & secundum harum linearū dispositionē sit forma illorū punctorū uisio, palā ergo, q̄m cētro uisus & ipso uisibili sic dispositis, Remotiora igitur à uisu, decliuiora uisui occurrunt, q̄ propinquiora, & hoc est propositum.

XXXIX.

Aequalium magnitudinū sub eodem uisu erectarum remotiores altiores apparent.

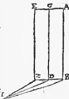
Sit centrum uisus punctum i, & sint uisæ æquales magnitudines, quæ sub ipso uisu sint erectæ, q̄ sint a b, g d, e z, sitq́ a b remotior à uisu, & deinde g d, & deinde e z, & sit centrū oculi punctū i, eleuatius existēs illis magnitudinibus, ducaturq́ lineæ i a, i g, i e, dico q magnitudinū illarū a b apparet altior q̄ g d, & g d altior q̄ e z, q̄m enī linea i a est eleuatior q̄ linea i g, & linea i g eleuatior q̄ linea i e, & in linea cui īcidūt lineæ i a, i g, i e sunt pūcta a g e, & p 37. h9 uidenē pūcta remotiora uisui altiora, pūcta uero a g e sunt in magnitudinib9 a b, g d e z, ergo magnitudo a b apparet eleuatior q̄ ipsa magnitudo g d, & magnitudo g d appa-

paret

paret altior quàm ipsa e z, quod est ꝓpositũ, & qa de qualibet magnitudine lõgiori po test abscindi æqualis breuiori. Ideo in oĩbus magnitudinibus subiacentibus uisui præsens tenet demonstratio, quoniam semper remotiores uidetur altiores, quàm sint secundum ueritatem.

XL.

Aequalium magnitudinum uisui super erectarum remotiores decliuiores apparent.

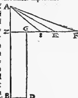


Esto sicut in præcedenti centrum uisus punctum f, & sint æquales magnitudines quæ a b, g d, e z, erectæ superstantes uisui, sitq; a b remotior uisui quàm aliæ, & e z propinquior uisui, dico quod magnitudo a b apparet decliuior quàm g d, & magnitudo g d decliuior q̃ e z, ducantur enim ut in præmissa lineæ f b, f d, f z, quoniã ergo sicut, patet per 38. huius, forma ueniens per lineã f b, est decliuior modo uisui incidens, quàm forma ueniens per lineam f d, & forma uisui adueniens per lineam f d, decliuiori modo incidet, quàm forma ueniens per lineam f z, sed in lineã cui incidunt lineæ f z, f d, f b, sunt puncta z d b, quæ puncta sunt in magnitudinibus a b, g d, e z, palam ergo quoniam istarum magnitudinum illa quæ est a b decliuior apparet quàm g d, & g d quàm e z, & hoc est propositũ, est aũt uniuersale illo modo quo diximus in præcedenti.

XLI.

Altioris magnitudinis uisibilis per uerticem inferioris aspectæ accedente & recedente uisui secundum lineam uertici inferioris ꝑpendiculariter incidentem, semper idem erit excessus, non uidebitur autẽ idem.

Sint duæ uisæ magnitudines inæquales a b maior, & g d minor, quarum uertices sint a & g, & sit centrũ uisus punctum e, ducaturq; linea g e perpendicularis super lineã g d, secans lineam a b in puncto z, dico quod oculo accedente & recedente secundum lineam g e, semper idem uidebitur excessus lineæ a b super lineam g d, qui excessus est linea z a, accedat enim uisus ad punctum f, propinquius puncto g quàm punctum e, uel remoueatur ad aliud punctum f, remotius quàm punctum e, semper autem perpendiculariter non incidet forma alicuius punctorum lineæ g d, ipsi uisui, nisi sola forma pũcti, est in quam cadit perpendiculariter e z, quoniam per 20. primi huius, duas lineas eidem superficiei ab eodem pũcto ductas perpendiculariter insistere est impossibile, palam ergo propositum, uidebitur tñ linea a z, minui uel augmentari secundum diuersitatem angulorum, sub quibus fiet uisio per 20. huius, & est ut patet ex præmissis, & per 21. primi, angulus a f z maior angulo a e z, & angulus a e z maior angulo a f z, secundũ hoc aũt diuersificatur in uisu quantitas lineæ a z, semper tamẽ illius lineæ a z, eadem est quantitas in se ipsa, & hoc est propositum.

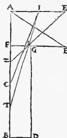


XLII.

Altioris uisibilis per uerticem inferioris aspecti accedente uisui secũdum lineam excessui altioris perpendiculariter incidentẽ, maior pars altioris uidetur, recedente uero uisu secundum eandem lineam minor pars altioris uidetur, secundũ aliã uero lineã accedente uel recedente uisu, accidit ecõuerso.

Sint ut in præmissa duæ inæquales magnitudines, quæ a b & g d, quarum maior sit a b, & sit centrum uisus in puncto e, positum in linea e a, perpendiculariter incidente pũcto a qui sit altior terminis lineæ a b, ambæ ergo magnitudines tam a b quàm g d subiacebunt uisui, cum uertex altioris qui est a, sit in perpendiculari ducta à centro uisus ad magnitudinem altiorem, sint enim magnitudines a b & g d, taliter erectæ, ut pũctum a sit altius quàm punctum g, perueniatq; forma alicuius pũctorũ lineæ a b, quod sit z, per

uerticem lineæ d g, qui sit g ad uisum e, & sit linea secundum quam aduenit illa forma lineæ z e, sub linea itaq; z e uidetur linea z a, pars magnitudinis a b & tota magnitudo d g, remanetq; pars lineæ a b, quæ non uidetur per uerticem g, & hoc est linea z b, accedat autem uisus propinquius ad punctũ a, ut fiat in eadem linea puncto i, palam quoq; quia in hoc situ aliquis punctus lineæ a b inferior puncto z perueniet ad uisum, qui sit punctus t, & ducatur linea t per uerticem g ad uisum, sub linea ergo i t uidebitur pars magnitudinis a b quæ est t a, & tota magnitudo g d, remanetq; pars lineæ a b quæ est a t uisa, & quoniam linea a t est maior quàm linea z a, quæ uidebatur uisu existente remotiore, necessarium autem est lineam t a fieri maiorem quàm sit linea z a, ideo quod angulus a i t est maior angulo a e z, illud ergo q̃d uidetur sub angulo a i t, est maius illo quod uidetur sub angulo a e z, per 20. huius, linea ergo a t maior uidebitur, & per 19. primi, maior est quàm linea a z, & quando linea e g perpendiculariter incidente cuicunq; puncto f, excessus lineæ a b super lineam g d, eadem est demonstratio, palam ergo quod accedente uisu super apparens pars lineæ a b semper sit maior, recedente uero uisu fit minor, & hoc est propositum primum: secũdum aliam uero lineam quæ sit perpendicularis super lineam a b, non tamen incidat in punctum a, uel in aliquod punctum excessus, sed in aliquod aliud punctum lineæ a b, bassius toto excessu lineæ a b super lineam g d, ut in punctum f, uisu accedente uel recedente accidit econuerso, nam accedente uisu totius magnitudinis a b, minus uidetur per uerticem g, & recedente uisu magis, existente enim uisu in pũcto e, multiplicabitur ad uisum forma lineæ z a, accedente uero p, uisu in punctum i, & ductis lineis e g & e t, i g c, patet quod illæ lineæ secabunt se in puncto g, & non perueniet ad uisum forma alicuius pũctorum lineæ z t, sed solum formæ lineæ t a, quæ est necessario minor q̃ linea z a, patet ergo propositum.



XLIII.

Inæqualium uisibilium uerticibus in eadem linea æquedistãte horizonti existentibus, pars inferior longioris uisa per basem breuioris accedente uisu secundum lineam excessui longioris perpendiculariter incidentem maior pars longioris uidebitur: recedente uero uisu secũdum eandem lineam minor pars altioris uidebitur, secundum aliam uero lineam accidit econuerso.



Hæc non differt in hypothesi à præmissa, nisi quod in illa uisibilia sunt subiacentia uisui, In hoc uero sunt superstãtia, Sint ergo inæquales quantitates a b & g d, quarum maior sit a b, sintq; uertices illarum quantitatum b & d, & sit linea b d æquedistans horizonti, sitq; centrũ uisus in puncto e, multipliceturq; forma alicuius puncti lineæ a b, ut z per basem g, ad uisum e, fiatq; linea z g e, sub linea ergo z e continẽtur z a & g d, & b z, non apparet uisui propter interpositionem ipsius g d, inferior uero ipsius pars decliuior apparet per 40. huius, remanetq; a z pars lineæ a b apparens uisui ultra lineam g d, accedat ergo uisus & sit in puncto i propinquiori ad punctum a, in eadem linea perpendiculari, super lineam a b quæ sit e f, hæc enim æquedistat uerticibus ipsorum uisorum quæ sunt b & d, multiplicabiturq; forma alicuius pũcti lineæ a b per punctum g, ad uisum existente in puncto i, sit ille punctus t, & ducatur linea t g i, sub linea ergo t g i continentur magnitudines g d & t a, sub linea uero e z, continentur magnitudines a z & g d, & quoniam linea t z a minor est quàm linea t a, cum enim angulus t i f, p 16. primi, sit maior angulo z e f, ergo per 20. huius, linea e f uisa sub angulo, t i f

lo t i f maior est quàm linea z f, uisa sub angulo z e f, & non solum apparebit uisui maior in uno & erit minor, quia itaq; ambabus lineis t f & z f, communis est linea f a, patet quod tota linea t a erit maior quàm linea z a, & hoc est primum propositorum. Si uero uisus accedat non secundum lineam e f, sed fiat in puncto i, extra illam lineam e f, & in alia linea e f perpendiculariter incidente lineæ a b, non in aliquod punctorum excessus a b super d g, dico quod accidet econuerso, erit enim linea t a minor quàm linea z a, ducātur enim lineæ t g i, & a i, & i z, palam quoq; per 32. primi, quoniam angulus a i t est minor angulo a i z, ideo quia angulus a i z minor est angulo a t i, per 21. primi, & angulus t a i cōmunis, uisum ergo à pūcto i, sub angulo a i t est minus uiso sub angulo a i z linea ergo z a est maior q̄ linea t a, & uidebitur maior, & hoc accidit cum centrum uisus collocatur super lineam primam e f, & altius quàm illa. Si uero ipsum colloc etur inferius quàm linea prima e f, tunc accidit econuerso, pate t ergo propositum.

XLIIII.

In situs uisione uirtuti distinctiuæ error accidit ex intemperata dispositione octo circunstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex intemperantia enim lucis uirtuti distinctiuæ error accidit in uisione situs, ut si in nocte non obscura aliquid modice declinet à uisu, tunc æstimabitur in eo situs rectitudo propter debilitatem lucis egressam à temperamento. Nimia etiam remotio in uisione situs errorem inducit, unde res uisibilis ualde remota à uisu & obliquata uisui uidebitur directe opposita per 34. huius. Item intemperantia etiam situs errorem facit in situs uisione, cadente enim axe uisuali in corpus secundum temperatam distantiam uisui oppositum, & sumpto alio corpore multum elongato ab axe, & declinato modicum super lineam imaginatam, super quam cadit axis radialis perpendiculariter, tunc uisus non comprehendit corporis illius declinationem propter situm à temperamento egressum, quoniam non fit plena comprehensio corporum longe ab axe positorum per 45. tertij huius, & ita propter hunc errorem res oblique uisibus opposita, iudicabitur opposita directe. Intemperantia etiam magnitudinis in uisione situs efficit errorem, quoniam granum sinapis si fuerit ab oculis declinans, uidetur tūc ac si esset directe oppositum, quia eius declinatio propter paruitatem corporis nō potest comprehendi, nec enī est sensibilis declinatio huius grani ab axe communi orthogonaliter super uisibilia cadente, secundum quam discernitur obliquatio rerum uisarum respectu uisus, quoniam non plene discernitur distantia inter hunc axem & extremitates grani quæ est quasi minima linea omnium linearum sensibilium. Ex intemperata etiam soliditate error accidit uisui in situ, quoniam si corporis rari situs respectu uisus fuerit declinatus, occultabitur eius declinatio, & si forte uidebitur directe opponi, una enim extremitatum illius corporis eiusdem distantiæ reputabitur cum alia, cum tamē sint diuersæ, & accidit hoc propter minimam raritatem non terminantem certitudinaliter uisibilem oppositionem, & inducentem incertitudinem in quantitate anguli, sub quo fit uisio. Intemperata etiam diafonitas efficit errorem uisui in situ, si enim corpus uisum sub parua obliquatiōe obijciatur uisui in aëre denso obscuro, sicut accidit in oris crepusculanibus, occultabitur declinatio quæ pateret in aëre lucido claro, fit ergo error in situ oppositionis corporis ad uisum. Ex intemperata etiam quantitate temporis fit error uisui in situ, cū aliquid occurrit uisui subito, quod statim recedit, hoc enim forte directe uisui oppositum reputabitur obliquatum, uel econuerso. Si fuerit obliquatum uisui forte reputabitur rectum. Ex indispositione etiam uisus in sanitate fit error uisui in situ, ut si ab obliquata distātia licet temperata corpus aliquod in oppositione uisus modicum obliquatur, tunc enim uisu existente debili, non sentietur obliquatio, cū tamen sit obliquatio secundū uerum. Sic ergo in situs uisione uirtuti distinctiuæ error accidit ex intemperata dispositione

octo

octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisæ, ut proponebatur.

XLV.

Figura circularis superficiei rei uisæ comprehenditur à uisu ex circularitate formæ in superficie oculi descriptæ.

Quoniam enim formæ rerum describuntur in oculi superficie sicut sunt in rebus extra, per 17. huius, & formæ secundum figuram quæ describuntur in oculi superficie sic perueniũt ad neruum communem, & circa eius punctum medium figurãtur, pro ut patet per 37. tertij huius, & ibi comprehenduntur ab anima secundum sui dispositionem, tũc patet quod forma circularis superficiei rei uisæ cõprehenditur à uisu ex circularitate formæ in superficie oculi descriptæ, & similiter cõprehenditur circularitas cuiuslibet partium superficiei rei uisæ, certificatur aũt hæc uisio cũ uidens mouerit axes radiales ambos uel saltem unũ per totam circumferentiam rei uisæ aut partis eius, sic eñ ex certificatione situum termiorũ formæ comprehendet figuram superficiei circularem ex consimilitudine uel dissimilitudine partium, & ex cõprehensione æqualitatis uel inæqualitatis remotionis partiũ rei uisæ ab inuicem, uel æqualitatis uel inæqualitatis eleuationum partiũ rei uisæ super inuicem, patet ergo propositum.

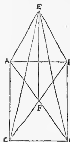
XLVI.

Figura rectilinea cõprehendit à uisu ex suorũ terminorũ cõprehẽsione.

Qm̃ enim figura est quæ termino uel terminis continetur, termini autem figurarum sunt lineæ quæ comprehendũtur uisu non decepto secundum ipsarum situationẽ in superficie oculi, sicut est ipsarum situatio in superficie rei uisæ, palam ergo quoniam ipsarum comprehensio à uisu est comprehensio figuræ in ipsis contentæ, cuius sunt termini illi, & hoc est propositum, sed in his omnibus uisus requirit distãtiam mediocrem & alias circunstantias uisui debitas, ne forte fiat deceptio in ipso uisu.

XLVII.

Planicies superficiei secundum mediocrem distantiam directe uisui oppositæ comprehenditur, & ex comprehensione æqualitatis remotionis partium, & consimilitudinis ordinationis ipsarum.



Sit superficies plana a b c d, & sit centrum uisus e, à quo ducatur super datam superficiem perpendicularis e f, & quoniam superficies illa est directe uisui opposita, sic quod perpendicularis incidat in medium punctum illius superficiei, producantur quoq; ad puncta æqualiter à puncto f, distantia quæ sunt a b c d, lineæ e a, e b, e c, e d, & cõnnuentur lineæ f a, f b, f c, f d, quæ omnes erunt æquales proprer æqualem ipsarum distãtiam à puncto f, cum ergo omnes illæ lineæ f a, f b, f c, f d, per diffinitionem lineæ super superficiẽ erectæ sint ppendiculares super lineã e f, patet per 4. primi, quoniam lineæ e a, e b, e c, e d sunt æquales, superficies itaq; a b, c d, secundum illos eius terminos æqualiter distat à uisu, sed & alijs lineis ad puncta alia æqualiter distantia à puncto f, centro uisus productis illarum omnium ad inuicem ex præmissis cõcluditur æqualitas, tota ergo superficies secundum omnes sui partes æqualiter distantes ex omni parte à puncto f, consimiliter peruenit ad uisum, tota itaq; superficies uidebitur plana ex comprehensione æqualitatis remotionis partium & consimilitudinis ordinationis ipsarum, & hoc est propositum. Sed & si axes radiales nõ incidant ad medium, nihilominus per eandem demonstrandum, semper enim termini cuiuslibet partium superficiei erunt lineæ rectæ, superficies ergo est plana.

XLVIII.

Conuexitas superficiei comprehenditur à uisu ex propinquitate partiũ mediarum & æquali remotione partium extremarum.

Cum

Cum enim superficies conuexa directè uisui opponitur secundum mediocrē distantiam, tunc cum omnis regularis superficies conuexa sit pars alicuius sphæræ uel columnæ rotundæ uel pyramis rotundæ per 118. primi huius, si superficies illa opposita uisui sit pars sphæricæ superficiei, si à centro uisus ad centrum sphæræ linea recta ducatur, aliæq; præter centrum lineæ plurimum producātur, patet per 73. primi huius, quod sola illa quæ centrū transit, est ꝑpendicularis super sphæræ superficiē; aliæ uero oēs lineæ à centro uisus ad illā sphæricā superficiē productæ, sunt sup illā superficiē incidētes oblique, erit ergo p 8. tertij, pars perpendicularis interiacens centrū uisus & superficiē sphæricam omniū aliarum linearū breuissima, ergo secundū illā fit ꝓxima approximatio ad uisum, & oēs circuli secundū punctum cui incidit illa perpendicularis in superficie sphæræ descripti, erūt uisui proximiores secundū illa puncta, & secundū alias lineas oblique incidentes erunt uisui remotiores, quia omnes lineæ perpendiculari lineæ ꝓpinquiores modo dicto sunt minores remotioribus, quoniam per prænominatam ergo tertij, oēs lineæ à centro uisus ad periferias maior circulorum productæ sunt longiores lineis ꝓpinquioribus ipsi perpendiculari, ex cōprehensione ergo propinquitatis partium mediorum in illa superficie, et remotione aliaꝝ partiū quæ sunt in terminis, apparet maior eleuatio partiū mediarū quàm extremarum, & ex inæqualitate eleuationis partiū superficiei uidetur gibbositas, quæ est causa conuexitatis, & qm̄ in omni pūcto supficiei sphæricæ secant se circuli magni trāseuntes per centrū illius sphæræ, & oēs lineæ quæ lineæ breuissimæ utrunq; æque ꝓpinquant sunt æquales, ideo secundū æqualem distantiam à perpendiculari fit æqualitas omniū lineaꝝ ad sphæræ superficiē à centro uisus ꝓductarū, & apparet deflexio gibbositatis æqualis secundū omnē differentiā positiōis in sphæricis superficiebus maxime cum directe uisibus opponuntur. Si uero superficies conuexa opposita uisui fuerit pars superficiei columnaris aut pyramidalis rotundarū, tunc fit eadē demonstratio, ꝓductis lineis perpendicularibus à centro uisus ad centrum circuli basis, & omnium circulorū æquedistantiū basi, alijs quoq; lineis pluribus ab eodē centro uisus non perpendiculariter per eosdē circulos ꝓductis, cōplebitur demonstratio ut prius, & si illæ supficies quæcūq; obliquatæ sint ad uisum, nihilominus p eadē est demōstrandum. Siue enim gibbositas sit inferius, siue superius, siue à dextris, siue à sinistris, semper partiū inæqualis distantia propositū cōcluderet de irregularibus cōuexitatibus per eadē fit cōprehensio in uisu, patet ergo ꝓpositum, uniuersaliter enim cōuexitas comprehenditur à uisu ex ꝓpinquitate partiū mediaꝝ, & æquali remotiōe partiū extremaꝝ, patet ergo qd̄ ꝓponebat.

XLIX.

Concauitas superficiei comprehenditur à uisu ex remotione partiū mediarum & æquali appropinquatione partium extremarum.

Per eadem q̄ in præcedenti demonstrandū, & similiter per omnē superficiē transcurrendū, semp em̄ per 8. tertij, linea à cētro uisus ad centrū sphæræ uel circuli ꝓducta, quia continet diametrum, est omniū longissima, & sibi ꝓpinquiores sunt cæteris remotioribus maiores, & oēs æqualiter ab illa distātes sunt æquales, ergo termini illius superficiei uidebuntur arcuales, & tota superficies uidebitur concaua, & si illæ superficies sint obliquatæ uisibus, secundū arcualitas terminoꝝ fit superius secundū inferius, siue à dextris, siue à sinistris, semper per eandem demonstrandum, patet ergo propositum.

L.

Centro foraminis uneæ & circumferentia circuli in eadē supficie existentibus, circumferentia ad aliquam rectitudinem accedere uidetur.

Esto foraminis uneæ centrū a, in eadem existens superficie, cū circumferentia circuli uisi, ita q̄d plana superficies circuli imaginata ꝓduci, secet sphærā oculi trans centrum, illius quoq; circumferentia circuli sit g b, & eius centrū k, & à punctis illius circūferentiæ ducantur lineæ plurimæ ad uisum a, quæ sint b a, d a, e a, z a, i a, c a, g a, secundū quas lineas formæ illoꝝ punctorū accedūt ad uisum, dico qm̄ arcus b g, apparet uisui linea recta, ducātur em̄ à centro illius circuli lineæ k b, k d, k e, k z, k i, k c, k g, qm̄ ergo linea k b uidetur sub angulo k a b, & linea k d sub angulo k a d, qui minor est angulo k a b, quoniā

pars eius est, ergo p 20. huius, palā est, quia maior uidebitur linea k b quàm k d, qm̄ sub maiori angulo uidetur, & similiter uidebitur linea k d maior quàm k e, & k e maior q̄ k z, & eodem modo uidebitur k g maior quàm k c, & k c maior q̄ k i, & k i maior quàm k z, & punctus quoq; z inter omnes datos punctos, qm̄ cadit in perpendiculari a k, propinquior uidebitur centro k quàm punctum e, & punctus e ꝓpinquior quàm punctum d, & punctus d propinquior quàm punctū b, in apparentia ergo uisui, aliqui tollitur de curuitate arcus z b, & similiter est de arcu z g, accedere ergo uidetur ad rectitudinem arcus g b, cum enim per 8. tertij, linea a z, sit omniū breuissima, & linea a e breuior sit quàm linea a d, & a d breuior quàm a b, patet qđ in uisu aliquid remanet curuitatis apprehensæ, & sic non uidebitur tota periferia linea recta, sed ad rectitudinē aliqualiter accedens, patet ergo ꝓpositum, & hoc idē accidet cōuexis & concauis partibus periferiæ circuli uisui oppositis, quia si à pūcto z ducat̄ aliqua ꝑpendicularis super lineam a z, tūc nō est differentia magna uisui inter arcū & lineā cōtingentem, cū per maius spaciū uisio fiat, ꝓpe uero existēte uisu, maior percipitur conuexitas uel cōcauitas & magis apparet. Et si centrū oculi & circulus nō sint in eadē superficie, tūc circūferentia circuli uidebitur curua, qm̄ tunc situs partium lineæ circularis secundū suum sitū & esse propriū, peruenit ad uisum & depingitur secundū suā curuitatē in sup̄ficie illius, licet quandoq; forma sphærica illius curuitatis secundū aliqđ sui uariet.

LI

Circulo centroq; foraminis uneæ in eadem sup̄ficie existentibus minus semicirculo uidetur.

Sit centrum foraminis uneæ qđ sit punctum a, & circulus b c d, cuius diameter b e, in eadem superficie plana existens, uideaturq; arcus b c d, dico quod minus semicirculo uidebitur, si enim arcus b c d qui uidetur sit semicirculus, necesse est lineas a b & a e, super terminos diametri b e incidere, aliter enim semicirculus non uidebitur, quia sola diameter est quæ diuidit circulum per æqualia, ergo lineæ a b & a e, semper contingent circulum, quoniam à terminis diametri producuntur, palam ergo per 17. tertij, quoniam utraq; cum diametro b e, angulum rectum continebit, triangulus itaq; a b c habebit duos angulos rectos, & tertium angulum, quod est contra 32. primi, & impossibile, patet ergo propositum.

LII.

Centro foraminis uneæ existente in circūferentia uel in centro circuli, totalis circulus uidetur.

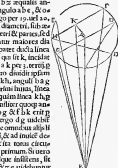
Esto centrum foraminis uneæ punctum a, in circunferentia circuli d b, dico quod totus circulus d b uidebitur, nec enim est punctus in toto circulo à quo ad quēlibet punctum datum in circunferentia duci linea recta non possit, & quia ut ostensum est per secundam tertij huius, possibile est solum illum uideri, inter cuius quodlibet punctum in aliquod punctum superficiei uisus produci lineas rectas est possibile, formæ ergo omnium punctorum circuli pertingere possunt ad uisum nullo extrinseco corpore impediente, talis ergo circulus secundum omnia sua puncta uideri poterit centro foraminis uneæ in illius circuli circunferentia collocata, & quoniam centro foraminis uneæ in centro circuli existente, ad huc omnes lineæ ducibiles à punctis circūferentiæ ad centrū ad ipsum uisum perueniunt, patet quia fiet uisio secundum lineas quæ à punctis circunferentiæ ducuntur ad centrum uisus per decimam septimam tertij huius, & hoc est propositum.

Existente

LIII.

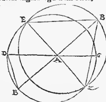
Existente centro oculi in linea à centro circuli super superficiem circuli erecta, aut in termino lineæ obliquæ superficiei circuli insistentis æqualis semidiametro, oẽs diametri in eodẽ circulo ꝑducti æquales uisui apparebũt.

Esto circulus d e g z, cuius centrum sit punctus a, erigaturq́ꝫ linea a b, perpendiculariter super circuli superficiem, & ducantur diametri e z & d g, ponaturq́ꝫ centrũ oculi in linea a b in pũcto b, dico quod omnes diametri ductæ trans superficiem circuli, ut e z & d g, æquales adinuicem uidebuntur, ducantur em̃ à centro uisus lineæ b e, b z, b d, b g, quoniam ergo linea z a æqualis est lineæ a g, & linea b a communis ambobus trigonis a b g & a b z, anguli quoqꝫ ad centrum a sunt æquales, quia recti, palam per 4. primi, quoniam linea b g est æqualis lineæ b z, & angulus a b z æqualis angulo a b g, & eodem modo erit angulus a b d æqualis angulo a b e, & omnes anguli ad centrum uisus inter se sunt æquales, ergo per 19. uel 20. huius, omnes semidiametri æquales apparẽt, imò & ipsi diametri, sub æqualibus enim angulis omnia uidentur, & totales diametri & partes, sed & omnes lineæ æquedistantes alteri diametrorum uidentur maiores diametris, & remotiores minores propinquioribus, quod patet ducta linea f h æquedistante diametrorum d g, cuius medio puncto qui sit k, incidat linea b k, & copulentur lineæ b f, & b h, & a k, eritq́ꝫ linea a k per 3. tertij, ꝑpendicularis super lineam f h, quoniam ueniens à centro diuidit ipsam per æqualia in puncto k, quia itaqꝫ in trigonis b a g & b k h, anguli b a g & b k h sint recti, ut b a g, ex hypothesi & b k h per 22. primi huius, linea uero b k est maior quàm linea b a & linea a g est maior quàm linea k h, ꝑ 37. primi huius, angulus b h k est maior angulo b g a, similiter quoqꝫ angulus b f h erit maior angulo b d a, in trigonis ergo d b g & f b k erit ꝑ 32. primi, angulus d b g minor angulo f b k, diameter ergo d g uidebit̃ maior quàm linea f h, per 20. huius, similiter quoqꝫ est de omnibus alijs lineis æquedistantibus diametro respectu ipsius diametri, & ad inuicẽ demonstrandum, quælibet ergo minor uidebitur minor, & ita totus circulus uidebitur propriæ suæ figuræ, & hoc est propositum primum. Si uero linea a b, non sit erecta super circuli superficiem, sed oblique insistens, sit tñ æqualis semidiametro circuli, ad huc diameter d g & z e uidebuntur æquales cẽtro uisus in puncto b, existente em̃ ex hypothesi, z a semidiameter sit æqualis lineæ a b, & semidiameter a e æqualis sit eidem, palã quoniam lineæ a b, a e, a z sunt æquales. Si ergo super punctum a, ad quantitatem semidiametri e a, circulus describatur in superficie in qua sunt lineæ a e, a z a b, palam quia transibit per punctum b, ergo per 30. tertij, angulus e b z est rectus, similiter quoqꝫ ostẽdetur angulum g b d esse rectũ, & quia omnes anguli recti sunt æquales, & sub æqualibus angulis uisa æqualia apparent ꝑ 19. uel 20. huius, palam quia oẽs diametri illius circuli quocunqꝫ ducant̃ æq̃les apparebũt, sicut diametri e z ipsi diametro g d, qđ est propositum secũdum, patet ergo totũ q̃d ꝓponebat̃.



LIIII.

Centro oculi existente in termino lineæ maioris uel minoris semidiametro circuli, cuius superficiei in cẽtro oblique est insistens, æquales angulos cũ diuersis semidiametris cõtinentes, illæ diametri eiusdem circuli æquales apparebunt.



Sit circulus b g d e, cuius centrũ a, & sit centrũ uisus z, sitq́ꝫ linea a z non erecta sed oblique incidens superficiei circuli maior uel minor semidiametro d a, sit tñ angulus d a z æqualis angulo g a z, & angulus e a z æqualis an-

 gulo

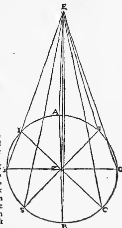
gulo b a z, dico quod ad hoc diameter d g & e b uidebuntur æquales, quoniam enim linea d a est æqualis a g, & linea z a communis duobus trigonis z a g, & z a d, est quoq; ex hypothesi angulus d a z æqualis angulo e a z, erit per 4. primi, linea z d æqualis lineæ z g, & angulus d z a æqualis angulo g z a, ergo per 19. uel 20. huius, basis d a uidebitur æqualis g a basi. Similiter quoq; per eadem demõstrabitur angulus e z a æqualis angulo b a z, & p præmissa uidebitur linea e a æqualis lineæ b a, & angulus a z g, æqualis est angulo a z d, & angulus e a z æqualis angulo a z g, ideo accidit ut totalis angulus d z b totali angulo e z g sit æqualis, uidebitur ergo ut supra patuit diameter d b æqualis diametro e g, quod est ꝓpositum, possibile est aũt hoc in quibusdam diametris accidere, non aũt in omnibus diametris circuli taliter uisui oppositi, nõ ergo oportet qđ oẽs diametri illius circuli uideãtur æquales; nõ eñ illæ diametri uidebunt̃ æquales, cũ quibuslibet linea z a, facit angulos inæquales.

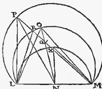
LV.

Si recta linea à centro circuli centro oculi incidens nõ erigatur super superficiem circuli, neq; æquales angulos cõtineat cũ diametris, sitq; maior semidiametro, diametri illius circuli inæquales apparebunt, totusq; circulus uidebitur sectio columnaris, cuius maxima est diameter illa cui perpendiculariter incidit linea radialis.

Esto circulus a g b d cuius centrum z, & ducantur diametri a b & g d, se ad inuicem orthogonaliter secantes, sic quod centrum oculi e, à quo ducatur linea e z ad centrũ circuli diametro quidem d g secũdum angulum rectum perpendiculariter incidentes, diametro uero a b oblique ut acciderit, non erit ergo linea e z erecta super superficiem circuli, sitq; linea e z maior semidiametro circuli, dico quod diametri a b & g d uidebuntur inæquales, & g d maxima quidem a b uero minima, & quod totus circulus uidebitur altera parte longior, ueluti sectio columnaris, quoniam omnis diameter circuli quæ cecident propior minimæ, uidebitur minor remotiore ab illa, & duæ tantum diametri apparebunt æquales, ut illæ quæ æqualiter distãt ab utraq; parte à minima diametro quæ est a b, quoniam enim diameter g d, est perpẽdicularis super diametrũ a b, & super lineã z e, palam per 4. undecimi, quoniam linea g z est perpendicularis super superficiem in qua sunt lineæ e z & a z, uel a b, ergo per 18. undecimi, erit circulus propositus orthogonaliter super superficiem e a z, ergo & e a z, superficies erecta erit super circulum, ducatur ergo à puncto e, super superficiem circuli a b g d, perpendicularis per 11. undecimi, hoc itaq; per præmissa necessario cadet in communem sectionẽ illarum superficierum, quæ est a b, cadat ergo & sit e k, & ducãtur lineæ e a, e b, e d, e g, producaturq; diameter circuli alia quæ sit s z p, constituendo cũ diametro g z d angulum p z d æqualem angulo g z s per 15. primi, ducatur quoq; alia diameter quæ sit i z d, ita ut anguli g z g & i z g sint æquales, quia itaq; à puncto e, in aere dato super substratam planam superficiẽ circuli qui est a b g d, ducant̃ duæ lineæ, una ꝑpendiculariter q̃ est e k, & alia oblique q̃ est e z, & inter pũcta incidẽtiæ quæ sunt k & z copulatur linea z h, in ipsa superficie, patet per 39. primi huius, qm̃ angulus e z k, minimus est omniũ angulorum sub linea e z, oblique incidente, et semidiametro z i uel z p, uel quacũq; alia diametro contentorum, & omnis angulus istorũ angulorum propinquior angulo e z k est minor remotiore; duo q̃q; anguli ex utraq; parte æqualiter angulo e z k approximãtes, ut sunt anguli i z k, & p z k inter se sunt æquales, copulentur q̃q; lineæ e i, e s, e p, e t, quia itaq; ab angulis duorum trigonorũ d e g & t e i, ad medietates suarum basium æqualiũ in trigono d e g linea e z perpendiculariter incidit, & in trigono t e i obliq̃ est, q̃ linea e z maior medietate utriusq; illarum basiũ, g d & i t, ut patet ex hypothesi, ergo p 49. primi huius, erit angulus d e g maior angulo t e i, ergo

ergo p̃ 20. huius, diameter d g uidebitur maior diametro i t, & quoniam ut ostensum est p 39. primi huius angulus e z i est maior angulo e z a, ambabus uero basibus trigonorum t e i & a e b, quæ sunt i t & a b, ad medium punctū qđ est z linea e z incidit oblique; erit per 51. primi huius angulus t e i maior angulo a e b, ergo per 20. huius diameter i t uidebitur maior diametro a b, & sic per præmissā de qualibet aliarū diametrorū respectu diametri a b est demõstrandū. Oĩm itaq; diametrorū circuli propositi g d uidetur maxima, & a b minima, & propinquiores diametro g d uidentur maiores, & propinquiores diametro a b uidentur minores: duæ quoq; diametri æqualiter hinc inde distantes uidentur æquales, ut sunt i t & s p per præmissam, qm̃ propter æqualitatē angulorū aliquorum qui sunt e z i & e z p per 39. primi huius anguli t e i & s e p fiunt æquales per 51. primi huius, totus ergo circulus uidetur altera parte longior, ueluti sectio colūnaris. Sed & suppositis ijs quæ per 39. primi huius declarata sunt, potest reliquū aliter demõstrari. Extra hanc enim figuram, ptrahatur linea l m æqualis diametro d g per 3. primi, & diuidatur linea l m per æqua lia in puncto n per 10. primi, & à puncto n ducatur linea n x perpendiculariter super lineam l m per 11. primi, & resecetur linea n x ad æqualitatē lineæ z e, quæ est ex hypothesi maior q̃ linea n m, æqualis semidiametro z g, ut patet ex præmissis, ductisq; lineis l x & m x, compleatur trigonū l m x, & per 5. quarti circūscribat̃ ei portio circuli quæ sit l m x, est itaq; illa portio circuli l m x maior semicirculo, ideo quia linea n x est maior utraq; linearū n m & n l, & qm̃ trigonorum g z e & l n x latus g z est æquale lateri n l, & latus z e æquale lateri n x, & angulus g z e æqualis angulo l n x, qm̃ ut patet ex præmissis uterq; ipsorū est rectus, erit per 4. primi basis g e æqualis basi l x: & similiter iterata demonstratio in trigonis d z e & n x m, erit linea d e æqualis lineæ m x, & erit totus angulus l x m æqualis totali angulo g e d, fiat quoq; super punctū n terminū lineæ l n p 23. primi angulus æqualis angulo i z e, & sit angulus l n o, fiatq; per 3. primi linea n o æqualis lineæ e z, & ducantur lineæ l o & m o, describaturq; supra circa trigonum l o m portio circuli quæ sit l o m, erit quoq; secundū præmissum probandi modum angulus l o m æqualis angulo i e t, ita ut prius per 23. primi constituatur super punctū n terminū lineæ l n, angulus l n p æqualis angulo a z e, & fiat linea n p æqualis lineæ e z, & ducãtur lineæ l p & p m, & circa trigonū l p m describatur portio circuli ut prius, quæ sit l p m, erit quoq; modo præmisso angulus l p m æqualis angulo a e b, ducaturq; linea à puncto l ad punctū sectionis, ubi linea m o secat circūferentiā portionis circuli quæ l x m, quæ linea sit l q, & quia per 26. tertij angulus l q m æqualis est angulo l x m, cadunt enim in eundem arcū quē concordat linea l m, angulus uero l q m maior est angulo l o m per 16. primi, patet, q̃a angulus l x m maior est angulo l o m, angulus uero l x m æqualis est angulo g e d, & angulus l o m æqualis est angulo i e t, pa-



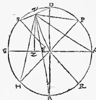


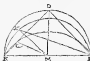
lam ergo, quoniã angulus g e d maior est angulo l e t. Similiter quoq; ducta linea k ad punctũ sectionis, in quo linea m p secat arcum l o m, palam ut prius, q̃m angulus l o m maior est angulo l p m, & quoniã angulus l p m est æqualis angulo a e b, erit angulus i e t maior angulo a e b, ergo per 20. huius maior apparebit uisui in puncto e posito diameter g d, q̃ diameter i t, & diameter i t maior diametro a b, & q̃m de omnibus diametris cadentibus in arcum i a eadem est demonstratio respectu diametri a b, patet q̃ omnibus illis maior uidebitur diameter g d, & minor uidebitur diameter a b: omniũ itaq; diametrorũ concurrentiũ cum linea e z in puncto z diameter a b uidetur minima, & g d maxima: diameter uero media diuidens angulũ a z g per æqualia, modo medio uidebitur in diametris g d & a b, & quia per præmissam angulus i e t æqualis est angulo s e p, palam quia diametri i t & s p æquales uidebuntur, quoniã sunt diametris g d & a b æqualiter distantes, ut patet per præmissam & per 15. primi, hoc ergo est propositum.

LVI.

Si linea recta à centro circuli centro uisus incidens, non erigatur superficiem circuli, necq; æquales angulos contineat cum diametris, sitq; minor diametro, diametri illius circuli inæquales apparebunt, totusq; circulus uidebitur sectio columnaris, cuius maxima diameter est illa, cui oblique incidit linea radialis.

Esto circulus a b g, cuius centrũ e, & ducantur duæ diametri a g & b d se inuicem ad rectos angulos secantes in cẽtro e, & ducatur linea e z, quæ necq; sit erecta super superficiem circuli dati, nec angulos æquales continens cum diametris a g & b d, & sit minor semidiametro continens angulos rectos cum diametro g a, & inæquales cum diametro d b, dico q̃ diametri propositi circuli apparebunt inæquales, & q̃ totus circulus uidebitur sectio columnaris, cuius diameter g a apparebit omniũ minima, & diameter d b maxima: diametri uero æqualiter ab istis ambobus diametris distantes, æquales apparebunt oculo in puncto, & existẽte ut sunt diametri h p & s r, quia enim angulus z e g est rectus, ducantur lineæ z g, z d, z a, z b, & ducantur ad diametrũ h p lineæ z h, z p, & ad diametrũ g r lineæ z g & z r, & omnibus alijs ut in præmissa dispositis, scilicet ducta linea z k super diametrũ g a, cui ꝑpendiculariter incidit linea z e per 39. itaq; primi huius, patet q̃ angulus z e k est minimus omniũ angulorũ illorũ: & omnis angulus illi propinquior est minor remotiore, quia uero ab angulo trigoni g z a descendit linea z e ad mediũ basis, quæ est a g perpendiculariter, & ab angulo trigoni h z p descendit eadem linea z e oblique ad medium basis h p, est itaq; linea z e minor medietate utriusq; illorũ basium æqualiũ, ut patet ex hypothesi, palam per 50. primi huius, q̃m angulus g z a est minor angulo h z p, ita per 51. primi huius, quoniam angulus g z a est angulus h z p minor angulo d z b. Similiter quoq; de quibuscunq; diametris medijs demonstrandũ, patet ergo per 30. huius, q̃m omniũ diametrorũ a g uidetur minima, & d b maxima, & mediæ medio modo se habentes, secundũ q̃ plana approximant hinc & inde: duæ quoq; diametri æqualiter distãtes ab extremis uidentur æquales per 54. huius, patet ergo ꝓpositũ. Sed & suppositis ijs, quæ per 39. huius primi, potest reliquũ aliter demonstrari: Assumatur ut in præmissa k l æqualis diametro g d, & diuidatur in duo æqualia in puncto m, & producatur à puncto m perpendiculariter linea m o æqualis lineæ e z, erit ergo linea m o ex hypothesi minor semidiametro g e, & minor linea k m, & ducantur lineæ k o & l o: trigono quoq; k n l circũscribatur circuli portio per 5. quarti, quæ sit k o l: est autẽ illa portio minor semicirculo, quia linea





m o

m o est minor semidiametro, eritq́ per 4. & 8. primi angulus k o l æqualis angulo g z a. Sit iterum angulus p e z æqualis angulo k m x, & sit linea x m æqualis lineæ e z, ductisq́ lineis k x & l x, circũscribatur trigono k x l portio circuli k x l, & erit modo præmisso angulus k x l æqualis angulo h z p. Item sit angulus k m q æqualis angulo a e z, & sit linea m q æqualis e z, ductisq́ lineis k q & l q, ut prius describatur portio circuli k q l, & erit angulus æqualis angulo d z b, & quia inter præmissum patuit, erit angulus k o l minor angulo k x l, & angulus k x l minor angulo k q l, erit angulus g z a minor angulo h z p, & angulus h z p minor angulo d z b, apparebit ergo diameter d b maior quàm diameter h p, & h p maior quàm g d, diameter uero h p & e i æqualiter distans, quæ s k, à diametro g a, æquales apparebunt per 54. huius, & hoc est propositum.

LVII.

Centro uisus existente in linea erecta super superficiem quadrati in puncto intersectionis duorum diagonorum, latera quadrati æqualia apparent, & diametri æquales.

Sit tetragonus a b g d, & protrahatur in ipso diagoni a g, b d, & earũ intersectio sit e, erigatur e z super superficiem tetragoni per 12. undecimi, ponaturq́ oculus in aliquo puncto lineæ e z ut m z, & ducantur lineæ z a, z b, z d, z g, quia itaq́ per 40. primi huius medietates diagonorũ inter se sunt æquales, ut d e & g e, & linea e z est cõmunis duobus trigonis d z e & g z e, & anguli circa e sunt recti per diffinitiõem lineæ super superficiẽ erectæ, erit per 4. primi basis z g æqualis basi z d, & angulus e z g æqualis angulo e z d, uidebitur itaq́ linea d e æqualis lineæ e g per 20 huius: & similiter per eandem, quia angulus a z e est æqualis angulo b z e. uidebitur ergo linea a e æqualis lineæ b e, tota quoq́ linea d b apparebit æqualis toti lineæ a g, & quoniam linea g z est æqualis lineæ b z, & linea a z æqualis lineæ d z. & linea a b est æqualis ipsi g d, quoniã sunt latera eiusdem quadrati, & sic tria latera unius trigoni sunt æqualia tribus lateribus alterius, ergo per 8. primi anguli æqualibus lateribus contenti sunt æquales: omnia itaq́ latera ipsius quadrati hoc modo æqualia apparebunt. & hoc est propositũ, quoniam in omni puncto lineæ a z eadem est demonstratio, concludendo semper per 20. huius.

LVIII.

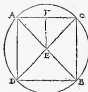
Si recta linea maior uel minor medietate diagoni quadrati à medio puncto centro uisus incidens obliquata super eius superficiem æquales angulos cõtineat cum diuersis medietatibus diagonorũ, diagoni illius quadrati apparebũt æquales.

Sit quadratũ a b c d, cuius medius punctus inueniatur per 40. primi huius, quod sit e, & ducantur diagoni a c b & c e d, sitq́ centrũ uisus f, & linea f e sit maior quàm linea e a medietate diagoni, uel minor illa, sit quoq́ linea f e obliquata super superficiem quadrati, sit tamẽ angulus f e a æqualis angulo f e c, dico quod adhuc diagoni ipsius quadrati æquales apparebunt; circa punctũ enim e describatur circulus ad quantitatẽ semidiametri e a, palam ergo, cum omnes medietates diagonorũ sint æquales per 40. primi huius, quoniam per 9. tertij circulus iste circũscribet totali quadrato, oẽs terminos diagonorũ attingẽs, erũt ergo diagoni quadrati diametri descripti circuli. Sed manifestũ est per 54. huius, quoniam diametri circulorũ in hac dispositione omnes uidẽtur æquales, ergo & diagoni quadrati cum sint idem cũ illis, & hoc est propositum. Idem quoq́ accidit in omnibus figuris poligonijs quibuscunq́ formæ, & per eadem uel similia demonstrandum.

LIX.

Linea recta ad punctum medium superficiei quadratæ oblique à centro uisus incidẽte, & inæquales angulos cũ diagonis cõtinente, siue maior siue minor semidiagono fuerit, semper diagoni quadrati inæquales apparebũt.

Remaneat dispositio proximæ præcedentis, contineatq; linea f e inæquales angulos cum diagonis, ita ꝙ angulus f e a sit inæqualis angulo f e c, & circumducatur circulus quadrato circa centrum e ut prius, & si linea f e fuerit maior semidiagono a e, concludetur per 55. huius diametros circuli, qui sunt diagoni propositi quadrati, inæquales uideri, ꝙ si linea f e fuerit minor semidiagono a e, tunc similiter per 56. huius conuincet̃ diagonos quadrati inæquales uideri. Diuersitas tamen istarum inæqualitatũ, fit secundũ modum illic in circulis propositũ, secundũ diuersitatẽ angulorũ incidentiæ hinc inde, patet ergo ꝓpositũ, & eodem modo potest de alijs figuris, ut de quadrangulo altera parte lõgiore, & de hexagonis, octogonis, & uniuersaliter de omnibus poligonijs parium angulorũ faciliter demonstrari, ꝙ ipsorũ diagoni quandoq; æquales uident̃, & qñq; inæquales, nec in talibus duximus immorandũ, quia quilibet huius scientiæ ꝑscrutator hoc faciliter cõprehẽdet.



LX.

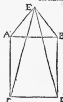
Centro foraminis uneæ in puncto medio superficiei cuiuscunq; figuræ rectilineæ existente, semꝑ figura secundũ sui formã propriã uisui occurret.

Verbi gratia: Sit figura data exempli causa quadrata, & inueniatur punctus medius per 40. primi huius, in quo ponatur centrum foraminis uneæ, & hoc est, ut supponatur oculus illi puncto, & quoniã ab illo puncto ad omnem punctũ laterum angulorũ possunt duci lineæ æquales uel proportionales ijs quæ in ipsa superficie, patetq; ꝙ forma cuiuslibet illorũ punctorũ uidebitur, & propter æqualitatẽ linearũ radialium ad eas quæ in superficie lineas figurabitur figura in oculi superficie, sicut est extra in superficie rei uisæ, patet ergo ꝙ totalis forma & figura illius sup̃ficiei uidebit̃, sicut est ꝓpria illi figuratio cuiuscunq; sit figuræ, & hoc est propositum.

LXI.

Figura quadrata unò solo latere directe uisui opposito, distantia uisa altera parte longior uidetur.

Sit enim figura quadrata a b c d, & centrum uisus e, & latus quadrati qđ sit a b, opponatur uisui directe, palam ergo, quoniã alia uisui oppon̄etur oblique, sed per 26. huius quantitas oblique uisui opposita uidetur minor, quoniam sub minori angulo uidetur: directe uero uisui opposita, uidetur sua propriæ quantitatis ꝙ̃ oblique uisa: sub maiori enim angulo uidẽtur omnia directe uisibus opposita, ꝙ̃ sibi æqualia quæ opponuntur uisibus oblique, tota ergo figura quadrata uidebitur altera parte longior. Superficies uero quadrata e, distantia uisa altera parte longior, uidetur ut proponitur, sed est possibile, uel altera parte longior appareat uisui esse quadrata, ut si latus ei uero breuius directe oppona t̃ uisui & longius oblique, tunc enim potest fieri propter dispositionem obliquitatis, ut longius latus apparet æquale breuiori. Multa quoq; similia accidunt ex hac radice, utpote irregularitas in quibuslibet poligonijs figuris æquilateris & æquiangulis. In alijs quoq; accidit suæ formæ diuersitas in uisione, quæ omnia relinquimus diligentiæ particulariter perquirentis, sufficit enim nobis hoc uniuersaliter propositum in radice.



LXII.

Si quadratum, cuius latus non sit excedẽs, distantia oculorũ uisibus proprijs apponatur, uidebitur altera parte longius, & latera uisibus obuiantia, ex parte uisuum concurrere uidebuntur.

Sit qua-

Sit quadratum a b c d, cuius latus a b non sit excedens quantitatē lineæ cōnectenti centra oculorū, hoc est distantiā oculorū, & applicetur uisibus ut ꝑpius potest, secundū latus suū a b, dico φ uidebit altera parte longius, latera enim eius duo, s. a c & b d directe subijciuntur uisui, qm̄ qđlibet illorū laterum imaginatū extendi secundū suum continuum & directum per 1. secundi huius penetrat centrum uisus, cui directe subijcitur, & sic forma eius directe depingitur in sup̄ficie ipsius uisus, & latus c d directe opponitur uisui, uidebitur ergo illa sua ꝑpriæ quantitatis per 26. huius, latus uero a b uidet oblique, qm̄ cadit intra axes uisuales, nec super ipsum erigitur aliquis axium uisualiū, uidetur ergo minus per eandem 26. huius: totum ergo quadratū a b c d uidetur altera parte longius, & lineæ c a & d b, quæ sunt latera illius quadrati uisibus obuiantia, uidebuntur plus distare secundū lineam c d, φ secundū lineam a b, uidentur ergo concurrere uersus partem uisus, qđ est propositū: & eadem passio accidit figuræ quadrangulæ altera parte lōgiori, nec est differentia φ ad illā, qđ etiā per eandē potest demōstrari, patet ergo ꝑpositum. Et qm̄ figura corporalis qđā figura est, licet uisio corporeitatis sit alia à uisione figuræ, quō uirtuti distinctiuæ error in uisiōe figuræ accidat, duximus in posterius differendum.

LXIII.

Corporeitas comprehenditur à uisu, in quibusdam corporibus per se, & in quibusdam auxilio uirtutis iudicatiuæ.

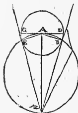
Cum enim corporeitas sit extensio corporis secundū trinā dimensionē, dico φ ipsa quandoq; cōprehenditur in quibusdā corporibus à uisu per se, quædā enim corpora continentur à superficiebus planis secundū se recte uel oblique adinuicē, & quædā à superficiebus cōcauis & cōuexis, & qdam à superficiebus cōuexis & planis, & quædā à superficiebus concauis & planis, & quædā à diuersis superficiebus cōuexis, concauis & planis se intersecantibus, & quædam continentur ab una sola superficie rotunda: corpus itaq; cōtentum à superficiebus secantibus se, cuius una superficies est plana: quando superficies eius fuerit opposita uisui secundū directam oppositionē siue obliquatam, ita tamen, φ communis sectio duarum superficierū uideatur, & φ ambæ superficies se secantes occurrant simul uisui, tunc extensio corporis secundum longitudinem & latitudinem, & secundum profunditatem à uisu comprehendetur, sic ergo corporeitas cōprehendetur. Corpora quoq;, quorū superficies est conuexa siue sit una siue multæ, cum opponuntur uisui secundū directionem uel obliquationē, erunt remotiores partiū eius à uisu inæquales, & erit medium conuexi eius propinquius extremitatibus uisus per 3. tertij. Reliquæ uero partes eius erunt à uisu remotiores, quo comprehēsio sentiet uisus corporeitatem, quoniam comprehendet profunditatem partium plus remotarum à se respectu partiū propinquiorū sibi, & cum hoc comprehendet longitudinem & latitudinem dimensionū illorum corporū. Corporis quoq; concaui concauitas percipi potest à uisu secundū mediocrem distantiam, tunc enim, quia medium eius maxime elongatur à uisu per 3. tertij, ut prius: profunditas illius corporis cōprehenditur à uisu propter maiorem distantiam unius partis respectu aliarum, sed ex consequenti longitudo & latitudo patent: φ si plures sunt in ipso superficies se secantes, quorū communes sectiones se à uisu offerant, corporeitas ipsorum comprehenditur à uisu cum sentitur obliquitas illarū superficierum. In ijs autem omnibus attendenda est mediocritas distantiæ, quoniam in maximis remotionibus est secus, tunc enim per uisum nudum non comprehenditur corpus propter uisionem superficiei, sed auxilio uirtutis animæ superioris, est enim principium quiescens in anima ex consuetudine uisionum, & est tale, φ nihil uidetur nisi corpus. Unde quando uisus uidet aliquam uisibilem superficiem, statim uirtus iudicatiua animæ dicet, quidens uidet corpus, quamuis non comprehendat uisus extensionem eius in profundum. Nam latitudinem & longitudinem per se comprehendet uisus per comprehensionem superficiei cuiuscunq; per 17. tertij huius, non autem comprehendet semper corporum profunditatem, quæ est tertia dimēsio ipsorū, nisi auxilio uirtutis superioris ipsius animæ, patet ergo propositum.

A Lon

LXIIII.

Longior linea ab aliquo puncto ſuperficiei conuexæ ſphæricæ ad uiſum accedens, eſt linea contingens circulum magnum illius ſphæræ.

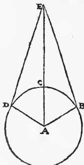
Eſto data ſphæra d g, cuius centrū ſit a, circulus eius magnus d g c b, quæ ſphæra ſit uiſa ab oculo, cuius centrū ſit punctū z, & ſuper lineam diſtātiæ centri ſphæræ qđ eſt a, & centri oculi qđ eſt z, poſitam ꝑ diametro quæ ſit a z, figuretur circulus a b e z, & ducantur ad ſectiones circulorū̄ iſtorū lineæ z b & z e, dico ꝙ hæ lineæ contingunt circulū d g c b, qui eſt circulus magnus ꝓpoſitæ ſphæræ, & ꝙ ipſæ ſunt longiores omnibus alijs lineis ductibilibus à quibuſcunq; punctis ſuperficiei ſphæræ ad centrū uiſus, ducantur enim à centro ſphæræ qđ eſt a, duæ lineæ ad terminos linearū z e & z b, quæ facient cum eis angulos rectos, fient enim anguli a e z & a b z recti per 30. tertij, quia uterq; illorū cadit in ſemicirculo, ergo per 15. tertij illæ duæ lineæ z e & z b ſunt contingentes circulū d g e b, protractæ ergo circulū nō ſecabūt. Si uero dicatur, ꝙ illæ contingentes non ſunt longiſſimæ, quæ perueniūt à punctis ſuperficiei ſphæræ uiſæ ad centrū uiſus z, ſint aliæ longiores, quæ ut patet ex præmiſſis, ſi linea z b protrahatur, ipſa non ſecabit circulum quem contingit per 15. tertij, ergo ſi à puncto z centro uiſus in ſuperficie, in qua ſunt lineæ z e & z b, protrahatur linea longior ꝙ ſit linea z b uſq; ad circulum; palam ergo, quia iſta recta cum linea z b ſuperficiem includet, qđ eſt impoſſibile. Illæ ergo duæ lineæ contingentes circulū ſunt omnibus alijs lineis longiores, quod eſt propoſitum.



LXV.

Sphæræ à remotiſſimo uiſæ ſuꝑficies conuexa uel concaua uidetur plana.

Sit ſphæra, cuius centrū ſit a, & in ea circulus magnus b c d, & ſit centrū uiſus e, ducanturq; lineæ e a, e b, e t, e d, palamq; per 50. huius, quoniā forma arcus b c d ipſi uiſui e à remotiori incidentiæ arcus b c d accedit ad rectitudinem, & idem eſt de alijs arcubus quibuſcunq; uiſus incidit in tota data ſphæra, totalis ergo portio conuexæ ſuperficiei, cui uiſus incidit, uidetur plana, ut ſicut arcus circulorū in ſuperficie ipſius deſcriptibiliū accedūt ad rectitudinem linearū, ſic totalis ſphæræ ſuperficies ad planiciem accedat, & per eadem poteſt fieri demōſtratio de cōuexa ſuperficie ipſius ſphæræ, cū enim in illa partiū rei uiſæ plus altera diſtare uidetur, neceſſe eſt unius diſpoſitionis apparere totam ſuperficiē rei uiſæ. Cum itaq; totum conuexū corpus uel concauū in remotione maxima fuerit à uiſu, tūc uiſus nō comprehendet concauitatē uel conuexitatē, ſed cōprehēdet ipſum quaſi planū, quia ſitus partiū ſuperficiei ſuæ adinuicem nō comprehendit à uiſu in aliqua diuerſitate, ſed ſecundū concauitatē æqualem peruenerint ad uiſum, & in ipſius uiſus ſuꝑficie ſecundū diuerſitatem ſitus figurat, unde plana iudicant, & plana uidebit totalis ſuperficies rei uiſæ, & ob hoc figuræ ſuperficierū ſolis & lunæ uident planæ, ſemidiametri enim ipſorū ad lineam ſuæ diſtantiæ, quæ à centro uiſus ad ipſorum ſolis & lunæ centra ducitur, non habet aliquā ſenſibilē ꝓportionē, unde nihil aufert à quantitate lineæ à centro uiſus productæ contingente ſphæras illas per præmiſſam. Longior enim linea ab aliquo puncto ſuperficiei conuexæ ipſius ſphæræ ad uiſum accedens, eſt linea circulū magnū illius ſphæ-



ræ cō

ræ contingens,& illæ lineæ omnes sunt æquales inter se per 58. primi huius,& quia sensibiliter nõ excedunt lineam à centro uisus super supficies illarũ sphæraæ ꝓductas, ideo omnes illæ lineæ uidentur quasi æquales ipsis ꝑpendicularibus,quæ transeunt centra illorum corporũ à centro uisus productæ,& arcus interiacentes rectitudini accedunt:unde totales superficies uidentur planæ,& hoc idem propter eandem causam accidit in omnibus alijs stellis,quæ propter remotiõem maximam quasi quædam superficies par uorum circulorũ uidentur,patet ergo propositum.

LXVI.

Sphæricæ superficiei cõuexæ illuminatæ uno oculo uisæ,semper minus hemisphærio apparet,& pars eius uisa circulo continetur.

Sit sphæræ uisæ centrũ a,& sit centrum uisus b,producaturq́ʒ linea a b,sitq́ʒ ut superficies plana transiens punctũ b,secet sphæram,erit ergo per 69. primi huius communis sectio illius superficiei & sphæræ circulus,sit ille circulus g d,& super diametrũ a b,quæ interiacet centrum uisus & centrũ sphæræ uisæ,describatur circulus qui sit a g d b,& producantur lineæ g b,d b,a g,a d, quia ergo arcus a g b est semicirculus,palã per 30. tertij,quia angulus a g b est rectus. Similiter autẽ & angulus a d b est rectus, ergo lineæ b g & b d sunt contingentes circulũ per 15. tertij,copuletur itaqʒ linea g d ducta per puncta contactuũ, quã secabit linea b a per æqualia ꝑ 58. primi huius,sit ergo punctus sectionis k,eruntq́ʒ per 4. primi trigona g k b & d k b æquiangula,patet & hoc ꝑ 3. tertij,ducatꝰ q́ꝫ ꝑ centrũ a linea i t æquedistãter lineæ g d per 31. primi:erit ergo per 29. primi linea a b ꝑpendicularis super lineã i t, cum ipsa sit ꝑpendicularis super lineam g d æquedistantẽ lineæ i t, ergo ꝑ 15. tertij erit linea i a contingẽs circulũ a g b d,& ipsa est diameter circuli d g,arcus ergo g d qui uidetur,minor est semicirculo,ꝑut etiam patet per 51. huius, trigonus itaqʒ b g k manẽte fixo latere b k,intelligatur circũduci quousqʒ redeat ad locum unde cœpit, & palam,quoniã linea b g contingens circulũ d g,unũquodqʒ punctũ superficiei sphæræ,cui ipsa circũducitur,continget,& linea k g motu suo faciet circuli sectionem,fietq́ʒ pyramis,cuius uertex erit punctũ b,qđ est centrum uisus,basisq́ʒ eius erit circulus per motum lineæ k g factus:pars ergo uisa sub circulo continetur,palam quoqʒ, quoniam uidetur minus hemisphærio:est enim,ut præmissum est,sphæræ uisæ diameter i t, & linea g d illi æquedistãs minor diametro,est aũt linea g d diameter basis pyramidis uisionis,minus ergo hemisphærio uidetur,quod est propositum.

LXVII.

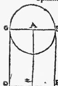
Visu sphæræ illuminatæ conuexæ approximãte,minus superficiei sphæræ uidetur,apparet autem quasi magis uideatur.

Esto ut in præmissa sphæra,cuius centrum a,sit quoqʒ centrũ uisus b,& ducatur linea a b,& circa diametrũ a b describatur circulus g b d,& ducatur à puncto a linea e a z perpendiculariter super lineam a b per 11. primi,& quia lineæ a b & e z sunt in una superficie per 2. undecimi. Intelligatꝰ hæc superficies plana secare sphæram,ipsa aũt per 69. primi huius secabit sphærã secundũ circulũ qui sit g e z d,eruntq́ʒ puncta sectionis duorũ ꝓpositoꝝ circulorũ quæ g & d,ducantur lineæ g a,d a,b g,b d,& patet per modũ ꝓximæ præcedentis,quia lineæ b g & b d contingũt sphæram, & uidetꝰ ab oculo existente in puncto b pars sphæræ g d: sit ergo ut appropinquet oculus sphæræ,& fiat in pũcto c, ducaturq́ʒ c a circa quã ut diametrũ describatꝰ circulus a k d l,ducanturq́ʒ lineæ c k,c l,a k,a l,ergo propter præmissam uidebitur sub circulo exi-

ſtente in puncto c pars ſphæræ, quæ eſt k l, quæ minor eſt parte ſphæræ g d uiſæ ab oculo exiſtente in puncto b, quia arcus cadens inter puncta cōtingentiæ linearū c k & c l, quæ per 64. huius attingūt ſphærā, minor eſt arcu g d, quæ cadit inter puncta cōtingentiæ linearū b g & b d, qđ patet per 60. huius, palam ergo, quòd appropinquante oculo ipſi ſphæræ, minus ſuperficiei ſphæricæ uidetur, quia uero, ut patet per eandē 60. primi huius, lineæ g b & c k concurrūt ſi producātur uerſus punctū g, palam per 16. primi, quoniam angulus k c a minor eſt angulo g b a, ſimiliter angulus a c l maior eſt angulo a b d, totus ergo angulus k c l eſt maior toto angulo g b d: pars ergo ſphæræ, in qua eſt arcus k l, ſub maiori angulo uidebitur, quàm pars ſphæræ in qua eſt arcus g d, apparet ergo per 20. huius maior uiſui pars ſphæræ quæ eſt k l, quàm pars eius quæ eſt g d, & hoc eſt propoſitum.

LXVIII.

Diametro ſphæræ illuminatæ conuexæ lineæ connectenti centra amborū oculorū æquali exiſtente, hemiſphæriū eſt qđ ambobus uiſibus uidet.



Sphæræ datæ ſit centrū a, ſitq́; circulus eius maior, cuius diameter ſit b g, quæ ex hypotheſi erit æqualis diſtantiæ oculorum, hoc eſt lineæ connectenti centra uiſuum amborū quæ ſunt e & d, ducantur quoq; à punctis b & g perpendiculares b d & g e, quæ fiant æquales per 3. primi, & copuletur linea d e, quæ per 33. primi & ex hypotheſi erit æqualis & æquediſtans lineæ g b, ducatur quoq; perpendicularis à puncto a centro ſphæræ ſuper lineam g b per 11. primi, quæ producta ad lineam d e ſecet ipſam in puncto z: palam ergo per 29. primi, quoniā linea a z eſt perpendicularis ſuper lineam e d, & per 27. primi erit linea a z æquediſtans lineæ g e, ergo per 33. primi patet quòd linea e d diuiditur per æqualia in puncto z, & quia, ut patet ex hypotheſi, erunt oculi in punctis d & e, dico quòd hemiſphæriū eſt qđ uidetur, manente enim fixa linea a z, circūuoluatur paralellū a b z d, donec redeat ad locum unde incepit: linea ergo a b mota deſcribet circulū æqualē circulo g b, cuius ipſa eſt ſemidiameter, erit aūt circulus magnus ſphæræ datæ circulus g d, ergo per motū lineæ a b deſcribitꝰ circulus magnus, hic aūt ſphærā diuidit in duo æqualia, patet ergo propoſitum.

LXIX.

Linea connectēs centra amborū oculorū, ſi maior diametro ſphæræ illuminatæ cōuexæ fuerit, plus hemiſphærio eſt qđ ambobus uiſibus uidet.

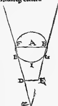
Sit ſphæra data, cuius centrum a, & eius circulus magnus ſit e c d i, ſintq́; centra amborum oculorum b & g, ſitq́; linea b g producta maior diametro datæ ſphæræ & eius circuli magni, dico quòd a b ambobus uiſibus maius hemiſphærio uidebitur, ducantur enim à centris oculorum lineæ b e & g d contingentes circulum e d c i per 16. tertij, contingantq́; in punctis e & d, & ducatur à puncto a diameter ſphæræ æquediſtans lineæ b g per 31. primi, & quia diameter ſphæræ ex hypotheſi eſt maior quàm linea b g, palam, quòd lineæ b e & g d ultra diametrum f h concurrunt per 15. primi huius, concurrant ergo in puncto z, quia ergo ab uno puncto z ducuntur duæ lineæ contingentes circulū ſcilicet e z & z d, palā, quia portio circuli quæ eſt e c d eſt minor ſemicirculo per 59. primi huius, ergo portio eiuſdē circuli reliqua, quæ eſt e i d eſt maior ſemicirculo: hæc aūt portio eſt illa quæ uidet, & quia idē eſt de oībus circulis magnis in tota ſphæra ſignatis, palā, quia maius hemiſphærio eſt, qđ ſuperficiei ſphæricæ hypotheſi tali exiſtēte uidetꝰ, & hoc eſt propoſitū.

LXX.

Linea connectens centra amborū uiſuum, ſi diametro ſphæræ conuexæ minor fuerit, minus hemiſphærio eſt quod uidetur.

Sit

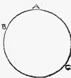
Sit ſphæra data cuius centrum a, & circuli eius magni diameter ſit f h, ſintq́ centra oculorum d & e, & producatur linea d e, cõnectens centra oculorum minor exiſtens diametro f h, ducanturq́ lineæ illum circulum contingentes, quæ ſint d b & e g, dico quod min9 hemiſphærio eſt illud quod uidet. protrahantur enim lineæ b d & g e, & quoniam linea d e, eſt minor diametro f h, palam per 15. primi huius, quoniam lineæ b d & g e, concurrunt ultra ambos uiſus, ſit ergo concurſus punctus z, palam per 58. primi huius, quoniam cum à puncto z ducantur duæ lineæ unum circulum contingentes, quæ ſunt z b & z g, quod arcus b i g eſt minor ſemicirculo, minus ergo ſemicirculo b g uidetur ſub oculis d & e, ergo ut prius min9 hemiſphærio uidebitur ſub oculis d & e, & hoc eſt q̃d ꝑponebatur.



LXXI.

Centro foraminis uneæ in ſuperficie ſphæræ concauæ illuminatæ exiſtente tota ſphæræ intrinſeca ſuperficies uidetur.

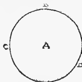
Eſto centrum foraminis uneæ punctus a, & ſit ſphæra data, cuius maior circulus ſit b a g trãſiens per centrum a, patet ergo per 52. huius, quoniam ſic uiſu diſpoſito totus circulus b a g, poterit uideri, & qa plurimi circuli magni ſpæræ ſe ſecant ſuper polos ſphæræ, quilibet autem punctus ſphæræ eſt polus ſphæræ, palã quia oẽs circuli magni ſphæræ datæ, qui per omnia puncta ſuperficiei ſphæræ imaginari poſſunt, tranſeuntes ſe interſecabunt ſuper punctũ a, erit ergo punctũ a, quod eſt centrum foraminis ipſius uneæ in quolibet illorum magnorum circulorum, oẽs autem illi circuli magni ſphæræ totam ſphæræ ſuperficiem euacuant, quia non eſt dare punctum in ſphæræ ſuperficie, quem aliquis circulus magnus nõ tranſeat, uiſu ergo taliter diſpoſito tota cõcaua ſphæræ ſuperficies uidebitur, & hoc eſt propoſitum.



LXXII.

Centro foraminis uneæ intra ſphæræ cõcauæ illuminatæ ſuperficiem uel extra illam exiſtente portio circularis ſphæræ uidebitur, cui incidunt æquales lineæ à centro uiſus ductæ, eritq́ uiſum quandoq́ hemiſphæriũ, quãdoque maior portio quandoq́ minor.

Eſto centrum foraminis uneæ punctum a, & ſit ſphæra concaua, cuius circulus magnus ſit b c d, & centrum ſphæræ ſit punctum e. Si ergo centrum uiſus fuerit in puncto e, centrum ſphæræ quod eſt etiam centrum circuli magni, qui eſt b c d, per diffinitionẽ circuli magni, tũc manifeſtum eſt per 52. huius, quod totus circulus b c d uidebitur, ſed & per eandẽ 52. huius, omnes alij circuli ſubiecti hemiſphærij æquedistãtes circulo b c d uidebuntur, quoniam omnium illorum polus erit cẽtrum uiſus, omnes quoq́ lineæ directe ductæ à polo ad periferiam ſui circuli ſunt æquales per 65. primi huius, & quoniam hi omnes circuli totũ hemiſphæriũ exhauriunt, patet quod in hoc ſitu exiſtente uiſu totũ hemiſphærium uidebitur, quod ſi punctum a, centrum foraminis uneæ ſit ſub centro ſphæræ, quod eſt pũctum e, tũc per eadem minus hemiſphærio uidebitur. Si ſit ſupra centrũ e, ſiue ſit intra ſphæram ſiue extra, tunc ſimiliter per ſecundam tertij huius, omnes circuli ad quorum circumferentias poſſunt ꝑduci lineæ rectæ uidebuntur, maius ergo hemiſphærio uidebit, & ſi linea à centro uiſus ad ſuperficiẽ ſphæræ ducta, oblique incidat ſuperficiei ipſius ſphæræ, tunc palam, quod etiam ſuperficiebus multorum circulorũ oblique incidet, & poteſt accidere quod tota figura ſphæræ uidebitur inæqualis, ſuorum circulorum periferijs quibuſdam tendentibus ad figurã ſe-



ctionis columnaris per 55. & 56. huius, patet ergo propositum.

LXXIII.

Visu hemisphærio cõcauo appropinquante minus superficiei sphæræ uidebitur, apparet autem plus uideri.

Hæc potest demonstrari sicut & 67. huius, de sphæra conuexa est demonstrata, est enim per omnia idem hinc inde demonstrandi modus, unde hæc sphæra concaua figuretur ut illic conuexa, & sub eisdem literis consignetur figuratio totalis, & per eadem concludetur, & hoc quidem de uisione superficierum dicta sunt superficiebus ipsarum oppositis uisui totaliter existentibus luminosis per se, uel illuminatis aliunde, quoniã hoc non existente licet in sphærarũ superficiebus permaneat dictorũ modorum uisibilitas, non tamen actu uidebũtur, nisi lineis interuentu, ut patet per primam tertij huius, & secundũ diuersitatem luminositatis in partibus superficiei sphærarũ quæ uidentur, nonne passiones uisibus generantur, æquales sunt hæ, quas nũc intendimus exemplificare.

LXXIIII.

Diametro sphæræ uisæ illuminatæ maiore distantia oculorum existente, & diametro sphæræ illuminãtis eidem æquali uel maiore, circuloq; basis pyramidis uisionis æquedistante, circulo basis pyramidis illuminationis uel ipsum intrinsecus contingente, tota superficies basis pyramidis uisiõis illuminata uisibus occurrit, uidetur autem in maiori distantia quasi plana.

Patet enim per 26. uel 27. secundi huius, quoniam tanta existente quantitate diametrorum istorum corporum ut proponitur, tunc basis pyramidis illuminationis aut est circulus magnus sphæræ illuminatæ, aut æquedistans ei. Circulus autem qui est basis pyramidis uisiõis, ut patet per 70. huius, semper est minor circulo magno sphæræ uisæ, quoniam ut ex hypothesi diameter sphæræ uisæ est maior quàm distantia oculorum. Si ergo circunferentia circuli minoris sit æquedistans circunferentiæ circuli maioris, tunc per 68. primi huius, centra duorum illorum circulorũ in eodem sphæræ diametro consistunt, & tota basis pyramidis uisionis occurrit uisibus, quia tota est illuminata, uidetur autẽ superficies plana per 65. huius, & hoc proponitur. Sed etiam si centra istorũ circulorum usq; ad punctum contactus circunferentiarum immutentur, quandiu unus circulus aliũ non secat, semper tota basis pyramidis uisionis uidetur illuminata, & lumen in sphæræ uisæ superficie uidetur semper circulare, & tota basis pyramidis illuminata, plus tamen tenebrescit basis pyramidis uisionis ad illam partem, nisi fit contactus illorum circulorum per 21. tertij huius, patet ergo propositum, & quod hoc de duobus oculis ostensum est, euidentius patet, si uisio tantum uno fiat oculo per 66. huius.

LXXV.

Si diametro sphæræ uisæ illuminatæ maiore distãtia oculorũ existente, diametroq; sphæræ illuminantis eidem æquali uel maiore basis pyramidis uisiõis intersecet basem pyramidis illuminationis ita ut ambo centra basiũ sint sub supficie cõmunis sectionis, erit illa cõmunis sectio pars superficiei sphæricæ irregularis, uidebiturq; supficies plana gibborosa, ut duabus curuis lineis inæqualis quantitatis & curuitatis contenta.

Imaginetur enim centra basium, quæ per præcedentẽ in eadem diametro sphæræ uisæ fore disponuntur, tantum ab inuicem elongari, ut circuli basium se secent quantumcunq;, dum tamen centra ambarum basium sub sphæræ quæ est communis ambabus illis basibus remaneant, tunc illa communis sectio erit pars superficiei sphæricæ figuræ irregularis, quoniã ut patet per 26. uel per 27. secundi huius, & 70. huius, et ut ostẽsum est in præmissa proxima, arcus circuli basis pyramidis illuminationis est maior arcu circuli basis pyramidis uisionis, & si illius superficiei acciperetur punctus medius lineæ ab illo puncto ad periferias arcuum ductæ essent inæquales, uidetur autem superficies illa esse plana per 65. huius, & erit gibborosa, ut duabus præmissis curuis lineis inæq̃lis quan

titatis

citatis & curuitatis contenta, quoniā arcus circuli pyramidis uisionis est curuior & maior portio suæ circumferentiæ, quàm arcus circuli basis pyramidis illuminationis sit portio suæ circunferentiæ, quod accidit per inæqualitatem circulorum, patet ergo propositū.

LXXVI.

Base pyramidis uisionis sphæræ intersecante basem pyramidis illuminationis, ita quod ipsorum axes angulum rectum contineant, communis earum sectio est quarta superficiei sphæricæ, uidetur autem in maiori distantia plana superficies una recta linea & semicirculo contenta.

Quod illuminatio cuiuslibet sphæræ fiat secundum pyramidem, cuius basis in superficie sphæræ illuminatæ est circulus, hoc patet per 26. & 27. & 28. secundi huius, qđ etiam basis pyramidis uisionis omnis sphæræ sit circulus, patet per 66. & 68. & 69. & 70. huius. quoniam axes istarum pyramidum ex hypothesi productæ ad inuicem angulum rectum continent, tunc patet per ultimam sexti, qđ ab illorū axium concursus puncto secundum quantitatem semidiametri sphæræ uisæ circūducto circulo interiacebit quarta circuli inter axes, & quoniam uterque axiū est perpendicularis super superficiē sphæræ illuminatæ uisæ, palam per 111. primi huius, quod uterque axiū transibit per centrum illius sphæræ: punctus itaque intersectionis axiū est in centro illius sphæræ, & solū ille punctus qui est centrū sphæræ ambobus axibus erit cōmunis, axibus itaque interiacet quarta magni circuli sphæræ æqualiter distantis à duobus punctis duarum intersectionū circulorum basis pyramidis illuminationis & basis pyramidis uisionis: cōmunis itaque sectio istarū duarum basiū est quarta superficiei sphæricæ, & quoniā tota superficies sphærica in maiori distantia uidetur plana superficies per 65. huius, palam & hanc superficiem sphæricam planam à maiori distantia uideri, axis enim pyramidis uisionis cadit in superficie circuli basis pyramidis illuminationis propter erectionem sui super axem illius pyramidis, qđ patet per 4. undecimi, palam ergo cū centrum uisus sit in uertice axis pyramidis uisionis, quoniam circulus basis pyramidis illuminationis est in eadem superficie cum centro uisus, palam ergo per 50. huius, quoniam ipse uidetur linea recta. Semicirculus uero basis illuminationis quia non est in eadem superficie cum centro uisus uidetur circularis. Sic ergo illa superficies communis sectionis, uidetur superficies plana, una linea recta, & alia curua contenta, quod est propositum.

LXXVII.

Base pyramidis uisionis sphæræ intersecante basem pyramidis illuminationis, earum communis sectio cui neutrius axis incidit, est portio minor quarta parte superficiei sphæricæ, uidetur autem plana superficies duobus quasi æqualibus circunferentiarum basium arcubus contenta.

Quia enim ut in proxima præmissum est, omnis illuminatio sphæræ fit secundū pyramidem cuius basis est circulus, ut patet per plures propositiones secundi huius. & similiter basis pyramidis uisionis est circulus per 66. huius, palā si isti circuli qui sunt bases pyramidis se non secent, ut quia ipsi siti sunt in oppositis quasi partibus supficiei sphæræ, cuius una pars est illuminata uel altâs uisa, nec incidentia luminis quæ sic superficiei sphæræ aliqualiter à uisu perpendetur, utpote si globum ligneum uel cereum, cuius diameter sit maior distantia oculorum, oculis & lumen directe interponas, reuoluto autē globo ita ut lumen superficiei sphæricæ ipsius globi incidens aliqualiter appareat, tūc uidebitur ipsius superficiei globi illuminata pars, quam recepit circunferentia basis pyramidis uisionis, & quoniam illa pars uisa ut illuminata est, terminatur per circunferentiā basis pyramidis illuminationis, patet quod illa uisa portio sphæræ est minor quarta parte superficiei sphæræ: cū enim neutrius pyramidis axis incidet superficiei cōmunis sectionis, ut patet ex hypothesi, palam per ultimam sexti, quia arcus diuidens illā superficiem æqualiter distans à duobus punctis intersectionum circulorum dictarum basiū diuidens totam sphæram & illam communem sectionis superficiem per æqualia, est minor quarta circuli, quoniam enim angulus ei subtensus est minor recto, patet quod ar

cus

cus ille est minor quarta circuli, & ipsa uisa superficies uidetur plana per 65. huius, & quia nullus illorum circulorum uel arcuum directe uisibus opponitur, quilibet illorum in sua uidetur curuitate, quoniam forma punctorum cuiuslibet illorum arcuum secundum situm suum peruenit ad uisum. Illa ergo portio cõmunis sectionis basium ductarum pyramidum uidetur quasi duobus æqualibus arcubus contenta propter insensibilitatem inæqualitatis, maxime cum à remotiori spacio fit uisio per 50. huius, certum tamẽ est per 27. secundi huius, & per septuagesimam huius, quia arcus basis pyramidis illuminationis est pars maioris circuli quàm arcus basis pyramidis uisionis, quoniam diameter sphæræ corporis illuminantis est maior diametro sphæræ illuminatæ, & distantia oculorum minor illa, patet ergo propositum. Ex his itaque quatuor theorematibus patet, quare forma lunæ sit in recessu à coniunctione nouacularis: in tempore enim coniunctionis luna non uidetur, nisi fiat eclypsis solis, ita quod radij solis penetrantes diafonitatem corporis lunæ propter differentiam densitatis corporis lunaris ad diafonitatem partium suæ sphæræ uicinarum, & peruenientes ad uisum, faciant corpus sphæricum lunæ uisibile: tunc etiam uidetur luna secundum sui figuram distincte, sed proprio lumine priuata. In alijs autem coniunctionibus quia radij perpendiculariter incidentes corpori lunæ, aut ualde oblique aut nullo modo peruenient ad uisum. Corpus tunc lunæ non uidetur, eo quod basis pyramidis uisionis incidit in partem oppositam basi pyramidis illuminationis, nec secat una illarum basium aliam. Cum autem luna recedet à sole, istæ bases se incipiunt intersecare, tunc ipsorum communis sectio quæ est portio superficiei sphærici corporis lunæ uidetur, & propter magnitudinem distantiæ uidetur illa portio sphæræ quasi plana superficies duabus curuis lineis secundum eius conuexum & concauum contenta, quæ uidentur æquales propter remotionem, nõ sunt autem æquales, sed semper illa quæ est in conuexo, quia itaque arcus circuli basis pyramidis illuminationis est pars maioris circuli quàm illa quæ est in concauo, quæ est arcus circuli basis pyramidis uisionis, & quoniam axis pyramidis illuminationis semper est perpendicularis super corpus solis, ut patet per 3. primi huius, ideo semper conuexum lunæ est auersum soli & cornua uidentur semper respicere ad solem. Vnde illorum situs semper uariatur secundum situm solis, & secundum latitudinem motus lunæ, Et durat semper in luna hæc figura, quousque axes pyramidum secant se ad angulos rectos per 76. huius, tunc enim luna uidebitur in quadratura, quoniã quarta pars suæ sphæræ interiacẽs periferias ductarum basiũ uidebitur, & in prima quadratura & secũda semper arcus illuminationis, quia directe uisibus opponitur, uidebitur linea recta, & arcus pyramidis illuminationis semper curuus. Mutato autem hoc situ, tunc centra basium ambarum pyramidum sunt in superficie communis sectionis, uidebitur ergo luna gibberosa & planæ superficiei per 75. huius, & hoc durabit quousque circuli basium intrinsecus se contingant, tunc enim luna uidetur plena. Et quando centra circulorum ductarum basium sibi ad inuicem supponentur, ita ut ambo fiant in linea una, ut quando illi circuli fiunt æquedistantes in eadẽ superficie sphæræ lunæ, ut patet per 68. primi huius, tũc erit uera lunæ impletio, & lumẽ ex omni parte circumfertur æquale. Et deinde luna mota usque ad cõcauum circulorum ipsarum basium, uidetur semper plena, tñ aliquantum obfuscatur lumen approximans tenebrositati, & sic procedit luna in figuris eidem distantiæ competentibus ab oppositione ad coniunctionem, sicut à cõiunctione ad oppositionem, & hoc quidem in luna propter eius propinquitatem ad uisus nostros euidentius apparet. In alijs tamen omnibus stellis suum lumen & acualitatem sui luminis à sole uel ab alijs stellis accipientibus, necesse est easdem figuras ex præmissis tribus theorematibus prouenire. Et secundũ hoc cœlestium influentium aspectus & modi diuersificantur: non apparet autem hoc uisibiliter in stellis alijs à luna, propter ipsarum magnam remotionem à uisu, ratione cuius accidit error uisui, ut patet per 16. huius. Videntur itaque omnes aliæ stellæ præter lunam semper rotundæ propter sui remotionem à uisibus, propter quod etiam ignis remotus à uisibus uidetur rotundus. Videntur autem stellæ eædem maxime plenæ quandoque maiores quandoque minores, quod nos eidem causæ paucitati scilicet suæ illuminationis uel

multitu

multitudini credimus ex præmissis ascribendum. De his tamen suo loco sermo erit, ad præsens uero nobis sufficiat ex præmissis ꝓpositionibus demonstrationẽ præsentibus attulisse, secundum enim stellarum diametri sunt omnes ad inuicem æquales, cum tamẽ una ipsarum sit maior altera, semper tñ patet, qđ omnis diameter cuiuscunq; stellæ est maior ꝙ sit distantia oculorum cuiuscunq; uidentis, & sic hanc passionem uisibus in ipsarũ illuminatione accidere est necesse, quamuis illã distincte non cõprehendat uisus, & hoc quidem & ante nos dixit Arabs Messala. Sed super hoc nullã attulit demonstrationẽ.

LXXVIII.

Columnæ rotundæ uel chilindri conuexi sub uno oculo uisi minus medietate curuæ superficiei uidentur.

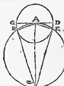
Esto columna rotũda, cuius una basis sit circulus g b, & eius diameter f h, & centrũ a, sitq; in superficie illius circuli centrum oculi punctum d, & producatur linea d a, copulans centrum uisus cum centro circuli basis columnæ, & ducãtur lineæ d b & d g, quæ contingant circulum g b per 16. tertij, & producantur à punctis g & d, duæ lineæ longitudinis columnæ per 101. primi huius, quæ sunt b e & g z, & erunt illæ lineæ orthogonaliter super basem g b erectæ, per 92. primi huius. sitq; ut per lineas b e & b d, una transeat superficies plana, & per lineas g d & g z, alia superficies plana, neutra ergo istarum superficierum secat columnam, quoniam lineæ d b & d g, sunt contingentes circulum basis, & lineæ b e & g z sunt lineæ longitudinis in superficie columnæ nõ secantes illam; sunt ergo illæ superficies ipsam columnam contingentes, istarum quoq; superficierum contingentium columnam, quia ambæ transeunt centra uisus, ut patet ex præmissis, & ipsarum communis sectio est linea recta per 3. undecimi, intersectio fit in quadam linea transeunte centrum uisus æquedistanter axi columnæ & hoc quod inter ipsas de superficie columnæ intercipitur, hoc solum uidetur, quia uero lineæ longitudinis b e & g z, sunt æquedistãtes p 6. undecimi, palam per 33. primi, quoniã cordæ arcuum basium inter ipsas cadentes, quæ sunt g b & z e, sunt æquales, ergo per 27. tertij, arcus illis cordis correspondentes erunt æquales, portiones itaq; circulorum ipsarum basium interceptæ inter has lineas longitudinis columnæ b e & g z, & omnium circulorum æquedistantium basibus sunt æquales portioni circuli g b, est autem hoc minor semicirculo per 51. huius, ergo & omnes portiones aliorum circulorum sunt minores suis semicirculis, uidebiť ergo minus medietate columnæ, quod est propositũ. Idem quoq; accideret in columnis lateratis, nisi quod anguli quandoq; impediunt quandoque iuuant uisionis quantitatem, quorum uisionis modum propter infinitatem numerorum obmittimus, quia radice præsenti supposita diligens inuestigator multa particularia concludet.

LXXIX.

Linea connectens centra amborum uisuum si æqualis diametro basis chilindri fuerit, semichilindri conuexum uidebitur, si maior magis, si minor minus.

Esto circulus basis chilindri, cuius centrum sit punctum a, punctus uero extra signatus sit z, & ducatur linea a z, & producatur à puncto a, diameter g d orthogonaliter super lineam z a, per 11. primi, & describatur super lineam a z, ut super diametrũ

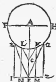
circulus a b z e, & producantur lineæ a b, b z, a e, e z, duæ itaque lineæ quæ z e & z b, contingunt circulum b e, d g per 30. & per 15. tertij, producantur ergo à punctis b & e, per 101. huius duæ lineæ longitudinis, quæ erunt perpendiculares super lineas a e, a b, p 92. primi huius, ideo quod sint erectæ super basem, superficies quoque ductæ super lineas z e & z b, & per lineas longitudinũ sibi conterminales secabũt se in linea per centrum commune amborum uisuum, quod est in medio puncto intersectionis nerui concaui, ducta æquedistanter axi columnæ, quando linea connectens centra amborum uisuum fuerit minor diametro basis columnæ, quæ si maior fuerit, illæ diametri concurrent ad partem oppositam in aliqua linea superficiei ductæ per lineam ductam per centrum communẽ æquedistanter axi, & per ipsam axem. Si uero fuerint diametri basis columnæ uisæ & linea cõnectens centra oculorum æquales, tunc lineæ longitudinis ductæ cadunt super terminos diametri æquedistãtis centris oculorum, & superficies productæ nunquam concurrent. Superficies autẽ columnæ inter has superficies columnam contingentes intercepta est portio sũpficiei columnæ quæ uidetur, sunt autem omnes portiões circulorum interceptæ inter eas æquales portioni basis interceptæ. Si ergo illa fuerit semicirculus, medietas chilindri uidebitur. Si minor semicirculo, ut est in proposito arcus b e, tunc minus semichilindro uidebitur, si maior maius, horum autem omnium deductio est euidens ex præmissis pluries repetitis, patet ergo propositum.



LXXX.

Visu appropinquante chilindro conuexo minus curuæ superficiei uidebitur, apparet autem ac si magis uideatur.

Sit chilindri basis circulus b g cuius centrum sit a, & diameter f h, oculi uero centrum sit in puncto e, & ducatur linea e a inter illa centra, & ducantur lineæ e b & e g, circulum contingentes per 16. tertij, & ducantur à punctis b & g, per 101. primi huius, lineæ longitudinis chilindri, quæ sint b i & g z, uidetur itaque per modum præmissatum sub oculo existente in puncto e, superficies chilindri i b & g z, quæ minor est semichilindro per 78. huius, appropinquet ergo uisus columnæ & sit in puncto t, & ducant lineæ cõtingentes basem columnæ, quæ sint t k & t l, & à punctis k & l ducantur lineæ longitudinis chilindri, quæ sint b a & k n, uidebitur ergo sub uisu existente in pũcto t, superficies chilindri, quæ est b a & k m, quæ minor est superficie i b & g z uisa in puncto e, cuius declaratio est similis declarationi factæ in 67. huius, appropinquante ergo uisu ad chilindrum minus ipsius superficiei uidetur, apparet autẽ ac si magis uideatur, quoniã per 60. primi huius, & per 21. primi, angulus l t k maior est angulo b e g, concurrant enim lineæ t k & e g, uersus punctum g, patet ergo propositum per 20. huius.



LXXXI.

Axe unius tantum uisus centro basis columnæ rotundæ uel lateratæ cuiuscunque incidente, uel si distantia oculorum æqualis uel minor fuerit diametro basis chilindri obiectæ directe uisui, sola basis uidetur, quæ si maior base fuerit, totum uidebitur chilindrum, base remotiore duntaxat excepta.

Cum enim uno oculo fit uisio, & axis incidat centro circuli basis columnæ rotundæ uel lateratæ, tunc quia omnes lineæ longitudinis sunt perpendiculares super basem, ut patet per 92. primi huius, non uidebitur forma puncti altius illarum linearum nisi solus punctus communis lineæ longitudinis & periferiæ superficiei basis, uidebitur ergo sola basis, & idem est si uisio fiat ambobus uisibus, distantia tamen oculorum quæ

est li-

est linea connectens centra oculorum fuerit æqualis uel minor diametro basis, tunc cũ ut patet per 4. huius, nulla linearum longitudinis columnæ peruenient ad ambos uisus nisi solum ut prius ostensum est, punctus qui est communis sectio alicuius illarum linearum & periferiæ ipsius basis. Si uero maior fuerit distantia oculorum ipsa diametro basis, tunc omnes lineæ longitudinis columnæ peruenient ad ambos uisus, & uidebitur tota conuexitas uisæ columnæ, & basis superior uicinior uisibus, inferior uero basis non uidetur, quia nullus eius punctus peruenit ad uisum, nisi periferiæ suæ cum lineis longitudinis columnæ, quæ ad illam periferiam terminantur, quod si uno tantum oculo uisione facta axis ceciderit extra centrum basis, uidebitur aliqua pars linearum longitudinis totius columnæ, quoniam tunc periferia basis secat pyramidem uisionis, patet ergo illud quod proponebatur. Est aũt possibile ut uisu oblique basi columnæ incidente, tota columna, & si regularis sit, uideatur eius basis altera parte longior, & tota columna figuræ irregularis per 55. huius, & hoc est nota dignum.

LXXXII.

Vnius tantum uisus axe centro columnaris sectionis, quæ est basis absidis columnaris rotundæ incidente, tota illa basis & pars linearum longitudinis absidis uidentur.

Sit enim aliqua columna rotunda taliter abscisa, ut absis non sit ꝑpendiculariter erectus super basem, palam ergo per 103. primi huius quod basis hæc est sectio q̃ dicitur columnaris uel sectio oxigonia, & ipsa pars columnæ abscisa dicitur absis, dico quod si axis uisualis incidat centro illius basis, quod pars linearum longitudinis absidis, illa scilicet q̃ in decliuiori parte approximat, uidebitur uno tm̃ uisu. Huius autem causa est obliquatio basis quæ sub minori angulo uidetur, per 26. huius, propter quod etiam uidentur formæ punctorum linearum longitudinis illius obliquitatis remotiori parti adiacentium, cũ residui anguli perueniũt ad uisum, quod nõ accideret si illa basis posset directe uisui opponi: hoc autem impossibile sine linearum longitudinis absidis uisione, patet ergo propositum.

LXXXIII.

Centro foraminis uneæ in superficie illuminata concaua columnæ cuiuscunq; existente, semper columnæ tota concauitas uidetur: in alijs autem partium columnarũ concauarũ uisionibus, idẽ accidit qđ sphærarũ cõcauitati.

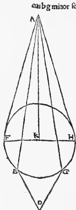
Disposito enim uisu secundum propositũ modum respectu cuiuslibet columnæ concauæ formæ omniũ punctorum linearum longitudinis quas secat superficies foraminis uneæ, tunc omnes perueniunt ad uisum, ideo quod ad centrum foraminis illius secundũ lineas rectas pertingunt, & superficiem oculi contingit tantũ una in illo centro, aliæ uero ipsam contingunt in pũctis diuersis circuli foraminis: uidebuntur ergo omnes ꝑ secundam tertij, huius, & quoniam formæ omniũ aliarũ linearum longitudinũ, & omnes puncti basiũ directe uel oblique perueniunt ad uisum, palam quia tota columnæ cõcauitas uidet̃ secundũ omnia puncta suæ superficiei. Sed forte accidet figuræ uisæ irregularitas ꝓpter aliquarum suarũ partium obliquationẽ ad uisum ꝑ 55. uel 56. huius. In alijs quoq; uisionibus partium columnarũ concauarum idem accidit quod in sphæris cõcauis, quoniam uisu positæ in puncto medio quadranguli terminantis semichilindrũ illũ totaliter uidebitur per 60. huius. Sed & quodlibet punctorũ superficiei concauæ & basium uisibus occurrit. Et recedente uisu ab illo pũcto, semper uidebitur portio columnæ minor uel maior semichilindro, patet ergo propositum.

LXXXIIII.

Pyramidis rotundæ basi in eadem superficie cũ centro unius oculorum existente, minus medietate superficiei conuexæ pyramidis uidetur.

Sit pyramis rotunda cuius basis sit circulus qui b g, cuius diametrum f h, cẽtrum k, uertex uero illius pyramidis sit punctum a, & sit centrum uisus d, & ducantur lineæ d b & d h, contingentes circulum b g, per 16. tertij, est ergo per 58. primi huius, ar-

cus b g minor semicirculo, ducantur quoque à uertice a pyramis per 101. primi huius, lineæ longitudinis, quæ sint a b & a g, palam itaque ad modum eorum quæ demonstrauimus in columnis, quoniã superficies intercepta lineis a b & a g sola uidetur. Et quoniam hæ lineæ ex omnibus circulis æquedistantibus basi pyramidis partes similes resecant & intra se illas continent, cum per 58. huius, arcus b g sit minor semicirculo. Erunt necessario arcus omnium aliorum circulorum minores semicirculis suis, ergo portio uisa minor erit hemiconio. Quoniam sicut tota conuexa superficies pyramidis toti basi respondet, Sic pars proportionalis ad totũ conuexam superficiem parti proportionali basis ad totam basem; quoniam lineæ longitudinis productæ à uertice ad periferiam basis, sicut diuidũt concam superficiem, sic lineæ à terminis illarum linearum ad centrum basis pyramidis productæ diuidunt ipsam, & potest hoc conuinci argumento quintæ duodecimi Euclydis, patet ergo ꝓpositum.



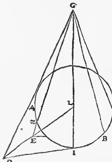
LXXXV.

Centris amborũ uisuũ in eadem superficie cũ base coni existentibus, si linea connectens centra uisuũ æqualis fuerit diametro basis, hemiconiũ uidebitur, si maior maius, si minor minus.

Dispositiõe ordinata ad conum, quæ in 79. huius, ad columnã, hoc solo adiecto quod centra uisuum sint solũ in eadẽ superficie cũ base pyramidis, & non eleuentur secundum lineam axi coni æque distantem, sicut potest fieri in columna. Si enim uisus in linea æquedistante axi columnæ eleuetur, idem accidit quod eo in basi existente, quia in columna sufficit, etiam si sint in superficie basi æquedistãti, patet ergo quod hic ꝓponitur, & est idẽ demonstrandi modus, unde frustra est membranas denuo occupare.

LXXXVI.

Appropinquante centro uisus in superficie basis coni, minus conicæ superficiei uidebitur, apparet autem plus uideri.



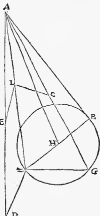
Sit circulus a b, basis coni, cuius centrũ l, & sit uertex coni punctũ g, centrum quoq; oculi sit d, ducatur linea d l, ad centrum uisus à centro basis pyramidis, & ducantur lineæ d b & d a, contingentes circulũ, qui est basis coni, in pũctis b & a, & ducanẽ à uertice pyramidis lineæ longitudinis coni, quæ sint g a & g b, ergo ꝑ ea q̃ prius in præcedentibus dicta sunt, sũꝑficies g a b uideẽ sub oculo d, & est minor hemiconio, appropinquet aũt oculus, & fiat in pũcto e, ducãturq; lineæ e z, e i, contingentes circulũ qui est basis coni, & à uertice coni cõtinuenẽ lineæ g z & g i, uidebitur itaq; ab uno oculo existente in puncto e, portio sũꝑficiei conicæ, q̃ est g z i minor portione g a b, uidetur autem apparere maior portione g a b, ꝓpter maioritatẽ anguli z e i, super angulum a d b, & hoc est ꝓpositum.

LXXXVII.

Lineis à cẽtro uisus ad basem coni cõtingenter ductis, & à pũctis cõtactuũ ductis lineis lõgitudinis coni, si in cõmuni sectiõe sũꝑficierũ ꝑ easdẽ lineas & per centrum oculi

oculi productarum uisus cono appropinquet, eadem portio superficiei conicæ uidebitur quæ prius, & eiusdem quantitatis apparebit.

Esto conus, cuius basis sit circulus b z g, & uertex eius punctū a, axis quoq; sit a h, centrumq; oculi sit d, & ducantur per 16. tertij lineæ à centro uisus d contingentes circulum b z g, quæ sint d z & d g, & qm̄ hoc sit ex hypothesi, tunc patet per 15. tertij & 2. undecimi, quoniā centrum uisus est in superficie basis coni uisi, & ducantur à punctis cōtactuū z & g duæ lineæ longitudinis per coni urticē punctum a, quæ sint z a & g a, qđ fiet 101. primi huius, & à centro uisus puncto d, & ad uerticem punctū coni a ducatur linea d a, & ducantur duæ superficies, una per lineas d g & g a, alia uero per lineas d z & z a, & qm̄ eæ superficies concurrunt in centro uisus d, & in uertice coni a, erit ipsarū cōmunis sectio linea a d per 1. undecimi & per 19. primi huius, dico q̄ si oculus appropinquat cono secundū lineam d a, non uidebitur maior conicæ superficiei portio nūc q̄ prius oculo in puncto d existente. Sit enim ut approximando ipsi cono perueniat in punctū e lineæ d a, & ducantur à puncto e lineæ æquedistantes lineis d b & d z ad superficiem coni uisam, hæ erunt ergo necessarij contingentes aliquē circuli coni æquedistantē basi b z g, ergo necessario cadent in aliqua puncta linearū a z & a g, ideo q̄ illæ secant proportionaliter basem coni, & omnes circulos ei æquedistantes, qm̄ secundū lineas illas terminatur uisus, & secundū illas superficies contingentes terminatur uisio circulorū. Si ergo dicatur q̄ illæ lineæ contingentes aliq; dictorū circulorū ductæ à puncto e, cadant extra lineas a z & a g, cum lineæ à puncto e in lineas a z & a g ductæ terminent uisum: & similiter illæ contingentes terminēt uisum, sequitur uel lineas radiales esse refractas in medio unius diafoni, qđ est contra ea quæ demonstrata sunt per 44. & sequētes secundi huius, uel sequitur lineas radiales esse curuas, qđ est contra 1. secundi huius, uel sequitur duas rectas lineas superficiem includere, quod est impossibile; cadent ergo dictæ lineæ pertingentes ad superficiem conicam ductæ à puncto e in lineas a z & a g; cadant itaq; in ipsarū duo puncta quæ sint l & c, & sint lineæ e l & e c, quia ergo angulus d e l est æqualis angulo g d z per 10. undecimi, sicut & anguli contenti sub lineis c l & g z, quoniam omnes illi anguli continentur sub lineis æquedistantibus angulariter coniunctis, patet per 20. huius uerum esse quod proponitur. Et quia ubicunq; uisus in linea d a ponitur, semper anguli ad uisum sunt æquales per 10. undecimi, palam ergo est propositum, & hoc idem suo modo in ambobus potest uisibus demonstrari.



LXXXVIII.

Eleuato uisu respectu superficiei conicæ, maius erit quod uidetur, uidebitur autem minus uideri, depresso uero uisu minus erit qđ uidebitur, sed apparebit maius prius uiso.

Esto conus, cuius basis circulus b g, & uertex punctus a, & ducantur lineæ longitudinis quæ sint a b & a g, & ducatur linea b g, & producatur usq; ad punctum l, & à puncto t, qđ sit inferius puncto a uertice coni, ducatur linea æquedistans lineæ a b per 31. primi, quæ producta uersus lineam b l, secet illam in puncto p, & sit aliquis punctus eius inferior puncto t punctus k, & sit illa linea t k p, dico q̄ oculo posito super punctum t, qui est eleuatior puncto k, pars superficiei conicæ uisa, maior quidem erit, minor autem

uidebitur, q̄ uideatur oculo existente in puncto k, ducantur enim lineæ a k & a t, & producatur linea a t, donec concurrant cum linea b l, cõcurrant autem per conuersam secundæ 6, quoniam enim linea t p est minor q̄ linea a b, ut patet ex præmissis, & illæ lineæ æquedistant, patet q̄ lineæ a t & & b l concurrent, sit ergo punctũ concursus i, & similiter lineæ a k & b l concurrent, sitq; punctus concursus l; palam itaq;, quia magis uidebitur de cono super punctũ i, q̄ super punctum l per 86. huius, ꝑpinquior enim est ipsi cono punctus l, quàm punctus i; qđ autem de superficie conica uidetur oculo existente in puncto i, idem per præcedentẽ proximam uidetur centro uisus existente per totam lineam i a, utpote in puncto t, & illud quod uidetur uisu existente in puncto l, uidetur in quolibet puncto lineæ l a existente uisu, ergo & in puncto k. Sed qđ uidetur à pũcto i maius est eo qđ uidetur à puncto l & minus esse uidetur per 86. huius, ergo illud quod uidetur à puncto t maius est illo qđ uidetur à puncto k, & minus uidetur esse, & hoc est quod proponitur, & hoc idem etiam suo modo de ambobus uisibus potest demonstrari, patet ergo propositum.

LXXXIX.

Linea à centro uisus ad uerticem coni ducta perpendiculariter existente super axem superficiei conicæ medietas uidetur.

Verbi gratia sit pyramis a c n, cuius axis a d, & uertex a, palam ergo per 89. primi huius, q̄ punctũ d est centrũ circuli basis ipsius coni, sitq; centrũ uisus b, & ducatur linea b a faciẽs angulum b a d rectũ, dico q̄ conicæ superficiei a c n medietas uidebitur, secet enim aliqua superficies conum a c n æquedistanter basi c n; hæc ergo per 100. primi huius secabit ipsam secundũ circulũ qui sit f g, & eius centrũ, qđ sit punctũ l, erit in aliquo puncto axis a d, secetq; superficies plana pyramidis per axem a d, & per centrum uisus b; illa ergo superficies secabit circulum f g, linea quoq; cõmunis huic superficiei & circulo f g erit orthogonalis super axem, quoniã axis est erectus super superficiem circuli, & transibit centrũ circuli. Sit quoq; illa linea k l, quæ erit per 28. primi æquedistans lineæ b a, & est cum illa in eadem superficie; ducatur quoq; per centrũ circuli diametri f l g orthogonalis super lineam k l per 11. primi, & à terminis huius diametri protrahantur duæ lineæ cõtingentes circulũ per 16. primi, quæ sint f e & g h, & ab eisdẽ punctis g & h ducantur duæ lineæ longitudinis ad uerticem coni per 101. primi huius, quæ sint f a & g a; duæ ergo superficies planæ, in quarũ una sint lineæ f e & f a, & in quarũ altera sint lineæ g h & g a; palam, q̄m contingent pyramidem secundũ lineas longitudinis, quæ sunt f a & g a, per 95. primi huius, & q̄m linea k l æquedistat lineæ b a, & lineis contingentibus circulũ, quæ sunt f e & g h, ut patet per 15. tertij, & per 28. primi, erunt per 9. undecimi lineæ f e & g h æquedistantes lineæ b a; quælibet ergo ipsarũ est in eadem superficie cum illa per 1. primi huius. Illæ ergo duæ superficies necessario se-

rio secabunt se super lineam b a per 19. primi huius, utraque ergo superficierũ pyramidũ propositarum in terminis diametri unius suorũ circulorum contingentiũ transit per centrũ uisus: quod ergo superficiei conicæ inter illas superficies cadit, apparet uisui, est aũt hæc medietas pyramidis, quoniam inter illas lineas contingentes interiacet medietas circuli. In hoc ergo situ medietas superficiei conicæ uidetur, quod est propositum.

XC.

Linea à centro uisus ad uerticem coni ducta angulum obtusum cum axe tenente, nec tamen cum aliqua linearum longitudinis coni unita, uidetur superficiei conicæ pars maior medietate.

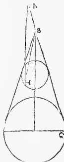
Sit pyramis b i m, cuius axis b d, uertex b, palamque per 89. primi huius, quod centrũ circuli basis est punctũ d, sitque punctũ a centrũ uisus, & ducta linea a b, fiat angulus a b d obtusus, ita tamen, ut linea a b nõ fiat una linea cũ aliqua linearũ longitudinis coni, sed secet eas utcunque possibile est productas omnes, eritque tunc uisus altior uertice pyramidis. Sitque ut in præcedente circulus e h æquedistans basi pyramidis quæ est i m, & linea cõmunis huic superficiei & circulo, in quo est centrũ uisus punctũ a, & axis coni qui est b d sit linea e h, eritque linea e h perpendicularis super axem b d, & producatur linea e h extra pyramidem, donec concurrat cũ linea b a, producta ultra punctũ b, concurret aũt per 14. primi huius, ideo, quia angulus a b d est obtusus ex hypothesi, & angulus d b h est acutus per 32. primi, & linea e h est perpẽdicularis super axem b d. Sit ergo concursus punctus g, & à puncto g producãtur duæ lineæ g f & g k, circulũ e h contingentes per 16. tertij, contingant quoque circulũ in duobus punctis f & k, & ab ijs punctis per 101. primi huius, producantur lineæ longitudinis ad uerticem coni punctũ b quæ sint f b & a b; superficies ergo illæ in quibus sunt lineæ g f & f b, & lineæ g r & r b contingũt pyramidem, & in utraque istarũ superficierũ erit uertex pyramidis punctus b, & punctus g, in quo concurrit linea a b cum linea e h, ergo linea a b g per 1. undecimi est in utraque illarũ superficierum, ergo utraque superficies transit per punctũ a centrũ uisus, & quoniã per 58. primi huius duæ lineæ g f & g r includũt minorem partem circuli, quoniam arcus circuli interiacens puncta contingentiæ duarũ linearum ab eodem puncto productarum, est minor semicirculo, tunc patet, quod illæ duæ superficies includũt minorem partem superficiei conicæ quam sit medietas; residuũ ergo illius superficiei est maius medietate, hoc autem uidetur à uisu taliter ut proponitur collocato, pars ergo superficiei conicæ maior medietate taliter uidetur, & hoc est propositũ, ambobus uero uisibus adhuc uidetur magis.

XCI.

Cum linea longitudinis coni producta ultra uerticem cum centro uisus concurrerit, nihil uisum totius superficiei conicæ latebit, nisi linea longitudinis illa sola.

Sit pyramis, cuius uertex sit punctũ b, & linea longitudinis sit c b, sitque centrum uisus punctũ a, & linea c b producta ultra punctũ b, concurrat cum centro uisus puncto a, dico quod non latebit uisum totius huius superficiei conicæ pars aliqua, præter quandã lineam intellectualẽ, quæ est ipsa linea longitudinis b c. Omnis enim superficies in quo est linea à centro uisus ad aliquod punctũ axis ducta, secabit pyramidẽ, excepta tãtum illa superficie in qua est linea a b c, hæc enim contingit pyramidem secundũ lineã b c per 95. primi huius, & quoniam illud quod sub superficie contingente pyramidem, & transeunte centro ui-

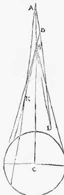
tro uisus continetur occurri uisui per 17. tertij huius, formæ enim omnium punctorum superficiei illius conicæ in superficie uisus depinguntur; palam ergo, quoniam tota superficies conica uidetur, excepta sola linea intellectuali quæ est b c, dato enim quocunque puncto superficiei pyramidalis extra lineam b c, dico quod illud uidebitur, sit enim illud punctū h, & ducatur ad ipsum à centro uisus a linea a h, & ab illo eodem per 101. primi huius, ducatur linea longitudinis quæ sit h b, fietque triangulus h b a, qui necessario erit in aliqua superficie pyramidē secante, pertranseunte centrū uisus a; ex lineis aūt illius superficiei non cadunt, nisi duæ in superficiem conicā pyramidis. s. linea lōgitudinis b h, & linea opposita lineæ b h in alia parte pyramidis, quoniam ut patet per 90. primi huius, planæ superficiei secantis conū trans axem, & superficiei conicæ cōmunis sectio est trigonū duabus lineis longitudinis pyramidis & diametro basis contentū; linea uero a h secat lineam b h in puncto h, & linea c b secat eādem b h in pūcto b per 91. primi huius; lineæ ergo a h nulla linea concurret à uertice pyramidis nisi in puncto a, nec enim ad aliquod punctū mediū lineæ a h à uertice b ductæ lineæ incident, nō occultabitur ergo punctus h ab aliquo alio puncto quo minus perueniat ad centrū uisus a, occurrit ergo punctus h uisui, cū inter ipsum & uisum nō accidet solidi corporis interpositio, eadem quoque est probatio de quolibet alio dato puncto superficiei pyramidis; in linea uero b c quæ perpendicularis est super superficiē uisus per 72. primi huius, solū tantū punctū possibile est uideri, ut ostensum est in 4. huius; omnia uero alia puncta lineæ b c necessario occultantur, patet ergo propositū.



Patet itaque ex ijs, quoniam in hoc situ nulla superficierum pyramidū contingentium peruenit ad centrū uisus, præter illam quæ in linea b c longitudinis centrum uisus transeuntis pyramidē contingit, & omnes superficies aliæ conū contingentes, secant lineam productam à centro ad ipsam pyramidem inter uerticem coni & centrum uisus.

XCII.

Axe pyramidis cum centro uisus uersus uerticem concurrente, tota conica superficies uno oculo uidetur.



Esto data pyramis, cuius axis b c, uertex quoque punctus b, & sit uisus centrū punctū a, sitque ut axis b c producta currat in punctū a, dico quod in hoc situ oculi tota conica superficies pyramidis occurrit uni uisui, nullus enim punctus superficiei conicæ totius pyramidis uisui occultatur, dato enim quocunque puncto sit ille l, & ducatur ad ipsum à centro uisus a linea a b, & ab ipso puncto l ducatur per 101. primi huius linea longitudinis pyramidis, quæ sit l b, fietque trigonū l b a, quod necessario erit in superficie pyramidis secante, ideo quod linea a c ducta à centro uisus intrat in ipsam pyramidē secans ipsam, & ipsa est in dicta superficie per 1. undecimi, quoniam linea a b est in linea superficie; linea uero a l secat lineā b l in puncto l, ex lineis uero superficiei, in qua sunt duæ lineæ a l & b l, nō sunt nisi duæ tantū lineæ in superficie pyramidis. s. linea longitudinis quæ est b l, & linea alia longitudinis illi opposita quæ sit b k, ut patet per 90. primi huius; hæc ergo linea b k producta ultra punctū b, cum sit in eadem superficie cū lineis a b & b l, necessario secabit angulū a b l, ergo per 49. primi huius ipsa secabit & basem a l; sit ergo ut secet illam in puncto d, & quia linea a l secat duas lineas k b & l b, quæ solæ ex lineis superficiei pyramidis secantis sunt in pyramidis superficie, secat enim linea a l lineam k b extra pyramidē in puncto d, & lineam l b in superficie pyramidis in puncto l; producta ergo linea a k in infinitū, non concurret cum aliqua illarū linearum; nō interponatur ergo solidum punctum

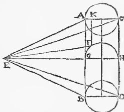
qd

quod est k inter uisum & punctum l, sed nullum aliquod aliorum punctorum ipsius pyramidis, quoniam nullum ipsorum cadit in illa superficie, non occultabitur ergo tunc uisui existenti in puncto a dato punctum l, tunc inter ipsum & centrum uisus non accidet aliqua solidi corporis interpositio: & eadem est demõstratio de quolibet dato puncto in tota superficie pyramidis, patet ergo propositum: palam itaque ex his, quoniam in hoc situ nulla superficierum contingentium pyramidum transit per centrum uisus, sed quælibet ipsarum secabit lineam à centro uisus super uerticem conum intrantem inter centrum uisus & pyramidum, quàm in uertice ipsius axis, ut patet intuenti.

XCIII.

Omnes lineæ uel superficies inter lineas uel superficies contingentes columnam uel pyramidem rotundam superficiem uisam terminantis à centro uisus productæ, columnam uel pyramidem necessario secabunt.

Verbi gratia, sint duæ lineæ longitudinis columnæ uel pyramidis terminantes uisam superficiẽ quæ sit a b & c d, dico quod si à centro uisus quod est e ducatur linea e f, inter lineas illas a b & c d, quoniam linea e f secabit propositam columnam uel pyramidem, transeat enim superficies plana columnam uel pyramidẽ secans ipsam in puncto f æquidistanter basi, eritque per 100. primi huius, communis sectio circulus qui sit g f h, qui secet lineas longitudinis columnæ uel pyramidis, eam scilicet quæ a b in puncto g, & eam quæ est c d in puncto h, & ducantur à puncto e, per 16. tertii, duæ lineæ contingentes illum circulum quæ sint e g & e b, palam autem per 57. primi huius, quoniam linea e f, in eadẽ superficie cum lineis illis existens secat circulum g f h, ergo secabit columnam uel pyramidem quæ per eundem circulum secatur. Idem quoque accidit si per sectionem lineæ longitudinis hoc placuerit demonstrari, & in idem tedit, patet ergo propositum.

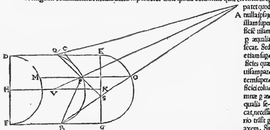


XCIIII.

Pluribus planis superficiebus centrum uisus transeuntibus secundum lineas longitudinis partis superficiei uisæ columnam uel pyramidem conuexam secãtibus, solam superficiem axem columnæ transeuntem, superficiem columnarem uel pyramidalem uisam per æqualia diuidere: & eõuerso superficiem per æqualia illã uisam superficiẽ diuidentẽ axem transire est necesse.

Sit columna conuexa cuius superficies uisa sit e d f g, & axis eius sit h i, sit cẽtrum uisus punctum a, sintque lineæ longitudinis columnæ continentes uisam superficiem quæ e d & f g, imaginentur quoque multæ planæ superficies transeuntes centrum uisus a, & secantes e d f g, uisam superficiem columnæ, dico quod sola illa quæ pertransit axem h i, ipsam uisam superficiem per æqualia diuidit & nulla aliarũ, sola enim hæc erecta est super conuexam superficiem columnæ, quoniam communis sectio illius superficiei secantis, & superficiei columnæ est rectangulã super duabus lineis longitudinis columnæ & duabus diametris basium cõtentum, ut patet per 93. primi huius, ergo communis sectio illius superficiei & uisæ superficiei conuexæ ipsius columnæ sit linea lõgitudinis columnæ, quæ m o, & imaginetur superficies plana contingens columnam secundum lineam longitudinis m o, per 95. primi huius, erunt ergo illa contingens superficies & superficies secans per axem erectæ ad inuicem per 97. primi huius. Si itaque in linea m o signetur punctum p, & in superficie contingente ducatur linea t p s tunc palam quod linea t p s cõtinget quendam circulum superficiei columnæ æquedistantem basibus, qui sit b q & eius centrum sit u, ducaturque per 36. tertii, lineæ a b & a q, à centro uisus circuli

b q contingentes, erunt ergo illæ lineæ æquales per 58. primi huius, secentq; lineã illam circulum contingentem quæ est t p s in punctis t & s, & ducatur linea a p, quæ producta, ut patet per 17. tertij, pertinget ad axem in punctum b centrum circuli, & ducãtur intra columnã lineæ b u & q u, semidiametri circuli b q, trigona itaq; a b u & a q u sunt æquilatera, ergo per 8. primi, sunt æquiangula, angulus ergo u a b est æqualis angulo u a q. Sed in trigono a t p angulus a p t, est æqualis angulo a p s trigoni i p s, per diffinitionem lineæ super superficiem erectæ, ergo per 32. primi, angulus a t p est æqualis angulo a s p, ergo per 6. primi, est linea a t æqualis lineæ a s, & quia lineæ a b & a q sunt æquales, ut supra patet: ablatis ergo hinc inde lineis a t & a s, remaneat linea t q æqualis lineæ s b, sed linea t q est æqualis lineæ t p, per 58. primi huius, quoniam à puncto t, ductæ sunt duæ lineæ circulum contingentes, quæ sunt lineæ t q & t p. Similiter quoq; sit linea s b æqualis lineæ s p, cum ergo per 13. primi, anguli b s p & q t p sint æquales, erit per 4. primi, corda p b æqualis cordæ p q, ergo per 27. tertij, erit arcus p b æqualis arcui p t i, & quoniam idem accidet in basibus columnæ, & in quolibet aliorum circulorum æquedistante basibus, patet ergo propositum primum, scilicet quod superficies plana secans columnam per axem & transiens centrum uisus secat superficiem uisam per æqualia, & quoniam omnes aliæ superficies declinantes ab axe oblique incidunt superficiei cõtingenti columnam in media linea superficiei uisæ ipsius columnæ quæ est linea m o, patet quod nulla ipsarum illam superficiẽ uisam p æqualia secat. Sed etiam superficies quæ uisam partem superficiei columnæ p æqualia secat, necessario trãsit p axem. Sit enim dispositio quæ prius, & ducantur omnes lineæ priores, erit ergo etiam lineam o, cui illa superficies incidit, diuidens superficiem uisam per æqualia, & ipsa est communis sectio superficierum secantis & contingentis, erit itaq; per 61. primi huius, linea p t æqualis lineæ p s, sed linea p t æqualis lineæ t a, per 58. primi huius, & similiter linea p s æqualis ipsi lineæ s b, relinquit ergo linea a t æqualis esse lineæ a s, & quoniã in illis trigonis a p s & a p t, linea a p est cõmunis ambobus ipsis, erit ergo per 8. primi, angulus a p t æqualis angulo a p s, uterq; ergo illorum angulorum est rectus, linea a p est perpendicularis super lineam t p s, linea ergo a p, cum æquales angulos contineat cum linea m o, palam per diffinitionem, quoniam ipsa est erecta super superficiem contingentem columnam in linea m o, ergo per 18. undecimi, superficies in qua est linea a p secãs columnam, erecta est super superficiem ipsam contingentem columnam secundum lineam m o, ergo per 97. primi huius, patet quod ipsa transit per illius columnæ axem, & penitus eodem modo est in rotundis pyramidibus demonstrandũ, & hoc ꝓponebatur.

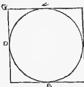


XCV.

Rectangulæ magnitudines à maiori distantia uisæ circulares apparent.

Sit magnitudo rectangula uisa ex magna distantia, quæ sit b g, d z, quoniam ergo unumquodq; uisorum habet longitudinem distantiæ qua facta non fiet uisio, ut patet per 8. huius. Corpus uero angulare circa angulũ est minus quàm circa alias sui partes,

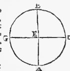
tes, est ergo necesse prius deficere uisui corpus circa angulũ g quàm circa puncta remotiora quæ sunt d z, & similiter accidet in unoquoq; aliorum angulorum, tota ergo periferia corporis quantum ad prominentiam angulorum propter sui distantiam à uisu non apparebit, uidetur itaq; uisui corpus rectangulũ esse figuræ circularis, ut turris quadrata uidebitur rotunda; quando itaq; uisus comprehendit quadratum aut poligonium à remoto, comprehendet illud rotundum si fuerit æqualium diametrorum, aut comprehendet ipsum oblongum figuræ teretis. Si fuerit inæqualium diametrorum, ut est figura altera parte longior, ut plurimum sunt quadrangulæ turres, quæ cum à remoto uidentur, apparent teretis figuræ, nec enim excessus radiorum ab angulis superficiei quadratæ prodeuntium ad uisum super longitudinem radiorum prodeuntium à lateribus planis est proportionalis, respectu distãtiæ totius corporis à uisu aliqua proportione sensibili, unde propter insensibilitatem excessus omnes radij æstimantur esse æquales, magis autem hoc solet accidere in alijs poligonis figuris. Oxigona enim corpora plurimũ ex aliqua magna distantia uisa uidentur rotunda, & est hoc quasi per eadem præmissis demonstrandum, & hoc est propositum.



XCVI.

Curruum rotæ uel lapidum molarium figuræ quãdoq; circulares, quandoq; oblongæ apparent.

Quod supra per 55. & 56. huius conclusum est de figuris superficialibus, hic proponimus similiter de corporalibus figuris: passiones proprias ipsarum superficierum illis corporibus, quorum sunt ipsæ superficies applicantes: sit itaq; rota a b g d, cuius diametri sint b a & g d, secantes se orthogonaliter super centrum e, sitq; oculus in superficie circuli uel circa, si ergo linea quæ cadit à centro oculi super cẽtrum rotæ, quod est punctum e, oblique incidat superficiei ipsius rotæ, illa ut non sit perpendicularis super rotæ superficiẽ, nec æqualis semidiametro, dico quod diametri rotæ inæquales apparebunt, & una quidem maxima, alia uero minima, aliæ uero omnes quæ sunt mediæ inter maximã & minimã, ꝓpinquiores minimæ sunt minores remotioribus ab illa, quælibet aũt duæ æqualiter distantes ab altera diametroꝝ æquales apparebunt. Rotæ ergo oblongæ ut sectio columnaris uel conica oxigonia uidentur. Et idẽ accidit in figuris lapidũ molariũ & oĩbus alijs quibuscũq; figuris & hoc est ꝓpositũ.



XCVII.

In figuræ uisiõe uirtuti distinctiuæ error accidit ex intẽperata dispositione octo circũstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex intemperata eñ lucis dispositione figura poligonia æquilatera uidebit̃ de nocte circularis uel sphærica, quoniam lux nimis debilis occultat angulos, & etiã sphæra sub luce ualde debili uisa æstimat̃ sűpficiei planæ, quia propter lucis debilitatem occultãtur uisui partium prominentia in sűpficie ipsius sphæræ. Ex intemperata etiã lõgitudine distantiæ figura quadrata quandoq; uidetur rotunda sphærica, & etiã figura quadrata quandoq; apparet uisui altera parte longior, ut patet p 59. huius, qñ etiã propter remotionẽ nimiam obliquatio alterius lateris quadrati nõ sentitur. Tunc ꝓpter ipsam remotionem quadratũ altera parte longius uidetur, ut patet p 62. huius. Accidit etiã error uisioni figuræ ex longitudinis immoderatione, figura enim multorũ laterũ æqualiũ opposita uisui directe, in magna distantia uidetur circularis rotunda, quia anguli eius sunt uisui imperceptibiles, quod patet p 95. huius, & linea curua æstimatur recta per 90. huius, & figura sphærica uidetur plana p 65. huius. Ex inordinatione etiã situs error accidit in figuræ uisione. Si enim corpus circulare ut scutella ab axe elongetur, & modicũ super lineam cui axis perpendiculariter incidit obliquatur, uidebuntur eius diametri inæquales per 96. huius, & figura circularis per 55. & 56. huius, uidebitur sectionis oxigo

niæ uel columnaris figuræ, & similiter propter æqualitatem oppositionis unius laterum ad uisum figura quadrata æstimabitur altera parte longior per 61. huius. Ex intemperantia etiam quantitatis uel magnitudinis accidit error uisioni figurarum, cum enim superficies uisa fuerit multum parua, si fuerint in ea anguli occultabũtur uisui, unde forte forma eius angularis æstimabitur rotunda, sphærica, aut columnaris. Et si fuerint in eius superficie aliquæ prominentiæ latebunt uisum, & æstimabitur eorũ superficies plana, ut hæc patere possunt in athomis solis, quorum certa figura nõ cõprehenditur, quoniam anguli ipsorum uisui à minori distantia occultantur, ut patet per 8. huius. Ex intemperata etiam soliditate accidit error uisioni figurarum. Si enim corpus fuerit minus solidum in quo fuerint anguli, illi forte occultabunt̃ uidenti, & angularis forma putabitur sphærica, forte et sphæricitas illorum corporũ uidebitur plana. Intemperata quoque diafonitas in uisione figurarum errorem inducit, quoniam existente aëre nubiloso obscuro, ut in crepusculis, si in corpore illo fuerint anguli, forte apparebit sphæricitas, & si in ipso fuerit sphæricitas apparebit forte planicies, quoniam medium nõ est taliter dispositũ ut per ipsum possit fieri completa uisio, ad quam requiritur lumẽ, ut patet per primam tertij huius. Breuitas etiam temporis errorem uisibus in uisione figurarum adducit, modica enim gibbositas in re subito uisa latet uisum, & æstimatur planicies. Et si fuerint res figuræ angularis subito uisæ, forte sphæricæ apparebunt. Visus quoq; debilitas errorem causat in figurarum uisione, modicus enim gibbus, & multiplex angulus debilem latent uisum, & uidẽtur res sphæricæ planæ & angulares sphæricæ, sic ergo patet propositum in omnibus circunstantijs uisibilium, & hoc proponebatur.

XCVIII.

In uisione corporeitatis errores accidentes uirtuti distinctiuæ ex intemperata dispositione octo circũstantiarum cuiuslibet rei uisæ, sunt idem illis qui in situs & figuræ accidunt uisione.

Corporeitas enim ut patet in 63. huius, à uisu comprehenditur ex comprehensione figurarum quas faciunt superficies corpus continentes, est ergo eadem hinc inde erroris causa, & omnis error qui potest accidere uisui in uera comprehensione ueræ corporeitatis, uel in erronea comprehensione, accidit ex errore proueniente circa species figurarum, ut si superficies sphærica conuexa uel concaua æstimetur plana per 65. huius, quia in corporibus maximæ remotionis à uisu non comprehendet uisus corporeitatẽ, quando non comprehendit obliquationem superficierum, & hoc totum accidit ꝓpter deceptionem circa figuras factam, non enim comprehendit tunc uisus situs partium illarum superficierum ad inuicem, qui situs efficit figuram, unde cũ certitudinaliter comprehenditur figura, certitudinaliter cõprehenditur corporeitas, & cũ comprehenditur figura indistincte, cõprehenditur etiã corporeitas indistincte, & hoc accidit in omnibus modis quibus error accidit in uisionibus figurarum, & quia situs est causa figurarũ, ideo etiã errores accidentes situi, accidunt & corporeitati, quia enim corporeitas includit sub figura & situ, ideo errorem corporeitatis gerit error in se situs & figuræ.

XCIX.

Distinctio uisibilium comprehenditur à uisu ex distinctione formarum ipsarum uisibilium in diuersis superficiei uisus partibus impressarum.

Distinctio quæ est inter quælibet duo corpora, aut est ex luce, aut ex colore actum lucidi habente, aut ex obscuritate, hæ enim sunt principiũ distinctionis formarum in superficie uisus, quoniam hæc per se perueniunt in partem superficiei uisus, quandoq; autẽ lux & color uel obscuritas sunt in ipsis formis quæ distinguũtur, quandoq; uero lux & color uel obscuritas distinguentia formas in ipsa superficie uisus sunt in corporibus medijs secundũ situm distinguentibus corpora, quorum formæ distinguũtur in uisu, & tunc si uisus non senserit quod lux, color aut obscuritas, quæ est in loco distinctionis, nõ est in corpore continuato cum utroq; corporum quæ sunt in eius lateribus, tunc non sentiet distinctionem duorum corporum, & etiam quandoq; fit distinctio uisibiliũ ex hoc,

quia

quia non est possibile plura uisibilia æqualiter uideri per 49. tertij huius, aut enim superficies cuiuslibet illorum corporum est obliqua ad superficiem uisus, in loco indistinctionis, sed est inæqualis obliquitatis, aut unius ipsorum forma est obliquata, alterius uero forma est uisui directe opposita, manifestior uisui, quàm alia, quæ non est uisui oblique opposita, uel quæ sibi opponitur plus oblique, & secundum hoc comprehēdet uisus distinctionem uisibilium formarum, si ipsorum distinctio secundum spaciū interiacens sit ampla siue stricta, dum tñ sit sensibilis respectu remotiōis corporū uisorū & respectu quantitatū corporum distinctorū, quia forte quādoque distinctio formarum est quantitatis unius capilli, & illud diminutū non aufert distantiā sensibilem in uisu, patet ergo propositum.

C.

Continuitas uisibilium cōprehenditur à uisu ex distantiæ priuatione.

Cum enim uisus non senserit in corpore aliquam distantiam, comprehendet ipsum esse continuū, & si in corpore fuerit distantia occulta non comprehensa à uisu, comprehendet uisus illud corpus esse continuum, & discernet inter continuationem & cōtiguationem ex comprehensione aggregationis duorū terminorum duorum corporum. Si ergo sentiens non senserit, quod utrunque duorum corporum cōtiguorum est diuersum ab altero & distinctum ab eo, tunc non sentiet contiguationem, sed iudicabit esse inter illa uisa perfectam continuationem & totius superficiei uisæ perfectam unitatem quæ est continuitas, patet ergo propositum.

CI.

Numerus comprehenditur à uisu per hoc, quod unum uisibilium cōprehenditur ab altero distinctum.

Quia enim uisus comprehendit in una hora multa uisibilia in simul distincta, & in illorum distinctione comprehendet quod quodlibet ipsorum est ab altero diuisum, comprehendet ergo multitudinem, et tunc uirtus distinctiua comprehendet numerū ex multitudine illorum & si est par uel impar, & medietatem paris numeri & quamlibet ipsorū unitatem & per hunc modum omnium rerum uisarū numerū cōprehendit & mathematicum & naturalem, patet ergo propositum.

CII.

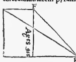
Omnis forma uisibus oblique incidens semper apparet ultra locum formæ directe incidentis, ex quo patet quod formæ ambobus uisibus secundū æqualitatem angulorū obliquius incidentes plurimū à se distant.

Quod hic proponitur satis patet, quando enī linea radialis superficiei uisus oblique incidit, tunc ipsa per 47. secundi huius, refringitur à superficie oculi, & ad cōcauum nerui peruenit plus oblique, quoniam tunc secundum angulum incidentiæ formatur quantitas anguli refractionis per 36. tertij huius, palam ergo quoniam illa linea oblique superficiei ipsius uisus incidens propter suæ incidētiæ obliquitatem & anguli acuitatem facit angulum suæ refractionis acutū, unde tunc linea refractionis interfecat lineam directe incidentem, & à superficie oculi æqualiter refractam, & sic forma obliqua uidetur ultra formam rectæ uisam, & si ambæ formæ oblique incidant secundum eundem suæ obliquitatis modum, ita ut utrobique sit æqualitas angulorum incidentiæ & refractiōis, tunc forma oculo dextro incidens, secans lineam per quam directe incidens ad mediū punctum concauitatis nerui peruenisset, sit sinistra ab illa, & forma oculo sinistro oblique incidens, respectu illius medij puncti concauitatis nerui, sit dextra, & sic quandoque accidit illas formas à se plurimum distare, & quoniam quælibet ipsarum offertur uirtuti sensitiuæ, quoniam secundum luces & colores quæ sunt in ipsa forma, quæ est extra, depingitur ipsa forma in superficie organū membri sentientis in duobus locis secūdum neruum oculorū quibus incidit & à quorum superficie refringitur, quia uero forma directe incidens ad unum secundum omnes eius partes ordinatur locum consimiliter, ut patet per 37. tertij huius, forma ergo oblique incidens semper apparet ultra locum formæ directe incidentis, patet ergo propositum, & eius correlatiuum.

CIII.

Omne uisum quod directe opponitur medio unius uisus, & in respectu ad reliquum uisum est obliquum, semper uidetur duo.

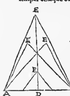
Nam forma puncti, quæ directe incidit medio alterius uisuum, peruenit ad punctũ mediũ cõcauitatis nerui, ut patet per 39. tertij huius, quoniam forma illius puncti incidit uisui secundũ axem pyramidis radialis: forma uero puncti oblique incidentis in medio superficiei alterius uisus uenit ad punctũ aliud quàm ad mediũ punctum concauitatis ipsius nerui secundum obliquationem puncti superficiei uisus, & sic non concurrunt illæ formæ in eodem puncto medio concauitatis nerui. Verbi gratia, sint centra duorũ uisuum a & b, sit linea e f, quod uisum directe oppositum centro uisus a. sit autem ipsa linea e f oblique opposita uisui, cuius centrum est punctum b. quia ergo forma lineæ e f directe peruenit ad medium concauitatis nerui communis per 29. tertij huius, palam, quod forma eius circa illum punctum medium concauitatis nerui secundum omnes sinus suarum partium ordinatur per 3. tertij huius, quia uero forma eiusdem lineæ e f tota oblique incidit superficiei uisus b, palam per ea quæ declarata sunt in eadem 3. tertij huius, quod forma eius non peruenit ad punctum medium concauitatis nerui, sed ad aliquod ipsius punctum aliud: non supponetur ergo priori formæ, sed remanebit distincta ab illa, apparebunt ergo duæ formæ, quoniam in duobus locis ipsius membri sentientis offertur forma ipsius uisibilis ipsi uirtuti sentienti, & sic iudicat illas esse duas, & non unam, patet ergo propositum.



CIIII.

Omnis forma rei uisæ intra axes radiales constitutæ, oblique ambobus uisibus occurrit, unde semper uidetur duo.

Verbi gratia, sit centrum duorum uisuum a & b, & concurrant axes uisuales in puncto c, sitque axis d c, & sit res intra axes uisa, quæ e, dico quod forma rei uisæ, quæ est e, semper oblique occurrit ambobus uisibus, unde semper uidebitur esse duæ, quod autem oblique semper incidat ambobus uisibus, patet, cum enim à puncto c, ducta sit linea c a perpendiculariter super centrum foraminis uueæ oculi, cuius centrum est punctum a, ut patet per 24. tertij huius, & cum linea c b ducta sit perpendiculariter super centrum foraminis uueæ oculi, cuius centrum est punctum b, palam per 13. undecimi, quoniã ab aliquo puncto superficiei rei uisæ, quæ est e, ad dicta centra foraminum perpendiculares aliæ duci non possunt, omnes ergo lineæ à superficiei corporis e ad superficiẽ uisuum productæ, sunt obliquæ per 24. tertij huius, non ergo per refractionem concurrent in puncto medio concauitatis nerui, sed ultra, & plurimum à se distabunt per 102. huius, uidebuntur ergo semper duæ per præcedentem. Cum itaque axes duarum pyramidum uisualium concurrant in aliquo puncto rei uisæ, & duo alij radij obliqui comprehendant aliud uisum propinquius duobus uisibus aut remotius intra axes, tunc positio eius apud duos uisus erit diuersa in parte, nam illud uisum erit dextrum uni axium uisualium & sinistrum alteri ipsorum. Radij quoque exeuntes ab ipsa re taliter uisa ad alterum uisum, erunt dextri ab axe, & ad reliquum uisum exeuntes erunt sinistri ab illius axe, & sic positio eius apud duos uisus erit diuersa in parte, & forma unius uisorum incidit duobus uisibus, in duobus locis diuerse positis, & peruenit ad loca diuersa concauitatis communis nerui à duobus lateribus sui puncti medij, & partes illius formæ non superponuntur sibi, erunt ergo duæ formæ, & ita semper forma rei taliter ad uisum dispositæ uidentur duæ formæ, & res ipsa uisa uidentur semper duo, quod est propositum.

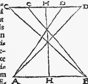


CV.

Lineæ rectæ uicinæ uisibus in superficie axis communis erectæ super trigonum

gonum axium radialium puncto coniunctionis incidente, solum illud punctum uidebitur unum, omnia uero alia dictæ lineæ puncta uidebūtur duo, & æqualiter à puncto coniunctionis declinantia, ac si duæ lineæ se intersecent in puncto coniunctionis.

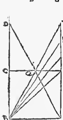
Sit centum uisus sinistri punctum a, dextri uero punctum b, & sit linea recta h z, quæ secundum medium punctum nasi ambobus uisibus interpositis, extendatur taliter, ut in aliquo puncto suo signato quod sit q, concurrant axes uisuales, erit ergo q punctum coniunctionis amborum axium uisualium, & quoniam ipsum punctum, quod est in linea h z, quæ sic extenditur inter ambos axes radiales, tunc palam est ꝙ ipsa est in superficie in qua est axis communis erecta super basem trigonum b q a, per 33. tertij huius. Dico ergo ꝙ ubicūq; punctus cōiunctionis qui est q, lineæ h z, oblique incidit uisibus, hoc est ambobus axibus b q, & a q, uel eorum altero angulos rectos non continentibus cum linea h z, solus punctus q uidebitur unus, ut est, quoniam forma eius solius per ambos axes radiales peruenit ad medium punctum concauitatis neruí, & sic forma una uidetur rei unius, ut hoc patere potest per 46. & 47. quarti huius, reliqua uero puncta omnia lineæ h z uidentur æqualiter à puncto cōiunctionis declinantia, ac si duæ lineæ se intersecent in puncto coniunctionis quod est q, quia radij diuersi ab illis punctis peruenientes ad ambos uisus & sinistrantur & dextrantur, omnes enim radij exeuntes ab illis punctis lineæ h q, ad uisum dextrum ex parte axis h q, fiunt sinistri ab axe a q, & peruenientes ad sinistrum uisum ex parte axis h q, fiunt dextri ab axe b q, perueniunt enim ad superficiem uisus ex una parte semidiametri foraminis, quæ à centro ueæ respicit axem communem & radij peruenientes à punctis lineæ q z, ad uisum dextrum, fiunt item sinistri ab axe a q, & peruenientes ad uisum sinistrum fiunt dextri, perueniunt enim utriq; radij ad superficiem uisus ex parte semidiametri cum priori semidiametro, diametrum totam illius foraminis ueæ complente, & quoniam ambo oculi sunt in omnibus dispositionibus æquales per 4. tertij huius, palam ꝙ utriusq; anguli axium & istorum semidiametrorum sunt æquales circa centrum utriusq; oculi foraminis, anguli quoq; c q z, & d q c, propter eandem sint æquales, ducta itaq; linea à puncto, & æquidistante lineæ a b per 31. primi, quæ sit e z d, producatur linea a q in pūctum d, & linea b q in punctum c, patet quòd secundum illas lineas fit uisio illarum formarum, quoniam enim anguli secundum quòd fit obliquatio uisionis, qui sunt t q z, & d q z, sunt æquales, ergo per 13. decimi quinti, & 14. primi lineæ uisuales, quæ exempli causa sint lineæ b q, & q c, coniunctæ sunt linea una, & similiter de lineis a q, & q d, uidetur autem linea una radialis duæ lineæ propter diuersitatem incidentiæ formæ illius puncti ambobus uisibus, quæ obliquatio fit quasi per modum duarum linearum se secantium circa punctum q, forma enim secundum axes radiales uisibus incidens ad mediū punctū concauitatis nerui pertingit, & formæ oblique incidentes, circa ipsum se secantes figurantur. Remotiones enim duarum quarumlibet linearum radialium ab aliquo puncto lineæ h z, ad ambas axes peruenientium, semper erunt in duabus partibus diuersis, quapropter duæ formæ cuiuslibet puncti eius incident duobus punctis concauitatis nerui communis à duobus lateribus puncti medij, ut ostendimus in præmissis, patet ergo propositum, patet etiam quod mutato puncto coniunctionis linearum intersectarum quantitas mutatur. Semper tamen ex utraq; parte sectionis partes linearū sunt æquales, & secundum approximationem ad uisus anguli medij, ut sunt a q b, & c q d, fiunt maiores, & secūdum elongationem à uisu fiunt minores, quousq; circa axes radiales pyramides describuntur, quarum basis est tota superficies rei uisæ, & horum probatio experimentalis accidit, si uisibus modo dicto dispositis unus ipsorum claudatur, alterq; apertus reseruetur, sic uices mutando quantum placet.



CVI.

Si à puncto coniunctionis linea inter duas perpendiculares productas à terminis lineæ connectentis centra uisuũ eidem æqualis & æquedistans fuerit, producta forma cuiuslibet puncti productæ lineæ aut rei super ipsam existentis, & forma rei existentis super alteram perpendicularium in puncto propinquo prædictæ lineæ uidebitur tantum una: existentis autem in eadem perpendiculari remotæ à producta linea uidebitur semper duæ.

Sint centra duorum uisuum a & b, linea ergo connectens centra est a b, & ab illius terminis erigantur perpendiculares a c & b d per 11. primi, et sit punctus coniunctionis q, erunt ergo axes uisuales a q & b q, à puncto uero q per 31. primi ducatur linea k q c, æquedistans lineæ a b, dico ꝙ formæ cuiuslibet puncti lineæ k c, aut rei super ipsam exeuntis semper uidebitur una, & si in aliqua perpendicularium a c & b d, in puncto propinquo lineæ k t, ut in puncto r, sit res uisa, ad huc uidebitur eius forma una, ꝙ si fuerit in puncto ualde remoto ut in puncto f, tunc uidebitur una res ibi existens esse duæ. Ducantur enim à puncto b lineæ b k, b r, f b, palam ergo per 19. primi, quoniam linea b k, est maior ꝙ̃ linea b t. Sed linea k q, est æqualis lineæ q c, ex hypothesi ergo per 35. primi huius angulus c b q, est maior angulo q b k, est enim in trigono orthogonio quod est c b k, producta linea b q, ab angulo c b k, ergo proportio anguli q b k, ad angulum c b q, minor ꝙ̃ portio basis, quæ est q k, ad partem basis quæ est q c, Sed partes illæ basis ad inuicem sunt æquales, ergo angulus c b q, est maior angulo q b k, per 10. quinti, Sed per 4. primi angulus c b q, est æqualis angulo k a q, angulus ergo k a q, est maior angulo k b, q, ergo per argumentum petitionis factæ in principio primi libri huius remotio lineæ a k, ab axe a q, est maior ꝙ̃ remotio lineæ b k ab axe b q. Differentia tamen inter has duas remotiones est modica, quoniam differentia inter duos angulos k a q, & k b q, est modica, forma ergo puncti k, non multum obliquabitur ab axibus uisualibus. qui sunt b q, & a q, non ergo uidebitur illius puncti k, forma nisi una, quoniam forma eius non multũ elongatur à puncto medio cõcauitatis nerui, & quoniam corpore aliquo existente in puncto r, patet ꝙ radij exeuntes ad punctũ b r & a r, & quia etiã duo anguli r a q & r b q nõ multũ differũt, quoniam angulus k b r, quæ est illorum angulorum differentia, ut patet, nõ habet sensibilẽ quantitatẽ, quando punctus r fuerit ualde ꝓpinquo pũcto k, forma ergo pũcti r adhuc non uidebitur nisi una. Si uero corpus aliquod cuius forma se offert uisui, existat in aliquo puncto lineæ perpendicularis super superficiem uisus, quæ est a c, remoto ualde à puncto k, ut est punctum f, tunc quia anguli f b q & f a q, sunt diuersi maxima diuersitate, Ideo ꝙ angulus f b k, qui est illorum angulorum differẽtia est sensibilis quantitatis, tunc corpus ꝙ est apud punctum f, uidebitur duo, quando duo axes concurrunt in puncto r, forma enim puncti f oblique incidit superficiei uisus b, unde nõ peruenit ad medium punctum concauitatis nerui, ut patet per 102. huius, sed apparet ultra illud, sic ergo numeratur forma illius puncti f. Ex hoc itaq; patet, ꝙ uisum in quo concurrunt duo axes semper uidetur unum, sicut etiam patuit per 46. tertij huius, & ꝙ unum quodq; uisorũ, in quo concurrunt radij consimilis positionis, inter quos non est magna distantia ab ambobus axibus uidetur etiam unum, illud uero uisum in quo concurrunt radij multum distantes ab axibus uidetur duo, propterea ꝙ ipsum uni uisuum incidit directe & alteri ualde oblique, uel si ambabus uisibus incidit oblique, una illarum obliquitatum est sensibiliter maior ꝙ̃ altera, uidetur ergo talis res duæ per 104. huius, patet ergo propositũ.



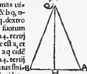
CVII.

Puncto coniunctionis in angulum trigoni, cui subtensa basis sit æqualis lineæ connectenti centra oculorum secundum terminos suæ basis, applicati centris

ti centris

ti centris amborum uisuum, quodlibet duorum laterum trigoni duas formas uisui repræsentat.

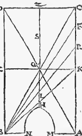
Sint centra amborum uisuum a & b, sitq; trigonum a b q applicatum uisibus taliter ut ꝓponitur, uel si ita ut trigoni a b q, basis a b, sit bassior centris oculorũ, incidantq; axes uisuales in punctum q, qui sit punctus coniunctionis, & axis communis sit h q, dico q laterum trigoni, quæ sunt a q & b q, unumquodq; duas formas uidenti præsentabit, quoniam enim utraq; forma ium linearum a q & b q, utrerq; uisui se offert directe & oblique, ut linea dextra quæ est a q, dextro uisui quæ est a, se offert directe, quoniam omnes radij à quolibet suorum punctorum exeuntes incidunt in centrum foraminis uueæ per 24. tertij huius, & linea sinistra quæ est b q, incidit oblique uisui dextro, quæ est a, et econuerso linea b q sinistro uisui qui est b directe incidit, & linea a q eidẽ uisui sinistro qui est b incidit oblique, ut hæc omnia patent per 24. tertij huius, forma itaq; oblique incidens dextro uisui declinat ultra latus sinistrum, cuius ipsa est forma, & sic sinistra ab axe & forma oblique incidens sinistro uisui, declinat ad latus dextrum, cuius ipsa est forma, & fit dextra ab axe, eruntq; laterum trigoni omnia puncta in apparentia uisuum duplicata, præter solum punctũ q, qui est punctus coniunctionis, & est ratio huius apparitionis eadem illi in præcedenti theoremate declarata, patet ergo propositum.



CVIII.

Vnam rem nonnunquàm uideri duas experimentaliter declaratur.

Assumatur tabula lignea planæ superficiei, cuius lineæ longitudinis æquedistantes & æquales sint a b, & b d, & sint unius cubiti, latitudinis uero ipsius lineæ æquales, & æquedistãtes, sintq; a b, & c d, & sint quatuor digitorum orthogonaliter super lineas longitudinis erectæ, ducenturq; duæ diagoni quæ sint a d, & b e secantes se in puncto q, & à puncto q, qđ per 40. primi huius est medius punctus superficiei totius tabulæ a b c d, ducatur ad utrumq; latus longitudinis linea æquidistans lineis latitudinis per 31. primi, quæ sit k q c, & ab eodem puncto q ducatur linea h q z. æquedistans lineis longitudinis a c, & b d, & intingantur omnes istæ lineæ b c, a d, t k, h z, tincturis lucidis diuersorũ colorum, ut bene appareãnt. Sed tñ duo diagoni qui sunt a d, & b c, sint unius coloris, & super punctum h interiorem terminum lineæ z h in medio latitudinis ipsius tabulæ, cauetur tabula quasi pyramidaliter, ut ita possit intrare cornu nasi, ita ut cum tabula supponitur superiori parti ipsius nasi, tangant duo anguli tabulæ fere duo media superficierum duorum uisuũ, & sit huius con cauitas m h n, fiant itaq; de cæra tria corpuscula columnaria, et sint diuersorum colorum, quæ sint e g p, & erigantur istæ columnæ super superficiem tabulæ in linea k q c, ita ꝙ corpus g sit sup punctũ q, & corpus p sup punctũ k, & corpus e sup punctũ c, & applicent illa corpora firmiter ipsi tabulæ, ita ꝙ nõ cadant, & tũc applicet tabula uisibus ut supra ꝑmissum est, deinde expimentator inspiciat forti intuitu corpus g, qđ est in puncto q, medio puncto tabulæ, tũc ergo duo axes amborum uisuum concurrent in aliquo puncto superficiei corporis g, & supponentur duobus diagonis tabulæ, qui sunt b q, & a q, aut erunt æquedistantes illis, & axis communis supponetur lineæ h q, & si in hac dispositione intueantur ambo uisus, oĩa quæ sunt in superficie tabulæ & corpora & lineas, inuenietur forma uniuscuiusq; corporum, quæ sint e g p, forma una, & tota forma lineæ k q c, erit una, linea uero h z. extensa in longitudine tabulæ apparebit lineæ duæ secantes se super punctum q, uel super quodcũq; aliud punctum, cõcurrãt radij uisuales, & etiã quilibet duorũ diagonorũ qui sunt



b c & a d, apparebit duplicatus ita ut uideantur 4. diagoni, angulus uero a q b apparet amplior q̃ sit secundum ueritatem, & si alter uisuum claudatur, uidebuntur duo tantum diagoni, & diagonus remotus à medio sequitur uisum coopertum, ex quo patet, q duo diagoni qui uidentur remoti, sunt illi quorum uterq; uidetur uisui obliquo, & propter hoc comprehenditur per radios remotos ab axe dextros & sinistros, unde infiguntur in cõcauitate nerui cõmunis ab inuicẽ remotæ, infiguntur enĩ in duabus partib9 contrarijs respectu puncti medij nerui cõmunis, & in partibus remotis ab illo puncto, unde illi duo diagoni habent duas formas propinquas sibi, & duas remotas à se inuicem. Deinde experimentator figat axes uisuales super aliquod corporum, quæ sunt e et p, quæ sint super puncta t & k extrema lineæ t q k, tunc enim apparebunt omnia numero quo prius, q si corpora e & p auferantur à locis suis, & ponantur in linea h z, æquedistanter à puncto q, & sit corpus e uicinius uisibus in puncto l circa punctum q: & corpus p sit remotius à uisu in puncto s, ultra punctum q, & applicata tabula ipsis uisibus figantur axes uisuales super corpus g, quod est in puncto q medio, tunc unumquodque corporum e & p apparebit duo, & apparebunt ambo illa corpora, quatuor corpora oblique à medio corpore g, duo. s. in dextro, & duo in sinistro, & uidebuntur super duas lineas, q̃uis secundum ueritatem sint super lineam unam, & apparebunt quælibet duorum illorum 4. corporum super alteram illarũ duarũ linearum. Idẽ q̃q; accidit si corpora e & p, ponantur super alterum duorum diagonorum secundum omnem modum quo posita fuerint super lineam h z, taliter ut æquedistant corpori g, & unum sit propinquius uisui q̃ alterum, quia enim tunc uterq; diagonorum apparebit duo, unde super utramq; linearum quæ sunt unius diagoni duo apparebunt corpora, unum in parte ipsius uisus, & aliud ultra corpus g positum in medio illorum duorum corporum. Et similiter si corpora e & p, ponantur super ambos diagonos, unum super unum, & aliud super alium, & ambo in parte uisus, tunc enim apparebunt 4. corpora, duo propinqua & duo remota. Deinde auferantur duo corpora e & p à tabula, & ponantur alterum ipsorum super marginem tabulæ in linea a c, ultra punctum k, & tamen ualde uicine illi puncto k, & sit supra punctum r, & tunc applicata tabula uisibus dirigantur ad hoc axes ad corpus g positum in medio, & tunc apparebit forma puncti e, tantum una, q si corpus e in eadem linea a t, ponatur super punctum f, remotius à puncto k, quàm sit punctũ r, sitq; puncti f, à puncto k distantia sensibilis, & sit directis axibus uisualibus ad corpus g medium, apparebit forma corporis e duplicata. Idem quoq; accidit si ambo axes uisuales secundum istam dispositionẽ dirigantur ad quodcũq; punctum lineæ c k, semper enim tunc corpus e positum in puncto f uidebitur esse duo, hæc uero quæ præmissa sunt omnia per 105. huius & propositiones sequentes declarata, ut patet intuenti. Quod si experimentator direxerit axes uisuales ad punctũ aliquem tabulæ extra lineam k t, tunc ipsum corpus g, positum in medio superficiei tabulæ in puncto q uidebitur duo, & si corpus e ponatur in puncto t, & corpus p in puncto k, tunc utraq; ipsorum uidetur duo. Sed redeuntibus axibus uisualibus super punctum q, aut super aliqđ punctũ lineæ t k, tunc reuertet̃ prior dispositio. Deinde accipiat experimentator tres cedulas pergameni paruas & æquales, & inscribat oẽs ipsas una scriptura manifesta æqualis quãtitatis, & ponat unam ipsarum in medio præmissæ tabulæ in puncto q, & alteram ipsarum super punctum k, figendo cum cæra ut stent erectæ, & applicata tabula ipsis uisibus ut prius, intueatur cedulam positam super punctum q, & cõprehendet eius scripturam certa comprehensione, & similiter scripturam cedulæ positæ in puncto k, cõprehendet, sed non ita perfecte ut scripturam cedulæ positæ in puncto q, licet sint illæ scripturæ consimiles in figura, forma & quantitate. Deinde assumatur tertia cedula, & ponatur quasi in medio puncto lineæ e z, & manu protracta secundum rectitudinem lineæ k c, teneatur ultra tabulam in situ & positione duarum aliarum cedularum, tunc enim fixis ambobus axibus uisuum in cedula posita in puncto q, & tunc uisa tertia cedula uidebitur forma scripturæ suæ dubitabilis & indistincta, & si cedula puncti k reposita

sita tertia cedula ponatur penes primam, quæ est in puncto q, tunc ambæ cedulæ comprehendentur in suis scripturis æqualiter dispositæ, nec erit differentia sensibilis inter illas: & si tertia cedula moueatur plane super lineam q k, axibus illorum uisuum cadēte in punctum q, uidebitur tunc diminui distinctio scripturæ cedulæ motæ secundum distantiam quæ fit per motum donec perueniat ad punctum k, & tunc paulatim à puncto k, extra tabulam moueatur secundum lineam latitudinis a k protensam, tunc semper minuetur scripturæ distinctio, ita quòd tandem nulla erit discretio ipsius. Peractisq; circa lineam c d, eisdem quæ cum his cedulis facta sunt circa lineam k c, eadem tunc uisibus apparent quæ prius seruata distantiæ proportione, & etiam si elongetur ultra longitudinem tabulæ, quæ itaq; ex his passionibus ambobus uisibus accidunt, plus accidunt uni uisuum si alter fuerit coopertus. Deinde assumatur schedula 4. digitorum quadrata, in qua punctus medius signetur per 40. primi huius, & alia schedula scribatur scriptura aliqua distincte, & erigatur hæc schedula super lineam k t, & dirigatur uisus ad medium illius schedulæ, tunc enim uidebitur scriptura bene distincta, sed scriptura quæ est circa medium schedulæ uidebitur distinctior, quàm quæ in extremis. Deinde paulum obliquetur schedula super lineam t k, in puncto q, & tunc axibus uisuū cadentibus super medium punctum schedulæ, inuenietur schedula minus distincta q̄ prius, cum schedula fuerit super lineam k t, & si schedula plus obliquatur, indistinctior uidebitur scriptura, & quanto magis obliquabitur schedula, tanto magis latebit utrumq; uisum uel alterum ipsa scriptura. Et si schedula secundum alterum suorum extremorum ponatur in puncto q, & erigatur super superficiem tabulæ secundum lineam k q, tunc patet quòd medietas schedulæ cadet extra tabulam; uisui itaq; cadente in punctum q, tunc uidebitur scriptura circa punctum q distinctior, minus autem secundum partes remotiores ab illo, & si obliquetur schedula super lineam q k, apparebit latentior scriptura secundum quantitatem obliquationis & distantiæ à puncto q, & si schedula ponatur super lineam c d, tunc uisibus directis ad medium punctum schedulæ erit litera legibiliter distincta: & si obliquetur schedula super punctum z, & tunc erit scriptura latentior quàm prius, & taliter peracto circa lineam c d, quod prius actum est circa lineam t k, idem accidet in distinctione scripturæ proportionaliter illi spacio distantiæ, etiam si elongetur schedula ultra longitudinem tabulæ: quòd autem accidit ambobus uisibus in hac experimentatione, etiam accidit uni uisuum altero cooperto. Patet ergo ex his experimentationibus exemplum eorū quæ p plura theoremata proponuntur, & patet manifeste, quòd pluribus modis accidit unam rem uideri duas, patet ergo propositum.

CIX.

In uisione diuisionis, cōtinuationis & numeri error accidit uirtuti distinctiuæ ex intemperata dispositione octo circunstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex lucis enim debilitate error accidit in præmissorum uisione, quia si de nocte uideatur tabula, in qua sint linearum obscurarum protractiones, uidens illas putabit forte diuisiones esse uel scissuras, & ita continuum etiam putabitur diuisum, & partes eius dem continui plura putabuntur ut diuisa, cum tamen tabula sit continua & tantum una. Similiter existente uisu in forti luce reflexa, si ipsi uisui adhibeantur corpora modicum distantia apparebunt continua unum, propter reflexionem lucis factæ ab illis corporibus, quæ non permittit eorum distantiam discerni. Ex intemperata etiam di-

stantia fit error in præmissorum uisione. Pariete enim aliquo à longe uiso, si in parte eius fuerit color tenebrosus, forte putabitur facta esse diuisio illius parietis secundum spacium illius coloris. Similiter etiam si prope parietem illum crescat altitudo herbarum, ut consueuit in talibus crescere hædera, uidebitur forte paries secundũ hæderæ spacium diuisus. Et similiter luce solis super uisum album parietem splendente, si fortis umbra aliqua lucem parietis diuiserit, æstimabitur paries diuisus: & ita his modis omnibus & etiam pluribus alijs hoc potest accidere, ut continuum æstimetur diuisum, & ex consequenti unum plura. Sed & quandoq; ipsa secundum ueritatem diuisa æstimantur continua, & plura æstimantur unum, corpora enim à longe uisa in colore similia, & adinuicem propinqua creduntur cõtinua, & ꝓpter hoc tabulæ parietis uel scamni apparẽt q̃nq; cõtinuæ, cũ modica diuisione ad inuicẽ sunt diuisæ, & sic diuisa æstimant̃ ꝓpter remotionem à uisu esse continua, & plura æstimantur unum. Ex inordinato etiam situ oppositionis oritur error in præmissorum uisione, si enim alicuius corporis magna fuerit à uisu obliquatio, in quo fuerint puncta sensibilia, nigra uel ualde tenebrosa, illa q̃dẽ diuisiones putabuntur, inter partes illis punctis confines, iudicabitur diuisio & pluralitas, licet in eis sit continuitatis unio, & si in hoc corpore fuerint lineæ tenebrosæ sensibiles, iudicabuntur partes eius cõtinuales diuisæ, cum sint continuæ, & plures, cum sint unum. Similiter etiam ex obliquatione situs plurium parietum ad uisum, quorum unus est ordinate post alium modicum distans ab illo, ita quòd uno aspectu uideri ualeant, forte occultabitur uidenti spacium quod est inter illos parietes, & putabuntur continui & unus cum sint diuersi & plures: qualiter autem propter situm eius erret in numero, satis patet per propositionem præmissam. Ex intemperata etiam magnitudine error accidit in uisione præmissorum: adhærente enim capillo uasi uitreo, apparebit uitrum fissum, quòd ideo accidit, quia capilli paruitas non sentitur esse corpus. Si enim lateret super uas uitreum calamus aut corpus aliud sensibile, non propter hoc sentiretur uitreum esse fissum. Similiter etiam accidit error in continuitate, si enim folia pergameni tenuis æqualis altitudinis, ita quòd in eadem plana superficie constituta, & bene cõpressa, & uidens ignoret esse folia, iudicabit ipsa esse continua, & unam superficiẽ ipsorum: huius autem error causa est paruitas quantitatis spacij & aeris, secundum quòd se illa folia contingunt, & sic etiam numerus inducit errorem. Ex intemperantia quoq; soliditatis fit error in præmissorum uisione, in corpore enim magnæ raritatis ut in cristallo pura, si in aliqua parte superficiei suæ fuerit linea magna, apparebit totum corpus fissum secundum locum in quem cadit illa linea, & ita æstimanir uitrum discontinuum & plura, & hoc accidit propter perspicuitatem quæ accidit ex defectu soliditatis, Et si duo corpora talia fuerint modicum à se distantia reputabuntur continua & unum. Ex intemperantia etiam raritatis accidit error in præmissorum uisione idem, qui ex defectu soliditatis, augmentatus tamen propter excessum raritatis. Ex paucitate etiam temporis accidit error in præmissorum uisione. Si enim corpus in quo sit linea nigra subito à uisu diuertatur, putabitur illa linea esse partium diuisio: & si corpora contigua aut ualde propinqua subito uidentur, æstimabuntur continua, sicut accidit in tabulis scamnorum subito inspectis, & fit error in continuitate & numero. Ex intemperantia & debilitatis uisus error accidit in uisione præmissorum, & secundum modos temporis breuitate accidentes, quod enim sano uisui accidit in temporis breuitate, debili accidit in maiori tempore, & forte semper durante uisus debilitate, & etiam strabo uel debilis in uno oculo unum quandoq; iudicat duo, tunc enim res uisa habet diuersitatem situs respectu talium duorum oculorum, quæ diuersitas facit ut unum uideatur duo, etiam per duos oculos sanos & æqualis ordinationis, ut satis demonstratum est ex præmissis, patet ergo propositum.

CX.

Motus comprehenditur à uisu ex comprehensione rei motæ secũdum diuersos sui situs in instantibus diuersis, inter quæ sensibile cadit tempus.

Quoniam enim moueri est aliter se habere nunc quàm prius, palam quod facilitas huius comprehensionis motus fit ex comparatione rei motæ uisæ ad aliud uisibile quiescens non motum, quando enim comprehenditur situs unius rei mobilis respectu alterius rei uisibilis, tũc etiam comprehenditur diuersitas situs eius respectu illius uisibilis, & tunc comprehenditur motus, semper itaq; motus comprehenditur à uisu aut ex comprehensione diuersitatis & mutationis situs rei uisæ motæ respectu alterius uisibilis qđ est remotius aut propinquius uisui, ipso tamen uisu in parte altera existente in suo loco, aut comprehenditur motus experimentatione situs alicuius partis, uel partium rei uisæ motæ respectu illius uisibilis non secundum se totũ moti, & hoc modo comprehendit uisus motum circularem. Similiter etiam accidit motũ à uisu comprehendi, si res uisa mota ad multa immota uisibilia cõparetur. Cum enim uisus fuerit quietus, & res uisa mota ad ipsum uisum uel à uisu, tunc uisus sentiens diuersam locationem corporis moti, sentiet motum, aut enim mobile, tũc elongabitur aut appropinquabit uisui per motũ, quia ut patet p 9. huius, elongatio aut appropinquatio à uisu sentitur, palam quia motus tũc sentitur, quod si mobile mouet̃ tantũ circa uisum circulariter, tũc enim superficies uisiua oculi non fit tota sphærica, ut patet per 4. tertij huius, quoniam sola superficies foraminis uneæ est uisiua, & non aliæ partes superficiei oculi: aliqua itaq; re mota circa uisum, necessario mutabitur situs partis oppositæ uisui, & cum illa pars rei uisæ motæ fuerit mutata, sentiet uisus mutationẽ eius, & sic uisu existente in suo loco sentiet uisus motum rei uisæ. Et si ipse uisus moueatur, cõprehendet tamen motum secundum quẽlibet istorum modorum, ut cum uisus sentit diuersitatem situs rei uisæ motæ, sentiẽdo quod illa diuersitas non est propter motum ipsius uisus: sed tamen quãdo ipse uisus & etiam res uisa ambo mouentur, ad huc discernit uisus motum, quoniam distinguit inter diuersitatem illi uisus quæ accidit rei uisæ motæ propter motum ipsius rei, uel propter motũ ipsius uisus, quoniam moto uisu sentiuntur etiam formæ corporum existentium nõ motæ, nec semper iudicat uisus rem uisam moueri propter sui ipsius motum, nisi forte perueniat in uisum forma rei uisæ motæ, & quoniam motus omnis est in tempore, non comprehendit uisus motum nisi in tempore, diuersitas enim situs partium rei uisæ non potest comprehendi nisi ad minus in duobus instantibus, & quia inter quælibet duo instãtia cadit tempus medium, palam quod inter illa duo instantia cadit tempus medium, & quoniam uirtus uisiua est uirtus sensitiua, oportet tempus ab ipsa cõprehensum esse sensibile, & hoc proponebatur.

CXI.

Qualitas motus comprehenditur à uisu ex comprehensione spacij super quod mouetur res ipsa uisa.

Siue enim motus sit sursum uel deorsum, uel etiam super ipsam superficiem horizontis uel æquedistantem illi, siue etiam nõ sit motus rectus, sed sit tortuosus uel circularis, semper qualitas motus comprehenditur à uisu ex comprehẽsione spacij super quod mouetur res ipsa: qualitas enim motus recti comprehenditur ex comprehensione spacij super quod mouetur res uisa secundum se totum motu recto, & tunc uisus certificat qualitatem motus per certificationem figuræ spacij directi, super quod fit motus in superficie horizontis, aut in superficie æquedistante ei, aut in linea perpendiculari uel obliqua super superficiem horizontis. Similiter quoq; qualitas aliorum motuum ut tortuosi & circularis comprehenditur à uisu ex comprehẽsione spacij tortuosi uel etiam circularis, in superficie horizontis, aut æquedistante ipsi aut erecta super ipsam, motũ enim compositum ex circulari & recto uisus comprehendet ex comprehensione spacij tortuosi super quod fit motus. Comprehendit etiã uisus diuersitatẽ & æqualitatẽ motuum secundum uelocitatem & tarditatem ex comprehensione spaciorum super quæ mouentur uisibilia mota, & cognitione temporis in quo fiunt illi motus, cum enim uisus sentit quod

unum ſpacium pertranſitum ab uno mobili in aliquo tẽpore, eſt maius alio ſpacio pertranſito ab alio mobili in eodem tempore, uel cum uiſus ſenſerit æqualitatem duorũ ſpaciorum cũ inæqualitate temporum duorum motuum, nunc enim ſtante auxilio uirtutis animæ diſtinctiuæ & cognoſcitiuæ ſentiet uelocitatem unius mobilis ſuper alterũ duorum motuum inæqualitatem, patet ergo propoſitum.

CXII.

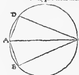
Quies comprehenditur à uiſu ex comprehenſione rei uiſæ in eodem loco & ſitu tempore ſenſibili permanente.

Cum enim uiſus comprehendit rem uiſam in eodem loco, & ſecundum eandem ſitũ in duobus inſtantibus diuerſis, inter quæ cadit medium tempus ſenſibile, tunc comprehendet rem in illo tempore non fuiſſe motam, per 110. huius, quoniã ſi illa res in illo tempore fuit mota, mutatus eſt ſitus eius, comprehendet ergo illam rem quieſcentem: comprehenditur aũt ſitus rei uiſæ quieſcentis non mutatus reſpectu alterius rei uel aliarum rerum uiſatum, & etiam reſpectu ipſius uiſus, ſecundum hunc ergo modum fit comprehenſio quietis uiſorum corporum à uiſu, & hoc proponebatur.

CXIII.

Eſt locus in quo oculo manente & tranſpoſita re uiſa, res ſemper æqualis apparet.

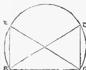
Sit res uiſa b g, & ſit centrum uiſus in puncto a, & accedant ad uiſum formæ pũctorum b & g ad uiſum a, ſecundum lineas b a & g a, fiatq́ʒ trigonum a b g, dico quod eſt locus in quo non mutato centro uiſus à puncto a, & tranſpoſita magnitudine b g, ſemper



eiuſdem quantitatis uidebitur magnitudo b g: trigono em̃ a b g, circunſcribatur circulus per 5. quarti, & ſuper punctum g, terminum lineæ a g, conſtituatur angulus æqualis angulo a b, per 23. primi, qui ſit a g d, & producta linea g d, ad periferiam circuli copulentur lineæ a b & a d, eritq́ʒ per 25. tertij, arcus a d æqualis arcui b a, ergo per 28. tertij, eſt corda a b æqualis cordæ a d, & arcus g d, qui eſt reſiduus ſemicirculi, eſt æqualis arcui b g, corda quoqʒ g d erit æqualis cordæ b g, per 28. tertij, ergo per 8. primi, uel per 26. tertij, erit angulus b a g æqualis angulo d a g, quoniam illi anguli cadunt in æquales arcus qui ſunt d g & b g, quia itaqʒ lineæ b g & d g, æquales ſub æqualibus angulis qui ſunt d a g & b a g, hinc & inde uidentur, palam quoniam illæ lineæ æquales uiſui apparent per 20. huius, patet ergo propoſitum. Idem quoqʒ contingeret ſi centro oculi in centro circuli manente fixo res uiſa ſup circuli periferiam moueatur, tunc enim uiſibili tranſmutato res uiſa ſemper uidebitur æqualis uiſui non tranſmutato, quoniam ſub eodem ſemper angulo uidebitur, ut poteſt patere ſecundum præmiſſum modum, patet ergo propoſitum.

CXIIII.

Eſt locus in quo oculo tranſmutato re uiſa non mota ſemper res uiſa æqualis apparet.



Sit res uiſa b g, & ſit oculus in puncto z, dato in aëre, ut contingit, & ducantur à terminis rei uiſæ lineæ b z & g z, & circunſcribatur trigono b z g, circulus per 5. quarti, ut in præmiſſa, ſitq́ʒ ille circulus z d g b, & mutetur centrum oculi à puncto z in pũcto d, & ducantur lineæ b d & g d, eritq́ʒ per 26. tertij, angulus b z g æqualis angulo b d g, ergo per 20. huius, in utroqʒ ſitu magnitudo b g, ſemper uidebitur æqualis. Idem quoqʒ accidit uiſui per omnia puncta arcus b z g, tranſmutato, & hoc eſt propoſitum.

CXV.

Quantitas erecta ſuper aliquam planã ſuperficiem

in qua

in qua sit cētrum uisus mota sui circuli periferiam pro centro habentis centrum oculi, semper æqualis uidetur. Idem'q; accidit secundum lineam à centro circuli erectam centro oculi super circuli superficiem eleuato.

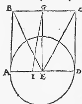
Esto a b aliqua magnitudu uisa erecta super quamcunq; superficiem planam datā, in qua sit cētrum uisus quod sit g, & ducatur ab altero terminorum rei uisæ ad centrum uisus linea g b, & secundum quantitatem lineæ g b, centro existente puncto g, describatur circulus, dico quod si sup illius circuli periferiam moueatur magnitudo erecta, quæ est a b, q̄d semper uidebitur æqualis oculo ipso in puncto g existente, quia cū linea a b, est erecta super superficiem planam p diffinitionem, quia semper facit angulum a b g rectum, & semper angulum æqualē cū linea g b, utcunq; contingit ducta linea a b, sed & linea g b semper est æqualis sibijpsi, cū sit diameter circuli, & linea a b semp est æqualis sibijpsi; ducatur itaq; linea a g, palam'q; q p totam circuli periferiam angulo a b g est æqualis sibijpsi, ergo per 20. huius, magnitudo a b, semper uidebitur æqualis quod est primum propositorū, ducatur item'q; linea g e à centro oculi erecta super superficiem circuli, erit ergo linea g e æquedistans lineæ a b, per 6. undecimi, & centrum uisus eleuetur super superficiem circuli secūdum aliquod punctum lineæ g e quod sit e, in quo figatur uisus, dico quod adhuc magnitudo a b, mota super circuli periferiam æquedistanter lineæ g e, semper uidebitur æqualis. Productis enim lineis a e & b e, patet p 4. primi, quoniam angulus a e b semper est æqualis sibijpsi, cum enim angulus b g e, sit semp æqualis sibijpsi, erit basis b e sibijpsi semper æqualis, & angul9 e b g æqualis sibijpsi ergo etiā angulus a e b est semper æqualis sibijpsi, ergo & basis a e, & angulus a e b, erit semper æqualis sibijpsi, ergo p 20. huius, linea a b, semper uidebitur æqualis sibijpsi, patet ergo secundū propositorum, & hoc est totum quod proponebatur.

CXVI.

Quantitas oblique incidens superficiei planæ, in qua est centrum uisus, uniformiter mota secundum circuli periferiam, cuius centrum est centrū uisus, semper æqualis uidebitur: ipsa uero existente æquali semidiametro illius circuli mota quoq; secundum sui situs æquedistantiam per illius circuli periferiā quandoq; æqualis q̄nq; minor quādoq; maior uisu apparebit.

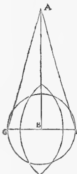
Sit circulus a d, cuius centrum sit punctum e, & in eius periferia sumatur punctum d, sit quoq; linea d z, oblique incidens superficiei circuli, & sic centrum oculi in puncto e, centro circuli. Dico quod si linea d z, in circuli periferia trāsponatur uniformiter, ita ut cum semidiametris illius circuli semper æqualem contineat angulum, quod ipsa semper æqualis apparet, hoc autem potest euinci per 4. primi, ut in præcedenti. Est enim angulus d e z, semper æqualis sibijpsi, ergo & res semper uidetur æqualis per 20. huius, & hoc est propositum primum. Rursum sit centrum uisus in puncto e, cētro circuli a d, cuius supficiei oblique incidat linea d z, quæ sit æqualis semidiametro d e, moueatur'q; per circuli illius periferiam secundum sui primi situs æquedistantiam, sit'q; exempli causa angulus z d e acutus. Dico quod aliquando apparebit linea mota quæ d z æqualis suæ propriæ quantitati, utpote semidiametro circuli aliquando maior aliquādo minor, ducatur enim à centro circuli e, linea e g æquedistans lineæ d z, p 31. primi, quæ fiat æqualis eidem per 3. primi, ducatur quoq; à puncto g, perpendicularis super circuli supficiem per 11. undecimi, quæ sit g i, & ducatur à centro circuli linea e i, quæ producatur ad periferiam circuli in punctum a, & à puncto a ducatur linea æquedistans lineæ e g, per 31. primi, quæ sit a b, quæ resecetur per 3. primi, æqualis lineæ d z, erit'q; linea a b æquedistans lineæ d z per 30. primi, uel per 9. undecimi, & quoniam linea g e, ut patet ex hypothesi est obliqua super superficiem circuli a d & à puncto g, in aëre dato ad substrata

ſtrata planam ſuperficiem incidit linea g i, perpendiculariter, & linea g e oblique, tūc patet per 39. primi huius, quoniā angulus g e a minimus eſt omnium angulorum ſub illa linea obliqua g e, & quæcunq; linea in ſubſtrata ſuperficie circuli a d, protracta contento, & omnis angulus illi propinquior eſt minor remotiore, & duo anguli ex utraq; parte illi æqualiter approximantes ſunt inter ſe æquales, dico itaque quoniam linea a b omnium linearum æqualium lineæ d z tranſpoſitarum ſecundum periferiam circuli minima apparebit, ducantur enim lineæ g z, g b, e b, z e, e d, quia itaq; linea g e eſt æquedistans lineæ a b & æqualis, patet per 34. primi, quā linea g b eſt æqualis lineæ e a & æquediſtans eidē, ſunt ergo duæ ſuꝑficies paꝛallelogrāmæ q̄ e g b a & e d z g, quia uero angulus g e a eſt acutus, ut patet ex præmiſſis, ꝓpter obliquationē lineæ g e, ſuper ſuperficiem circuli a d, erit ergo angulus g e d obtuſus per 13. primi, quoniam enim ut patet per 39. primi huius, angulus g e a eſt minimus omnium angulorum contentorum ſub quacunq; linea in ſuperficie circuli ducta ad punctum e, & ſub linea g e, eſt ergo angulus g e a minor quàm angulus g e d, ſed tamen linea e z ſit diagonus paralellogrāmæ e d z g, palam quod angulus d e z eſt medietas g e d anguli per 4. primi, & ſimiliter angulus b e a eſt medietas anguli g e a, angulus itaq; d e z eſt maior angulo b e a, ergo per 20. huius, quantitas lineæ b a minor uidebitur quàm quantitas lineæ z d, & per præmiſſa cum angulus g e a, ſit minimus omnium angulorum qui continentur ſub linea g e, & aliqua linea in ſuperficie circuli a d e producta, palā quia medietas anguli g e a eſt minor medietate cuiuslibet aliorum angulorum, quantitas ergo lineæ a b, uidebitur omnium aliarum ſibi æqualium quantitate minima, & quoniam angulus z e d eſt maximus omnium illorum aliorum angulorum, uidebitur ergo quantitas z d maxima, mediæ uero modo medio uidebuntur, & quantitates in circuli periferia æqualiter æquediſtantes ab utraq; quantitatum, quæ a b & d z, ad inuicem uidebuntur æquales, & hoc eſt propoſitum.



CXVII.

Re uiſa ſuper ſuperficiem planam erecta fixa manente, & centro oculi ſecundum circuli periferiam moto circa pūctum in quo res uiſa ſuperficiei cōiungitur, res ſemper æqualis uiſui apparebit, quod non accidit centro uiſus moto ſuper periferiā oxigoniæ ſectionis.



Sit a b, magnitudo erecta ſuper ſuperficiem planam, tangens ipſam in puncto b, ſitq; centrum oculi in puncto g, in eadem ſuperficie, & centro quidem exiſtente puncto b ſecundum ſpacium b g lineæ, deſcribatur circulus qui ſit g d, dico quod ſi tranſponatꝰ centrum oculi à puncto g, ſuper totum circuli g d periferiam, apparebit uiſui linea a b ſemper æqualis, quoniam enim angulus a b g eſt ſemper rectus per diffinitionem lineæ ſuper ſuperficiem erectæ, palam quia omnes anguli a b g, per 4. primi, ſunt ubiq; æquales, ergo per 20. huius, res uiſa, quæ a b, ſemper uidebitur æqualis, & hoc eſt propoſitum primum, non accidit autem hoc centro uiſus moto ſuper periferiam oxigoniæ ſectionis, quoniam tunc quantitas rei apparet inæqualis, quæ ſuper ipſius ſectionis pūctum medium eſt erecta, quoniam ſectio oxigonia habet ſemidiametros inæquales, & omnes lineæ à centro uſq; ad circunferentiam ductæ ſunt inæquales, appropinquantes enim ſemidiametro maiori ſunt maiores, & approximantes ſemidiametro minori ſunt minores, contrarium ergo neceſſario accidit eis, quod oculo moto ſecundum circuli periferiam

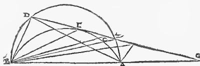
feriam accidebat, qđ patet per 7. & per 20. huius, patet ergo totũ quod proponebatur.

CXVIII.

Re uiſa fixa manente oculo uero moto ſecundum lineam rectam oblique incidentem quantitati rei uiſæ, illa quantitas quandoq; æqualis quandoq; inæqualis uiſui apparet.

Sit res uiſa quæ a b, & ſit centrum uiſus punctum e, incidatq; linea e g, oblique lineæ a b, producatur enim linea a b in punctum g, donec concurrat cum linea e g, & item producatur linea e g, in continuum & directum ultra punctum e ad punctum d, ſit illa linea indefinita d e g, dico quod oculo tranſmutato ſecundum lineam d g, quoniã linea a b uidetur minor, quandoq; maior, quandoq; æqualis. Sumatur enim per 9. ſexti, inter duas lineas b g & a g, linea medio loco ꝓportionalis, quæ ſit exempli cauſa linea e g, hoc autem eſt poſſibile per reſectionem lineæ d g per 3. primi, ponaturq; centrum oculi in puncto e, producaturq; linea e b, & producatur in ſuperficie trigoni b e g, à puncto b, linea perpendicularis ſuper lineam b a, quæ ſit b d, quæ per 14. primi huius, cõcurret cum linea e g, ideo quod angulus e g b eſt acutus, & angulus g b d rectus, concurrãt itaq; in puncto d, dico quod moto uiſu per totam lineam e d, ſemper uiſum b a inæquale apparet, ducantur enim lineæ a e, a d, & deſcribatur per 5. quarti, circa a e b trigonum portio circuli quæ ſimiliter ſit a e b, & quoniam illud quod fit ex ductu lineæ b g in lineã a g, ut patet per 16. ſexti, & ex præmiſſis, eſt æquale quadrato lineæ e g, patet per ultimam tertij, quoniã linea g e eſt contingens circulũ b e a in puncto e, & à termino quoq; a, lineæ g a ducatur linea a z per 23. primi, ita ut fiat angulus g a z æq̃lis angulo g d b, cadatq; punctum z in lineam d g, inter puncta e & g, per 29. primi huius, eritq; b a z d, quadrilaterum inſcriptibile circulo per 21. tertij, quilibet enim duo anguli ex aduerſo collocari ualent duos rectos, angulus enim d z a, per 32. primi, ualet angulum z g a, & angulum z a g, ſed angulus z a g, ut patet ex præmiſſis eſt æqualis angulo g d b, ſed angulus d b g, rectus cũ angulis b d g & d g b, ualet duos rectos ꝑ 32. primi, angulus itaq; d z a cum angulo d b g, ualet duos rectos, ſed omnes anguli quadranguli cuiuſcunq; ualent quatuor rectos, quia quodlibet illorum eſt diuiſibile in duos triangulos, quorum cuiuslibet anguli ualent duos rectos, ergo anguli z d b & z a b, ualent duos rectos, eſt ergo quadrilaterũ z d b a circulo inſcriptibile, circumſcribatur ergo ei circulus ꝑ 31. tertij, & per 9. quarti, & ſit circumſcripta portio circuli quæ ſit b d z a, ducaturq; linea b z, ſecans arcum e a in puncto t, ſecabit enim ipſam ideo, quia ut patet ex præmiſſis punctũ z, cadit inter puncta e & g, & ducatur linea t a, erit per 16. primi, angulus a t b extrinſecus maior angulo a z b intrinſeco, ſed angulus a t b eſt æqualis angulo a e b per 36. tertij, quoniam cadunt in eundem arcum qui eſt b a, portionis circuli minoris qui b e a, angulus itaq; a e b maior eſt angulo a z b, angulus uero a z b æqualis eſt angulo a d b, per eandem 36. tertij, quoniam ambo illi anguli cadunt in eundem arcum qui eſt a b circuli maioris qui eſt b d z a, angulus itaq; a e b maior eſt angulo a d b. centro uero uiſus exiſtente in pũcto d, uidetur linea a b ſub angulo a d b. Ipſo autem exiſtente in puncto e uidetur ſub angulo a e b, maior itaq; uidebitur in pũcto e quàm in pũcto d per 20. huius, mutato ergo oculo ſecũdum puncta lineæ e d, ſemper inæqualis uidebitur magnitudo b a, quoniam ſemper minor ſe ipſa, & quanto plus accidit ad punctum d, tanto uidebitur minor, & quanto plus appropinquat puncto e, tanto apparet maior, eodemq; modo uiſu mutato ſuper pũcta lineæ e g, inæqualis uidebitur linea a b, & minor q̃ ſuper punctũ e, qm̃ lineæ ductæ ſuper pũctum aliquod lineæ e z, à terminis lineæ a b, ſemper angulus erit minor angulo b e a, qm̃ angulus à lineis ad circũferentiã arcus e a ductis ꝑ 21. primi, maior erit illo cõſtituto ſup aliquod punctoꝝ lineæ e g, per lineã trãs idem punctũ arcus ab altero terminoꝝ lineæ a b ꝓductam, et ꝑ lineã à reliquo

eius termino copulatã, quilibet aũt angulorũ constitutorũ super aliquod punctorũ arcus e a, per lineas à terminis lineæ a b productis est æqualis angulo b e a, p 26. tertij, ergo p 20. huius, linea a b maior uidebitur centro uisus existente in pũcto e quàm ipso existente in aliquo punctorũ e g, semp quoq; minor apparebit secundũ quod plus appropinquat pũcto g, ita quod centro uisus existẽte in pũcto g, nõ uidebitur nisi unicus eius punctus qui est a, ut patet per 4. huius, maior aũt semp apparebit secũdum quod appropinquat ad punctũ e, & ad punctũ uero z apparebit sicut ad punctũ d æqualis sibi, ideo quod anguli b d a & b z a, per 26. tertij, ut supra patuit sunt æquales, & qm̃ ut iam ostendimus uisu existente in pũcto g, nõ uidebit̃ linea a b, imò tota linea g b, nisi pũctus, palã quod inter pũcta g & z modica sit additio, semper ergo uidebitur linea a b inæqualis, in æquedistantia uero à punctis d & z, uidebitur etiam æqualitas ,pp ter æqualitatẽ angulorum prouenientiũ hinc inde, quod si linea e g nõ ex parte puncti a, sed ex parte pũcti b, cõcurrat cũ linea a b, eadẽ est demonstratio. Sit enĩ ut fiat cõcursus sicut prius in puncto g, & sit linea g e medio loco ,pportionalis inter lineas a g & g b, & copulatis lineis e a & e b trigono a e b, circunscribat̃ portio circuli quæ sit ut prius b e a, & ducant̃ lineæ d b & d a, sitq; centrũ oculi super punctũ d, & ad punctũ in quo linea a d intersecat circũferentiam circuli b e a qui sit z, ducatur linea b z, & quia angulus b z a est maior angulo b d a, p 16. primi, & angulus b e a æqualis est angulo b z a, per 26. tertij, qm̃ cadunt in eũdem arcum a b, palã quia angulus b e a maior est angulo b d a, uisus itaq; centro existente sup punctũ e maior apparebit linea b a, per 20. huius, quoniã ipso existente in puncto d, in punctis uero d & z apparebit linea a b, æq lis, & omnia alia accidunt, ut prius declaratum est, patet ergo propositum.



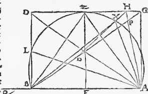
CXIX.

Reuisa fixa manente, uisu autem moto secundum lineam æquedistantẽ rei uisæ, eius quantitas quandoq; æqualis quandoq; inæqualis uidetur.

Esto uisa magnitudo quæ fixa & immota pmanens sit a b, diuidaturq; pæqualia in pũcto e, & erigatur super ipsam ppendiculariter linea e z, per 11. primi, sitq; centrũ oculi in pũcto z, ducãturq; lineæ z a & z b, ita ut cõpleatur trigonũ a z b, & describatur circa a z b, trigonũ portio circuli a z b, p 5. quarti, ducaturq; linea z d, paralella lineæ b a, per 31. primi, moueaturq; centrũ oculi in punctũ d, & ducant̃ lineæ d a & d b, & ad punctum in quo linea d b, secat circulũ quod sit l, ducatur linea a l: palã ergo p 16. primi, qm̃ angulus a l b maior est angulo a d b, sed p 26. tertij, angulus a z b est æqualis a l b, est ergo angulus a z b maior angulo a d b, maior ergo uidebit̃ magnitudo a b, in centro oculi existente in pũcto z quàm in pũcto d, ut patet per 20. huius, & si linea z g sit æqualis lineæ z d, æqualis uidebitur linea a b in pũctis d & g, hoc enĩ cõcluditur p 34. & p 4. primi, ductis lineis g b & g a, angulus enĩ b g a æqualis est angulo b d a, & similit̃ patet hoc in alijs punctis æqualiter distantibus à punctis d & g, ergo p 20. huius, in talibus pũctis uidebitur linea b a, semp sibijpsi æqualis. Si uero linea z h sit minor quàm linea z d, tũc ducãtur lineæ b h & a h, & ,pducatur linea a b ultra pũctum b ad punctũ q, qm̃ itaq; angulus z e b est rectus, patet per 32. primi, quoniam angulus z b e est acutus, erit ergo p 13. primi, angulus q b z obtusus, ergo p 29. primi, angulus h z b est obtusus, ergo p 16. primi, angulus g h b est obtusus, linea ergo b g est maior quàm linea b h, per 19. primi, quia uero per 4. primi, & ex hypothesi patet, q̃d angulus z b a est æqualis angulo z h a, angulus ergo b a h est maior angulo h b a, ergo p 19. primi, linea b h est maior q̃ linea a h, ergo & linea b g est maior quàm linea a h, & quoniam lineæ b g & a h se intersecant,

fit pun

sit punctus sectionis p, & quoniam per 37. primi trigonũ b g a est æquale trigono b h a ablato ab ambobus cõmuni trigono b p a, remanebit trigonum b h p æquale trigono a p g, sed per 15. primi, angulus a p g est æqualis angulo b p h, ergo per 14. sexti, erit ꝓportio lineæ a p ad lineam b p, sicut lineæ h p ad lineam g p, ergo per 13. quinti, erit proportio totius lineæ a h, ad totam lineam b g, sicut lineæ a p ad lineam b p, sed linea a h est minor quàm linea b g, ut patet ex præmissis, ergo linea a p est minor quàm linea b p, linea ergo b p est maior quàm linea a p, quæ est ergo proportio lineæ b p ad lineam a p, eadem sit lineæ a p ad lineam p o, per 3. primi huius, erit ergo ex præmissis linea p o minor quàm linea p b, abscindatur ergo linea p o à linea p b, per 3. primi, & ducatur linea h o, quia itaq; per 3. undecimi quinti, & ex præmissis est ꝓportio lineæ a p ad lineam p o, sicut lineæ h p ad lineam p g, & angulus h p o est æqualis angulo a p g, per 15. primi, palam per 6. sexti, quoniam trigono h p o & g p a sunt ad inuicem æquiangula, est ergo angulus o h p æqualis angulo a g p, & quoniã linea h o diuidit basem b p trigoni b h p, patet per 29. primi huius, quoniam ipsa linea h o diuidit etiam angulũ b h p, est ergo angulus b h a maior angulo o h p, ergo & eius æquali, scilicet angulo b g a, quãtitas ergo lineæ b a per 20. huius, maior uidebitur centro uisus existente

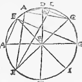


in puncto h quàm in puncto g, minor aũt quàm in puncto z. Sit enim punctus in quo linea b h secet circulum b z a, punctus x, & ducatur linea a x, patet quoq; per 16. primi, & per 26. tertij, quoniam angulus b z a est maior angulo b h a, & quoniam quibuscũq; pũctis lineæ d z uel lineæ z g datis, siue linea d z sit maior quàm linea z g, siue minor, semper eodem modo potest demonstrari, patet ergo propositũ, angulus enim b z a, fit maximus omnium illorũ angulorum, & ei ꝓpinquiores fiunt remotioribus maiores, & æqualiter ab illo distãtes fiũt æquales, & secundũ illorum angulorum quãtitates per 20. huius, mutatur quantitas rei uisæ.

CXX.

Sunt loca in quibus oculo transposito æquales magnitudines cõmuniter loca quædã directe occupantes, quandoq; æquales, quãdoq; inæquales apparẽt.

Communiter dicuntur magnitudines occupare loca sua, quando una applicatur alteri taliter, quod nihil cadit medium inter ipsas, neq; secũdum rectam lineam æqualiter utriq; magnitudinum coniunctum, neq; secundum lineam alteri illarum magnitudinũ angulariter incidentem. Sit itaq; centrum oculi in puncto d, & sint uisæ magnitudines æquales quæ a b & b g, communiter occupantes locum b, & à puncto b super ambas illas magnitudines ducatur linea perpendicularis, quæ sit b z, sitq; oculus dispositus in tali situ, ut linea z b protracta ultra punctum b, concurrat cum puncto in quo est centrũ uisus, & quoniam in quocũq; puncto lineæ d z, posito cẽtro uisus erunt semper per 4. primi, anguli b d g & b d a in centro uisus æquales, manifestum ergo per 20. huius, quoniam secundum quemcũq; punctũ lineæ d z posito centro uisus d, semper magnitudines b g & a b æquales apparebunt, transponatur autem oculus, & sit extra lineam d z in puncto e, dico quoniam magnitudines a b & b g inæquales apparent, producantur enim lineæ e a, e b, e g, & describatur circa a e g, trigonum circulus qui sit a e d g, per 5. quarti, & adijciantur lineæ e b, linea recta b i, attingens in parte opposita puncti e circumferentiam, quia itaq; arcus a z est æqualis arcui z g, per ultimam sexti, propter rectitudinem angulorum ad punctum b, siue punctum sit centrum descripti circuli siue non, semper enim ex hypothesi, & per 3. tertij, & per 4. primi, & per 27. tertij, erit arcus d q maior arcu i g,



palam ergo, item per ultimam sexti, quoniam angulus a c i maior est angulo i e g, sed sub angulo a c i uidetur magnitudo a b, ab oculo existente centraliter in pũcto c, & sub angulo i e g uidetur magnitudo b g, apparet ergo a b maior quàm b g, oculo taliter dispositο, ut patet per 20. huius, palam etiam per 118. huius, quod si oculus transmutetur secundum lineam c i illis magnitudinibus oblique incidentem, semper uisæ magnitudines a b & b g apparent inæquales, & quanto propinquius ad punctum b, tanto apparent maiores per 16. primi, & per 20. huius, quoniam semper angulus extrinsecus maior fit angulo intrinseco sibi opposito. Si ergo super circuli circunferentiam centrum uisus moueri intelligatur, semper inæquales apparent magnitudines a b & b d, & si oculus extra circulum ponatur non existens in directo lineæ d z, adhuc inæquales apparẽt magnitudines a b & b g, quod est propositum.

CXXI.

Sunt loca in quibus posito uisu æquales magnitudines communiter loca quædam oblique occupantes, quandoq; æquales, quandoq; inæquales apparent.

Esto centrum uisus in puncto z, & sint duæ magnitudines æquales uisæ, quæ g d & b g, quæ communiter locum unum occupent nullo medio corpore interposito, oblique tamen coniungantur secundum angulum qui sit d g b, hunc ergo angulum per æqualia diuidat linea g z, per 9. primi, dico quod in quocunq; puncto lineæ z g cadat oculus, semper æquales uidebuntur magnitudines b g & g d, potest autem hoc conuinci per 4. primi, & per 20. huius, semper enim angulus g z b est æqualis angulo g z d. Idem quoq; accidit si super utranq; illarũ linearum b g & g d semicirculus describatur, & à puncto sectionis illorum semicirculorum qui sit z, ducantur lineæ z b & z d, z g, tũc enim quia uterq; angulorum b z g & d z g, erit rectus per 30. tertij, patet ergo per 20. huius, propositum. Idem quoq; accidit si ultra punctum sectionis semicirculorum linea g z producatur, & in eius puncto z centrum oculi ponatur. Sed est etiam locus in quo illæ magnitudines datæ æquales quæ sunt b g & g d, uisui inæquales apparent, ad quẽ inueniendum, circa lineam g b semicirculus describatur, qui sit b z g, & circa lineã g d portio maior semicirculo quæ sit g d z, possibile quoq; est hoc super g d, describere portionem circuli capientem angulum dato acuto angulo æqualem per 32. tertij. Sed illa portio maior est semicirculo per 30. tertij, sic ergo descripta, & sit g z d, & ducantur lineæ b z & g z & d z, angulus itaq; b z g, est rectus per 30. tertij, & angulus g z d, acutus per eandem 30. sed sub maiori angulo uisa maiora apparent per 20. huius. Est itaq; locus in quo magnitudines æquales inæquales apparent, ut pũctus sectionis portionis maioris semicirculo cõstitutæ sup unam magnitudinum, & semicirculi sup alteram cõstituti, & hoc est quod proponitur.

CXXII.

Est locus in quo inæquales magnitudines cõmuniter loca quædam oblique occupantes, quandoq; inæquales, qñq; æquales apparent.

Sit ut in præcedente centrum uisus in puncto z, & sint duæ magnitudines quarum maior b g, minor uero g d, cõiunctæ secũdum angulum d g b, qui diuidatur p 9. primi, per æqualia, ducta linea g z, dico q oculo existẽte super quodcũq; punctũ lineæ z g, semp magnitudines b g & g d uidebũtur inæquales, & b g maior: ductis em̃ lineis b z & d z, anguli ad punctũ z fiunt inæquales, & maior cui maior basis subtenditur, p 26. primi, qm̃ si detur q illi anguli sint æquales, erũt trigoni b z g & g z d æquiãguli & æquilateri, quod est cõtra hypothesim, palã ergo q illi anguli erũt inæquales, uidebuntur itaq; per 20. huius, illæ magnitudines inæquales, & maior uidebitur ipsa g b, qm̃ sub maiori angulo uidebitur. Sed & quãdoq; illæ magnitudines uidentur æquales, describatur em̃ sicut in præmissa circa lineã b g maiorẽ ipsarũ portio

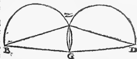
maior

maior semicirculo quæ sit b z g, & ducantur lineæ b z & z g, & circumscribantur lineæ g d, minori portio similis portioni b z g, hoc est angulum æqualem angulo b z g, capientem, sit quoque communis punctus istarum sectionum punctus z, & ducantur lineæ z b, & z g, z d, quia itaque angulus d z g, est æqualis angulo b z g, quoniam in similes cadunt portiones, oculi itaque centro posito in puncto z, qui est punctus communis sectionis illarum portionum, magnitudines b g & g d æquales apparent, quod est propositum.

CXXIII.

Sunt loca in quibus centro uisus posito æquales magnitudines erectæ super subiacentem planam superficiem, quandoque æquales, quandoque inæquales apparent.

Sint duæ magnitudines a b, & g d, æquales & erectæ super subiacentem ipsis planam superficiem, dico quod est locus ubi posito centro uisus magnitudines a b & g h, apparent æquales. Ducatur enim inter ipsas in subiecta plana superficie linea recta, quæ sit b d, quæ diuidatur in duo æqualia in puncto e, per 10. primi, & à puncto e protrahatur perpendiculariter linea e z, super lineam b d, in eadem superficie per 11. primi, dico quòd super lineam e z, perpendicularem super lineam d b existente centro uisus super magnitudines a b, & g d, æquales apparebunt. Sit enim oculus in puncto z, & ducantur lineæ z a, z b, z g, z d, quoniam ergo illorum trigonorum b e z, & d e z, latus b e, est æquale lateri d e, & latus e z est commune, anguli uero z e b, & z e d, sunt æquales, quia recti, palam per 4. primi, quoniam linea z b est æqualis lineæ z d. Sed & linea a b, est æqualis lineæ d b per hypothesim, & anguli g d z, & a b z, sunt recti per diffinitionem lineæ super superficiem erectæ, erit ergo per 4. primi linea z a, æqualis lineæ z g, & reliqui anguli reliquis angulis, angulus ergo a z b, æqualis est angulo g z d, ergo per 20. huius æquales apparent magnitudines a b, & g d, dico etiam quod quandoque inæquales apparent ipsæ magnitudines a b, & g d, remanente enim præmissa dispositione in eadem substrata superficie transmutatur centrum oculi extra lineam e z, & fiat in puncto i, & ducatur linea i e, ad medium punctum lineæ b d, & ducantur lineæ i a, i b, i g, i d, eritque per 24. primi linea i b, maior quam linea i d, ideo quod angulus b e i, est maior angulo d e i, æquis inter se lateribus contento, abscindatur ergo à linea i b, æqualis lineæ i d, per 3. primi, sitque linea b t, æqualis lineæ lineæ i d, & ducatur linea a t, quia itaque per diffinitionem lineæ super superficiem erectæ anguli i b a, & i d g sunt æquales, quia recti, erit per 4. primi angulus b t a, æqualis angulo g i d. Sed angulus b t a, per 16. primi, est maior angulo b i a, quia est extrinsecus trigono a t i: angulus ergo g i d, maior est angulo b i a, ergo per 20. huius, uisu existente in puncto i maior apparet linea d g, quam linea a b, & eodem modo de quolibet puncto extra lineam z e dato, demonstrandum: uariantur autem magnitudines in uisu secundum approximationem uel elongationem ab altero uisibilium, patet ergo propositum.



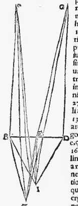


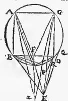
CXXIIII.

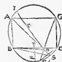
Sunt loca in quibus centro uisus posito in eadem superficie æqualia latera rectanguli quandoque æqualia, quandoque inæqualia uidentur.

Sit rectangulum a b d g, cuius duo latera a b & g d, sint æqualia, dico quod sint loca in quibus centro uisus posito, illa duo latera uidebuntur æqualia, circumscribatur enim illi rectangulo per 40. primi huius, & per 9. tertij circulus uicinus alterius arcuum qui

sunt b d, & a g, in quocunq; puncto ponatur centrũ uisus. Sit autem exempli causa positus in puncto medio arcus b d, qui sit o, & copulent̃ lineæ quæ o a, o g, o b, o d, quia itaq; latera a b, & d g, sunt æqualia, erunt per 27. tertij arcus a b, & d g æquales, ergo per 26. tertij, erunt anguli a o b, & g o d æquales, ergo per 20. huius latera a b, & d g uidentur æqualia uisu existente in puncto o. Similiter quoq; demonstrandum de quolibet puncto amborum arcuum b d, & a g, semper enim centro uisus in quorumcunq; illorũ punctorum existente uidentur a b, & g d, magnitudines æquales. Similiter quoq; si linea b d diuidatur per æqualia in puncto f, per 10. primi, & in puncto f ponatur centrum uisus, tunc item per 4. primi, & 20. huius lineæ a b & g d uidebuntur æquales, & si à puncto f, ducatur per 11. primi linea perpendicularis super lineam b d, quæ sit f, & secans periferiam circuli in puncto o, tũc ad huc secundum præmissa in quocũq; puncto lineæ f z, ponatur centrum uisus, semper per 4. primi, & 20. huius dictæ lineæ a b, & g d, apparebunt æquales, quod si centrum oculi sit extra circulum a b g d, ut in puncto e, ꝙ sit exempli causa propinquius lineæ d g, ꝗ ipsa b a, dico ꝙ uidebitur linea a b, maior ꝗ linea g d, protrahantur enim lineæ e a, e g, e b, e d, secet'q; linea e a, periferiam circuli in puncto t, & linea e g, in puncto r, & copulẽtur lineæ b t, & d r, & quoniam, ut supra patuit lineæ a b, & g d, sunt æquales ex hypothesi, ergo per 27. tertij, erit arcus a b, æqualis arcui g d, erunt ergo per 26. tertij anguli a b t, & g r d, æquales propter duorum arcuũ æqualitatem, ergo per 13. primi anguli b t e & d r e sunt æquales, q̃a uero arcus b t, est maior arcu d r, propter maiorẽ propinquitatem puncti e ad lineam d g, erit ergo per 28. tertij latus b t, maius latere r d, linea uero e t est minor ꝗ linea r e, ꝙ patet ex penultima tertij, & 15. sexti, protracta prius à puncto e, per 16. tertij, linea e q, circulum contingentem in puncto q, tunc ergo cum linea a e, sit maior ꝗ linea e g, ex hypothesi, patet etiã per 8. tertij, lineã a r, esse maiorem linea e t, quia uero linea b t, est maior ꝗ linea r d, & linea e t, est minor ꝗ linea e r, fiat per 3. primi huius, ut quæ est proportio lineæ b t, ad lineam t e, eadem sit lineæ r d, ad aliquã lineam quartã, quæ necessario, ut patet ex præmissis, erit minor ꝗ linea r e, abscindat ergo per 3. primi æqualis illi à linea r e, quæ sit r p: copuletur quoq; linea p d, ergo per 6. sexti trigona b t e, & r d p, æquiangula erunt, eritq; angulus r p d, æqualis angulo b e t. Sed per 16. primi angulus r p d, maior est angulo p e d: angulus ergo a e b, est maior angulo g e d, ergo per 20. huius, uidebitur linea a b, maior ꝗ linea g d. Si autẽ centrum oculi consistat intra circulũ, tunc immutetur figura, sitq; ut prius circulus a b d g, circũscriptus rectangulo a b g d, cuius latus b d, diuidatur per æqualia in pũcto f, & ducatur à puncto f, ad periferiam circuli perpendicularis super lineam b d, quæ sit z f, cõsistat'q; centrum uisus intra portionem z f d, ut in puncto o, dico ꝙ linea g d, apparebit maior ꝗ linea a b. Sit enim centrum illius circuli punctum e, ducatur'q; lineæ o a, o b, o g, o d, producatur linea a o, usq; in punctũ circumferentiæ, ꝙ sit g, & linea g o, usq; in punctum q, & linea e o, usq; in punctum i, & copulentur lineæ q d, & g b, cum itaq; linea a s, sit maior ꝗ linea g q, per 7. tertij, propter hoc ꝙ punctus o, in q̃ est centrũ uisus, datus est in portione z f d, ꝓpinquior lineæ d g ꝗ lineæ q b, & ꝓpinqor puncto g, ꝗ puncto a, linea q̃q; a s, est propinquior centro e, ꝗ linea g q, est ergo portio circuli & arcus a s maior portiõe circuli & arcu q g. Sed ut patet ex præmissis arcus a b, æqualis est arcu g d, per 27. tertij, & ex hypothesi. Ablatis ergo hinc & inde arcubus æqualibus, remanebit arcus b s, maior arcu q d, ergo per 28. tertij erit







erit corda b s, maior quam corda q d. Sed per 7. tertij linea o s, est minor quam linea o q, cum linea o s, sit propinquior diametro e i, quam linea o q, ut patet ex præmissis, quoniam ergo anguli b s a, & g q d, per 26. tertij sunt æquales, quoniam cadunt in arcus æquales, in trigonis quoque b o s, & d o q, latus b s, est maius latere q d, & latus q o, maius latere s o, ut patet ex præmissis, & hæc latera hinc & inde continent angulos æquales, tunc per modum quo in præmissis superius usi sumus, patet quod angulus b o s, maior est angulo q o d, ergo per 13. primi angulus b o a est minor angulo g o d, ergo per 20. huius, uidebitur linea g d, maior quam linea a b, centro oculi existente in puncto o, quod est propositũ. Similiter quoque si centrum uisus fuerit in portione z o b, uidebitur linea a b, maior quam linea d g, hæc ergo latera trianguli quandoque uidentur æqualia, quandoque inæqualia in diuersis locis cẽtro uisus posito, quod est propositũ.

CXXV.

Sunt loca in quibus oculo posito inæquales magnitudines in idem cõpositæ æquales, utrique inæqualium apparent.

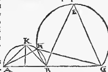
Sit duarum magnitudinum datarum b g maior, & d g minor, & circa utranque semicirculus describatur, ut circa lineã d g semicirculus d z g, & circa lineã b g, semicirculus g k & tertius semicirculus describatur circa totã lineã d b, qui sit d a b, ductis itaque lineis d a & b a, palã quia productæ lineæ secant minores semicirculos, secet ergo linea a b, semicirculum g k b, in puncto k & linea d a, semicirculum d z g in puncto z, & ducantur lineæ z g & k g: palam itaque per 30. tertij, quoniam anguli d z p, & g k b & d a b, omnes sunt æquales quia recti, oculi itaque centro secundum puncta k a z transmutato, uidebitur linea b g, æqualis lineæ g d, & linea d b æqualis alteri datarum, & linea d g æqualis ambabus lineis d g & b g, & idem accidit centro oculi secundum puncta formarum semicirculorum transmutato, patet ergo propositũ.



CXXVI.

Possibile est inueniri loca à quibus æqualis magnitudo apparet medietas, uel quarta pars, & uniuersaliter in ea proportione secundum quam propositus angulus diuidetur.

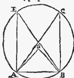
Sint duæ magnitudines a b & g b æquales, & circa a b describatur semicirculus qui sit a k b, qui per 29. tertij diuidatur per æqualia in puncto k, ductis lineis a k & b k, palam quoque per 30. tertij, quoniam angulus a k b est rectus, diuidaturque angulus a k b, per æqualia per 9. primi, ducta linea k f, quæ per ultimam sexti necessario erit perpendicularis super diametrum a b, & incidet centro semicirculi, ideo quia arcus semicirculi diuisus est per æqualia in pũcto k, & per 32. tertij, supra lineam b g describatur portio circuli capiens angulum æqualem angulo a k f, & quoniã angulus a k f, est acutus, angulus enim a k b, qui est rectus est duplus angulo a k f, erit ergo illa descripta portio maior semicirculo per 30. tertij, quæ sit b e g, eritque angulus a k b, duplus angulo b e g, cadatque pũctus e in medio arcus b e g, quia itaque linea a b & b g, uidentur directæ uisui oppositæ, cum uisus centrum est in punctis k & e, uidebitur ergo per 20. huius linea b a in puncto k, dupla lineæ b g, uisæ in puncto e, & quoniam omnes anguli in una portione circuli super arcum consistentes sunt æquales, per 26. tertij, palam quod accidit similiter super omnia puncta illorum arcuum semicirculi, scilicet præmissi, qui a b k, & portionis b e g à quibus ductæ lineæ continent æquales angulos cũ diametro, ita ut obliquitas uisionis hincinde sit super eadem, uisu itaque existente in pũcto communis sectionis ipsarũ, quod sit punctus h, tunc eodem intuitu uidebitur linea a b, quasi dupla lineæ b g, & eodem ergo modo diuersificatur rerum æqualiũ apparẽtia diuiso angulo per aliũ numerũ quẽcunque. Generale enim est hoc, data magnitudine & angulo diuidere angulum secũdum aliquã proportionem per 27. primi huius, & circa magnitudinem describere portionẽ circuli capientem



capientem angulum alicui diuidentium æqualem, & superposito centro uisus ad illum angulum ui, debitur apparentia magnitudinis uariari secundum illud, hoc est ergo propositum. In hoc tamen non modicum effectum habet longitudo distantiæ secundum rectam lineã protensæ à puncto cõcursus linearũ illũ angulũ cõtinentiũ, quoniam in omnibus uisis ex inæquali distantia, maior est proportio distantiæ maioris ad minorem, quam anguli ad angulum, ut patet per 11. huius: idem quoque accidit, si angulus a k b. secundũ aliã proportionem fuerit diuisus, & ei æqualis in portione circuli, super lineam b g, constituatur angulus, & eadem est demonstratio, patet itaque propositum.

CXXVII.

Sunt loca in quibus posito uisu eadẽ magnitudo quandoque totius suæ quãtitatis, quandoque medietatis, quandoque quartæ, uel secũdũ datam proportionem uidetur.



Esto a b magnitudo uisa, dico quod ipsa transmutato cẽtro uisus ad diuersa puncta, quandoque ipsa apparet suæ propriæ quãtitati, quandoque in alia quacũque portione. describatur enim circa lineam a b, circulus a e b, ita quod linea a b non sit diameter illius circuli, quod potest fieri sumpta diametro circuli aliqua linea maiore, quam sit linea a b. Sit itaque centrum illius circuli punctum g, & ducantur lineæ a g, b g, a e, b e, palã ergo per 19. tertij, quoniam angulus a g b, duplus est angulo a e b. oculi itaque centro existente in centro circuli g, linea a b apparebit duplo maior quam appareat centro oculi existente in arcu a e d, per 20. huius, quoniam omnes anguli cõtenti sub lineis ab istis punctis ad puncta a b ductis sunt æquales per 26. tertij, & cuilibet illorũ duplus est angulus qui ad centrum g, per 19. tertij, patet ergo propositum.

CXXVIII.

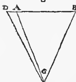
Oculo ei quod uidetur propius accedente uidebitur rei uisæ, quantitas augmentari.



Sit linea uisa b g, & sit oculus in puncto 3, ducanturque lineæ 3 b & 3 g, & accedat oculus propius lineæ, & sit super d punctum. Intelligimus enim hic accessionem secundũ lineam rectam perpendicularem super magnitudinem uisam, ducantur ergo lineæ b d & g d, & quia per 21. primi, angulus b d g, est maior angulo b 3 g. res autem sub maiori angulo uisa maior uidetur per 20. huius, uidebitur ergo augmentata quantitas lineæ q g, circulo super d existente, respectu eius quod fuit existente centro uisus in puncto 3, & hoc est propositum,

CXXIX.

Augmentatæ magnitudines uidebuntur oculo appropinquare.



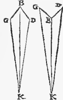
Sit magnitudo a b, quæ uidetur, & centro oculi sit in puncto g, & ducantur lineæ g a & g b, & augmentetur b a, magnitudo ita ut fiat magnitudo b d, maior quam b a, & ducatur linea d g, quia ergo angulus b g d, maior est angulo b g a, ut patet per 29. primi huius quia est maior sicut totum sua parte, palam per 20. huius, quoniã maior apparet magnitudo b d, quam b a, maiora uero se ipsis prius uisis uidentur omnia postmodũ aucta, & in eo uero quod maiora sunt sub maiori angulo uidentur, & quoniam tale uisum uidetur idem ei quod prius uisum est, & æstimatur æquale sibi ipsi, omnium autem æqualiũ quod appropinquiori uidetur, sub maiori angulo uidetur, ut patet per 7. huius, uirtus ergo distinctiua animæ sentiens angulum sub quo fit uisio augmentari & æstimans rem eandem, iudicat se illam appropinquiori uidere, omnes ergo auctæ magnitudines uidentur oculo appropinquare, & hoc est propositum.

CXXX.

Omnes magnitudines in eadem superficie iacentes extremis suis non

in directo

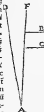
in directo suo medio existentibus, totalem suam figuram quãdoq; concauam, quandoq; uero faciunt conuexam.



Verbi gratia, uideaẽ magnitudo g b d, iacens in aliqua superficie, & eius punctum mediũ qđ est b, nõ fit in directo suorũ extremorũ, sed extra illa. Sitq; oculus in pũcto k, & ducantur lineæ k g & k b, & k d, uidebitur itaq; tota figura g b d cõcaua, si eius medius punctus sit remotior à uisu, accedat uero medius punctus rei uisæ, qđ est b, ad uisum, & fiat ꝓpinquior oculo, dico ꝙ uidebitur tota magnitudo conuexa, uidet enim uisus simul puncta media & extrema, quoꝝ formæ secundũ ipsoꝝ sitũ & distantiã describunẽ in superficie uisus, & accidit uisui passio quæ accidit ex supficiebus concauis & cõuexis, apparent ergo illa concaua & conuexa secundũ diuersitatem situs sui puncti medij, & hoc est ꝓpositũ.

CXXXI.

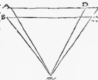
Omnium mobilium æque uelocium secundum eandem lineam motorum ultra punctum coniunctionis axiũ uisualium, proximum uisui existentium remotiora uidentur tardius moueri.



Sint duo mobilia b & c, quæ moueantur æqualiter, & sit centrum uisus a, & sit ut mobilia b & c, sint super lineã a g, & sit b remotius à uisu ꝗ̃ c, qa ergo linea a b, est maior ꝗ̃ linea a c, palam per 7. huius, qm̃ secundũ lineam a b sub minori angulo fit uisio ꝗ̃ secundũ lineã a c, uisio ergo quæ fit in puncto b, minus erit certa, ꝗ̃ quæ fit in puncto c, & similiter per eandẽ 7. huius, sub minori angulo uidetur spacium qđ in aliquo tempore pertransit mobile b, ꝗ̃ illud spaciũ qđ in eodem tempore pertransit mobile c, motus ergo mobilis b, non cõprehenditur tam perfecte, ut motus mobilis c, uidebiẽ ergo b tardius moueri qđ sub maiori angulo uidetur mobile b, ꝗ̃ mobile c, & similirer spaciũ qđ pertrãsit mobile b, sub minori angulo uidebitur ꝗ̃ spaciũ, per quod in eodem tempore pertransit mobile c, minus ergo uidebiẽ spacium per quod motũ est mobile b, spacio qđ pertransit mobile c, per 20. huius, & si hæc mobilia ambo sint in linea obliqua ad uisum extra axem, ut linea a d, tunc ambo minus uidebuntur moueri suis ueris motibus, minus autem adhuc uidebiẽ moueri b, qđ est remotius à uisu ꝗ̃ ipsum c, quod si ambobus ipsis existentibus in una axe uisuali, & aliquod ipsoꝝ fuerit intra concursum axium propinquissimũ uisui, illud propinquius penitus oblique uidebitur, ut per multas præcedentiũ patuit; unde æstimabiẽ tardius moueri, licet ipsum sit propinquius uisui, patet ergo propositum.

CXXXII.

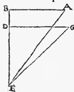
Omnium mobilium æqueuelociũ super lineas æquedistantes, non proximas uisui motorum remotiora uidentur tardius moueri.



Sint duo mobilia a & b, æqueuelociter mota super duas lineas æquedistantes & æquales, quæ sint a d & b e, quarũ remotior à uisu sit a d, sitq; centrum uisus punctum z, à quo ducantur lineæ z a, z b, z d, z e, dico ꝙ mobile a, ꝙ est uisui remotius, uidebitur fieri tardius ꝗ̃ mobile b, quod est propinquius, quia per 7. & 20. huius linea a d, uidebitur minor ꝗ̃ linea b c, cum tamen sint æquales, mobile ergo a, quod inæquali tempore æquales partes lineæ a d, abscindit, uidetur tardius moueri ꝗ̃ mobile b, ꝙ in eodẽ tẽpore proportionaliter diuisioni lineæ a d, maiores parres lineæ b e, abscindere uidetur, ꝗ̃uis ut patet ex hypothesi illæ partes hinc & inde sunt æquales, apparet ergo uelocius moueri mobile b, ꝗ̃ mobile a, remotius uisui: quãdo eñ mobile b peruenit ad punctũ e, tunc mobile a, peruenit ad punctum d, qui uidetur esse retro punctum e, & ita uidetur mobile a, præposteratum mobili b, quia linea b e, uidetur maior ꝗ̃ linea a d, mobile ergo a, æstimatur tardius moueri ꝗ̃ mobile b, quod est propsitum.

CXXXIII.

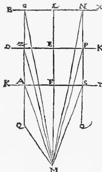
Oculo fixo existente & axe uisuali æqualiter transmutata, remotiora uisorum æqualiter distantium à priori situ axis, posteriorari uidentur.



Sint duo uisibilia a & g, existētia in duabus lineis æqualibus, quæ sint a b & g d, sitq́ centrū uisus e, & sit ut axis uisualis trāseat ex puncto d, ad punctū b, erit ergo punctū b remotius à uisu, q̃ sit punctū d, palā itaq́ per 7. huius, q̃m linea a b remotior à uisu sub minori angulo uidet̃, q̃ sua æqualis, quæ est g d, propinquior uisui, angulus ergo d e g, est maior angulo b e a, ergo per 20. huius linea g d, uidet̃ maior q̃ linea a b, manente itaq́ oculo fixo in puncto e, & axe uisuali mota per spacium totum, in quo sunt uisibilia a & g, pertransit axis propter minoritatē anguli b e a, respectu anguli d e g, citius uisibile a, q̃ uisibile g uidetur, ergo uisibile a fieri posterius uisibili g, q̃m uiso g uidebit̃ a retro illud, quod est propositum.

CXXXIIII.

Mobilium secundū lineā cui perpendiculariter insistunt æquedistantē lineæ ab oculo ductæ, æqualiter ad ductam ab oculo lineam motorū, illud quod remotius à centro uisus est antecedere, propinquius uero sequi uidetur, transitu uero facto ad aliam partem lineæ ab oculo ductæ, remotius quidem subsequi, propinquius uero antecedere uidetur.



Sint æquali uelocitate mota tria mobilia. s. b g, d 3, k a, super lineā quæ sit g a, cui orthogonaliter insistat secūdum puncta g 3 a, sitq́ mobile b g, remotius à centro uisus, quod sit punctū m, & sit mobile a k, uisui ꝓpinquius, ducaturq́ à uisu à puncto. s. m, per 31. primi, linea parallela lineæ g a, quæ sit m l, & ducantur lineæ m g, m 3, m a producanturq́ lineæ k a, d 3, b g, ad lineā m l, incidatq́ linea k a lineæ m l, in punctū f, & linea d 3, in punctū e, & linea b g, in punctū l, & q̃m lineæ g a & m l sunt paralellæ, palam per 21. huius, q̃m ad partē l, cōcurrere uidenẽ, propinquior igitur uidebitur g, ad pūctū l, q̃ 3 ad punctum e, uel a ad punctū f, uidetur igitur p̃cedens b g, subsequens uero d 3, & ultimū ipsorꝫ k a, protrahatur itaq́ linea g a, ultra punctū a, ad punctū q, & copuletur linea q m, quia ergo per 16. primi, angulus m a q, est maior angulo m 3 a, & angulus m 3 a, est maior angulo m g e, palam quod linea m g, magis approximare uidetur ad pūctum g, q̃ linea m 3, ad punctū 3, uel linea m a, ad punctum a, q̃m anguli extrinseci maiores sunt intrinsecis, itaq́ mobile b g, quod est remotius, uidebit̃ præcedere mobilia d 3 & k a, antecedentibus secundū lineā rectam, quæ est g a, ad lineā m l, æqueuelociter ipsis mobilibus k a, d 3, d g, mobile uero k a, quod est postremum, uidetur subsequi, quia magis uidetur à linea m l, elongari, et hoc durabit quousq́ linea g a, supponatur lineæ m l, tunc secundū lineā rectā m l, mobile k a ꝓpinquius uisui uidet̃ q̃ alia, & maius per 7. & 20. huius, facto aūt transitu ultra lineam m l, ita ut mobilia quæ fuerint prius dextra uisui, fiant sinistra, uel ecōtrario, tūc mobile remotius uisui uidebit̃ seq, & ꝓpinquius præcedere ꝓpter eandē causam quā præmisimus, & ut hoc exemplariter pateat, sit ut mobile b g, q̃d est remotius à centro uisus m, pertrāsita linea m l, perueniat ad locū lineæ n x, & mobile d 3, ad locū lineæ p r, et mobile k a, q̃d est ꝓpinquius uisui perueniat ad locū lineæ s t, ducatur quoq́ à centro uisus ad puncta n p s, lineæ m n, m p, m s, uidebitur ergo mobile n x, subsequi duo alia mobilia,

ideo

ideo quód ficut præmiſſum eſt, linea n x magis approximat ad punctũ l, ꝙ linea p r ad punctũ e, uel ꝙ linea s t, ad punctũ f, igitur mobile b g, quod fuerit prius præcedens, cũ peruenerit ad lineã l x, uidebit̃ ſequi, & linea a k, quæ fuerit prius ſubſequẽs ſup lineam s t, uidebitur præcedere, & ſic iſtorum mobilium mutato ſitu motus uidebitur diuerſus, quod eſt propoſitum. CXXXV.

Pluribus mobilibus non æque uelociter ad eandem partem motis, ad quam mouetur & uiſus, æquelocia uiſui quieſcere, tardiora uero contra moueri, & celeriora antecedere uidebuntur.

Sint tria mobilia b c d, & ſit centrũ oculi punctũ a, ſit aũt inter hæc mobilia b, tardiſſimũ, & c æqueuelox uiſui, d uero ſit uelocius ꝙ c, et oĩa moueantur ad eandem partẽ uniuerſi, à centro quoq; uiſus a, ducantur lineæ a b, a c, a d, cũ itaq; motus fuerit oculus a, tunc mobile c, quod eſt æqueuelox oculo æqualiter motũ eſt cum oculo, nõ ergo mutat ſitũ reſpectu oculi, ergo per 112. huius, ipſum quieſcere uidebit̃ a, mobile uero b, quia eſt tardiſſimũ, patet quod moto uiſu ipſum eſt pertranſitũ per motũ uelociorẽ ipſius uiſus, & quia mobile c uidetur quieſcere, & mobile b ſemp magis & magis remouetur à mobili c, propter exceſſum uelocitatis mobilis c, ſuper mobile b, uidetur ergo mobile b ad partẽ contrariã moueri, mobile uero d, quia uelociſſimũ eſt præcedit mobile c, & ipſum uiſum, & ſemp ſit plus diſtans à uiſu, uidet̃ ergo præcedere, patet itaq; ꝓpoſitũ. CXXXVI.

Si aliquibus mobilibus æqueuelociter motis uiſis apparet aliquid immotum, illud uidebitur ad partem contrariam alijs mobilibus moueri.

Sint eñ duo mobilia b & d, quæ moueantur æqueuelociter ad unam partẽ contrariã, & ſit c, aliquid nõ motũ. Sitq; centrũ uiſus a, ducantur à centro uiſus lineæ a b, a c, a d, q a itaq; mobile b, mouet̃ ad aliquẽ terminũ, palã qm̃ ipſum ſit ꝓpinquius ad illũ ꝙ corpus c, quia nõ mouetur, ſed & mobile d, æqueuelociter motũ eſt mobili b, uidẽtur ergo mobilia b & d, nõ mutare ſitũ adinuicẽ, corpus uero c mutat ſitũ reſpectu illoꝝ amboꝝ mobiliũ, uidetur ergo c, ad partẽ illius cõtrariã moueri, quod patet per 110. huius, & hoc eſt ꝓpoſitũ, & ex hoc apparet quare motis uelociter nubibus luna uiſa uidetur ad partem contrariã moueri, quia eñ partes nubiũ æque uelociter mouentur, ut b & d, lunæ uero motus propius à uiſu ꝓpter remotionẽ in paruo tpe nõ percipit̃, ideo uidetur luna ut mobile c, ad partem contrariam moueri. CXXXVII.

Puncta ſignata in re circulariter mota, uidentur circuli & lineæ ſuperficies rotundæ.

Cũ eñ talia mobilia ſic ſignata mouent̃ circulariter, q̃dlibet ſuoꝝ punctoꝝ motu ſuo deſcribit circulũ, qm̃ q̃dlibet pũctũ nõ figitur in eodẽ loco tpe ſenſibili, Sed in paruo tẽpore circumgirat totã circũferentiã ſuper quã uoluitur, peruenit ergo tunc forma puncti ſignati in ſuperficiẽ uiſus per modũ circũferentiæ circuli, qm̃ eñ motus circularis eſt totus unus, nõ diuidens tempus, nõ poteſt uiſus cõprehendere formã puncti ſignati niſi ſecundũ circũferentiã circuli, in minimo .n. tpe cõprehendit colorẽ illius pũcti circũgiratũ, & ſi plura ſunt pũcta ſecundũ ordinẽ onius ſub altero ſignata, plures uidebunt̃ circuli ſubalternatim & ordinate cõtenti, & hoc eſt ludus pueroꝝ in trochis ſup planas ſuperficies circulariter exagitatis, qm̃ qñ trochus fuerit circũgiratus motu forti, & aſpexerit q s ipſum, ſi unus eſt punctus in ipſo ſignatus, uidebitur circulus, & ſi plura ſunt puncta ab inuicẽ diſtãtia, uidebunt̃ plures circuli æq̃diſtãtes, & circa idẽ centrũ, & uidebit uiſus differentiã coloꝝ cuiuslibet illoꝝ circuloꝝ, & ſi plura puncta diuerſoꝝ coloꝝ ſibi adinuicẽ approximãtur, cõprehendet uiſus oẽs illoꝝ pũctoꝝ colores quaſi unũ colorẽ, diuerſum ab oĩbus colorib. q ſunt in illis punctis, q̃ ſi ſit color cõpoſitus ex oĩb. coloribus illoꝝ pũctoꝝ, & nõ cõprehẽdet lineationẽ neq; diuerſitatẽ coloꝝ, & ſi motus fuerit ualde fortis, cõprehendet uiſus illud corpus motũ, quaſi q̃eſcẽs & circulariter figuratũ, ideo ꝙ nullũ illius corporis pũctũ figit̃ in loco tpe ſenſibili, ſed in minimo tpe giratur tota circũferẽtia ſup quã reuoluit̃, & ſimiliter mota linea uidebit̃ ſecundũ lineæ lõgitudinẽ latitudo cuiuſdã ſupficiei rotũdæ deſcripta in ſupficie ipſius uiſus, & ſi linea illa

 fuerit

fuerit colorata, tūc ꝓpter motus uelocitatē, motus facit totā superficiē rotundā apparere coloratā, & hoc est propositū.

CXXXVIII.

In motus & quietis uisione error accidit uirtuti distinctiuæ ex intemperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex intēperata eñ luce accidit error in uisione motus & q̄etis, si eñ de nocte cōprehēdit uisus hoiem añ aliqđ nemus, forte occultabiť ei distātia hoīs ad nemus. Si itaq; uidens moueať uersus hoiem uisum, quāto magis ad illū accesserit, tāto distantiā illā certius uidebit, unde cū pri9 simul una cū nemore appareret ei homo uisus, & q̄to ad eū pl9 accedit, pl9 uideť à nemore remotus, & certū est ei nemus immotū remanere, æstimabit ergo hoiem ad partē cōtrariā nemoris incedere, licet ueritas sit ipsum hoiem uisum immotū & q̄etū esse, & etiā si homo de nocte uisus nō plene cōprehēdiť, q modicū moueať nō discerneť motus eius, & uidebiť quiescēs, hi aūt errores nō acciderēt in tēperata luce. Et intēperata etiā remotione error accidit in uisione motus & quietis. Si q̄s. n. ad partē in qua lunā aū solē aut stellā aliquā uiderit moueari, cū post plurimū motū lunā aū sequi derit elōgatā nō minus q̄ in principio sui motus, æstimat ipam lunā ad eādē partē secū moueri, & ab eo recedere, & ob hoc elōgatiōes q; durare, & euenit hoc etiā ī luna ad partē cōtrariā ꝓperāte, acciditq; hic error ideo, q̄a notū est hoī, qđ in his naturis inferiorib9 existētib9 duobus corpibus, q̄ꝝ unū moueať in partē aliquā, si tūc permāserit identitas situs respectu alterius corpis, tūc necesse est etiā aliud corpus ī eandē partē æq̄li motu fuisse motū, hoc tñ nō oportet sic æstimari ī luna uł stellis, q̄m magnitudo uiæ q̄ pagit q̄s motu suo, nō est ꝓportionalis magnitudini corpis lunæ uel alterius stellæ, ergo neq; excessus postremæ ꝓpinq̄tatis ad stellā sup primā ꝓpinq̄tatē est sensibilis respectu totalis remotiōis. Idē etiā error accidit ī motu nubiū, crediť. n. uelocissimus eē motus lunæ, q̄a ptes nubiū, p quas uideť luna, subito mutanť, et luna nec cū his partibus nubiū, nec cū illis uideť esse sita, & q̄a luna est corp9 luminosum uisibilius q̄ nubes, æstimať lunā moueri motu, qđ secundū ueritatē nō moueť. Similiter etiā accidit error in q̄ete, aliq̄s. n. à lōge uisus nō ueloci motu motus, q̄escere uideť, & ꝓpter hoc planetas credimus immotos licet uelociter moueanť, uiæ eñ q̄s incedūt ī tpe paruo, nō sunt pceptibiles uisui à tanta remotiōe, unde durante situ ipsaꝝ, respectu uidētis identitate q̄escere putanť. Similiter etiā accidit hic error, si ī eadē linea uisuali uel axe corpus aliqđ uisum uel à uisu moueať. Tūc eñ ubi motus ei9 fuerit ualde fortis, putabiť īmotū, q̄a nō pcipiť an ptes uel ipsum totū se aliter habeat nūc q̄ prius, uia eñ q̄ īcedit, est īpceptibilis à tāta remotiōe. Ex intempata etiā situs oppositiōis obliq̄tate accidit error uirtuti distinctiuæ in p̄missoꝝ uisione, unde aliq̄ uelociter nauigāte ī flumine, & obliq̄ īspiciēte arbores in ripa fluminis, tūc arbores ab axe uisuali multū elongatas æstimabit moueri, illæ uero arbores quibus axis uisualis īcidet q̄escere uidebūť. Similiter rota aliq̄ mota, ut molendini obliq̄ uisa uideť quiescere. Est aūt hic error ꝓpter solā obliq̄tionē situs rei ad uisum, q̄m talis rota directe intuita moueri uideť. Ex intēperata etiā magnitudine accidit error in uisione præmissaꝝ. Si eñ moueanť duo, q̄ꝝ unū sit paululū uelocius alio, putabit uidēs esse æqualē ipsoꝝ motū, cū insensibile sit uisui unius motus sup aliū excrementū, & similiter quātitas excessus uiæ quā trāsit alius, īpceptibilis est uisui, unde iudicať æq̄litas motuū & uiaꝝ & similiter res pua mota forte æstimabiť nō moueri, etiā si distātia à uisu fuerit tpata. Ex intēperata etiā raritate accidit error in p̄missis. Si eñ in aere nubiloso obscuro duo corpora moueanť, q̄ꝝ unū alio paululū uelocius moueať, iudicabunť forsitā æquales ipsoꝝ motus, cū ꝓpter intēperiē diafonitatis aeris discerni nō possit motus unius ad motū alterius excessus, uideť eñ tūc perpēdiculariter à uisu excessus uiæ ptrāsitæ ab uno à uia ptransitæ ab alio. Similiter etiā in tali aere à lōgitudine media nō tñ parua si q̄s uideat aquā fluentē, aut iudicabit eā īmotā, aut si fuerit fortis eius fluxus, æstimabiť minus mota q̄ moueať. Ex intēperata etiā tpis fit maximus error in uisione motus & q̄etis, q̄ per se tpe mensuranť, cū eñ duoꝝ mobiliū unū paulo uelocius alio mouebiť, tunc motus in tpe modico cōprehēsi æq̄les iudicabunť, q̄a nō est tā subito cōprehensibilis ipsoꝝ excessus, & si aliq̄d tarde moueať hoc in tpe modico in respectu nō uidebiť moueri, q̄m uia p quā moueť in modico tpe, est īperceptibilis uisui ꝓpter sui paruitatē, sed & uelocissime

motum

motũ circulariter, & in eodẽ loco manens, ut trochus, nõ æstimaẽ moueri, locus eñ trochi nõ mutaẽ, & partes uelocissime redeũt ad priorẽ sitũ. Ex intẽperantia etiã dispositionis uisus accidit error uisioni ꝑmissoꝝ. Cũ eñ qs sæpius in circuitu fuerit reuolutus & post quiescit, tũc putat ꝙ uicini parietes moueanẽ, ideo qa spiritus uisibiles ĩterius moti discurrunt ex motu corpis ipsius facto, nec statim qescente corpe exteriorĩ spũs intrinsecus moti quiescũt, eo ꝙ d leuiores corpe grosso sunt illo mobiliores, & minor uirtus animæ mouet illos, illi aũt moti formas motas uirtuti distinctiuæ repñsentãt, uidẽẽ eñ oĩa moueri, ꝗrũ formæ motis spĩtibus uirtuti aĩæ offerũt etiã post qetẽ ipsius uidentis, & huius simile ẽ etiã ĩ alijs motis, trochus eñ diu post qetẽ manus motricis mouẽẽ, & nõ qescit ꝗusqꝫ uirtus influxa sibi desinit mouere. Est etiã ꝗdã corpis & oculoꝝ infirmitas, in q̃ uidenẽ oĩa circũuolui. Si etiã corp9 similiũ ꝑtiũ uoluaẽ tarde, ut accidit in qbusdã rotis horologioꝝ, tũc uisus debilis nõ ꝑcipiet motũ eius, neqꝫ etiã sanus uisus ꝑcipiet motũ ꝑ ꝗtpĩs. Si uero sit corp9 dissimiliũ ꝑtiũ, ut ĩ rotis molẽdini, tũc forte etiã uisus debilis cõꝑhendet motũ, nisi ualde festina fuerit rotæ reuolutio, qa ꝓpter uelocitatẽ motus forte dissimilitudo ꝑtiũ rotæ nõ poterit comprehendi, patet itaqꝫ illud ꝗd proponebatur.

CXXXIX.

Asperitas cõprehendiẽ à uisu ex cõprehensione lucis superficiei corporis asperi incidentis, ꝑ quã cõprehendiẽ diuersitas sitũ partiũ supficiei corpis.

Cum asperitas sit diuersitas situs partium superficiei corporis, palam per 11. secundi huius, quod partes præminentes umbram faciunt quando lux inciderit superficiei illius corporis, partes ergo præminentes erunt manifestæ luci & discoopertæ, & in partes ꝓfundas perueniũt umbræ permiscentes lucem illis partibus incidentem, diuersificabitur ergo forma lucis in superficie illius corporis, quod non accidit in superficie plana, eius enim partes sunt consimilis situs, & fit forma lucis in omnibus suis partibus consimilis, uisus itaqꝫ cognoscit formã lucis in superficiebus asperis & planis diuersam propter frequentationem uisionis superficierum asperum & planarum, & secundum hoc dijudicat asperitatem superficierum uel planiciem in corporibus asperis quibuscunqꝫ, sed si superficiei asperæ partes fuerint ualde præminentes, potest etiam uisus comprehendere præminentiam illarum partiũ ex cõprehensione distantiæ quæ est inter partes, & sic ex comprehensione diuersitatis situs partium superficiei corporis asperi cõprehendet etiã asperitatem illius, & erit etiam lux in illa asperitate maximæ diuersitatis, quoniam maioribus umbris distincti permiscetur, & ex diuersitate formæ lucis uidebitur distantia partium, & diuersitas situs earum, & ex hoc uidebitur corporis asperitas, quod si præminentiæ partium superficiei rei uisæ fuerint paruæ ualde, non comprehendet uisus illam asperitatem corporis nisi cum multa appropinquatione intuitus, fit ergo per diuersitatem lucis superficiebus corporum asperorum incidentis, & ex consequenti per comprehensionem diuersitatis situum partium superficiei corporis, asperitas comprehenditur à uisu, patet ergo propositum.

CXL.

Lenitas siue planicies cõprehendiẽ à uisu ex cõprehensione lucis supficiei lenis corporis incidentis illis, etiã per suarũ partiũ oĩmodã æqualitatẽ.

Quia enim lenitas est æqualitas situs partium superficiei, patet quod partes corporis lenis sunt consimilis situs, lux ergo illis corporibus incidens fit consimilis & in illis umbris permixta, unde etiam corporis tersitudo siue politio, quæ est quædam lenitas uel planicies, comprehenditur à uisu ex scintillatiõe lucis in superficie illius corporis, & ex situ secundum quam reflectitur lux ad uisum, uel ad aliud corpus obiectum, comprehendit etiam uisus quandoqꝫ planiciem per intuitum diligentem, per quem comprehendit partium superficiei uisæ æqualitatem, quandoqꝫ etiam comprehẽdit ipsam planiciẽ superposito uisu in una parte illius superficiei uisæ, & cum formæ partium extremarum illius superficiei quæ sunt remotiores à uisu secundum lineas rectas ꝑueniunt ad uisum in ipsa superficie productas, tũc uisus sic ipsius superficiei planiciem cõprehendit, patet ergo ꝓpositum.

CXLI.

In asperitatis & lenitatis uisione error accidit uirtuti distinctiuæ ex intẽperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex debilitate enim lucis error accidit uisioni asperitatis et lenitatis, quia de nocte uisa asperitas forte iudicabitur lenitas, aut econuerso secundum qualitatem rei uisæ, et etiam cum à capillis nigris lotis fit lucis reflexio, æstimantur illi capilli summæ plani, cum sint secundum ueritatem asperi, eo quod est in eis diuersitas & distantia innumerosa. Superflua etiam longitudo distantiæ errorem ingerit uisioni asperitatis & lenitatis, unde in pictis capillis uel uestibus alicuius pictæ imaginis propter lõgitudinem distantiæ æstimatur asperitas, ideo quia sensus consueuit accipere asperitatem in capillis ueris, & idem accidit in rugis uestium depictarum, quæ propter distantiam uidentur replicatæ, cum sint in una superficie constitutæ. Similiter etiam si magna distantia opponatur uisui corpus, in quo est modica asperitas, putabitur lenitas, quia à tali distãtia nõ potest discerni diuersitas partium aut proiectio umbræ partium eminentium super depressas, unde iudicatur in eo lenitas. Ex intemperantia etiam situs fit error in uisione asperitatis & lenitatis. Si eñ à capillis depictis alicuius pictæ imaginis fiat obliqua reflexio lucis, utpote uisu non existente in loco reflexionis fiet comprehensio asperitatis capillorum, cũ non sit nisi lenitas in illis; hoc autem non accideret uisui directe lucem reflexam excipienti, quia tunc uera lenitas appareret, cum etiam corpus aliquod in quo est modica asperitas obliquatum fuerit ab axe uisuali, tũc apparebit lene, quod si directe uisui opponeretur, sua asperitas uisui se offert. Ex intemperantia etiam magnitudinis error accidit uisioni præmissorum, cum enim occurrerit uisui res multum parua, uidebitur forte lenitas ubi est asperitas, aut econuerso, non enim comprehenditur prominentia partium aliarum super alias propter minimã corporis paruitatem. Ex soliditatis etiam intemperantia error accidit uisioni præmissorũ. Si enim in corpore multum raro fuerit asperitas non magna, putabitur forte lenitas, & si totum fuerit lene, & trans ipsum uideatur corpus asperum aut diuersorum colorũ, æstimabitur hoc corpus quod est rarũ & lene esse asperum, & erit error in asperitate & lenitate. Ex intemperantia etiam raritatis error accidit uisioni præmissorum, quia in aëre nubiloso obscuro uidebitur corpus asperum esse lene propter latentes asperitatis causas, & uisa re polita cũ non discernitur reflexio ab ea, æstimabitur forte aspera. Ex paruitate etiam temporis fit error in uisione præmissorũ, cũ enim subito uidetur aliquod asperum æstimabitur lene, & si lene uisum fuerit subito non poterit discerni lenitas aut asperitas, unde sub dubio fit error. Ex uisus etiã debilitate fit error in uisione, præmissorũ, quia forte uisus debilis reputabit corpus modice asperum fore lene, uel econuerso, si in formis corporis asperi & leni fuerit dissimilitudo, patet ergo propositum. CXLII.

Diafonitas comprehenditur à uisu ex comprehensione formæ corporis ultra corpus diafonum existentis.

Quod diafonitas comprehendatur modo proposito satis patet, dicimus enim ut in principio secundi huius præmisimus, illa corpora diafona, quæ sunt peruia uisui ad alia corpora uidenda, corpus itaq; diafonũ per se non uidetur, ut patet per 14. tertij huius, nisi in ipso sit aliqua spissitudo respectu diafonitatis aëris interiacentis uisum, ut est cristallus & berillus, & similia densa diafona, sed etiam illorum diafonitas à uisu non comprehenditur, nisi ex comprehensione formæ corporis existentis ultra illa uel in circuitu ipsorum, quoniam lux uel color per media illa diafona peruenit ad uisum, cũ ergo uisus comprehẽdit, quod forma lucis uel coloris comprehensi à se est solum corporis ultra corpus diafonum existentis, tunc sentiet diafonitatem corporis diafoni; quod si corpus diafonum fuerit debilis diafonitatis, utpote maioris spissitudinis quàm alia diafona, & corpora ultra ipsum existentia fuerint debilis lucis uel coloris, tũc diafonitas eius uix comprehenditur à uisu, ubi apponatur forti luci, tunc enim potest eius diafonitas melius cõprehendi; propter applicationẽ aũt proximã corporũ ualet spissorũ talibus corporib9 diafonis, ipsorũ cõprehensio à uisu quantũ ad partẽ applicatiõis penitus impeditur, ut paret de hyaspide in auro, patet ergo propositum. CXLIII.

Spissitudo siue densitas cõprehendit̃ à uisu ex priuatione diafonitatis.

Cum etiam uisus comprehendit corpus aliquod, & nõ sentiet in ipso aliquã diafonitatem, statim arguet ipsius spissitudinẽ, quia cũ statim ad illud corpus terminat̃ operatio

rio uisiua, nec aliquid penetrat, p illud uero uisus exercetur ad uidendũ ultra ipsum formas aliorum corporum, tunc iudicat uisus ipsum esse spissum siue densum & partiũ compactarum, & sic comprehenditur spissitudo uel densitas à uisu ex priuatione diafonitatis, quod proponebatur.

CXLIIII.

In raritatis & soliditatis uisiõe error accidit uirtuti distinctiuæ ex intemperata dispositione octo circunstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex lucis enim debilitate ut de nocte uidebitur corporis multum rari minor esse raritatis, quia tamen trans ipsum non plena fit comprehensio formæ corporis solidi, æstimabitur remissio raritatis uiam transitus formarũ prohibere, & corpus modice rarum etiam tunc iudicabitur solidum. Ex intemperantia etiam remotionis fit error in uisione præmissorum, cum enim circa oculum erigitur acus, aut aliquid aliud multum subtile, licet illud appareat uisui maius quàm sit, tamen nihil occultatur ei de opposito pariete aut alio corpore, unde quia raritas non perpenditur, non quod retro corpora rara alia corpora uidentur, ut patet per 142. huius, æstimabitur diafonitas esse in acu, aut in alio corpore, cum retro ipsum totus paries uideatur, quod tamen accidit ideo, quia remotio tam modica respectu occultationis acus est immoderata. Similiter etiam si quis à longe intueatur corpus rarum retro, quod non sit aliquod corpus coloratum aut tenebrosum, non reputabitur illud corpus rarum sed solidum, quia retro ipsum non percipitur aliud corpus quod est proprietas corporum rarorum. Ex intemperata etiam situs dispositione accidit error in prædictorum uisione. Si enim descenderit lux declinata in uitrum plenum uino, & lateat uisum transitus lucis per uitrum, & fit magna declinatio lucis illius à radijs incidentibus, lateat quoq; uidentem uinũ esse in uase uitreo, tunc æstimabitur à uidente uinum esse corpus solidum, scilicet uinum cum uase uitreo, & non accidet hic error in transitu lucis per uas uitreum directe oppositum. Ex intemperata etiam magnitudine accidit error in uisione præmissorum. Si quis enim intueatur corpus ualde purum politum, ut ab eo lux possit reflecti, & sit simile margaritæ, iudicabit ipsum uisus esse rarum cum sit densum, simul uiso corpore raro multum paruo, quia post ipsum non fit corporis solidi cõprehensio, simulabitur solido. Ex intemperata etiam soliditate fit error in uisione præmissorum, Si enim retro corpus ualde rarum sit aliquod corpus non multum rarum & colore forti coloratum, tunc apparebit primum non multum rarum, sed assimilabitur eius raritas posterioris corporis raritati, ut uitrum alij uitro suppositum non apparet ita rarum sicut apparet adhibito nisu fibi soli, unde fit error in raritate. Si autem post corpus rarum ponatur ualde propinque corpus solidum, tunc primum iudicabitur solidum, & fit error in soliditate. Si etiam uas uitreum ualde rarum contineat uinum, cum post illud non percipiatur lux aut corpus aliud, iudicabitur forte uinum ipsum cum uitreo esse unum corpus solidum. Item etiam accidit error in uisione præmissorum ex paucitate raritatis. In aëre enim nubiloso obscuro corpus rarum apparebit minus rarum, & forte putabitur solidum, & ita fit error in soliditate & raritate. Ex paruitate etiam temporis fit error in uisione præmissorum, luce enim declinata super corpus remisse rarum, ipso quoq; descendente subito per uisum, cum non percipiatur declinatio lucis, putabitur forsitan quod illud sit rarum infimæ raritatis, cui si in tempore maiori fiat intuitus, percipientur ab ipso uisu declinationem lucis esse causam apparentiæ maioris raritatis in corpore remisse raro. Si quis etiam instanter intueatur corpus rarum, & post ipsum non discernat lucis transitũ, putabit ipsum esse solidum. Debilitas etiam uisus errorem inuehit uisioni præmissorum, cum enim fuerit in corpore raro soliditas pauca, æstimabitur à uisu debili illa soliditas maior quàm uera, & cũ fuerint in corpore raro color fortis aut post ipsum, aut raritas modica, putabitur illud corpus uisui debili esse solidũ, patet ergo uniuersaliter in oĩbus illud qd' proponebatur.

CXLV.

Vmbra cõprehendit̃ à uisu ex priuatione alicuius lucis luce altera p̃sente.

Est enim umbra priuatio cuiusdam lucis existente actu præsentia lucis alterius in loco umbroso: cum itaq; senserit uisus corpus uicinum umbræ maioris illuminationis, & fortioris quàm corpus existẽs in loco umbroso, tunc sentiet obumbrationẽ illius loci & priua-

priuationem lucis incidentis corporibus uicinis ipsi, cum itaque uisus senserit aliquam lucem in aliquo loco, qui careat luce solis prima, quæ proijcitur secundum directionẽ radiorum, percipiet tamen secũdam quæ fit ex diffusione lucis primæ, ut cum in domum unicam habentem fenestram radius solis incidit, totam domũ sui diffusione illuminãtis, tunc uisus extra locum radij existens sentiet umbrationem loci, & priuationem à prima luce solis quæ est in radio uel in alia luce forti, & forte uisus quandoque statim sentiet corpus umbrosum, quandoque non nisi per diligentem intuitionem, & quandoque uidebit umbram multiplicatam secundum diuersarũ lucium priuationem, semper aliqua luce remanente, ex cuius actualitate uisus possit suam actionem ad alia exercere: uniuersaliter itaque secundum omnes modos umbrarum quos præmisimus possunt uideri umbræ, & hoc est propositum.

CXLVI.

Obscuritas comprehenditur à uisu ex omnimoda priuatione lucis.

Cum uisus comprehendit aliquem locũ & nullam lucem in illa, tũc sentiet eius obscuritatem, licet forte illa obscuritas ab umbris causetur, ut in carcere cæco de die propter umbras densorum parietum uidetur obscuritas, & nox obscura est ex umbra terræ, est ergo obscuricas umbra magna, cuius terminus ad aliquid lucidum pertingere non sentitur, sicut etiam umbra est obscuritas parua habens aliquam actum lucis, & ad aliquod lucidum terminata, patet ergo propositũ.

CXLVII.

In umbræ & obscuritatis uisione error accidit uirtuti distinctiuæ ex intemperata dispositione octo circũstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex intemperata luce dispositione error accidit in uisione umbræ & obscuritatis. Si enim in pariete albo fuerint partes obscuræ, & cadat super parietem albũ lux candelæ, potest accidere quod uidens illam obscuritatem iudicabit ipsam esse umbram, & forsan uidebitur quod procedat apparens umbra à pariete uicino, & si fuerit in parte parietis nigredo multum intensa, æstimabitur forte uacuitas foraminis præbens iter egredientibus tenebris, & si tota superficies parietis sit denigrata intensa nigredine, forsan totus paries æstimabitur quædam obscuritas tenebrarum, sicut accidir in pariete cooperto fuligine fumotum uiso sub debili luce. Ex superfluitate etiam remotiotis error accidit in uisione umbræ & obscuritatis. Si enim à maxima distantia opponatur uisui corpus album, in quo sit aliqua pars tenebrosa luce solis super corpus illud descendente, apparebit umbra in parte corporis tenebrosa, & si tunc uideatur corpus aliud iuxta illud primum, æstimabitur quod umbra apparens proijciatur ab illo alio corpore super primum. Sic ergo propter excessum distantiæ fit error in uisione umbræ, si etiam à lõge uideatur corpus album in quo sint partes multæ nigræ, æstimabũtur fortassis in parte illa tenebræ, credetur enim aliq̃d corpus album secundum sui partes nigras perforatum, per quos fiat egressio tenebrarum existentium retro corpus album: hoc autem non accideret in temperata remotione. Ex inordinatione etiã situs oppositiõis accidit error in uisione præmissotum, sicut & ex intemperata remotione: corpore enim aliquo elongato si fuerit in eo pars tenebrosa, putabitur fortassis umbra, & si corpus aliquod fuerit circa illud primũ positum, æstimabitur umbra proijci ab illo secundo corpore super primum, & si in corpore illo fuerit pars multum nigra, æstimabitur forte in loco illo cuiusdam foraminis perforatio per quam egrediatur tenebra existens retro corpus albũ, hoc autem non accideret in corpore approximanti directiori opposita. Ex paruitate etiam quantitatis rei uisæ accidit error in uisione præmissotum. Si enim in pariete albo uisui opposito fuerit punctorum non ualde nigrorum distinctio, adhibira luce solis directe in pariete cadente uel prope, æstimabuntur à uidente singula pũcta illa singula esse foramina in quibus fit umbra, tum lux non penetret ea, sicut solet accidere luce super superficiem foraminum multorum cadente, & fit error umbræ ex sola pũctorum paruitate; quod si illa pũcta sunt maximæ nigritudinis, tũc æstimabũtur esse foramina parua per quæ transeant tenebræ, & sic etiam sola illorum punctorũ paruitas est causa apparitionis tenebrarum

brarum. Ex intemperata etiam soliditate, utpote propter defectum soliditatis fit error in umbræ & obscuritatis uisione, luce enim solis in domũ p foramẽ aliquod descendente, & super fenestram uitream cadente, si domus illa fuerit umbrosa, apparebit super fenestram illam umbra, licet in ueritate lux super ipsam inciderit, quæ quidem lux comprehenderetur si solidum esset fenestræ corpus, quam tunc lux non penetrat, & ita super solidum corpus lux apparet, fit ergo error in umbra propter defectionem soliditatis. Similiter etiam fit error in uisione tenebrarum secundum obscuritates ex indispositione soliditatis, quia luce solis in aqua fluminis directe non descendente aut in mare, sicut accidit in hora matutina & uespertina, si fuerit magna claritas in qua apparebit tenebrosa, & quãto fuerit clarior tanto apparebit tenebrosior, & accidit hoc, quoniam pars aquæ superior umbram proijcit super proximã partem aquæ inferiorẽ, & illa proxima super aliam proximam inferiorem, & ita per singulas partes semp superior proijcit umbram super inferiorem usq; ad fundũ aquæ, & licet singularum partium umbra in se sit modica, plures tamen umbræ coniunctæ unam faciũt maximam umbram, sicut palam est in colore uini accidere. In modica enim quantitate uini color est debilis, & in multa quantitate uini licet totum uinum sit homogeneum in substantia & colore, fit fortior idem color. Cum aũt quærit̃ in mari umbra suis partibus superioribus super inferiores iacentibus, uideantur esse tenebræ in maris claritate, hoc est quoniam intensa ipsius claritas est signum intensæ raritatis, quæ formis uisibilibus maiorem concedit penetrationem, unde fit maior diffusio formarum pluriũ maris partium umbram facientium, quarum umbrarum aggregatarum perceptio inducit similitudinem tenebrarum. Si uero mare fuerit turbulentum propter diminutam raritatem, penetrabunt formæ partiũ paucæ peruenientes ad uisum, & comprehẽdetur modica aquæ pars, quæ licet facit umbram, tamen cum ipsa sit modica erit umbra remissa, & uincet color illius partis umbram. In turbida enim aqua aliquis color partium aquæ apparet, & in clara nullus, unde & propter apparitionem turbidum colorem, & propter umbræ partis apparentis remissionem non comprehendũtur in aqua tenebræ, & inde est cum fuerit turbida apparebit colorata, & cum est clara apparebit tenebrosa. Solis autem radio cadente directe super maris superficiem, cum ei propter raritatem eius pateat transitus, abijcitur om̃is tenebra & umbræ apparẽtia. Ex defectu itaq; soliditatis causatur & umbra & tenebræ, quia per corpus perfectæ solidum non fit transitus luminis, & per corpus perfectæ raritatis fit transitus luminis sine umbra. Ex intemperantia etiam raritatis accidit error in uisione præmissorum. Si ultra aërem nubilosum uel tenebrosum ut in crepusculis uideatur corpus album, in quo sint particulæ rotũdæ nigræ, tũc luce ignis in corpus illud cadente, ita ut non mutetur tota dispositio aëris illius, apparebit in locis illis umbra, aut forte reputabuntur foramina præstãtia uiam tenebris, quæ sunt retro illud corpus ad uisum pertingentes, sic ergo propter corporis intemperatã raritatem accidet error in uisione umbræ & obscuritatis. Ex paruitate etiam temporis accidit error in uisione præmissorũ. Si enim in albo pariete sint partes subnigræ descendẽtes super ipsum parietem luce ignis, illæ partes nigræ subito uisæ putabuntur esse umbræ. Si uero nigredo illarum partium fuerit intensa, tunc æstimabuntur foramina tenebris plena. Ex uisus etiã debilitate error accidit uisioni præmissorum. In pariete enim albo maculæ subnigræ descendente luce super ipsas apparent debili uisui esse umbræ, & si fuerint multũ nigræ apparebunt esse foramina, per quæ tenebræ ex locis quæ sunt retro illum album parietem perueniant ad uisum. In omnibus ergo præmissis octo uisibilium circũstantijs patet quod proponebatur.

CXLVIII.

Pulchritudo comprehendit̃ à uisu ex comprehensione simplici formarũ uisibilium placentium animæ, uel cõiunctione plurium uisibilium intentionum habentium ad inuicem proportionem debitam formæ uisæ.

Fit enim placentia animæ, quæ pulchritudo dicitur, quãdoq; ex cõprehensione simplici uisibiliũ formarum, ut patet per omnes species uisibiliũ discurrendo, ut eñ exem-

pliciter dicamus, & alia per hoc accipiantur. Lux quæ est primum uisibile facit pulchritudinem, unde uidentur pulchra sol & luna & stellæ propter lucem solã. Color etiã facit pulchritudinẽ, sicut color uiridis & roseus, & alij colores scintillantes formã sibi appropiati luminis uisui diffundentes. Remotio quoq; & approximatio faciũt pulchritudinem in uisu, in quibusdã eñ formis pulchris sunt maculæ turpes paruæ & rugiosæ, displicentes animæ uidenti, quæ ꝓpter remotionem latent uisum, & forma placita animæ ex illa remotione peruenit ad uisum. In multis quoq; formis pulchris sunt intentiones paruæ subtiles cooperantes pulchritudini formarum, sicut est lineatio decens & ordinatio partium uenusta, quæ tantum in ꝓpinquitate ad uisum apparent, & faciũt formã uisui pulchram apparere. Magnitudo etiam facit pulchritudinem in uisu, & ꝓpter hoc luna apparet pulchrior alijs stellis, quia uidetur maior, & stellæ maiores pulchriores minoribus, ut maxime patet in illis stellis quæ sunt magnitudinis primæ uel secũdæ. Situs quoq; facit pulchritudinẽ in uisu, quoniã plures intentiões pulchræ nõ uident̃ pulchræ nisi per ordinationẽ partiũ, unde scriptura & pictura, oẽs quoq; intentiones uisibiles ordinatæ & permutatæ nõ apparent pulchræ nisi ꝑ cõpetentem sibi sitũ, quamuis enim figuræ linearũ sint oẽs ꝑ se bene dispositæ & pulchræ, Si tamen una ipsaꝝ est magna & alia parua, nõ iudicabit uisus pulchras scripturas, quæ sunt ex illis. Figura etiã facit pulchritudinem, unde artificiata bene figurata uidentur pulchra, magis aũt opera naturæ, unde oculi hominis cũ sint figuræ amigdalaris & oblongæ uidẽtur pulchri, rotũdi uero oculi uidentur penitus deformes. Corporeitas etiam facit pulchritudinẽ in uisu, unde uidetur pulchrũ corpus sphæra & columna rotũda & bene quadratum corpus. Continuatio quoq; facit pulchritudinem in uisu, unde spatia uiridia cõtinua placent uisui, & plantæ spissæ uirides, quia quæ accedunt continuati sunt pulchriores eisdem dispersis. Diuisio etiã facit pulchritudinem in uisu, unde stellæ separatæ & distinctæ sunt pulchriores stellis approximatis nimis ad inuicem, ut stellæ galaxiæ & candelæ distinctæ sunt pulchriores magno adunato igne. Numerus etiam facit pulchritudinem in uisu, & propter hoc loca cœli multarum stellarũ distinctarum sunt pulchriora locis paucarũ stellarum, & plures candelæ sunt pulchriores paucis. Motus quoq; & quies faciũt in uisu pulchritudinem, motus eñ hoïs in sermone & separatione eius facit pulchritudinẽ, & ꝓpter hoc apparet pulchra grauitas in loquendo & taciturnitas distinguens ordinate uerba. Asperitas etiã facit pulchritudinem, uillositas enim pannoꝝ cathenatorũ & aliorũ placet uisui. Planicies quoq; uisui pulchritudinem facit, quia planicies pannorum sericorum & si ad politionem siue tersionẽ accedunt placet animæ, & est pulchrum uisui. Diafonitas etiam facit pulchritudinem apparere, quia per ipsam uidentur de nocte res micantes, ut patet de aëre sereno per quem nocte uidentur stellæ, q̃d non accidit in aëre condensato ꝓpter uapores. Spissitudo etiã facit pulchritudinem, quoniam lux & color & figuræ & lineatio & omne pulchrum uisibile comprehenduntur à uisu propter terminationem corporum quibus insunt, quæ terminatio à spissitudine causatur. Et umbra facit apparere pulchritudinem, quoniã in multis formis uisibilium sunt maculæ subtiles reddentes ipsas turpes cũ fuerint in luce, quæ in umbra uel luce debili uisum sunt latentes. Tortuositas quoq; quæ est in plumis auiũ, ut pauonum & aliarũ, quia facit umbras, facit apparere pulchritudinẽ uisui propter umbrã, quæ uisui admixtione cũ lumine causat uarios colores, qui tñ non apparent in umbra uel in luce debili. Obscuritas etiã facit pulchritudinem apparere uisui, quoniam stellæ nõ uidentur nisi in obscuro. Similitudo etiam pulchritudinẽ facit, quoniam membra eiusdẽ aĩalis ut Socratis non apparent pulchra, nisi quãdo fuerint consimilia, unde oculi quoꝝ unus est rotundus et alter oblongus non sunt pulchri, uel si unus maior fuerit altero, uel unus niger & alter uiridis, uel si una gena fuerit profunda & altera prominens, erit eñ tota facies nõ pulchra, q̃ñ enim partes congeneæ nõ fuerint cõsimiles. Diuersitas etiam facit pulchritudinem, quoniã diuersæ ptes uniuersi ornãt & pulcrũ faciũt uniuersum, & diuersæ partes aĩaliũ aĩalia: eandem quoq; manum ornat diuersitas digitorum, omnis enim pulchritudo membrorum est ex diuersitate figurarum partium ipsarum, sic ergo pulchritudo comprehenditur à

uisu

uisu ex comprehensione simplici formarum uisibilium placentium animæ, quodlibet tamen istarum uisibilium intentionum nõ facit pulchritudinem in qualibet forma in qua uenit illa intentio ad uisum: quælibet enim figura nõ facit pulchritudinẽ in qualibet forma, & similiter de alijs omnibus intentionibus particularibus uisibilium quorumcunq;. Ex coniunctione quoq; plurium intentionum formarũ uisibilium ad inuicem, & nõ solum ex ipsis intentionibus uisibilium fit pulchritudo in uisu, ut quoniam colores scintillantes & pictura similiter proportionata sunt pulchriora coloribus & picturis carentibus ordinatione consimili, & similiter est in uultu humano. Rotunditas enim faciei cũ tenuitate & subtilitate coloris est pulchrior quàm unum sine altero, & mediocris paruitas oris cum gracilitate labiorum proportionali est pulchrior paruitate oris cum grossitudine labiorum. In multis itaq; formis uisibilium cõiunctio, quæ est in formis diuersis, facit modum pulchritudinis, quem nõ facit una illarum intentionum per se: facit autẽ proportionalitas partium debita alicui formæ naturali uel artificiali in cõiunctione intentionum sensibilium pulchritudinem magis, quàm aliqua intentionum particulariũ: omnes enim pulchritudines quas faciũt intentiones sensibiles ex ipsarum coniunctione adinuicem consistũt in proportionalitate debita formis quas perficiunt sub modo illius coniunctionis: cũ itaq; comprehendit aliquam rem uisam in qua est aliqua intentio particularis faciens per se pulchritudinẽ, tunc peruenit forma illius intentionis post intuitum ad uirtutẽ sentientẽ, & cõprehendet uirtus distinctiua pulchritudinẽ rei uisæ in qua est illa intentio, & sic cõiunctio diuersarum intentionũ fit causans pulchritudinẽ, cũ peruenerit illa coniunctio ad sentientẽ, tũc uirtus distinctiua cõparabit illas intentiões ad inuicem, & tunc comprehendet pulchritudinẽ rei uisæ cõpositæ ex illarũ intentionũ cõiunctione quæ sunt in ea, & hi sunt modi penes quos accipitur à uisu omniũ formarum sensibilium pulchritudo: in pluribus tamen istorũ consuetudo facit pulchritudinẽ, unde unaquæq; gens hominum approbat suæ cõsuetudinis formã, sicut illud quod per se æstimat pulchrum in fine pulchritudinis: alios enim colores & ꝓportiones partiũ corporis humani & picturarũ approbat Maurus & alios Danus, & inter hæc extrema & ipsis ꝓxima Germanus approbat medios colores & corporis proceritates & mores; & sicut unicuiq; suus ꝓprius mos est, sic & ꝓpria æstimatio pulchritudinis accidit unicuiq;: de his ergo topice & figuraliter sit dictum, & patet quod proponebatur.

CXLIX.

Turpitudo comprehenditur à uisu, cum intentiões sensibiles neq; per se neq; ex cõiunctione ipsarum ad inuicẽ aliquã pulchritudinẽ sunt causantes.

Turpitudo formarum est priuatio pulchritudinis in eis: iam autem præmissum est, quod intentiones nõ faciunt pulchritudinem in omnibus formis, sed in quibusdam tantum, formæ itaq; in quibus non faciunt intentiones particulares aliquam pulchritudinem neq; per se neq; per suam coniunctionem, ut illa in quibus non est aliqua consueta proportionalitas inter ipsorum partes, carent omni pulchritudine, & sic sunt turpes, & si quandoq; accidat in eadem forma congregari intentiones pulchras & turpes, tunc uisus comprehendit pulchritudinem ex pulchro, & turpitudinem ex turpi auxilio uirtutis distinctiuæ, quando fuerit intuens intentiones quæ sunt in illa forma, patet ergo quomodo à uisu comprehenditur turpitudo, sed etiam in hoc plurimum coadiuuat consuetudo, ꝓpter quã nonnunquã accidit uni uideri turpe, quod uidetur alteri ꝑ pulchrũ.

CL.

In pulchritudinis & deformitatis uisione uirtuti distinctiuæ error accidit ex intemperata dispositione octo circunstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex paruitate enim lucis error accidit uisioni pulchritudinis & deformitatis, de nocte enim uidetur facies formosa, licet in ea sint maculæ, sicut lentigines uel sicut cicatrices pustularum. Et si fuerint in re uisa picturæ subtiles rem perfectius informantes, cum illæ in nocte uisum lateant, uidetur res deformis. Remotio etiam excedens modum, est causa erroris uisionis præmissorum. Cum enim à longe respicitur res aliqua, si fuerint

in ea maculæ paruæ ipsam deformantes, illas ex distantia accidit occultari, & iudicabitur res formosa, & si à magna distantia uideatur res in qua sunt picturæ minutæ, in quibus consistit pulchritudo illius rei, illa res iudicabitur deformis, quoniam uirtus distinctiua iudicat res secundum quod apparent. Ex inordinatione etiam situs oppositionis accidit error uisioni præmissorum. Cum enim corpus aliquod remotum fuerit ab axe uisuali, in qua sunt maculæ minutæ deformantes rem, tunc nonnunquam maculæ illæ occultabuntur propter obliquationem respectu axis uisualis, & ob hoc facies lentiginosa oblique uisa uidetur pulchra, unde etiam accidit, quod cum luna oblique aspicitur latent umbrosæ maculæ ipsius, & tunc pulchrior uidetur: si autem in corpore aliquo uiso fuerint picturæ subtiles rem decorantes, illæ picturæ obliquatæ ad uisum latebunt ipsum, & adiudicabitur pulchritudo deformitati. Ex paruitate etiam magnitudinis accidit error uisioni præmissorum in exemplis præmissis, cum propter solam sui paruitatẽ aliqua minuta ipsas res uisibiles deformantia uel decorantia non uidentur. Ex defectu etiam soliditatis fit error in uisione præmissorum. Si enim in uase uitreo multum raro sint aliquæ paruæ particulæ uel mensurationes ipsi decorem inserẽtes, & imponatur uasi illi uinum turbidum & turpe uel feculentum, tunc occultabuntur illæ decoris causæ, & iudicabitur uas deforme, & sic uas tale deformant aliquæ particulæ, & si imponatur ei uinum clarum lucidum coloris formosi placidi, occultabuntur illæ causæ turpitudinis & apparet uas pulchrum. Ex intemperantia etiam raritatis error accidit uisioni præmissorum, cum propter aërem obscurum nubilosum causæ pulchritudinis uel deformitatis non uidentur. Ex temporis quocunq; breuitate error accidit uisioni præmissorum, quoniam in paruo tempore non sunt comprehensibiles minutæ causæ pulchritudinis & deformitatis, sicut accidit cũ aliquis inspiciens per foramen uiderit aliquam faciem, tũc enim aliquando deformem iudicat esse pulchram, & aliquando econuerso, & idem accidit mota re uisa subito remanente oculo non moto. Ex uisus etiam debilitate error accidit uisioni præmissorum, minuta enim quæ sunt circa pulchritudinis uel deformitatis uisus debilis non uidet, unde modo contrario iudicat unumquodq; istorum, patet ergo ꝓpositum.

CLI.

Consimilitudo comprehenditur à uisu ex conuenientia formarum comprehensarum ad inuicem.

Est enim consimilitudo æqualitas duarum formarum aut duarum intentionum in re in qua sunt consimiles. Cum itaq; uisus comprehenderit duas formas aut duas intentiones consimiles in simul, comprehendet consimilitudinem illarum ex comprehensiõe cuiuslibet illarum duarum formarum & suarum intentionum ex comparatiõe alterius illarum ad alteram, uisus itaq; comprehendet consimilitudinem in formis & intentionibus consimilibus ex cõprehensione cuiuslibet formarũ intentionũ secundum suum esse & ex cõprehensione illaꝝ ad inuicẽ.

CLII.

Diuersitas comprehenditur à uisu ex priuatione consimilitudinis in formis sensibilibus comprehensis.

Cum enim diuersitas ut hic accipitur non sit aliud ꝙ differentia formarũ sensibiliũ cõprehensarum à uisu, hæc diuersitas cõprehenditur à uisu in formis diuersis ex comprehensione cuiuslibet illarum formarũ diuersarũ, & ex cõparatione alterius illarum ad alterã, & ex cõprehensione priuatiõis cõsimilitudinis in eis: diuersitas ergo cõprehendit ꝑ sensum uisus ex cõprehẽsione cuiuslibet formarũ & intentionũ ꝑ se, & ex comparatione ipsarum ad inuicem, & ex sensu priuationis consimilitudinis ab ipso sentiente.

CLIII.

In similitudinis & diuersitatis uisione error accidit uirtuti distinctiuæ ex intemperata dispositione octo circũstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex paucitate enim lucis error accidit in uisione consimilitudinis & diuersitatis corporum eiusdem coloris secũdum speciem, uel eiusdem figuræ secundũ speciem in quibus partialis diuersitas ꝑ latentia signa distincta est, tũc enĩ illa in luce debili nõ uident,

&ob

& ob hoc īter illa corpa oīmoda iudicabit similitudo: & si aliq corpa solū, ppter aliq minuta signa ipsis cōmunia pticipent similitudinē, tūc, ppter lucis debilitatē illis causis cōsimilitudinis nō pceptis iudicabit diuersitas totalis, qd nō accideret in luce tempata. Ex supflua etiā elongatione accidit error in p̄missorū uisione, ut patet in p̄missis exēplis. Minutæ em̄ causæ similitudinis uel dissimilitudinis à magna remotione non uidentur per octauā huius. Et similiter etiam eiusdem error accidit ex situs nimia obliquatione, quæ res paruas non sinit comprehendi à uisu per 26. huius. Accidit etiam error in præmissorum uisione propter causarum consimilitudinis uel dissimilitudinis paruitatē, propter quam cæteris existentibus conuenienter uisui dispositis non uidentur. Ex defectu etiā soliditatis error accidit uisioni præmissorum. Si enim duo uasa multum rara conueniant in specie, figura & raritate, sed discrepent in aliqua suarum partium dispositiōe, tūc uino eiusdem coloris & claritatis ambo repleta latebūt causæ diuersitatis, & reputabuntur omnino similia, qui error accidit propter defectum ipsorum soliditatis, quia cū sint peruia, ideo res per ipsa uisa similitudinis uel dissimilitudinis aufert causas. Ex intemperantia etiam raritatis accidit error in uisione præmissorum. in aere enim nubiloso & obscuro minutæ causæ similitudinis uel dissimilitudinis non uidentur. Ex temporis etiam breuitate præmissorum uisioni error accidit, quoniam particulares similitudinis uel dissimilitudinis causæ paruissimo tempore inspectæ latent uisum. Debilitas etiam uisus errorem illorum uisioni adducit, quia minutas ipsorum. s. similitudinis uel dissimilitudinis causas uisus debilis perspicere non potest, patet ergo propositum.

CLIIII.

Virtuti distinctiuæ error quandoq; accidit ex causarum plurium aggregatione, quarum nulla per se ad errorem sufficit causandum.

Quandoq; enim duæ intemperantiæ circumstantiarum octo omnium uisibilium cōcurrunt in uno uisibili, & faciunt errorem in uisu, licet neutra ipsarū per se sufficeret ad causandum errorem, si enim moueatur aliquid à magna distantia motu tardo, illud subito uisui uidebitur non motum, & motus ille posset percipi in distantia temperata etiā subito uisu, uel etiam posset percipi in illa remota distantia per intuitum diligentē tempore conuenienti. Sed illis duabus causis erroris concurrentibus, tunc errabit uirtus distinctiua, & uidebitur res immota. Sed etiā quādoq; concurrunt intēperantiæ plures ad unum errorem causandum, quam nulla illarum per se causaret, Si enim à magna distantia sub debili luce in tempore modico opponatur uisui debili corpus diuersorum colorum motum tardo motu, tunc forte uidebitur quiescere, Sed motus eius qualibet illarum causarum aliquo deficiente percipi forte posset, & forte quandoq; intemperantiæ omnium circumstātiarum corporum uisibilium concurrunt ad unum errorem causandum, uel quandoq; plurium illarum, & secundum diuersas combinationes quæ plus experientiā q̄ rationem respiciunt secundum omnem sui diuersitatem, unde de his sic esse sufficit exemplariter.

CLV.

Error accidit uisui uia scientiæ per inconuenientem applicationem formæ, quæ est in anima alicui rei uisæ in intēperantia cuiuslibet octo circumstantiarum rei uisæ.

Cum enim res alia aut alterius speciei uisui apparet q̄ sit in rei ueritate, tunc fit error uia scientiæ in uisu, quoniam forma quiescens in anima inconuenienter alteri rei applicatur cui non conuenit, & hoc accidit propter intemperantiā cuiuslibet octo circumstantiarum rerum uisibiliū. Propter defectum enim lucis fit plurimus error in rerum cognitione, ut hoc euidenter per se patet. Debilitas enim lucis nimia, errorem infert formæ uisæ, unde accidit error in crepusculis in omnibus uisis, unde etiam noctilucæ uidentur lucere in tenebris, quorum forma non est lumen, nec etiam scintillans color, quæ omnia non acciderent in luce temperata. Et propter distantiam etiam nimiam uisibilis à uisu accidit hominem notum quandoq; pro extraneo reputari. & econtrario, uel etiam notum unum pro alio noto, ut Socratem pro Platone, aut econtrario, & quando-

doq; aliquis uidens equum, putat se uidere asinum. Et uniuersaliter fit error scientiæ, uel à specie ad speciem, uel ab indiuiduo ad indiuiduum eiusdem speciei; uel ab indiuiduo speciei unius ad indiuiduum speciei alterius, ut equus Petri æstimatur mulus Martini. Et quandoq; quis uidens ignem remotum longe in aere, putat stellam uidere, hæc enim omnia si prope essent uiderentur, sine errore. Situs etiam oppositionis errorem inducit, quandoq; enim Petrus remotus ab axe uisuali, putabitur Martinus, & quandoq; equus uisus, putabitur esse asinus, quæ si directe uisui opponantur error penitus cessabit. Quantitas etiam extra temperantiam existens errorem facit uisui & scientiæ, ut cum granum sinapis creditur esse granum nasturtij. Soliditas etiam est causa huius erroris, unde cristallus, quia parum est solida, creditur color eius esse color rubri, supposito sibi tali colore & uisu in opposito existente. Diafonitas etiam nimis diminuta huius erroris est causa, uitro enim colorato uisui & rei uisæ coloratæ interpositæ æstimabit color corporis oppositi mixtus ex colore proprio & colore uitri: & si oculis & rebus uisis interponatur pannus multum rarus, apparebit color corporis mixtus, non quod secundũ ueritatem partes coloris rei per foramina panni transeuntes cum coloribus filorum misceantur, sed quia puncta coloris rei uisæ & filorum sine distantia sensibili prope adinuicem in uisus superficie situantur, unde illi colores diuersi uidentur punctualiter adinuicem coniuncti, propter quod apparet uisui unus color ex illis ambobus coloribus mixtus, ut si magna sint panni foramina discernentur colores & panni & rei uisæ sine aliqua mixtura. Et ex hoc accidit quod uiso colore alicuius corporis per pannũ laneum, uidebitur mixtura colorum plurimum consonans colori filorum, quia foramina panni lanei sunt stricta, quæ pilis multis coloratis conteguntur, & etiam cum ioculatores faciunt sub pannis se circumstantibus imagines ligneas pictas moueri, tunc similitudines illarum imaginum inspicienti per pannum lineum subtilem, sicut solet fieri, apparebunt aues uel alia animalia illis formis conuenientia, & hoc propter defectũ diafonitatis medij, quia in aere præter pannum aliud uidetur. Tempis etiã intemperantia huius erroris est causa. Si quis enim per foramen respiciat aliquod corpus transiens ueloci motu, & non plene acquirat formam corporis, etiam si quis subito aliquid uideat quod statim à uisu recedat, errabit in indiuiduo illius formæ, unde forsan est error in specie uel in indiuiduo uel utroq;, forsan enim æstimabit equum fuisse mulũ, uel Petrum Martinum, uel equum Petri fuisse mulum Martini. Debilitas quoq; uisus huius erroris est causa, læsus enim uisus à colore forti cui incidit lumen forte, iudicat omnẽ colorem uisum illius coloris, uel alterius coloris ex illis duobus mixti, & etiam propter oculorum ægritudinem aliquando equus apparet asinus, & Socrates uidetur Plato. Et similiter in alijs uisibilibus errabit uisus propter solam intemperantiam suæ æqualis dispositionis nullo alio impedimento accedente. Si ergo errores scientiæ accidunt uisui secundum singulas intemperantias 8, circumstantiarum rei uisæ, ut patet. his autem & eorum similibus non duximus multum insistendũ, quia hæc quæ diximus, sufficiunt pro talium omnium radice, et hoc est propositum.

CLVI.

In solo uisu error quandoq; accidit propter intemperantiam cuiuslibet octo circumstantiarum rerum per ipsum proprie uisarum.

Quia enim, ut patet per principium tertij huius, lux & color sunt per se obiectum uisus, palam quod ei soli non potest error accidere nisi in luce & colore, accidit autem uisui in illis error propter ipsorum intemperantiam in fortitudine, ut lux fortis non permittit alia uisibilia uideri, & color fortis facit res alias qualscunq; in colore sibi similes uideri, cũ tamen illorum color sit diuersus. Et similiter est in lucis & coloris debilitate. Si enim corpus in quo sit multa colorũ diuersitas, occurrat uisui sub luce multum debili, ut uestis diuersi coloris apparebit unius coloris. Et si color sit ualde debilis, etiam in luce temperata non uidebitur, & sic lux extra temperantiam facit uisui deceptionem secundum uti ũq; extremorũ. Distantia etiã uisibiliũ errorẽ inducit uisui, qa ꝑpter impro

portionatam

portionatam distantiam res colorum diuersorum minutatim ipsis aspera uidebitur unius coloris. Situs etiam oppositionis sensum errare facit, quia cum corpus uisum fuerit multum obliquatum, occultabuntur propter sui obliquationem ipsi uisui minutae eius particulae. & si fuerit in partibus minutis colorum diuersitas, apparebit in totali corpore, & si corpus redierit ad directam oppositionem, illorum colorum diuersitas apparebit, nisi forte elongatio partium colorati corporis ab axe uisuali fuerit nimis magna. Magnitudo etiam uisui errorem inducit, quia etiam luce & distantia, & situ uisioni conuenientibus, colores paruarum partium corporis diuersi coloris euadũt uisum, & uidetur res unius coloris, quod non fieret si paruitas partium temperamentum non exiret. Soliditas etiam est causa deceptionis uisus, si nimis remissa fuerit, unde cristallus uidetur colorata colore rei sibi suppositae propter suae soliditatis paruitatem, quod non accideret si cristallus plus solida esset. Ex diafonitate etiam error accidit uisui, quia propter interpositionem flammae inter uisum & rem uisam, etiam si illa res uisa fortis sit coloris, uidebitur illud corpus tenebrosum propter solã carentiam diafonitatis in medio. Tempus etiam est causa erroris, quia si subito super corpus diuersorum colorum fiat uisus directio, apparebit illud corpus coloris unius, donec per diligentem intuitum discernatur. Debilitas etiam uisus errorem praetendit in uisione praemissorum, luce enim forti in uisum agente leditur uisus statim, & ad colorem alicuius corporis conuersus ipsum colorem tenebrosum recipit, donec post aliquod tempus lesio recesserit. Similiter etiam cum adest oculis infirmitas, occultabitur uisui colorum uarietas, & sic fit error in talibus ex sola uisus qualitate à tempamento recedente, patet ergo quod secundũ omnes circũstantias rerum uisibilium in solo uisu fieri deceptionem est possibile, & hoc proponebatũ.

CLVII.

Fulgidum mixtum nigro, siue per nigrum medium uisui colorem praesentat puniceum.

Huius declaratio est ex sensibilibus naturalibus experientijs, uidemus enim quod in speculis bene tersis fulgidis res fulgida uisui praesentatur in sui fulgore, quod si speculum fulgidum non fuerit, tunc forma fulgidi permixta nigro colore speculi praesentatur uisui, non intentione sui fulgoris, sed quasi aliquantulum denigrata, & ita rubea siue punicea apparet. Vniuersale enim est, ut in principio secundi huius suppositũ est, quod rerum ualde coloratarum colores, quo ipsius medij coloris speculi commixti firmantur ad uisum, ut si per uitrum coloratum aliqua res uideatur, quod color rei uisae ex colore proprio & colore uitri permixtus uisui praesentetur, & horum multas experientias plane poterit quis uidere. Euenit etiam humidos oculos habẽtibus quod forma albi fulgidi per infectos humores & tunicas oculi ad centrum oculi perueniens, in medium colorem uisus iudicio permutatur, & apparet oculo colotis punicei fantasia. Et etiam uidemus uiridium lignorũ flammam rubeam appropinquare puniceo colori, quia ignis fulgidus & albus existens per fumum nigrum propter grossiciem materiae, & humiditatem aquae, quae illi fumo miscetur, puniceus uidetur. Per caliginẽ quoque & fumum nigrum uidetur sol non fulgidus sed puniceus, quando talem fumum uel caliginem soli & uisibus accidit interponi, & hoc idẽ in alijs stellis poterit perpendi. Item circuli qui circa cãdelas uidentũ, ꝓpter grossitiẽ aeris & nigredinem purpurei uidentur, quoniam aer ingrossatus à natura lucidi aliqualiter impeditur, & propter admixtionem umbrae nigredine permisceri uidetur, uel alio medio colore secundum dispositionem luminis & admixtae umbrae, & hoc etiã plenius declarandum diligens inquisitor plures experientias poterit applicare, patet ergo propositum.

CLVIII.

Visum protensum longe debiliorem fieri patens est.

Non enim uisus uidet similiter de longe posita quemadmodum prope existentia. Si enim uideatur de longe corpus foraminosum, cuius sint parua foramina, totum uidetur continuum, unde si aliquis uaporem roridum de longe uideat, totũ ipsum fore unũ

corpus

corpus continuum uisus iudicabit, quia etiã uisus recta curua, rotunda quadrata ex remotione iudicat, sicut est in præmissis huius libri theorematibus declaratum. Et si uisus pannũ coloratũ, in quo est minuta colorũ diuersorũ cõspersio, ad quos ꝓportionata partium elongatio sit intemperata ipsi uisui, diutius etiam aspexerit, apparebit pannus ille unius coloris tantum, qm̃ extra temperantiã est longitudo respectu partialium colorum, licet omnia alia cõueniant in debita temperantia respectu uisus, quia ergo uisibilẽ rei circũstantiã uisus ꝓtensus nõ perspicit, palã quia debilitatur ex ꝓtensione sui ad uisibile siue ex remotione uisibilis ab ipso, & hoc est quod proponebatur.

CLIX.

Nigredinis in re non nigra apparitio ex uisus prouenit defectione.

Experientia similiter comprobatur quod hic ꝓponitur auxilio præcedentis, quia enim uisum ꝓtensum longe debiliorem fieri patens est, ut præmissum est, ideo accidit q̃ ea quæ longe uidentur ꝓpter uisus debilitationẽ omnia nigriora apparent, sicut etiã corpora remotiora & minora & planiora q̃ sint, uisibus apparent, qm̃ eminentiæ suarũ partium asperitates & tumores in ipsis faciẽtes non uidentur. Similiter etiã quæ in speculis uidentur, quia propter reflexionem ipsorũ distantia augetur, ideo propter remotionem quæ accidit uisui talia nigriora uidentur experimentanti: quanto enĩ magis ex remotione etiã rei albæ immoto speculo distantia à superficie speculi augmentatur, tanto magis color ille albus uisui ad nigredinẽ accedit, unde etiã nubes apparentes in aqua nigriores uidenẽ q̃ in loco suo uisui in eodẽ loco existẽte, qm̃ reflexio facta in aqua auget distantiã; nihil aũt differt aliquid multum distans uisui apparere, in uisu per multam distantiam uisionẽ rei cõplere: semper enĩ fit iudicium uirtutis uisiuæ secundum quod forma est in uisus organo recepta: neq; latebit hic experimentantẽ, quia quando clara nubes fuerit uicina soli, tunc alicui aspicienti ad nubem, nubes nõ uidebiẽ nisi alba. Sed si reflectatur ab aqua, & eam uisus in aqua uideat, tunc illa nubes alba aliquẽ colorem ex medijs coloribus uisui præsentabit, ut puniceum, purpureum, uiridem, & lazuriũ: unde sicut uisus colorẽ nigrum per reflexionem uidet esse nigriorem, sic & colorem albũ uidet minus album, ꝓpter reflexionem. Nubem itaq; albã existentem uidet uisus propter distantiam ampliorẽ, quæ fit per reflexionem in suo colore nigram, & similem priuationi & negationi propter uisus protensi debilitatem, & qm̃ coloratio nubis fit ex impressione luminis ab aliquo corpore luminoso, potest concludi ex præmissis, quòd in omni corpore cui lumen uel color ex corpore luminoso imprimitur, eandem causam & effectum participem habebit, & hoc est quod proponebatur.

LIBER QVINTVS
PERSPECTIVAE VITELLIONIS.


xpeditis aliqualiter his quæ simplici & directæ uisioni necessaria existere, & eius deceptionibus accidere uisa sunt, restat nunc ut conuenienter eum modum uisionis, qui fit per reflexionem à politis corporibus, quæ specula dicimus, prosequentes, de omni reflexionis modo à quibuscũq; speculis exquisitius pertractemus. Primo itaq; in præsenti quinto huius scientiæ libro præmittemus, quælibet illorũ quæ æstimamus communia omnibus speculis, & deinde adiungemus passiones quæ accidunt rebus & uisui à solis speculis planis, quorum speculorum forma simplicior est formis omnium aliorum speculorum, propter quod & speculorũ planorum passiones quibusdam alijs speculis sunt communes, ut patebit in libris sequentibus, quibus aliorũ speculorum passiones proprias reseruamus. Verumtñ sicut in principio huius scientiæ diximus, non intelligimus in hoc tractatu per specula corpora tantum formata & polita per artificium, sed etiam ipsa corpora naturalia, à quorum

rum

rum superficiebus fit eadem reflexio, quæ & à corporum artificialium superficiebus accidunt. Nec intelligimus quod solum hæc reflexio fiat ad uisus animalium, sed etiã ipsis uisibus non præsentibus fit reflexio formarum, & accidit uisibus, si in locis reflexarum formarum disponantur, quod fiat reflexio ad ipsos, quod manifeste patet per hæc, quia nõ in loco fit reflexio ad quodcũq; uisum à speculo quocũq;, est tñ in receptione harũ formatum reflexarum in uisibus aliqua proprietas, & maxime in illis reflexionũ modis, in quibus fit aliqua deceptio in uisu, quis aũt ut in procemio huius scientiæ diximus, idem imitatur in cõtrarium & insensum, qm̃ unius rei una & eadem forma semper diffunditur per mediũ, propter quod eadẽ forma reflectitur à superficiebus speculorũ. quæ etiam in modo simplicis uisionis directe uisibus occurrit, nõ potest tñ in reflexione facta à superficiebus speculorũ quorũcũq; cõprehendi ueritas formæ, sicut cõprehendiť in uisione simplici directa. In reflexionibus em̃ à quibuscũq; speculis factis apparet forma rei, ut plurimum præ oculis ipsis uisibus quasi opposita, cũ tñ secundum ueritatẽ illis nõ opponatur. Lux quoq; & color corporis nisi semper miscentur cũ colore speculi, à quo fit reflexio, quã mixturam in reflexiõibus uisus perficit, & nõ uerã lucẽ uel uerũ rei uisæ colorẽ. Omnis quoq; reflexio, ut nos inferius perfectius declarabimus, debilitat luces & colores, unde in om̃i reflexione latet uisum ueritas lucis & coloris, plus q̃ in directa simplici uisione, quæ uero ad hunc uisionis modũ, quæ fit per reflexionẽ à quibuscũq;, & à planis maxime speculis præmittimus, sunt ista. Politio corporũ, est cõtinuitas partiũ superficiei politi corporis sine sensibilitate pororũ uel diuisionis. Speculũ diciť omne corpus politũ opere artis uel naturæ. Linea incidentiæ dicitur illa, secundũ quã forma rei incidit supficiei speculi. Linea reflexionis diciť illa secundũ quã forma reuerberata propter soliditatẽ speculi quã penetrare nõ potest reflectitur ad uisum. Punctus incidentiæ diciť ille punctus in quo linea incidentiæ incidit superficiei speculi, & idem est punctus reflexionis, qm̃ formarũ reflexio ad uisum semper fit à puncto incidentiæ. Perpendicularis super superficiẽ speculi, à quo fit reflexio, diciť linea orthogonaliter erecta à puncto incidentiæ super superficiẽ speculi illius, à quo fit reflexio, si illa superficies sit plana: quod si illa superficies sit conuexa uel concaua, tunc diciť perpendicularis super ipsam, quæ est perpendicularis super superficiem planam illam superficiem conuexam uel concauam in puncto incidentiæ cõtingentem. Superficies reflexionis dicitur superficies cõtinens lineam incidentiæ & reflexionis, & perpendicularẽ à puncto contingentiæ pductam super ipsam speculi superficiem, uel super superficiem ipsam contingentem. Kathetus incidentiæ dicitur linea perpendiculariter erecta super superficiẽ planam speculi, aut super lineam rectã cõtingentem cõmunem sectionem superficiei reflexionis, & superficiei speculi conuexi uel concaui ducta à puncto, à quo incipit incidentia, ut à centro uisus, uel ab alio puncto quocũq;, cuius forma à speculo reflectitur ad uisum. Kathetus reflexionis dicitur linea erecta super illam eandem superficiem uel lineam à puncto ad quã terminať ipsa linea reflexionis, ut à centro uisus uel ab alio puncto ad quam reflexio terminatur. Superficies incidentiæ dicitur superficies contenta à linea rei uisæ, & à kathetis incidentiæ terminorũ illius lineæ. Angulus incidentiæ dicitur angulus quem in superficie reflexionis continet linea incidentiæ, cum linea quæ est communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei ipsius speculi, & superficiei speculum in puncto reflexionis contingentis. Angulus reflexionis, dicitur angulus quem in superficie reflexionis continet linea reflexionis cũ dicta cõmuni sectione. Imago dicitur forma in speculo cõprehensa. Locus imaginis dicitur locus uisionis illius formæ, s. locus in quo uidetur forma. Supponimus autem hæc. Rei elongatæ & approximatæ speculo, extrema q̃ncq; uideri. Item quòd uniformis situatio puncti rei uisæ respectu superficiei cuiuscunq; speculi à qua eius forma reflectitur, fit solum secundum kathetum suæ incidentiæ.

THEOREMA I.

Corporum tersorũ politorũ cuiuscũq; figuræ sint, superficies à quolibet suorum punctorum luces colores & formæ rerum oppositarum reflectuntur secundum rectitudinem linearum.

H Quoniam

Quoniam enim, ut patuit per primam secundi huius, forma lucis à corpore luminoso semper secundum lineam rectam diffunditur in omne corpus ei oppositum, & similiter forma colorata habentis actum luminis. Cum itaq; hæc incidunt alicui corpori terso polito, quia in tali corpore non patet transitus lumini uel colori, propter talis corporis densitatem & priuationem diafonitatis, cum sint planaꝶ superficierũ, in quibus nulla est asperitas, semper ab illis fit luminis & coloris & formaꝶ reflexio, & ob hoc opposito speculo lumini forti oblique incidenti, manifeste fit ad parietem uicinum luminis reflexio & coloris, si color fuerit coniunctus lumini, & uidebitur lumen reflexum incidens parieti cum colore: & moto speculo radius reflexus mouebitur mutans locum, & ablato speculo lumen reflexum aufertur: et si à loco cui incidit radius luminosus manus uel aliud corpus mundum uel politum secundum lineam rectã ducatur ad superficiem corporis à qua fit reflexio, patens erit quoniã secundũ rectitudinem lineaꝶ reflexio est facta, quoniam ipsi experimentanti secundum lineam rectam ad corpus à quo fit reflexio redeunti super reflexionem luminis accidit uideri: in omni itaq; polita superficie cuiuscunq; sit figuræ, à quolibet suoꝶ punctoꝶ fit reflexio secundũ rectitudinem linearum, cadit enim in quodlibet punctũ corporis politi lux à quolibet puncto corporis luminosi. Vnde sicut ostensum est in 20. secundi huius, super quodlibet punctum corporis politi fit pyramis, cuius uertex est in puncto corporis politi, & basis in superficie corporis luminosi, & à quolibet puncto luminosi corporis procedit pyramis, cuius uertex est in puncto corporis luminosi, & basis in superficie corporis politi: & si à corpore luminoso procedit lux ad corpus politum secundũ lineas æquedistantes, si illæ lineæ quasi columnam continentes terminant̃ ad bases pyramidũ præmissaꝶ, per quascũq; autem lineas lumen corpori polito incidit, secundũ illaꝶ ꝓprietatem reflectit̃, siue sint perpendiculares siue oblique, patet ergo propositũ, fit aũt à corporibus politis reflexio lucis, nõ aũt à corporibus non politis asperis, quoniam in illis sunt pori & foueæ, quas subintrat lumen, & redit in se permixtũ cũ umbra illoꝶ corpoꝶ, unde non fit reflexio sensibilis ab illis.

II.

Ab omni corpore colorato præsente luce color ad corpus oppositum politum mixtum cum lumine mittitur, & quandoq; totaliter, quandoq; partim reflectitur ab illo, sicut & ipsum lumen.

Quod hic proponitur experimentaliter declaratur. Sit enim ut intra domum unius tm̃ fenestræ descendat lux solis super corpus multũ coloratum forti colore, & ponatur in oppositione contra ipsum speculum argenteum, & item contra speculum ponatur uas concauum ad modum scyphi, quod sit interius album, uel in quo ponatur corpus album, & apteur taliter ut lux reflexa incidat super illud corpus album, apparebit itaq; super faciem albi corporis color illius corporis in quod primo fit descensus lucis, color itaq; mixtim cum luce reflectitur, ergo etiã mixtim cum lumine incidit corpori polito, quod corpus politũ si densum & durum fuerit, color cum luce totaliter ab ipso reflectitur, ita ut non coloret corpus politũ. Si uero corpus politum sit rarum & lucidũ actu, sicut sunt aqua & uitrum, & similia, tunc reflectunt̃ ab illo colores & luces, & penetrant in illud, quod patet per hoc, quòd forma reflexionis ab his corporibus & debilioris lucis & coloris, quàm ab his corporibus densioribus quàm sint illa, & etiã circa aliquod punctum sub istis corporibus, uel in istis uident̃ formæ lucis & coloris incidentes superiori superficiei istorum corporum, patet ergo illud quod proponebatur.

III.

Omnis reflexio debilitat luces & colores, & uniuersaliter omnes formas.

Quoniam enim lux continua fortior est luce disgregata per petitionem principij secundi huius, & quanto lux ab ortu suo plus elongat̃, tanto plus debilitatur, per 24. secundi huius, patet quòd cũ secũdũ aliq̃d corpus corpis luminosi ꝓcedit lux ad supficiẽ corporis politi in modũ pyramidis, quod quanto magis elongatur à puncto illo, tanto maior est eius debilitatio, & propter elongationem ab ortu lucis, & propter disgregationẽ:

lux

lux uero reflexa ab aliquo polito corpore plus debilitatur, tũ propter elongationẽ à loco reflexionis & disgregationem, tum propter ipsam reflexionem. Luces quoq; secũdum lineas æquedistantes politis corporibus incidentes sunt debiliores q̃ luces oblique incidentes, q̃m minus aggregantur. Colorum quoq; reflexio q̃uis fiat ab omni corpore polito, sicut & lucis, ut patet per primam huius, non tamen est multum sensibilis propter debilitationem quæ fit ex reflexione, & ꝓpter admixtionem coloris ipsius speculi conformis ipsorũ colorum reflexorum, nisi forte à speculo argenteo fiat reflexio. In ferreo enim speculo color apparet debilior q̃ color ferri mixtus cũ luce reflexa, & ipso colore reflexo debilitat ipsum colorẽ reflexũ. Omnes itaq; reflexiones colorũ optime experiri possunt in domo unici foraminis, cui foramini albus paries opponit̃. Tunc eñ in radio solis posito speculo argenteo, & ipsi speculo & parieti interposita re aliqua colorata, erit reflexio coloris ad parierẽ albũ sensibilis. Idẽ quoq; accidit si in radio incidẽtis ipsius speculi ponat̃ corpus diafonũ coloratũ, per q̃d transeat radius incidẽs ipsi speculo, utpote si ante fenestram ponat̃ uitrum coloratũ, uel si modo simili ut experimentanti uidebit̃, disponat̃. Cadente itaq; luce forti super speculũ argenteum & ipsa reflexa super parietem albũ, notabiliter uidebit̃ lux parietis debilior q̃ speculi, reflexio ergo lucem debilitat. Et eodẽ modo color reflexus est debilior colore à quo fit reflexio. Palam ergo, quod reflexio debilitat luces & colores, sed colores magis q̃ luces. Colores. n. debiliori modo incidunt q̃ luces, unde etiã in reflexione facilius debilitant̃. Color enim debilis cũ ad speculũ peruenerit, miscetur colori speculi & immutatur ꝓpter illius admixtionem, quare color reflexus apparet debilis & tenebrosus, & uniuersaliter formæ reflexæ sunt debiliores q̃ sint ĩ loco à quo reflectunt̃. Sic ergo patet quod omnis reflexio est causa debilitatis, nam & hoc patet sensibiliter in luce, licet eñ lux directa & lux reflexa æqualiter distent ab ortu suo, tñ debilior est lux reflexa. Opponat̃ eñ in aere radio solis intranti per fenestrã domus aliqua, in qua unica est fenestra, speculũ minus foramine, ita ut lux residua foraminis quæ nõ ĩcidit in speculo cadat in terrã super corpꝰ album, & lux à speculo reflexa cadat similiter sup̱ corpus album eleuatum à terra, hoc obseruato, ut sit eadem distantia corporis eleuati & iacentis à centro foraminis fenestræ, uidebitur itaq; super corpus album eleuatũ, ad quod fit reflexio lux minor, q̃ super corpus iacens, cuius minoritatis sola reflexio est causa, & idem potest in colorũ reflexione faciliter demonstrari, & eodem modo, patet ergo propositum.

IIII.

Omnis lux reflexa, & si debilior sit luce prima, est tamen fortior quàm lux secunda æqualiter ab origine distantibus ambabus, & idẽ est in colore.

Luce enim reflexa cadente in aliquod corpus, si aliud simile corpus ponatur extra locum reflexionis, & sit cum illo eiusdem elongationis à speculo, uidebitur super ipsum corpus secunda lux minor q̃ in illo quod est positum in loco reflexionis, sit eñ quod in directo foraminis per quod radius domũ aliquã ĩgreditur, ponatur speculum in terra aspiciens totam lucem radij incidentis per illam fenestrã, quã lucem superius in principio secundi libri huius scientiæ diximus lucem primam, tunc eñ fiet palam, quòd erit lux fortior super corpus in loco reflexionis positum, q̃ super aliud corpus simile positũ extra illum locum eũdem à speculo elongatum. Et idem accidit si superficies speculi nõ suscipiat radium directe sed oblique. Idem enam patet in coloribus, quoniam facta reflexione coloris à speculo argenteo corpus album positum in loco reflexionis plurimum recipit coloris, aliud uero corpus æque album existens extra locum reflexionis, & in eadem distantia à speculo, apparet quidem coloratũ, sed debilius ualde q̃ corpus positum in loco reflexionis, & si ferreum fuerit speculum forte in corpore quod est in loco reflexionis modicus uidebitur color, extra uero locũ reflexionis in corpore æque albo, quasi nullus apparebit color, patet ergo propositum.

V.

Natura agit in omnibus secundum lineas breuiores.

Hoc uniuersaliter patet in omnibus operibus naturæ, omnes enim motus naturales sic fiunt, descendunt enĩ grauia perpendiculariter sup̃ superficiẽ horizontis. Sagittæ etiam emissæ uiolenter ab arcubus feruntur in linea breuiori secundum angulum suæ emissionis; per breuiorem enim lineam ab eodem termino in eundem terminum uelociter est motus; et quia ut in principio secundi libri huius scientiæ suppositum est, natura nihil agit frustra, neq; deficit in necessarijs, palam quod necessario agit secũdum lineas breuiores. Si enim possit operationem intentam complere per motum uel actionem per lineam a b, & agat per lineam a b c, omnis actio quam facit in linea b c est frustra, quoniam consecuta est finem in puncto b, non ergo agit secundum aliquod punctum lineæ b c, & hoc idem per multa naturalia exempla patere potest. Vnde & animalia quorum motrix est anima secundum breuiorem lineam mouenť ad terminũ, ut patet in rectitudine filorum aranearum, ex quibus texunt telas suas, quæ telæ & si non nunq; inueniantur circulares, sunt tamen ex rectis filis & instamine, & in subtelari contextæ propter lineæ breuitatem. Idem quoq; patet in canibus, qui obmissis duobus lateribus trigoni, concurrunt per tertium, ac si naturaliter informati nouerint, quia duo latera trigoni maiores sunt tertio, quod homines geometras edocet 20. primi Maximi Euclidis, patet itaq; propositum prout possibile nobis fuit.

A B C

VI.

Omnis reflexio luminis & coloris fit secundum lineas sensibiles latitudinem habentes.

Secundum enim tales lineas fit lucis incidẽtia etiã lucis minimæ super corpus positum, ut patet per 3. secundi huius, latitudo itaq; lineæ reflexionis est æqualis latitudini lineæ incidentiæ: & linea mathematica, quæ est linea media totius lineæ reflexiõis, eundem habet situm in loco reflexionis, quẽ habet linea mathematica, quæ est linea media lineæ incidẽtiæ sensibilis in loco incidentiæ, & similiter qualibet aliarum linearum mathematicarum in linea sensibili reflexionis eundẽ retinet situm, quã sua compar in linea incidentiæ sensibili, & ob hoc lineis mathematicis pro ipsis sensibilibus non inconueniens est uti in tractatibus reflexionum, patet ergo propositum.

VII.

In reflexionibus factis à quibuscũq; speculis, fit deceptio propter intẽperantiam lucis, uel propter diuersitatem situs, uel propter remotionem puncti cuius forma reflectitur, uel etiam centri ipsius uisus à superficie cuiuslibet speculorum.

Vniuersaliter enim quibuscunq; modis contigit decipi uisum circa intentiones uisibilium per simplicem uisionem uisarum, eisdem etiam modis cõtingit uisum decipi in uisione quæ fit per reflexionem, quoniam & hæc uisio est quædam uisio in qua forma lucis & colorum & aliarum intentionum uisibilium ipsi uirtuti distinctiuæ præsentãtur, & hoc, ut patuit per primã quarti huius, et multis illius theorematibus, accidit octo modis, plurimum tamen manifestius fit hoc in speculis, uel propter debilitatem lucis uel propter diuersitatem situs, propter quam lineas reflexionum remoueri accidit ab axibus uisualibus, uel propter remotionem puncti rei uisæ, cuius forma reflectitur à superficie ipsius speculi, uel etiam propter remotionem ipsius centri uisus, ad quod remota sit reflexio à sup̃ficie ipsius speculi. In alijs uero quibuslibet modis licet similiter causeť error in uisione formarum reflexarum à quibuscunq; speculis ad uisum, non est ille error tam sensibilis, ut in istis modis positis, nec tamen fit totalis excusatio ab illis, patet ergo propositum.

VIII.

Specula à quibus regularis fit reflexio, sunt tantum septem.

Quoniam enim regularis reflexio nõ potest fieri nisi à corporibus regularibus : corpora uero regularia non possunt esse nisi corpora plurimũ planarum superficierum uel unius superficiei concauæ uel conuexæ: sicut autem patet sensui, licet corporum planarum species secundum figuras & numeri angulorum uarientur, quantum tamen ad naturam reflexionis in omnibus illis est identitas superficiei planæ, cum nec enim in ipsis quo ad hæc uariatio inuenitur, ut aũt patet per 118. primi huius, omnis superficies conuexa uel concaua regularis aut est pars superficiei sphæræ, aut columnæ, aut pyramidis rotundæ. Sic ergo habentur in uniuerso septem specula, quorum unum est planũ cuiuscunq; figuræ, & tria sunt cõuexa, sphærica, columnaria uel pyramidalia, & tria sunt concaua, sphærica, columnaria uel pyramidalia, nec est possibile plura esse specula à quibus regularis fiat reflexio, patet ergo propositum.

IX.

Instrumentum constituimus, in quo modi omnium reflexionum à quibuscunq; regularibus speculis instrumentaliter declarantur.

Assumatur semicirculus æneus conuenientis spissitudinis, utpote medietatis grani ordei uel circa illud, & conuenientis quantitatis, qui sit a b c, cuius diameter sit a c, & eius centrum d, producatur'q; linea d b perpendiculariter supra diametrũ a c, per 5. primi, est ergo d b semidiameter circuli diuidens semicirculum per æqualia per ultimã sexti: abscindatur itaq; ex linea d b superius sexta pars ipsius per undecimam sexti, q̃ sit b e, & secundum quantitatem lineæ e d à centro d, fiat semicirculus qui sit f e g: arcus itaq; b c diuidatur in partes quot libuerit secundũ puncta h i k, & arcus b a in totidem partes diuidatur secundũ puncta l m n: itaq; arcus l b fiat æqualis arcui b h, & arcus m l arcui h i, & arcus n m arcui i k, per 23. primi, & 25. tertij, productis lineis d h, d i, d k, d l, d m, d n. deinde iterũ à semidiametro b d, inferius abscindatur sexta pars ipsius, quæ sit d o, & à puncto o ducatur linea æquedistans diametro semicirculi quæ est a c, per 31. primi, quæ sit p o q, hanc itaq; intersecabunt omnes lineæ ad partes diuisionis à cẽtro d productæ, punctus ergo in quo linea d n ipsam intersecat sit r, & in quo linea d k sit s, & puncta in quibus intersecat semicirculus f e g sint t & u, deinde à totali semicirculo abscindatur pars d a, p r, ex una parte & ex alia pars a c, q s, & planentur optime superficies, & acuatur d, centrum assumpti semicirculi quasi punctus, ita ut ipsum punctum d maneat in eadem superficie semicirculi cum lineis productis: nos aũt quãtitatem lineæ b e, quæ est sexta pars semidiametri d b, deinceps digitũ appellamus, est ergo diameter a c, duodecim digitorum. Deinde assumatur tabula lignea quadrata plana, cuius latus sit 14. præmissorum digitorum, excedens diametrum a c, duobus digitis, & spissitudo eius sit 7. digitorum, & in hac tabula signetur punctus medius per 40. primi huius, & super ipsum fiat circulus secundũ quantitatem lateris tabulæ, hic ergo excedit circulum a b c, quantitate unius digiti ex omni parte, quoniã eius diameter in duobus digitis excedit diametrum a c, fiat iterum super idem centrum tabulæ ligneæ circulus æqualis circulo f e g, diuidaturq; circulus tabulæ ligneæ proportionaliter semicirculo æneo, qui est a b c, ita ut prima pars circuli lignei respõdeat primæ, & secũda secũdæ & sic deinceps, & à centro tabulæ ligneæ ducantur ad pũcta diuisionis lineæ rectæ, & rotundetur tabula lignea ex transecus secundũ circulum maiorem, & excidatur pars interior tabulæ minori circulo contenta, remanebit'q; quædã armilla lignea cuius latitudo est duorum digitorum, diameter exterioris circuli 14. interioris circuli 10. & totius armillæ, pfunditas uel altitudo erit 7. digitorum, cuius superficies curuæ optimæ planentur ad modum columnæ rotundæ: remanebunt'q; in superficie plana illius armillæ lineæ diuidentes circulum secundum diuisinnem semicirculi a b c, à capitibus itaq; illarum linearum producantur lineæ in superficie conuexa altitudinis armillæ perpendicularis super planam superficiẽ

latitudinis ipsius: ponatur enim pes circini super terminũ lineæ diuidẽtis circulũ, & fiat semicirculus in superficie conuexa armillæ, qui diuidatur per æqualia per 29. tertij, & producatur à puncto ad punctum linea, palam per 105. primi huius, quoniam illa linea est perpendicularis sup supficiẽ latitudinis, quæ pars est basis columnæ, & eodẽ modo à terminis illarum diuidentium producantur perpendiculares in superficie armillæ concauæ. In qua etiã supficie ex parte planæ superficiei nõ diuisæ sumatur altitudo duorũ digitorum, & in perpẽdicularibus lineis omnibus in illa superficie productis, fiant signa, & secundum signa illa fiat circulus æquedistans planæ superficiei armillæ, immissa tabella ænea, secundum signa illa fiat circulus æquedistans planæ superficiei armillæ immissa tabella ænea quantitatis circuli f e g, uel alio modo prout cõuenientius possit fieri, & secundum quantitatem medietatis grani ordei fiant alia signa intra illos duos digitos, & circunducatᷣ circulus æqdistans priori circulo secundũ quantitatẽ pmissam medietatis grani ordei, & sub hoc secundo circulo intra altitudinem duorum illorum digitorum, secundũ profunditatem semicirculi ænei a b c, signentur alia pũcta in prædictis perpendicularibus, & iterũ fiat circulus secundũ illa pũcta, & excepto per aliqua instrumenta illo corpore ligneo inter hos duos secũdos circulos existente, fiat concauitas unius digiti profunda, & coaptetur huic cõcauitati ænea semicirculi portio, quæ est p b q, quæ intrabit concauitatẽ usq; ad portionẽ minoris circuli quæ est r e u, ideo quod distantia istorum duorum arcuũ est unius digiti, & eadem est profunditas cõcauitatis factæ in tabula lignea, fiat aũt taliter ut superficies circuli f e g, diuisa per lineam à centro d, ad circunferentiam producta, sit ad partem superficiei armillæ, diuisæ: lineæ itaq; perpendiculares ductæ in concaua superficie armillæ, tangent lineas diuisionis circuli f e g, & cadent perpendiculariter super superficiem circuli f e g. Item in conuexa superficie armillæ ex parte superficiei non diuisæ signetur punctus in qualibet perpendicularium productarum secundum distantiã duorum digitorũ ab ipsa plana superficie nõ diuisa, & posito pede circini super quodlibet punctorum signatorũ, fiant circuli, quorum cuiuslibet diameter sit æqualis quantitati grani ordei, & secundum illorum circulorum quantitatem fiant foramina columnaria rotunda, & inde aliquo ipsorum coaptetur baculus ligneus, qui cum transierit ad interiorem concauitatem armillæ, tanget semicirculi f e g superficiem, quoniam ut patet ex præmissis centrũ cuiuslibet illorũ circulorum paruorũ, erit in circũferentia circuli prius signati in superficie concaua armillæ, à quo distat superficies circuli ænei qui est f e g, secundum quantitatem medietatis grani ordei. Deinde firmatur alia tabula lignea quadrata, cuius diameter sit æqualis diametro armillæ ligneæ, & perquisito puncto medio ipsius p 40. primi huius, ab illo puncto medio circũducatur circulus ad quantitatem semidiametri de, & hic circulus erit æqualis circulo f e g, & basi concauitatis armillæ. Item super centrum huius circuli fiat quadratum, cuius latera sint quatuor digitorum lateribus suis æqualiter distantibus à lateribus tabulæ huius ligneæ, quod potest fieri per 41. primi huius, & fodiatur hic quadratum ad ꝓfunditatem unius digiti, & planentur omnes supficies concauitatis suæ, ut fiant rectangulæ, & fundus eius fiat planus. Deinde huic tabulæ coaptetur immobiliter basis armillæ, ita ut circulus minor huius tabulæ applicetur concauitati armillæ. Deinde fiat columna ferrea concaua aliquantum spissa, cuius basis diameter sit æqualis quãtitatis grani ordei, sicut diameri foraminum, & ponatur illa columna in prius factis foraminibus, quæ cũ peruenerint ad concauum armillæ, continget lineas in circulo f e g productas, fiat aũt in capite columnæ quodcũq; artificium, non permittens columnam intrare nisi ad locum determinatum, & ut firmius stare possit, modicum cætæ sibi circumponatur, etiã tantæ longitudinis columna, ut procedens super superficiem circuli f e g, contingere possit latus quadrati cõcaui in tabula lignea, quod est æquedistãs lineæ r s, ductæ in superficie circuli ænei. Deinde fiant septem regulæ ligneæ planæ æquedistantiũ superficierũ orthogonaliũ, æquales & penitus similes, quarum longitudo sit digitorum sex, latitudo quatuor, & spissitudo com-

do cōmunis, ut inferius necessitas ipsius finis edocebit, & una ipsarū adaptetur quadrato concauo, ita ut orthogonaliter cadat super fundū quadrati concaui, & ut faciliter intret sine compressione, ducaturq; taliter ut punctus d, centrum scilicet circuli a b c, contingat unam superficierum latitudinis regulæ, & in puncto contactus fiat signum in regula quod sit x, & à pūcto signato x, producatur in extremitatē regulæ linea æquedistās longioribus lateribus regulæ, quæ sit b x p, & palam quoniam illa erit linea longitudinis regulæ, deinde in longiori parte illius lineæ à pūcto x signato, sumatur altitudo medij grani ordei, & fiat ibi pūctum z, erit itaq; z medius pūctus longitudinis regulæ, centrisq; foraminum oppositus directe, centra enim foraminum altiora sunt superficie circuli a b c, in quantitate medij grani ordei, & distant à base armillæ per duos digitos: punctus ergo z distat ab eadē base per duos digitos, & regula in quadrato concauo per digitum unū, & quia ab extremitate regulæ usq; ad punctū z, sunt digiti tres, longitudo quoq; regulæ est tantum sex digitorum, patet quod punctum z, est medium longitudinis regulæ, ducatur itaq; per punctū z, lineæ æquedistans lineis extremitatum latitudinis regulæ, quæ sit t q, est itaq; linea longitudinis regulæ quæ est b p, diuisa per æqualia in puncto z, cuius item medietates quæ sunt b z & z p, diuidantur per æqualia in pūctis k & y, semper ductis lineis latitudinis à punctis sectionis k & y, perpendiculariter super lineam longitudinis b p, æquedistanter lineæ c q, sic ergo erit linea b p, & communiter tota regula diuisa in quatuor partes æquales, & hoc modo omēs aliæ sex lineæ diuidantur, et factum est quod proponebatur.

X.

In speculis planis radij oblique incidentis fit ad aliam partē reflexio: semperq; angulum incidentiæ æquale esse angulo reflexionis experimentaliter comprobatur.

Fiat itaq; ex ferro mundo speculum planum circularis figuræ, cuius diameter modo præmisso sit trium digitorum, & concauetur regula præmissa secundum centrum z, qui est medius punctus regulæ circulariter ad quātitatem diametri speculi, & profundetur secundum spissitudinem ipsius speculi, apteturq; taliter, ut una fiat superficies speculi & regulæ, & ut centrum circuli rotunditatis speculi directe superponatur puncto z, linea itaq; c q diuidens latiorem superficiem regulæ per duo æqualia, diuidet etiam superficiē speculi per duo æqualia, & in hoc experimentantis diligentia consistat. Immittatur itaq; ligneæ armillæ hæc regula, donec centrum d, quod est acumen tabulæ æneæ cadat super speculum, & tunc illa regula sit cum speculo in figura quadrato concauo per aliquod artificium appodiata ne uacillet, sed stet firma. Deinde bene obstruentur oīa foramina instrumēti præter unum, quod oblique super regulæ superficiem declinet, & sit exēpli causa foramē correspondens lineæ d l in circulo a b c æneo, & hoc foramen apertum adhibeatur radio solis, & melius est si radio solis per fenestram domus intranti. Radius itaq; speculo plano incidens uidebitur reflecti ad foramen aliud correspondens lineæ d h in circulo a b c æneo, & si foramen illud puncti h aperiatur, & cū foramen prius opertum quod fuit puncti l, obstruatur, reflectitur recte radius in illud foramē coopertum. Angulus autē b d l est æqualis angulo b d h, ut patet ex hypothesi in præmissa, ergo angulus l d a est æqualis angulo b d c, quoniam totus angulus b d a est æqualis toti angulo b d c, quia uterq; est rectus. Si etiam imponatur foramē aperto columna ferrea concaua, de qua præmisimus, descendit lux per columnæ cōcauitatē ad speculum, & reflectetur in foramine respiciens æqualem angulum ut prius. Et si ad secūdum foramen columna transferatur, reflectetur radius ad primum, semper tamen erit debilior lux per columnam descendens quàm sine columna per ipsum foramen descendēs, & illud est experimentandi modus, si aliquod foramen cum cæra obstruatur, & circa centrum eius cum stilo ferreo fiat modicum foramen, tunc enim lumen reflectetur in simile spacium paruum circa centrum foraminis alterius, illud primum in anguli æqualitate respicientis, & si concauitas columnæ ferreæ concaua obturata fuerit facto foramine primo secūdum centrum suæ basis, descendet lux per axem columnæ, & ad centrum alterius foraminis, &

nis, &

nis, & reflectetur semper æqualitate angulorum in omnibus obseruata. Et si aptetur instrumentaliter, ut lux per duo foramina reflectetur similiter per alia duo illis similia, semper enim declinatio linearum reflexionis est æqualis declinationi linearum incidentiæ, & quoniam linea l x p, quæ est linea media longitudinis regulæ, est orthogonaliter super lineam latitudinis regulæ inferiorem æquedistantem lineæ c q, quoniam illa est communis sectio superficiei regulæ & superficiei fundi quadrati concaui æquedistantis superficiei a b c circuli ænei, & linea media superficiei fundi æquedistat lineæ d b, quæ est media diameter circuli, & quia linea quæ est communis sectio semicirculi a b c, & superficiei regulæ in qua est linea latitudinis regulæ & æquedistans communi sectiõi superficiei fundi & regulæ per 28. primi, quoniam linea b x p, cadit perpendiculariter super ambas illas lineas latitudinis regulæ, & quoniã lineæ b x p, est erecta super superficiem fundi per lineæ, per 23. primi huius, quoniam linea b x q est perpendicularis super superficiem circuli a b c æquedistanter superficiei fundi tabulæ, ergo per diffinitionem lineæ super superficiem erectæ diameter d b est perpendicularis super lineam b x p, cũ secent se in puncto d, est ergo linea d b erecta super superficiem speculi plani, & super eius circuli diametrum, quia superficies circuli a b c est æquedistans superficiei circuli transeuntis per centrum foraminum, quoniam distantia omnium centrorum foraminũ à superficie circuli a b c, est eadem scilicet medietas quantitatis grani ordei. Superficies uero transiens centra omnium foraminum secat columnã ferream per axem, est ergo axis columnæ in illa superficie, & quia columna ferrea in suo descensu tangit aliquam linearum in superficie circuli a b c à centro d, ad circunferentiam productarũ, utpote lineam d b, uel lineã d m, uel aliquam aliam aliarũ linearum, palam per præmissa, quia axis columnæ æquedistat illi lineæ quæ tangitur per lineam lõgitudinis columnæ, & quoniam per quodcunq; foraminũ columnã descendẽte, semp axis eius cadit in linea b x p et in punctũ z, lineæ uero z d b, semper est perpendicularis super superficiem a b c, linea quoq; à pũcto z, ipsius regulæ protracta ad centrum foraminis, quod est contingens punctum n, est æquedistans lineæ d n, & similiter de alijs centris foraminũ & punctis m l h i k, signatis in circumferentia a b c, omnes enim semidiametri foraminum sunt æquales & æquedistantes lineæ z d, per 25. primi huius, sunt enim omnes semidiametri foraminum perpendiculares super superficiẽ circuli a b c, quoniam sunt partes lineæ longitudinis armillæ, lineæ itaq; l d & d h, sunt æquedistantes duabus lineis imaginatis duci à puncto regulæ quod est z, ad centrum duorum foraminum contingentium puncta l & h, per 33. primi, ergo per 10. undecimi, anguli ab illis lineis in superficiebus æquedistantibus contenti sunt æquales, & si à puncto z, ducatur linea ad cẽtrum medij foraminis, erit ipsa per præmissa æquedistans lineæ d b, diuidens angulum linearum secum concurrentium per æqualia, sicut linea d b diuidit angulum l d h per æqualia, patet ergo propositum.

xi.

In speculis planis radium perpendiculariter incidentem reflecti in seipsum instrumentaliter declaratur.

Remanente enim omni dispositione instrumenti ut prius, & regula in qua situm est speculum planum erecta super fundi quadrati concaui, quod est in tabula lignea, quæ est basis instrumenti, obturentur omnia foramina præter mediũ cui respondet semidiameter d b circuli a b c, & fiat baculus columnaris ad quantitatem foraminis, cuius extremitas acuatur ita ut remaneat solus pũctus qui est terminus axis eius qui immittatur foramen ad speculum, signeturq; incausto punctus in quem ceciderit. Deinde extracto baculo opponatur foramen apertũ radio, cadetq; radius super pũctum signatũ, & circa ipsum efficiet circulum, signetur itaq; in fine huius lucis circularis pũctum, & secundum quantitatem lineæ interiacentis puncta signata, fiat circulus qui erit maior circulo foraminis, per 36. secundi huius, quoniam semper processus lucis per foramen ingredientis est in modum pyramidis, in nullo aũt aliorum foraminum neq; in aliqua parte concauitatis armillæ uidebitur lux reflexa, palam ergo quòd lux descendens per axem reflectitur per eandem, & secundum illius reflexionem ordinatur totalit̃ reflexio luminis

inci-

incidentis, quamuis autem uideantur lux circularis circa basem interiorem foraminis maior luce incidente uel radio, & quamuis illa lux uideatur maior ipsius lucis interioris circulo, palamq́ꝫ fit illam lucem apparere per reflexionē, nō tamen accidit hoc ꝑ reflexionem radij perpendiculariter incidentis, qui est axis illius pyramidis luminosæ: sed accidit hoc propter reflexionem aliorum radiorum pyramidis oblique speculo incidentiū, qui etiā secundum modū suæ obliquitatis ad partes oppositas, & nō in se reflectuntˊ, qđ patet, si obturetur per cærā utraqꝫ basis foraminis, facto modico foramine secundū axē, tunc enim radio solis per uiam tantum axis descendente non apparebit lux reflexa circularis circa interiorem basem foraminis, patet ergo quod non procedat illa lux circularis ex reflexa luce axis, sed ex reflexione lucis oblique incidentis ipsi speculo. Quod si regula in qua situm est dictum speculum planū aliquantum retrorsum inclinetur, tūc palam est quod radius per medium foramen incidens non cadit perpendiculariter super superficiem speculi, uidebiturq́ꝫ lux reflexa à medio foramine remota secundū medium declinationis speculi, semper tamen centrum lucis cadet super lineā ductam in concaua superficie armillæ perpendicularem super superficiem a b c circuli ænei, & descendentem per centra basis foraminis medij, hoc enim secat semper lucem circularē reflexā & diuidit circulum eius per mediū, & si regula ad latus dextrum uel sinistrum declinetˊ, semper radius secundū hoc obliquabitur, regula uero ad rectitudinem redeunte, reuertetur lucis reflexio ad interiorem basem foraminis ut prius, patet ergo propositū, semper enim in speculis planis radius perpendiculariter incidens reflectitur in se ipsum, sed in radijs oblique incidentibus angulus incidentiæ fit æqualis angulo reflexionis, ut patet per præmissum.

XII.

In sphæricis conuexis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis, ex quo patet quia radius perpendicularis reflectitur in se ipsum.

Fiat ex ferro mundo speculum sphæricum conuexum hoc modo. Describatur circulus maximus sphæræ, cuius diameter sit g, sex digitorū assumptorū ut prius, & inscribatur ei linea æqualis semidiametro per primam quarti huius, itaqꝫ erit corda trium digitorum, ducatur quoqꝫ à centro sphæræ semidiameter perpendiculariter super illā cordam per 12. primi, & producatur ad arcum, cadetq́ꝫ in medium arcus punctum per 4. primi, & ꝑ 27. tertij, eritq́ꝫ sinus uersus minor medio digito, abscindatur itaqꝫ illa minor portio circuli, & secundum illius quantitatem & concauitatem fabricetur speculum, qđ limetur & poliatur planissime extrinsecus, assumaturq́ꝫ regula lignea simul penitus prius sumptæ in omni lineatione & creatione, & facta concauitate in linea ad modum speculi, applicetur speculum regulæ ita ut mediū punctū conuexi speculi cadat super z medium punctū regulæ, & sit in superficie ipsius regulæ quod potest sciri per applicationē alterius regulæ uel alicuius ut placuerit. Erigatur quoqꝫ regula cū speculo orthogonaliter super fundum quadrati, ut in speculis planis, & operatione priori reperitur, & luce ꝑ foramē obliquādo uel mediū descendente fiat reflexio ut prius, & similiter fiet si regula declinetur. Semper enim luces per diuersas lineas obliquas speculo sphærico conuexo incidentes, per diuersas lineas obliquas reflectuntur, & quæ secundum perpendiculares lineas speculo luces incidunt reflectentur in se ipsas, & semꝑ angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexiōis, qđ proponebatˊ.

XIII.

In sphæricis concauis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis.

Fiat speculum sphæricum ut supra, & secundum conuexam portionem illius circuli limetur & poliatur planissime intrinsecus, & assumatur alia regula lignea similis priori, & coaptetur ei speculum taliter, ut circulus basis speculi sit in superficie regulæ, & centrum illius circuli cadat in punctum z, & linea e q, quæ diuidit superficiem regulæ per æqualia, continuetur diametro basis speculi, & fiat istorum diligens inquisitio per artificium quod industriæ experimentantis committimus. Immittaturq́ꝫ regula cū speculo ipsi instrumento ut prius, & fiat operatio similis omnino priori, sic tamen ut semꝑ pun-

I ctus d,

ctus d, qui eſt centrum ſemicirculi ænei, cadat ſuper medium punctũ ſpeculi, hoc enim eſt ſemper in omnibus ſpeculis conuexis & concauis obſeruandum. Declarabiturq́ angulorum incidentiæ & reflexionis æqualitas ut prius, tam in radijs oblique incidentibus quàm in ipſo radio perpendiculari, patet ergo propoſitum.

XIIII.

In columnaribus conuexis ſpeculis radio incidente & reflexo, ſemper angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis.

Sumatur autem columna rotunda, quæ ſit altitudinis trium digitorum, & cuius baſis circuli diameter ſit ſex digitorum, & reſecetur portio circuli baſis illius columnæ ut prius in ſpeculis ſphæricis, fiatq́ ex ferro mundo portio columnæ, cuius baſis ſit illa portio circuli & altitudo ipſius trium digitorum, & ſecundum cõcauitatem illius formetur conuexitas illius portionis, fiantq́ omnes lineæ longitudinis eius perpendiculares ſuper utraſq́ baſes, eritq́ ſinus uerſus baſis minor medietate unius digiti; hoc itaq́ ſpeculum optime politum uiſui conuexæ, applicetur uni regularum ſimili prioribus, ita ut medius punctus eius cadat ſuper medium punctũ regulæ qui eſt z, & ita ut linea longitudinis diuidens ipſius conuexam ſuperficiem per æqualia ſit in ſuperficie regulæ, & applicetur ei ſecundum lineam longitudinis eius qui eſt b p, & hoc fieri poteſt, ſi utriuſq́ baſis arcus per æqualia diuidatur & puncta media ſignata lineæ b p applicentur. Immittatur itaq́ regula cum ſpeculo ipſius inſtrumento ut prius, & fiat operatio ſimilis priori. Demonſtrabiturq́ angulorum incidentiæ et reflexionis æqualitas ut ſupra, nec eſt in aliquo à paſſione ſpeculorum planorum in his ſpeculis diuerſitas, niſi in hoc quod ſi radio per foramen medium incidente regula hæc obliquetur ſecundũ partem dextram uel ſiniſtram, apparebit inde lux reflecti ſuper idem medium foramen & medium lucis ſuper medium foraminis, quæ lux in ſpeculis alijs obliquetur, quoniam enim in ſpeculis columnaribus radius perpendiculariter incidens uni lineæ longitudinis, perpendiculariter unicuiq́ aliarum ſibi oppoſitarum incidit, propter hoc in omnibus ipſis accidit uniformitas reflexionis, & ſemper radius perpendicularis reflectitur in ſeipſum, patet ergo ꝓpoſitũ.

XV.

In pyramidalibus conuexis ſpeculis radio incidente & reflexo, ſemper angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis.

Fiat ex ferro puro ſpeculũ pyramidale, cuius baſis ſit æqualis baſi ſpeculi colũnaris, erit ergo corda illius baſis triũ digitoꝝ, & ſinus uerſus minor medietate unius digiti. Sit aũt linea lõgitudinis ſpeculi quatuor digitoꝝ & dimidiũ, & hoc optime exterius politũ, applicet̃ uni ſimiliũ regularũ taliter cõcauatæ, ut medius pũctus eius ſit ſup pũctũ z medium pũctũ regulæ, & ut acumẽ eius ſit in termino lineæ b p, & linea diuidẽs portionẽ pyramidalẽ p æqualia q̃ ſcilicet à uertice pyramidis ad mediũ pũctũ arcus baſis ꝑducit̃, ſit in ſupficie regulæ. Immiſſa quoq́ regula cũ ſpeculo in inſtrumentũ fiat opatio ut prius, & accidũt oĩa quæ in ſpeculis colũnaribus cõuexis accidebant, eſt ergo in ipſis angulus incidentiæ æqualis angulo reflexiõis, & radius ſemp reflectitur in ſeipſum, ut patuit in pmiſſis, patet ergo ꝓpoſitũ.

XVI.

In columnaribus concauis ſpeculis radio incidente & reflexo, ſemper angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis.

Fiat ferreũ ſpeculũ colũnare cõcauũ, cuius cõcauitas ſit omnino æqualis prioris columnaris ſpeculi cõuexitati, ſitq́ optime ſecundũ cõcauitatẽ arcus portiõis baſis interius politũ, & hoc applicet̃ uni lineaꝝ ſimiliũ cõcauatæ ut prius, taliter, qđ cordæ arcus utriuſq́ baſis cũ extremis lineis lõgitudinis ſint in ſupficie regulæ, & fiat operatio ut prius, incidentq́ oĩa q̃ in ſpeculis columnaribus cõuexis accidebãt, & p hoc patet ꝓpoſitum.

XVII.

In pyramidalibus concauis ſpeculis radio incidente & reflexo, ſemper angulus incidentiæ eſt æqnalis angulo reflexionis.

Fiat ſpeculum ferreum pyramidale concauum, cuius cõcauitas ſit omnino æqualis

præmiſſi

præmissi conuexi pyramidalis speculi conuexitati, & poliatur interius, applicetur'q; uni linearum similium, taliter ut medius punctus eius sit super punctũ z, & ut acumen eius sit directe in linea b p, & ut corda arcus ipsius basis sit in superficie regulæ: cum aũt linea longitudinis portionis pyramidalis speculi sit quatuor digitorũ & dimidij, restat ex lõgitudine regulæ digitus & dimidius tam in speculo concauo quàm in conuexo. Immissa quoq; regula cum speculo in instrumentum fiat operatio ut prius, accident'q; omnia quæ in speculis pyramidalibus conuexis accidebant in reflexione radiorum oblique incidentium ad angulos æquales, & in reflexione radiorum perpẽdicularium in se ipsos. patet ergo propositum, palam itaq; ex præmissis, quoniam in omni reflexione à quibuscunq; speculis politis regularibus, ut sunt hæc septem specula, semper radius super lineã rectam perpendiculariter incidens secundum eandem rectam perpendicularem reflectitur, & quod radius secundum lineam rectam oblique incidens secundum aliam lineã obliquam reflectitur, ita tamen quòd angulus incidentiæ est semper æqualis angulo reflexionis, unde hoc inuento propter rationabilem sensus experientiam semper ut uniuersali principio deinceps in omnibus his speculis utemur, & licet hoc ut quidem huius scientiæ principium sit experimentaliter declaratum, potest tamen etiam per aliquẽ demonstrationis modum ad ipsius scientiã peruenire, unde nos ipsum prout diligentius poterimus tentabimus demonstrare, propter quod duo sequentia theoremata duximus præmittenda.

XVIII.

Omnis res uisa per speculum quodcunq;, sub breuissimis lineis comprehenditur à uisu.

Sit speculum in cuius superficie sit linea recta uel curua, quæ sit a c b, rei quoq; uisæ punctus sit d, & centrum oculi sit f, & punctus d uideatur reflexus à puncto speculi c, dico quòd lineæ f c & d c, sunt breuiores omnibus lineis protractis à pũctis d & f, ad quælibet alia puncta speculi, ducantur enim à puncto alio superficiei speculi quod sit e, lineæ e d & e f, quæ non sint breuiores quàm lineæ c d & c f, neq; æquales illis, sed longiores, quia ergo ut patet per 5. huius, natura in omnibus agit secundum lineas breuiores: multiplicatio uero formarũ ad superficies speculorũ est naturalis, quoniam fit operæ naturæ, sicut et omis alia diffusio formarum, ut in philosophia naturali capitulo De naturali actione ostendimus, & similiter reflexio formarum à superficiebus speculorum ad uisum est puræ naturalis, quoniã fit ab operæ naturæ, & cõpletur per actionẽ animæ, sicut & omnis alia uisio, ut patet per totũ quartũ huius nostræ scientiæ librũ. Est aũt anima tanquã natura animaliũ, patet ergo quòd huius diffusio formæ & reflexio & cõprehensio quæ fit secundum ipsam est uere naturalis, fiat ergo secundum lineas breuiores, quod est propositũ, frustra enim fieret secundum lineas longiores, cũ possit melius & certius fieri secundũ lineas breuiores.

XIX.

Lineæ incidentiæ & reflexiõis cõtinentes angulos æquales cum perpendiculari à puncto sui concursus super superficiem speculi plani uel conuexi extracta, sunt breuiores oĩbus lineis ab eisdem terminis super eandẽ superficiem speculi pductis cõtinentibus angulos inæquales cum perpendicularibus à punctis sui concursus extractis.

Quod hic pponitur faciliter per 17 & 18. primi huius, potest demõstrari, sed quia aliter est idem demonstrabile. Sit res uisa quæcũq;, in qua sit pũctus c, & sit speculum planum, in cuius superficie sit linea h d e, sit aũt nũc exempli causa speculũ planũ datum, erit ergo linea h d e linea recta, lineæ quoq; contingentes angulos æquales cum linea h d e sicut c d & d f, aut ergo centrum oculi erit in eadem linea æquedistãte lineæ h d e, in qua est c punctus rei uisæ, aut nõ. Esto itaq; punctũ oculi f, & protrahat̃ linea c f, & extrahatur à pũcto d, perpendicularis sup speculi superficiẽ p 12. undecimi, q̃ ptracta, quia secat angulum c d f. patet p 29. primi, qm̃ ipsa secabit lineam c f, est eñ in eadem superficie cũ illa, huius ergo perpẽdicularis pducta ad lineã c f sit d g, erit ergo linea d g, perpendicularis super lineam c f æquedistantem lineæ d e per 29. primi, quia ergo c d h angulus est

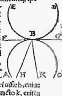
æqualis f d e angulo, dēptis illis angulis æq̄libus à duobus rectis, qui sunt g d h & g d e, erunt anguli residui æquales, est ergo angulus c d h æqualis angulo g d f, & quoniã trigonorum c d g & f d g, ambo anguli qui sunt ad punctũ g sunt recti, palam per 32. primi, qm̄ angulus d c g & d f g sunt æquales, sunt itaq; trigoni c d g & f d g æquianguli, latera ergo æquos angulos respicientia sunt proportionalia per 4. sexti, & quoniam latus d g æquale est sibiipsi, erit latus f d æquale lateri c b, ductisq; lineis f e & c e super punctum e punctũ lineæ d e, quæ ut patet ex præmissis est æquedistans lineæ c f, patet quod linea c e est maior quàm linea f e, ꝑ 19. primi, est enim angulus c f e maior angulo g f d, & angulus f c e est maior angulo g c d, restat ergo ut angulus c f e sit maior angulo f c e, & quod linea c e sit maior quàm linea f e, et quia super eandem basem quæ c f, & inter lineas æquedistantes quæ sunt d e & c f, collocatur trigonum c f d cuius latera c d & d f sunt æqualia, & trigonum c f e, cuius latera c e & f e sunt æqualia, ut patet ex præmissis, dico quod latera c d & d f ambo simul sumpta sunt maiora ambobus lateribus c e & f e simul sumptis, producatur enim linea c d ultra punctũ d, in cõtinuum & directũ ad punctũ l, ita ut linea d l sit æqualis lineæ d f, sed & linea c e quæ est longius latus trigoni c f e, ꝑducatur ultra punctũ e ad punctũ m, donec linea e m sit æqualis lineæ e f, & copuletur linea l m & linea e l, & quia angulus f d e est æqualis angulo f d c, per 29. primi, & angulus d f c est æqualis angulo d c f, ut patet ex præmissis, angulus uero e d l æqualis est angulo f c d, per 29. primi, erit ergo angulus f d e æqualis angulo e d l, sed linea d l est æqualis lineæ d f, et linea d e est ambobus trigonis quæ sunt f d e & e d l cõmunis, ergo per 4. primi, est linea f e æqualis lineæ l e, ergo & lineæ e m g per 5. primi, anguli e l m et e m l sunt æquales: totalis ergo angulus c l m est maior angulo c m l, ergo per 19. primi, linea c m est maior quàm linea c l, duo ergo latera c e & e f, pariter accepta maiora sunt duobus lateribus c d & d f pariter acceptis, quod est propositum. Si autem uisus & res uisa non sunt in eadem linea æquedistante lineæ h e, sit punctus rei uisæ ut prius c, & centrum uisus sit b, & ducatur linea b a æquedistans lineæ h d e, quę est in speculi superficie, & producatur linea d c ad punctum a, & protrahantur lineæ c d, b d, c e, a e, e b, & sint lineæ cõtinentes æquales angulos cũ linea d e, quæ c d & d b, inæquales uero angulos contineant c e & b e, erũt ergo ut supra lineæ a d & b d æquales, ꝑducta perpendiculari d k à puncto d, cõparato ergo trigono a d b ad trigonum a e b, erunt lineæ a d & d b minores quàm lineæ a e & e b, ut ut patet secundũ præmissa. Cũ enim lineæ a d & d b sunt æquales per 2. sexti, ideo quia lineæ c d & d f sunt æquales, lineæ uero a e & b e sint inæquales, erũt duo latera a e & b e simul iuncta maiora duobus lateribus a d & d b simul iũctis, ergo cũ a c & c e duo latera trigoni a c e, ꝑ 20. primi, sint lõgiora latere a e, erunt istæ tres lineæ a c, c e, e b, longiores duob9 lineis q̄ sunt a d & d b, ergo dēpto hincinde ipso a c cõmuni, remanebũt lineæ c e & e b maiores q̄ lineæ c d & d b, quod est ꝓpositũ. Et eodē modo potest demonstrari in quibuscunq; alijs speculis cõuexis, sit ergo speculũ nõ planum cuiuscũq; figuræ cõuexæ placuerit, & sit nũc exempli causa sphæricũ conuexũ, quia idē accidit in alijs, & sit habitq; centrũ uisus g & punctũ uisum d, & lineæ g a & a d æquales angulos cõtineant cum linea circulum contingente in puncto a, quæ sit e f, ita ut angulus e a g sit æqualis angulo f a d. Incidantq; lineæ g b & d b in punctum aliũ speculi quod sit b, ita ut inæquales angulos contineant cum linea contingente speculum in puncto b, dico quòd lineæ g a & a d

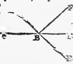
&a d sunt minores lineis g b&d b,qm enim angulus cōtingentiæ quæ est h a e æqualis est angulo h a f,uterq; est em minimus acutorum per 15. tertij, angulus uero e a g est æqualis angulo f a d,sit punctus in quo linea g b,secat lineam contingentem, quæ est e f,punctus z,& ducatur linea d z,palam per 16,primi,quoniam angulus e a g, est maior angulo e z g,ergo angulus d a z,est maior angulo g z a. Sed angulus d z f,est maior angulo d a z,ergo angulus f z d,est maior angulo g z a,ergo per 17.primi huius, duæ lineæ g a,&d a,sunt minores duobus lineis g z & d z. Sed lineæ g z & d z, sunt minores lineis g b & d b, quoniam linea g b,est maior q̃ linea g z,ut totum parte, linea uero d b est maior q̃ linea d z per 8.tertij,patet ergo ꝓpositū uniuersaliter in superficiebus quorumlibet speculorum conuexorum. Hoc autem idem ut prædiximus, potest per 17. uel per 18.primi huius,facilius demonstrari, q̃ in alijs ostendimus, q̃ lineæ rectæ continentes angulos æquales cum linea cui ad unum punctum incidunt, possint breuiores omnibus lineis ab eisdem terminis super eandem lineam ad unum punctum alium ꝑductis,& hoc proposuimus per 17.primi huius in lineis rectis,per 18.eiusdem primi in lineis conuexis.

XX.

In omni reflexione à quibuscunq; speculis facta, semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis: ex quo patet, quòd linearum inæqualitas naturam reflexionis non immutat.

Quoniam enim ut patet per 18. huius, omnis res uisa per quodcūq; speculum planum uel conuexū uel concauum, sub breuissimis lineis comprehenditur, lineæ uero ab eisdem punctis utpote à puncto rei uisæ, & centro uisus ad superficiem cuiuscunq; speculi productæ breuissimæ sunt, quæ cōtinent angulos æquales, & cum lineis contingentibus superficies speculorum, & cum perpendicularibus à punctis sui cōcursus productis super superficies speculorum, ut patet per præmissam, angulus uero quem facit linea à puncto rei uisæ producta, est angulus incidentiæ, & angulus quem facit linea ab illo puncto ad centrū uisus producta, est angulus reflexionis, patet ergo quod angulus incidentiæ semper est æqualis angulo reflexionis, à quocunq; speculo plano uel conuexo fiat reflexio. Sed & idem patet in concauis speculis quibuscunq;, sit enim aliquod speculum conuexum, in quo sit circulus e b d, quē in puncto b, contingat extrinsecus per 12. tertij circulus a b c, & ducatur à puncto b, linea f b g, ambos circulos contingens in puncto b, & sit punctus rei uisæ h, cuius forma à puncto b, speculi conuexi reflectitur ad uisum existentem in puncto k, eritq; per præmissam angulus h b f, æqualis angulo k b g, sed & angulus a b f, est æqualis angulo c b g, per 15, tertij, quoniam sunt anguli incidentiæ: relinquitur ergo angulus h b a, qui est angulus incidentiæ in speculo concauo a b c, æqualis angulo k b c, qui est angulus reflexionis, patet ergo propositum. Vniuersaliter enim in omnibus speculis cōcauis hæc demonstratio potest coaptari, est aūt hoc rationale, si enim linea incidentiæ quæ sit expli causa a b, lineam rectam c b d, protractis in superficie plani speculi, uel contingentem superficiem conuexam uel cōcauā alicuius speculi sine reflexione penetraret in puncto b, usq; ad punctū e palā p 15. primi, q̃d angulus icidētiæ a b c, fieret æq̃lis angulo e b d, si ergo fiat reflexio secūdū lineā b f, cōueniētius est ut fiat secūdū angulū æqualē illi contrapositū q̃ secūdū aliquem aliū angulū, ita ut angulus f b d æq̃lis angulo e b d, & angulo a b c. Si em pūctus c & d, existētibus immotis linea c d, imaginef reuolui, tuncem linea e b, ꝑpter æqualitatem angulorum e b d & d b f, cadet super lineam b f, & hoc uidetur importare nomē reflexionis, patet ergo propositum. Patet etiam ex hoc corrollarium, linearum enim inæqualitas, quia non immutat angulorum quantitatem, ergo neq; naturam reflexionis, unde omnia puncta eiusdem lineæ remotiora à puncto reflexionis possunt reflecti ad uisum, sicut puncta eiusdem lineæ propinquiora à puncto reflexionis, uniuersaliter enim oīa puncta eiusdem lineæ secundū æquale angulum reflecti possunt, & hoc ꝓponebat.





XXI.

Omnes formæ secundum lineam perpendicularem super superficiem cuiuscunq; speculi incidentis, reflexio fit secundum lineam eandem.

Verbi gratia, esto ut forma puncti a, superficiei speculi b d c, incidat secundum lineam perpendicularem super superficiem b d c, dico quòd reflexio formæ puncti a, erit secundum eandem lineam d a: dato enim quòd secundum aliam lineam fiat reflexio, tunc cum angulus incidentiæ semper sit æqualis angulo reflexionis, ut patet per præmissam & in proposito angulus incidentiæ sit rectus, infiniti quoq; sint anguli recti ordinales super punctum d, nec sit declinatio formæ plus ad unum punctum superficiei b c, quàm ad aliud, æqualiter enim se habet linea a d, quæ est linea incidentiæ ad punctũ b, & ad punctum c, & ad omnia alia puncta superficiei b c. Sic ergo erunt infinitæ reflexiones ad infinita puncta superficiei b c, quia qua ratione ad unam differentiã positiõis fieret reflexio, eadem ratione fieret ad aliam & omnem, quod est inconueniens, dabitur ergo necessario quòd fiat reflexio super unam & eandem lineam a d, secundum quam incidentia fiebat, perpendiculares ergo uel non reflectuntur, uel redeunt in se ipsas, & fortificatur actio talium formarum. Si tamen dicatur quòd perpendicularis incidens per aliam lineam reflectitur, sit ut reflectatur per lineam d e, tunc ergo angulus incidentiæ, ut patuit per præmissam, semper sit æqualis angulo reflexionis, erit angulus a d c, æqualis angulo a d e. Sed angulus a d c, æqualis est angulo a d b, per hypothesim, erit ergo angulus a d e, æqualis angulo a d b, pars suo toti, quod est impossibile, patet ergo propositum.

XXII.

Inter puncta formæ superficiei cuiuscunq; speculi incidentis & speculi oppositi superficiẽ, necesse est infinitas pyramides figurari, conos & bases hinc inde mutuas habentes.

Declaratum est enim per primam huius, quoniam à quolibet puncto corporis oppositi procedit lux uel color ad quodlibet punctum speculi, om̃es enim lineæ ductæ ad quodlibet punctum corporis, recidunt in unum punctum speculi, & forma unius puncti corporis incidit omnibus punctis superficiei totius speculi, eo q; ad omnem positionis differentiam fit diffusio formarum, tota ergo forma corporis erit in unoquoq; puncto speculi, & forma cuiuslibet corporis in tota speculi superficie; quot ergo sunt puncta in superficie speculi, tot sunt pyramides ad totam superficiem formæ corporis terminatæ, quæ superficies fit basis omnium illarum pyramidum: & quot sunt puncta in totali superficie corporis, cuius forma incidit speculo, tot fiunt pyramides ad totam superficiem speculi terminatæ, quæ fit basis omniũ illarum pyramidum, & sunt omnes istæ pyramides continuæ per continuitatem punctorum in ductis superficiebus existentium potẽtia non actu, eritq; axis cuiuslibet harum pyramidum punctus secundum quem speculo incidit punctus medius totius formæ speculo incidentis, quoniam ab illo incidit secundum æqualem distantiam, omnes puncti alij circumstant æqualiter medium punctum formæ, patet ergo propositum.

XXIII.

Impossibile est uideri imagines in quibuscunq; speculis propter reflexionem radiorum uisualium à speculis ad res uisas, sed solum propter reflexionem formarum à speculis ad uisum.

Si enim radij uisuales reflecterentur à speculo ad res, quorum uisus accipit imagines, referentq; ipsas formas à speculis ad uisum, tunc quælibet imago uidetur loco suæ rei cuius est imago, quod est contra sensum, & quia, ut præostensum est secundum secundam huius, ab omni corpore colorato præsente luce, color ad corpus oppositum politũ mittitur mixtum cum lumine, & quandoq; totaliter, & quandoq; partim reflectitur ab illis, tunc si radij uisuales incidentes speculis reflectentur ab illis ad res ipsas, & deferent

secum

ſecum formas, accideret quod duæ uidentur imagines uniuſcuiuſq; rei, quorum unam offerret uiſui ipſe uiſualis radius reflexus, & aliam ipſe radius formæ rei incidens ſpeculo, in quo formæ rerum imprimuntur, & reflexus à ſpeculo ad uiſum, quod totum eſt impoſſibile ſenſui. Sed ſermo ad eius oppoſitionem quidam antiquorum demonſtrationem attulit, quã & nos ut indifferenter uigoratam fortius præſenti propoſito applicamus. Sit itaq; exempli cauſa ſpeculũ planum erectum ſuper ſuperficiem horizontis orthogonaliter, in quo ſit linea diuidens ſuperficiẽ ſpeculi per æqualia, quæ ſit a b, & ſit centrum uiſus g, à quo ducatũ linea g c, perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi per 11. undecimi. Sit itaq; ut linea g t, cadat ſuper lineam a b, in punctum t, erit ergo linea g t, perpendicularis ſuper lineam a b, & ducantur à puncto g, lineæ g a & g b æquales, erunt ergo per 5. primi, anguli g a b, & g b a æquales, & anguli ad punctum t ſunt recti, ergo per 26. primi, & per hypotheſim erit linea a t, æqualis lineæ b t, producantur itaq; lineæ g a & g b, ultra ſpeculum ad puncta d & e, ita ut lineæ g a d, & g b e, ſint æquales, & coniungatur linea d e, producaturq; linea g t, ad lineam d e, & incidat illi in puncto h, erit ergo per præmiſſa & 26. primi, linea d h, æqualis lineæ h e, ergo per 8. primi, & per diffinitionem perpendicularis anguli ad punctum h, ſunt recti, ergo per 28. primi, lineæ d h & a t, ſunt æquediſtantes, & lineæ h e & t h, æquediſtantes, producaturq; linea t h, ultra uiſum g, donec linea t i, ſit æqualis lineæ t h, & ducantur à puncto i, lineæ i u, & i z, æquediſtanter lineæ a b, & ſit linea u z, æqualis lineæ d e, & ducantur lineæ u a & z b, quia ergo linea t i, eſt æqualis ipſi lineæ t h, & linea u z, æqualis lineæ d e, & linea a b, æqualis eſt ſibi ipſi, erit ſuperficies a b & d o, æqualis ſuperficiei a b d e. Suppoſita eñ nec excedit nec excedetur, linea ergo u a, eſt æq̃lis lineæ a d, & z b eſt æq̃lis ipſi lineæ b e, & angul9 a u z, æq̃lis eſt angulo a d e, & angulus d z b, eſt æqualis d e b, & angulus d a b, æqualis angulo u a b, radius ergo g a, per 20. huius, reflectetur ad punctum u. Si tantum producatur linea a b, ultra punctum a, ad punctum r, & ultra punctum b, ad punctum l, palam ex præmiſſis & per 13. primi, quia linea a r z diuidet angulum u a d, per duo æqualia, erit ergo angulus s a b, æqualis angulo r a d, & ſimiliter erit angulus z b l, æqualis angulo e b l. Sed angulus r a d, eſt æqualis angulo g a b, & angulus l b e, æqualis angulo g b a, per 15. primi, ergo angulus r a u, eſt æqualis angulo g a b, & angulus l b z, æqualis angulo g b a, ergo per 20. huius duo radij g a & g b, conuertentur à duobus punctis a & b, ad duo puncta u & z. Si itaq; centrum uiſus quod eſt g, appropinquet ſuperficiei ſpeculi, & lineæ a b, ut ſi perueniant in punctum f, tunc quia angulus incidentiæ, qui eſt g a t, erit per 20. huius, angulus reflexionis, qui ſit q a r, minor angulo prioris reflexionis, qui eſt u a r, & erit angulus q a r, maior angulo u a g, & linea q i, maior linea u i, approximante ergo uiſu ſuperficiei ſpeculi non uidebuntur extremitates rei prius uiſæ, quæ ſunt u & z, ſecundum extremitates ſpeculi, quæ ſunt a & b. Sed & uiſu perſiſtente in puncto g, & linea u z, approximante ſpeculo uſq; ad punctum x, quod ſit punctum lineæ z h, non uidebuntur extremitates lineæ u z, quæ ſunt u & z, ſed ſolum aliqua puncta ipſius, in quibus radius g a, uiſualis reflexus à ſuperficie ſpeculi ſecat u z, quæ ſint puncta m & n, erit enim linea n m, minor q̃ linea u z, quod patet per 34. primi, ductis lineis æquediſtantibus, & perpendicularibus, quæ ſint n o & m p, & ſi linea u z elongata fuerit à ſuperficie ſpeculi, nullum eius punctum uidebitur ſecundum radios a b & u z, quia alij radij uiſuales à punctis extremis illius ſpeculi, quæ ſunt a & b, non reflectuntur ad aliquod punctum lineæ u z, ſed ultra illa, quod patet per 34. primi, copulatis lineis æquediſtantibus quæ ſint u u & z z, non uidebitur ergo in tali diſpoſitione reſpectu ſpeculi aliquod punctorum lineæ u z, quod eſt contra experientiam & ſenſum; accidit enim extrema rei approxima

tæ &

tæ & elongatæ in speculo quocunq; uideri, ut suppositum est in huius libri principio. Et sicut hoc patet in speculis planis, sic etiam patet in alijs speculis quibuscunq;, quoniam de omnibus eadem est demonstratio, patet ergo propositum, aut ad minus ex his non concluditur oppositum ipsius.

XXIIII.

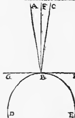
Comprehensionem formarum uisibilium in speculo sola efficit reflexio quæ ad uisum, unde secundum dispositionem linearum reflexionis uisus necessario informatur.

Quòd enim radij ab oculo non exeant, qui redeuntes ad uisum referant secum formas uisibilium, hoc ostensum est per præmissam, quòd autẽ forma sensibilis non informet ipsum speculum, sicut forma naturalis suam materiam, hoc patet ex hoc, quod non in omni differentia positionis uidentur formæ in speculis quibuscunq;, intuens enim aliquis accedens ad speculum fixum, uidet formam quam prius non uidit, & recedens à loco uisionis formæ prius in speculo fixæ uisæ, non amplius uidet illam: & uisa parte speculi, non propter hoc uidetur pars formarum in speculo apparentium, sed in eodẽ puncto speculi diuersi aspicientis uidere possunt formas diuersas & distinctas, quæ tamen ut quidam actus completiui eandem partem speculi non possunt simul informare, uidetur etiam in speculo forma rei, quæ secundum lineam rectam non potest multiplicari ad uisum: multa quoq; alia accidunt, quorum ratio posterior est magna, tñ impossibilitatem demonstrant, palam itaq; formas à speculo non procedere, ut in speculo existentes & multiplicantes se ad uisum, sed ut incidẽtes ipsis speculis à rebus formatis & à speculis ad uisum reflecti, secundum dispositionem ergo linearum reflexionis uisus necessario informatur, quia quandoq; uisus uere rem aliam non uidet, cuius formam comprehendit à speculo reflexam, patet ergo propositum.

XXV.

In omni reflexione à quocunq; speculo facta, superficiem reflexionis super illius speculi superficiẽ, uel sup superficiẽ illud speculum in puncto reflexionis contingentem, erectam esse est necesse.

Quoniam enim si lux uel forma alicuius speculi secundum perpendicularem lineã incidit, illa secundum eandem reflectitur per 21. huius, palam quod tunc fit incidentia & reflexio secundum eandem lineam, & superficiem reflexionis necesse est esse erectam super superficiem ipsius speculi per 18. undecimi. Si uero lux uel forma secundum lineas obliquas incidit superficiei speculi cuiuscunq;, tunc semper angulus incidentiæ & reflexionis erunt in eadem superficie reflexionis, ut patet ex eorum diffinitione, sed & in eadem superficie secundũ lineam perpendicularis super superficiem speculi & lineæ incidentiæ & reflexionis ductos angulos cum linea, quæ est communis sectio superficiei reflexionis & speculi continentes, ut patet per diffinitionem superficiei reflexionis, est ergo per 18. undecimi, illa superficies erecta super superficiem speculi, uel super superficiem speculum contingentem in puncto reflexionis, & hoc exemplariter patet in superficie circuli sequentis armillã instrumenti in 9. huius præmissi, æquedistanter basibus suis per omnia centra foraminum, & æquedistantis superficiei circuli ænei, quæ est a b c, radio enim per foramen medium incidente & speculo declinante secundum regulam eadem est demonstratio, quæ in radijs oblique incidentibus: reflectitur enim semper tunc radius ad lineam longitudinis armillæ, quæ tunc non æquedistat lineæ b z p, quæ est linea longitudinis regulæ, & quoniam fit tunc reflexio à puncto z, cui incidit axis columnæ rotundæ, uel radij perpendiculariter super lineam t q, quæ est communis sectio superficiei regulæ & superficiei circuli transeuntis per centra foraminum, & huic axi æquedistat linea d b, semidiameter circuli a b c, sunt



ergo

ergo in eadem superficie per primam primi huius. Sed linea d b, est perpendicularis sup lineam latitudinis regulæ, quæ est communis sectio superficiei regulæ & circuli a b c, ergo per diffinitionem superficiei super superficiem erectæ, superficies in qua sunt axis columnæ ferreæ uel radij incidẽtis, & linea d b, est erecta super superficiẽ regulæ uel speculi, & in hac superficie est linea perpendicularis, quæ est linea altitudinis armillæ transiens per punctum b, & per centrum foraminis medij, in quam lineam fit reflexio lucis axis pyramidis radialis, patet ergo propositum, & ita in unoquoq; speculorũ, quoniam ad omne speculum hæc demonstratio se extendit, ut patuit ex præmissis.

XXVI.

In omni reflexione à cuiuscunq; speculi superficie linea recta per æqualia diuidens angulum contentum sub lineis incidentiæ & reflexionis super lineam, quæ est communis sectio superficiei reflexionis & speculi, uel superficiei in puncto incidentiæ speculum contingentis necessario perpendicularis existit: ex quo patet illam lineam erectam esse super superficiem in illo puncto speculum contingentem.

Sit em̃ ut forma puncti a, incidat superficiei alicuius speculi secundũ punctum b, & reflectatur in punctum c, est itaq; linea incidentiæ linea a b, & linea reflexionis linea b c, quæ sunt in una superficie erecta super superficiem speculi per præmissam, sitq; alia superficies plana contingens speculum secundum punctum b, cõmunis aũt sectio huius superficiei & superficiei reflexionis, sit linea d b e, angulũ uero a b c, diuidat lineã b f, per æqualia. Dico q̃ linea f b, est necessario ꝑpendicularis super lineã d b e, q̃a enim angulus d b a, est æqualis angulo e b c, per 20. primi huius, angulus em̃ incidentiæ a, b, est æqualis angulo reflexionis, qui est e b c, & quia angulus a b f, est æqualis angulo f b c, ex hypothesi, palã q̃ totus angulus f b d, est æqualis toti angulo f b e, est ergo linea f b, perpendicularis super lineam d e, per diffinitionẽ lineæ perpendicularis, et hoc si linea d b e, sit linea recta, quæ si fuerit circularis, sicut g h linea recta ipsam contingat in puncto b, per 16. tertij, & quia anguli cõtingentiæ g b d, & h b e, sunt æquales, relinquitur q̃d anguli f b g, & f b h sint æquales, & erit idẽ linea f b, ꝑpendicularis sup lineã g b, & super lineam d e, cũ itaq; linea f b, sit ducta in superficie reflexionis, quæ ex præmissa est recta super superficiẽ speculi, uel sup superficiẽ speculũ in puncto incidentiæ contingentem, & cũ ipso sit sup ipsaq; cõmunem sectionẽ perpendicularis, patet quod linea f b, est erecta super superficiẽ speculũ in illo puncto cõtingentem, continet em̃ cũ omnibus lineis in illa superficie productis angulos æquales, & q̃m eodẽ modo potest fieri declaratio in sectionib. patet ergo ꝓpositũ. XXVII.

In omni superficie reflexionis à speculis quibuscunq; centrũ uisus & punctum formæ uisæ, & punctum reflexionis & termini perpendicularis & kathetí utriusq; cõsistere est necesse: ex quo patet lineã ꝑpẽdicularẽ à pũcto reflexiõis ductã, oĩbus supficieb. reflexionis illi pũcto incidẽtib. cõem esse.

Ostensum est per 25. huius, quoniam in omni reflexione à quocunq; speculo facta semper superficies reflexionis, in qua sunt lineæ reflexionis & incidentiæ & perpendicularis sup superficiem speculi ducta à puncto reflexionis, erecta est sup superficiẽ speculi, à quo fit reflexio: cũ aũt linea incidentiæ incipiat à puncto formæ cõprehensæ, & terminat̃ in puncto reflexionis, & linea reflexionis incipiat à puncto reflexionis, & terminatur ad centrum oculi, palã quòd hæc tria puncta sunt in eadẽ superficie. Sed cum perpendicularis sit erecta super superficiem speculi, super quam per 25. huius supficies reflexiõis est erecta, q̃m & in illa supficie est tota ꝑpendicularis, cũ n. ipsa ꝑpendicularis in puncto reflexionis secet lineas incidẽtiæ & reflexionis, cũ q̃bus ipsa ex diffinitiõe est in eadem supficie, ergo ꝑ primã 5. terminus ꝑpendicularis supior necessario erit ĩ eadẽ supficie cũ

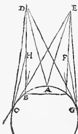


K punctis

punctis prædictis. Si em̄ illa perpendicularis ad punctū alium extra ſupficiem reflexionis terminetur, patet ꝙ illa perpendicularis in alia erit ſuperficie, qđ eſt contra diffinitionem ſuperficiei reflexionis, ſed etiam ſi ipſa in alia fuerit ſuperficie, erit rectus minor recto, quod eſt impoſſibile, linea em̄ à puncto reflexionis producta in ipſa ſuperficie reflexionis erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi, cum linea in ſuperficie ſpeculi ab eodem puncto producta continet angulū rectum & perpendicularis ſimiliter. Si ergo illæ 2. lineæ ad diuerſa puncta terminant̄, fit rectus maior recto. Sed per eundē modum patet id qđ ꝓponitur de kathetis, & qm̄ oēs ſupficies reflexionis quæ tranſeūt idem punctū reflexionis, & aliquē punctū formæ cōprehenſum, licet ad diuerſa centra uiſuū terminent̄, ſemꝑ tranſeunt eundē terminū ꝑpendicularis, qm̄ oēs ſunt erectæ ſuꝑ ſuperficiē ſpeculi, uel ſuꝑ ſuperficiē ſpeculū in puncto reflectionis cōtingentē, palā qm̄ oēs ſecant ſe in ꝑpendiculari. eſt ergo ꝑpendicularis ab oībus cōmunis. Sed & hoc figuraliter eſt declarandū, Sit. n. ſupficies ſpeculi cuiuſcū́qȝ a c b, in cuius punctū c, incidat radius à puncto rei uiſæ, quod ſit f, per lineā f c, & reflectat̄ ad centrū uiſus qđ ſit e, per lineam c e, extrahat̄ q́qȝ perpendicularis ſuper ſuperficiē ſpeculi, quæ eſt b c a, à puncto c, quæ ſit c d, per 12. undecimi, intelligit̄ q́qȝ à puncto e, perpendicularis ꝓtrahi ſuꝑ ſuperficiem b c a, ut ei cōtinuā per 11. undecimi, quæ ſit e a, eritq́ȝ linea e a, æq̄diſtans lineæ d c per 6. undecimi, qm̄ ambæ ſunt orthogonales ſuꝑ eandē ſuperficiē ſpeculi, quæ eſt b d, & qm̄ lineæ d c & e a, ſunt æq̄diſtantes, palā per primā primi huius, q̄a ſunt in eadē plana ſupficie, & linea recta a b, cū utraqȝ illaꝝ lineaꝝ. ſ. d c & e a, cōtinebit angulū rectū, & erit in eadem ſupficie cū utraqȝ ipſaꝝ per 2. undecimi, & linea e c, tenebit cū his ambab9 lineis q̄ ſunt e a & d c, angulos acutos ꝓpter diffinitionē anguloꝝ rectoꝝ, & qm̄ linea incidentiæ & reflexiōis cū perpendiculari d c, ſunt in eadē ſupficie, & linea e c recta copulat extremitates lineaꝝ e a & d c, erit ipſa per 2. undecimi, in eadem ſuperficie cū ductis perpēdicularib9, oēs ergo lineæ quæ ſunt e a & e c, d c, f c, ſunt in una & eadē ſuperficie, quatuor ergo p̄miſſa puncta ſunt in eadem ſuperficie reflexionis, & hoc ꝓponitur, qm̄ inſpecto q́cūqȝ alio puncto corporis uiſi uel ſpeculi, ſemꝑ accidit idem ſitus lineaꝝ radialium cū ipſis perpendicularibus, & ſimiliter patet de utriſqȝ kathetis & incidentiæ & reflexionis per primā 5. patet ergo ꝓpoſitū, & ex hoc patet 9. correla. ſatis manifeſte.

XXVIII.

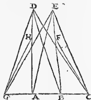
Omnem punctum reflexionis formæ puncti oblique ſpeculo incidētis, inter kathetum incidentiæ & reflexionis in ſuperficie ſpeculi conſiſtere eſt neceſſe.



Sit ſuperficies cuiuſcū́qȝ ſpeculi, in quo cōmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſit linea a b c, recta uel curua, & ſit punctus rei uiſæ qui d, & centrū uiſus punctū e, ſitq́ȝ kathetus incidentiæ q d a, & kathetus reflexionis qui e b, dico qđ omne punctum reflectionis formæ puncti d, ad centrum uiſus e, inter puncta ſuperficiei ſpeculi a & b, conſiſtere eſt neceſſe. Si enim detur quòd in ipſis punctis a uel b, fiat reflexio formæ puncti d, ad uiſum e, ſit ergo ut fiat à puncto ſpeculi, quod eſt a, & ducatur linea a e, tunc cū linea d a, ſit perpendicularis, & linea a e non ſit perpendicularis, & per 20. huius, angulus incidentiæ ſit æqualis angulo reflexionis, erit ergo angulus e a b, rectus, ſed & angulus e b a, eſt rectus, trigoni ergo e a b, duo anguli ſunt recti, quod eſt impoſſibile. Similiterq́ȝ deducendum ſi detur reflexionem fieri à puncto b, quoniam idem accidit impoſſibile, non fit ergo reflexio ab aliquo punctorum a uel b, quibus incidunt katheti. Sed neqȝ ab aliquo punctorū lineæ a b c, extra puncta a & b, ſit enim ut forma puncti d, reflectatur ad uiſum e, à puncto ſpeculi c, ductis ergo lineis d c & c e, diuidatur angulus d c e per æqualia, per 9. primi, & ducatur linea c f, ſecans lineam b e, in

puncto

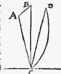
puncto f, erit ergo per præmissam linea e f, perpendicularis super lineā a c, trigoni ergo b f c, duo anguli sunt recti, quod est impossibile, ut prius, & eodem modo deducendum, si detur fieri reflexio ab aliquo puncto lineæ a b c, ultra punctum a, ut à puncto g, ducta linea g h, angulum d g e, per æqualia diuidente, patet ergo quod solum inter puncta a & b, fiet reflexio ab aliquo punctorum lineæ a b, uidelicet inter kathetum incidentiæ & kathetum reflexionis, quod est propositum in speculis planis, & patet uniuersaliter in omnibus reflexionibus à speculis, quibuscunque, quia danti oppositum eadem impossibilia sequantur, ducta corda arcus interiacentis, ducta puncta reflexionum & kathetorum productorum, & ductis lineis contingentibus in illis punctis ipsas superficies speculorum, uel lineas quæ sunt communes sectiones ipsorum speculorum & superficierū reflexionis, patet ergo propositum.



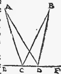
XXIX.

Impossibile est simul duo puncta eiusdem rei uisæ ab eodem puncto cuiuscunque speculi reflecti ad idem centrum uisus, uel à duobus punctis speculorum planorum uel conuexorum, formam unius puncti.

Quoniam enim puncto alicuius formæ perpendiculariter superficiei speculi incidente aliam lineam ab alio puncto rei eiusdem, uel perpendiculariter alterius duci super eandem superficiem ad idem punctum est impossibile, patet per 13. undecimi, quod autem perpendicularis reflectatur in se ipsam, patet per 21. huius, impossibile est ergo duo puncta eiusdem formæ uisæ ab eodem puncto speculi ad idem centrum uisus reflecti perpendiculariter. Sed neque est hoc possibile fieri linea incidentiæ obliqua existente, omnis enim punctus cuiuslibet formæ incidit speculo, & reflectitur ad uisum secundum lineas breuiores per 18. huius, & om̄is talis reflexio ad uisum & ipsarum comprehensio fit secundum dispositionem linearum reflexarum per 24 huius, illæ ergo duæ formæ si ad unum punctum quod est centrū oculi incidunt, & ab uno puncto reflectuntur, tunc illa duo puncta à quibus suarum formarum fit incidentia, quia non perueniunt ad uisum nisi secundum lineas incidentiæ, quæ ab uno puncto reflexæ perueniunt ad uisum, uidebūtur unus punctus, & sic erit confusio formarum in uisu.



Si enim lineæ incidentiæ formarum diuersorum punctorum non diuersificant puncta reflexionis, sed incidunt eodem puncto, palam quòd aut aliqua forma tota, aut plura puncta illius formæ possunt uni puncto incidere, & in unum punctum reflecti, qui est centrum uisus, & uidebitur tota forma unus punctus. Item si detur lineas incidentiæ & reflexionis propter angulorum suorum diuersitatem semper diuersas esse, sicut ergo sunt duæ lineæ incidentiæ, quæ à diuersis punctis formæ incidunt eidem puncto speculi; Sic fient duæ lineæ reflexionis quæ ad idem centrum uisus terminantur, ut si à duobus punctis formæ incidentiæ speculo, quæ sunt a & b, incidunt eidem puncto speculi, qui sit c, duæ lineæ a c, & b c, & ab illo reflectentur ad idem centrum uisus quod sit d, sequitur adhuc si ab uno puncto reflexionis c, diuersæ formæ punctorum a & b, ad centrum uisus d perueniant, duas lineas rectas quæ sunt c d, superficiem includere, quod est impossibile, patet ergo propositum. Sed neque à duobus punctis alicuius speculi plani uel conuexi ad idem centrum uisus simul possibile est idem punctum formæ reflecti. Sic enim si possibile est ut forma puncti a, reflectatur ad centrum uisus b, à duobus punctis speculi plani uel conuexi cuiuscunque, quæ sit c & d, signata super lineam quæ est communis



ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi uel ſuperficiei contingentis ſpeculum conuexũ quæ ſit e f, cum ergo per 14. huius, ſecundum diſpoſitionem linearum reflexionis uiſus ſemper informetur, tunc forma puncti a, quæ eſt indiuiſibilis occurret uiſui ut forma lineæ c d, quæ eſt diuiſibilis linea, non ergo occurret uiſui niſi tantum unus punctus formæ reflexæ ab uno puncto ſpeculi, neq; unum punctũ formæ à duobus punctis ſpeculi plani uel conuexi poſſibile eſt reflecti, quod eſt propoſitum.

XXX.

Ab uno puncto ſuperficiei ſpeculi cuiuſcunq; formam unius puncti rei uiſæ, ad duos uiſus non eſt poſſibile reflecti.

Linea enim reflexionis ad unum uiſum, pcedens ſi cum perpendiculari erecta à puncto reflectionis ſuper ſuperficiem ſpeculi angulum teneat æqualem, angulus quem tenet linea incidennæ cum eadem perpendiculari, ut patet per 20. huius, palam φ non poteſt in eadem ſuperficie alia linea ſumi, quæ æqualem angulum efficiat cũ ducta perpendiculari, unde ab hoc puncto non reflectetur forma eiuſdem pũcti ad uiſum alium, oportet igitur ut à diuerſis punctis ſpeculi cuiuſcunq; fiat ad uiſus diuerſos reflexio, & quoniam duo tantum ſunt uiſus, oportet ad minus ut à duobus punctis ſuperficiei ſpeculi cuiuſcunq; fiat reflexio formæ unius puncti rei uiſæ ad ambos uiſus, patet ergo propoſitum.

XXXI.

Ab uno puncto reflexionis cuiuſcunq; ſpeculi ad diuerſos uiſus poſſibile eſt formas punctorum plurium reflecti, & à diuerſis unam.

Quamuis etiam ut patet per 29. huius, ſolum formæ unius pũcti incidentis ab uno tantum puncto ſpeculi reflexio ſimul ſit poſſibilis ad unum centrum uiſus, eſt tamẽ poſſibile fieri ſimul ad diuerſos uiſus ab uno puncto ſpeculi diuerſorum punctorum formæ incidentis reflexionem, quoniam illa puncta ſecundum angulos diuerſos incidũt, & ſecundũ diuerſos reflectũtur, ergo ad puncta diuerſa terminantˉ lineæ reflexæ, in quibus diuerſi uiſus cadentes puncta diuerſarum formarum comprehẽdit ab uno puncto ſpeculi ad diuerſos uiſus reflexa, & ſi unus uiſus motus fuerit, & ſitum uariauerit, ſpeculo exiſtente immoto, tunc etiam ſecundum ſitus ſui diuerſitatem ab eodem puncto ſpeculi ad ipſum puncta diuerſarum formatum reflectentur, ſemper tamen complebitur pyramis reliquarum formarum. Sed & unus uiſus motus, uel diuerſi uiſus eandem formam uidebũt à diuerſis punctis ſpeculi reflexam, quia quilibet punctus formæ incidentis totali ſuperficiei ſpeculi incidens ad aliquam partem oppoſitam reflectitur, & ſecũdum modum quo in 22. & 24. huius proponitur, patet quod formarum pyramides diuerſantur, & quia diuerſis uiſibus diuerſi axes pyramidum incidunt, quæ ſunt eiuſdem formæ, accidit ut à diuerſis uiſibus una forma à diuerſis punctis ſupficiei ſpeculi reflexa uideatur, & idem accidit etiam eidem uiſui moto, quando ſpeculum permanet immotum, patet ergo propoſitum.

XXXII.

A centro oculi ducta perpendiculari ſuper ſuperficiem cuiuſcunq; ſpeculi plani uel conuexi, non eſt poſſibile aliquem punctum ductæ lineæ reflecti ad uiſum, niſi eum ſolum quo ducta perpendicularis ſuperficiem oculi interſecat, & ab eo ſolo puncto quo ducta perpendicularis incidit ipſius ſpeculi ſuperficiei.

Sit centrũ uiſus punctũ a, & ſit linea quæ eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi cuiuſcũq; plani uel cõuexi, & ſit nũc exẽpli cauſa ſpeculi plani data linea b g, ſitq; ppendicularis ducta à pũcto a, ſup lineã b g, linea a g, ſit quoq; ut linea a g, ſecet ſupficiẽ ſphæricã cõuexã oculi in pũcto d, dico qđ in tota ppẽdiculari a g, quãtumcũq; ptracta nõ eſt pũctus q reflectatˉ ab hoc ſpeculo ad cẽtrũ uiſus a, niſi ſolus pũctus d. Si. n. alius pũctus ductæ ppẽdicularis ad uiſum reflectiť pter pũctũ d, aut ille pũctus eſt ultra cẽtrũ uiſus a, aut ſub uiſu, ſi ultra uiſum ſit ille punctus h, palã ergo φ non

perueniet

perueniet forma eius ad speculum super perpēdicularem h a, propter solidi corporis interpositionem, quod est ultra uisum in capite uidentis, non reflectitur ergo forma pūcti h super perpendicularem h g. Si uero dicatur quod ab aliquo puncto speculi præter punctum g, potest reflecti forma puncti h ad uisum a. Sit illud punctū b, & sit linea incidentiæ h b & linea reflexionis h a, diuidaturq́ angulus h b a, per æqualia per lineam b t ductā ad perpendicularem h g, auxilio nonæ primi, erit ergo per 26. huius, linea b t perpendicularis super lineā h g, sed linea t g est perpendicularis super eandem lineam h g, ab eodem ergo puncto t est ducere duas perpēdiculares super lineam h g, & sup ipsam supficiē speculi quod est impossibile. Sequetur enī trigoni a b g duos angulos esse rectos, scilicet angulos c g b & c b g, & ab eodem puncto plures ducerentur perpendiculares lineæ super eandē superficiem, qđ est contra 20. primi huius: nulla ergo forma punctorum lineæ h d, potest reflecti ad uisum nisi solum punctū d, quoniam de omnibus alijs punctis eodem modo est demonstrandum, neq; enim potest dici quod aliqua forma alicuius puncti sumpti inter puncta a & d, reflectatur ad uisum nisi per lineam perpendicularem d a, quoniā puncta inter centrum uisus, & superficiem eius posita sunt ualde rari, unde nō mittitur alicuius ipsorum forma in uisum, neq; ab aliquo speculo reflectitˀ ut sentiatur, sed neq; forma alicuius punctorū lineæ d g potest reflecti ad uisum a, à pūcto speculi g, ut forma pūcti f, quoniā si illud pūctum d solidi corporis fuerit, patet quod ipsum impediet reflexionem ad uisum per lineā d g, quia propter soliditatem ipsius forma puncti f, non poterit transire & ad uisum peruenire, & si fuerit rarū, adhuc forma reflexa à speculo miscebitur ei & adherebit sibi, neq; perueniet ad uisum. Sed neq; potest forma alicuius ipsorum punctorum reflecti à pūcto alio speculi quàm à puncto g, ut à puncto k, quoniam ductis lineis f l z & a l z, & diuiso angulo a l z f per æqualia, per lineam h l, sequatur idem impossibile quod prius .s. lineas l k & l g, ꝑpendiculares esse sup supficiē speculi, uel super superficiē speculū contingentē, qđ est cōtra 20. primi huius, oīm itaq; punctorū lineæ h g, nō reflectitˀ aliquis ad uisum a nisi solum punctum d, & quoniam quodlibet punctum totius uisibilis in quo est lineæ h g præter punctum d, in superficie uisus impressum opponitur speculo non ad angulū rectum, quoniam omnia puncta circunstantia punctum d, concurrunt in centro uisus a, & faciunt conum pyramidis cuius basis est in superficie speculi circa axem a g, uidebuntur formæ omnium illorum punctorum semper perpendiculares ab eis ad superficiē speculi ductis, patet ergo propositum, quoniam in speculis conuexis, linea h g, est semꝑ perpendicularis super superficiem speculi, nec ab aliquo suorum punctorum super speculi superficiem alia perpendicularis duci potest per 20. primi huius, ita tamē quod hæc quæ præmissa sunt in uno tantum uisu intelligatur in omnibus speculis planis & quibuscunq; conuexis, sicut propositio proponit, quoniam eiusdem puncti rei uisæ ad ambos uisus reflexa, si uni uisuum perpendiculariter incidat, potest alij uisui oblique incidere secundum lineam reflexionis oblique à superficie speculi ad centrum uisus procedentem, & uidebitur idem punctus rei uisæ à duobus uisibus secundum diuersum modum suæ reflexionis, in speculis uero concauis quibuscunq; est secus.

XXXIII.

Impossibile est formam oblique speculo incidentem secundum lineā suæ incidentiæ ad uisum reflecti, uel ex parte sui anguli minoris.

Esto in speculo a d b incidat forma puncti c, oblique in puncto d, itaut angulus c d b sit maior angulo c d a, dico quod forma puncti c secundum lineam c d, non reflectitur in se ipsam propter inæqualitatem angulorū, cum semper angulus incidentiæ sit æqualis angulo reflexionis per 20. huius, sed neq; ex parte sui anguli minoris, q̄ est c d a, fiat enim ut reflectatur secūdum lineam d e diuidentem angulum c d a, erit ergo angulus c d b æqualis angulo e d a, sed angulus c d b maior est angulo e d a, erit ergo angu-

lus c d a maior angulo c d a, pars suo toto, quod est impossibile, semper ergo secundum angulum maiorem qui in proposito est angulus c d b fiet reflexio, & hoc est propositum.

XXXIIII.

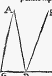
In omni speculo formarum punctorum mediorum cuiuslibet rei uisæ reflexio fit inter pūcta reflexionum formarum punctorum extremorum eiusdem rei uisæ.

Sit res uisa per reflexionem à quocunq; speculo, quæ a b c, cuius extrema puncta sint a & c, alius uero mediorum punctorum lineæ a b c sit punctus b, & sit superficies illius speculi siue plana siue conuexa uel concaua fuerit, in qua sit cōmunis sectio superficiei reflexionis & speculi linea d e f, & sit centrum uisus punctum g, reflectiturq; forma puncti a ad uisum g, à puncto speculi quod est d, & forma puncti c à puncto speculi quod sit f, et forma puncti b, quod sit alius mediorum pūctorum lineæ a b c, reflectatur ad uisum à puncto speculi e, dico quòd punctus e necessario cadit inter puncta a & c, quæ sunt puncta reflexionum formarum punctorum a & c: si enī cadat punctū e extra pūcta d & f, linea ergo b e quæ est linea incidentiæ formæ puncti b, secabit aliquam linearum quæ sunt a d & c f, quamcunq; illa uero secuerit, sit punctū sectionis h, palam itaq; quod forma puncti h, reflectetur ad uisum g, à duobus punctis speculi, quæ sunt e & f, uel e & d, quod in speculis planis & conuexis potest esse impossibile per 29. huius. In speculis quoq; concauis duplicabuntur puncti reflexionum illis speculis conuenientium, nulla quoq; forma in aliquo speculorum secundum situm & ordinationem propriam suarum partium uidebitur, quod totum est impossibile, patet ergo propositum.

XXXV.

Figura superficiei corporis incidentis & speculi, & situ simili existēte, erit in omni speculo complementum formæ corporis & figuræ.

Cum enim figura speculi & corporis est eadem & situs idem, ut si utraq; illarum figurarum sit plana & æquedistent, tunc forma puncti primi superficiei uisi corporis incidit puncto primo speculi, & forma puncti secundi pūcto secundo, & sic de omnibus alijs punctis se respicientibus. Si ergo in superficie speculi sit totalis figura superficiei corporis uisi, quod non accidit in speculo alterius figuræ, similiter quoq; sumpta quacunq; speculi parte cuius figura sit similis figuræ corporis, & situs æquedistans erit semper complementum figuræ corporis in ea; & cum infinitæ sint tales speculi partes, palam quod infinitæ erunt formæ corporis speculo incidentes, quæ semper ad diuersa puncta reflectuntur ex quibus formam corporis uisus diuersi in eodem speculo comprehendūt. Hoc itaq; accidit in omnibus speculis, sed maxime euidens est in planis, cum enim quolibet puncto superficiei planæ superficiei speculi plani incidente figura partium circunstantium sit similis ordinationis & situs, accidit ex omnibus punctis simul reflexio & simul & in eodem modo, & sic fit complementum in speculo formæ corporis & figuræ, & hoc proponitur.



XXXVI.

In speculis quibuscunq; unumquodq; punctorum conspectorum in katheto suæ incidentiæ uidetur.

Sit speculum quodcunq;, & sit nunc exempli causa planū, quod sit g d, punctusq; uisus sit a, & centrum oculi sit b, & ducatur à puncto rei uisæ qđ est a, kathetus incidentiæ quod sit a g. Dico quod imago puncti a, semper uidetur in linea a g: suppositum enim est in principio huius libri, quod uniformis situatio puncti rei uisæ respectu superficiei cuiuscunq; speculi à qua eius forma reflectitur, sit

solum

ſolum ſecũdum kathetum ſuæ incidentiæ, forma autem quæ in ſpeculo uidetur eſt imago rei uiſæ, ut patet per diffinitionem, neceſſe eſt ergo imaginem illam uideri ſecundum ſituationem uniformem ipſius puncti rei uiſæ ad ſpeculum, quoniam aliâs non uidetur illa forma per modũ imaginis, uidebitur ergo neceſſario in ipſo katheto incidentiæ ſuæ, quod eſt propoſitum. In alijs enim ſpeculis eſt eodem modo declarandum.

XXXVII.

Locum imaginis rei uiſæ in ſpeculis quibuſcunq; in puncto concurſus lineæ reflexionis cum katheto incidentiæ neceſſe eſt eſſe.

Huius exemplum eſt, ſi pyramis orthogonia erigatur perpendiculariter ſuper ſuperficiem ſpeculi cuiuſcunq;, tunc enim apparebit uiſui alia pyramis continua, tenens ſe cũ pyramide extrinſeca quaſi ad modũ rhombi, & uidebũtur harum pyramidum uertices quaſi uniformiter diſtantes à ſuperficie ſpeculi, & ſi linea recta imaginetur duci à uertice unius pyramidis ad verticẽ alterius, palam q̃m ipſa erit perpendicularis ſuper baſem uiſæ pyramidis, & ita ſuper ſuperficiem ſpeculi, cum eadem ſit ſuperficies ſpeculi & baſis uiſæ pyramidis, ut in ſpeculis planis uel baſis uiſæ pyramidis æquediſtet ſuperficiei ſpeculum contingenti ut in ſpeculis conuexis, quorum ſpeculorũ ſuperficies ipſa baſis uiſæ pyramidis eſt contingens, uel æquediſtans ſuperficiei cõtingenti ſuperficiem ſpeculi, ut in ſpeculis concauis, in quibus baſis pyramidis erectæ ſuper ſpeculũ æquediſtat ſuperficiei planæ ſpeculũ contingenti, uertex itaq; pyramidis ſemper uidebitur in linea perpendiculari ab eo educta ad ſpeculum. Similiter quoq; à quocunq; puncto pyramidis ducatur linea æquediſtanter axi, ſemper incidet ad punctum ſimile ſibi reſpiciens ipſum in alia pyramide, & erit linea producta per 8. undecimi, ſemper orthogonalis ſuper baſes dictarũ pyramidũ, & ſuper ſuperficiem ſpeculi uel ſuper ſuperficiẽ ſpeculũ contingentem, imago ergo cuiuslibet punctorũ pyramidum ſpeculo oppoſita cadit in perpendiculari intellecta duci à puncto illo ſuper ſuperficiem ſpeculi. Sed quicunq; punctus corporis opponatur ſpeculo, neceſſe eſt imaginari pyramidem orthogonalem ſuper ſuperficiem ſpeculi aut ei continuam, uel ſuper ſuperficiem ipſum ſpeculũ contingentem, uel ſuperficiei cõtingenti æquediſtantem, ut patet per 22. huius, cuius pyramidis uertex eſt pũctus ille uiſus, & baſis eius ſuperficies ſpeculi aut ſuperficies contingens ei cõtinua, & cõuenit ut imaginetur alia pyramis oppoſita illi, cum illa quaſi complens rhombum, quarum utriuſq; eſt baſis uel eadem uel una baſium eſt alteri æquediſtans, & perpendicularis à uertice unius ad uerticem alterius ducta erit perpendicularis ſuper ſpeculi ſuperficiem, & quia imago cuiuslibet pũcti ſpeculo oppoſiti cadit in lineam perpendicularem ductam ab illo pũcto ad ſpeculi ſupficiem aut ei cõtinuam, patet quod locus imaginis eſt in linea illa perpendiculariter ut patuit per præmiſſam, ſed quia in ſpeculis quibuſcunq; non accidit comprehenſio formarum niſi per lineas reflexionum, ut patet per 24. huius, palam etiam quia imago cuiuslibet uiſi puncti cadit in lineam reflexionis, & quia quælibet talium linearũ eſt recta, imago ergo cuiuslibet pũcti formæ reflexæ cadit in punctum ſectionis ꝑpendicularis lineæ reflexionis, uidetur ergo quandoq; citra ſupficiem ſpeculi, ut cum talium linearum interſectio uidelicet lineæ reflexionis & katheti incidentiæ non poteſt fieri niſi ſub ſuperficie ſpeculi, concurrit autem linea reflexionis ꝓtracta cum katheto incidentiæ, quia enim linea reflexionis cõcurrit cum linea perpendiculari educta à pũcto reflexionis ſuper ipſam ſpeculi ſuperficiem, ut patet ex præmiſſis. Sed in ſpeculis planis illa ꝑpendicularis æquediſtat katheto incidentiæ ꝑ 6. undecimi, ſunt enim ambæ ſuper ſpeculi ſuperficiem perpendicularis, manifeſtum ergo per 2. primi huius, quia in illis ſpeculis linea reflexionis concurrit cum katheto incidentiæ. In alijs autem ſpeculis eſt hoc magis manifeſtum, quoniam in pluribus illis kathetis incidentiæ concurrit cum ꝑpendiculari ducta à puncto reflexionis ſuper ſuperficiem ſpeculi. De ſingulis tamen ſpeculis hoc in ſequentibus demonſtratur, & in iſtarum linearum concurſu uidetur imago, eſt ergo locus imaginis ut ꝓponebatur, hoc autem eſt neceſſario, ideo quia cum medium diſtantiæ inter punctum uiſum comprehenſum & ſpeculi ſupficiem non ſit uacuum, ſit reflexio formæ corporis medij ad uiſum, ſicut & puncti

cor-

corporis ad quod intendit uisus, nec est differentia reflexionis formæ corporis medij à reflexione formæ puncti intenti, nisi sicut alicuius formæ unius totius corporis continui, cuius solum pars modica intenditur uideri, ut si foramen acus intendatur uideri in speculo & forma illius multiplicatur ad uisum, nihilominus ordinatur in speculo tota forma acus: & quoniam formæ cadentes in uisibus & speculis quibuscunq; regularibus retinent essentialem ordinem suarum partiũ & figurarũ, ut patet per 34. huius, ideo necesse est puncta formarum incidentium speculi quandoq; in quadam distantia uideri, ut quando distant puncta rei extra, & quando linea reflexionis & kathetus concurrũt sub speculi superficie uel inter uisum & speculũ, & non in ipsa superficie speculi uel retro uisum, in quibus omnibus est eadẽ uniuersalis causa quæ præmissa est, deferens solũ secundum uarios modos reflexionum: accidit enim rebus secundum quod formæ ipsarũ diffunduntur p medium ad superficiem speculi in formis suis specificis differre, cum sensibiliter non ferantur ad speculum, nisi lux & color & figura & similia, quæ non faciunt differentiam specificam in rebus, ut in ligno & lapide, quamuis uirtus distinctiua per accidentium cognitionem specificam accipiat differentiã, scilicet per applicationem illorum accidentium ad propria subiecta, quæ uisibus directe uidentibus sub talibus accidentibus occurrũt. Sicut ergo unius corporis naturalis continui partium formæ feruntur ad speculi superficiem, & seruata forma totali & figura, accidit necessario partes remotiores à speculi supficie remotiores uideri, ne forma & figura rerum uisarũ confundãtur, sic ut accidit necessario de rebus uisis per mediũ aerẽ ut præordinata forma aëris in situ suo respectu formæ rei per mediũ aërẽ uisæ oĩm suorũ pũctorũ forma uideantur, aliâs enim figura & forma rerum multiplicatarũ ad speculi superficiem confundentur, & hoc mihi uisum est esse causa rei per alios multis ambagibus pquisitæ. Videtur itaq; res necessario in perpendiculari, quoniam ut patet per 21. primi huius, hoc est breuissima eius distantia à supficie speculi à qua fit reflexio ad uisum, aut à superficie ei cõtinua, & secundum hanc fit rei uisæ respectu speculi uniformis dispositio, & ex hoc forma rei nomen accipit imaginis, ut diximus in præmissa, licet ergo forma rei secundum aliam lineam reflectatur ad uisum, iudicium tamen uirtutis uisiuæ, quia recipit formam per modum imaginis, fit secundum lineam breuissimam secundum quam incidit forma uisa superficiei ipsius speculi aut ei continuæ, propter conuenientem ordinationem formarũ in speculi superficie & in uisu, & propter certiorem cognitionem suæ propriæ quantitatis, cum enim necesse sit imaginem esse in linea reflexionis, si uideretur citra kathetum propinquior ad uisum uideretur maior, si ultra kathetum, uideretur minor, ut à remotiori uisa: in katheto uero quam permittit figura speculi & uisum distantia, secundum suã propriam quantitatem uidetur, est ergo necessarium ipsam uideri in pũcto concursus lineæ reflexionis cũ katheto incidentiæ, uisus enim cũ per reflexionem formas comprehendit, nõ auertit quod hæc cõprehensio fit per reflexionem, quoniam reflexio ut supra in procemio huius scientiæ diximus, non accidit ex proprietate uisus, uisu enim remoto nihilominus fit reflexio à speculis, quoniam forma corporalis non minus incidit superficiebus speculorum, sed quoniam inuenit transeundi resistentiam ex soliditate corporis specularis reflectitur ab illis, & si contingat uisum esse in loco in quo fit linearum reflexarum aggregatio, comprehendet uisus illas formas in capitibus illarũ linearum, & est quælibet formarum reflexarum à quocunq; speculo in illo speculo tanquam non adueniens, sed ac si naturalis esset forma speculi, cum tamen non sit aliqd essentiæ ipsius speculi, patet ergo propositum.

XXXVIII.

Formam omnis rei uisæ comprehensæ per reflexionem factam à superficie alicuius speculi, figuræ superficiei illius speculi est necessarium aliqualiter similari.

Quoniam enim ut patet per præmissam locus imaginis cuiuscunq; pũcti formæ uisæ est in concursu lineæ reflexionis cum katheto incidentiæ, harum aũt linearũ concur-

sus diuersificatur secundum figuram superficierum speculorũ à quibus fit reflexio, quã secundũ illius figuræ dispositionẽ, fit diuersitas concursus katheti incidentiæ & perpendicularis ductæ à pũcto formæ incidentis sup superficiem speculi, uel super superficiem speculi cõtingentem in pũcto reflexionis superficiei speculi, à qua fit reflexio ad uisum, quarũ perpendicularium concursus diuersificat concursum linearum reflexionis cũ katheto incidẽtiæ, in quo concursu fit locus imaginũ ut declaratũ est in præmissa, habet itaq; superficies speculi à qua fit reflexio aliquã dignitatẽ in formatione imaginũ uisarũ quæ ab ipsis reflectuntur, non tamen fit semper hæc assimilatio secundum totã dispositionẽ formarũ, nisi cũ loca imaginum cadunt in ipsis superficiebus speculorum non intra specula uel extra ipsa. Sed & tunc secundum aliquod similantur formæ uisæ ipsis formis uel figuris speculorum, quoniã in speculis pyramidalibus apparent formæ aliqualiter pyramidales, & sic aliqualiter accidit in alijs speculis, patet ergo propositum.

XXXIX.

Diuisa cuiuscunq; speculi superficie, accidit formam unius pũcti rei uisæ numero illarum partium numerari.

Hoc quod hic proponitur uerũ est, quando per diuisionẽ superficiei alicuius speculi sensibilis accidit diuersitas ordinis & situs partialium superficierũ uisæ, & respectu ipsius uisus ut plurimũ accidit in speculis uitreis plumbatis, p diuisionem ab unitate superficierde facili recedunt, quod nõ accidit in alijs speculis tam faciliter; quã itaq; aliorũ speculorum, superficies ꝓpter diuisionẽ in ipsis factam ab unitate supficiei secundũ situm & ordinem præmisso modo recedũt, accidit formã unius pũcti rei uisæ numero illarũ partium numerari, tũc enim diuersi fiunt katheti incidentiæ formæ eiusdem pũcti rei uisæ respectu illarum diuersarum partialiũ superficierũ, & similiter diuersa fiũt puncta reflexionum & diuersæ reflexionũ lineæ ad centrũ eiusdẽ uisus, & quia locus cuiuslibet imaginis semper fit in pũcto cõcursus lineæ reflexionis cũ katheto incidentiæ, ut patet p 37 huius, ideo patet, quod secundum numerũ istarum linearum, & sui concursus formæ eiusdem puncti imagines numerantur, patet ergo propositum.

XL.

In omnis speculi superficie fit formarum deflexio in longitudine & latitudine secundum modum polituræ.

Quod hic ꝓponitur exemplariter patet in speculis quibuscunq; artificio politis. Si eñ fabricant̃ in longum ut accidit in superficiebus ensium, tunc facies intuentis uidebit̃ oblongata respectu suæ ꝓpriæ dispositionis, & si fabricant̃ aliquæ supficies secundũ ipsarum latitudinẽ, si longitudo fabricata secundũ sui latitudinẽ opponitur uisui, tunc imago faciei illa intuentis uidebitur latior quàm sit eius ꝓprietas uera secundũ illã dispositionem, & quandoq; uidebitur imago transuersalis ꝓpter transuersalitatẽ fabricatiõis, in oĩbus uero his causa est unitio maior superficierũ ipsarũ corporum politorũ, à quibus & quarũ partibus cõfluit reflexio ad unionẽ formarũ reflexarum, & secundũ illud peruenit ad uisum, & eñ ut in principijs huius libri diximus, politio est cõtinuitas partiũ superficiei politi corporis sine sensibilitate pororũ uel diuisionis, unde cũ ad aliquã differentiã positionis illi pori cõplanantur, necesse est secundũ illã differentiã formas pluribus punctis illis incidentes in unitatẽ formæ confluere & uniri, & secundũ illũ modũ formam uisam secundũ reflexionẽ augmẽtari & uideri maiorem, secundũ alias uero positionũ differentias necesse est ipsam uideri suæ dispositionis ꝓpriæ, uel circa illã, & sic accidit quædã menstruositas in imaginibus formarũ taliter uisarũ, quia ipsarum reflexio est æq̃lis hinc inde, & fit irregularis secundũ illud, ut itaq; à corporibus arte politis reflexio fiat regularis & cõueniens dispositioni formarũ reflexarũ, necesse est ipsorũ supficies fabricari secundum modũ circularẽ non in longũ nec in latum uel trãsuersum, ne secũdum illos modos formarum ꝓpria dispositio difformetur, patet ergo propositum.

XLI.

In oĩ speculo accidit eandẽ imaginẽ à duobus uisibus quãq; uideri duas.

Huius rei euentus accidit uisui in unius imaginis uisione à quocunq; speculorum reflexæ, sicut & idem error sibi accidit in simplici rerū uisione, cū eædem causæ concurrunt uel aliarum aliquarū quas declarauimus in 103. & 104. 105. 106. 107. quarti libri huius, utpote cum eiusdem rei forma ab eodē speculo reflexa uni uisuū offertur directe & alteri oblique, uel cū forma reflexa constituta intra axes radiales ambobus uisibus occurrit oblique. Quibuscunq; enim modis accidit formam eiusdem rei uideri duas, eisdem modis possibile est imaginem illius formæ uideri duas, si secūdum modū suæ uisionis ad uisum ab aliquo speculo reflectatur, & quia talibus nō oportet aliter immorari quàm ut in simplici uisione dictū est, nō enī accidit illud ꝓpter diuersitatē punctorū reflexionis formæ eiusdē pūcti ad ambos uisus, quoniā illa diuersitas aut nulla est, aut nō est sensibilis, unde nullū sensibilē inducit uisibus errorē, sed ambo uisus secundū illū unde peruenīūt ad uisionem unitatis eiusdem formæ ut posterius declarabitur, patet ergo propositum.

XLII.

Imago rei uisæ motæ in omni speculo moueri uidetur.

Huius causa non est alia, nisi uniformitas reflexionis à quolibet puncto speculi, super quam fit motus, & quia omnia pūcta rei uisæ à diuersis quàm prius pūctis reflectuntur, efficitur noua imago totius rei uisæ secundū quod per eius motū puncta à quibus facta est reflexio permutantur, uidetur itaq; forma moueri, licet secundū ueritatē nō moueatur, sed potius noua imago mutato situ rei uisæ generetur, hoc aūt accidit propter continuatem punctorū reflexiōis in superficie speculorū, patet ergo ꝓpositū. His itaq; cōmunibus omniū speculorū passionibus præmissis, restat ut ad planorū speculorū passiones ꝓprias calamum conuertamus.

XLIII.

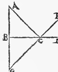
In omni reflexione à speculis planis facta, lineæ incidentiæ & reflexionis proportionales sunt kathetis à punctis suorum terminorū demissis, & ipsis basibus in speculorum superficie interiectis.

Sit speculum planū, in cuius superficie sit linea d c e, & sit linea incidentiæ a c, reflexionis uero c b, & ducant̄ katheti a d incidentiæ & reflexiōis b e, dico quòd quæ est ꝓportio a d ad e b, eadem est a c ad b c & d c ad c e, quoniam enī in trigono a d c, angulus rectus, qui a d c est æqualis angulo b e c recto, & angulus a c d, q est angulus incidentiæ per 20. huius, æqualis angulo b c e, qui est angulus reflexionis, erit necessario angulus d a c, trigoni a d c æqualis angulo c b e trigoni b e c, per 32. primi, ergo per 4. sexti, latera istorum trigonorum æquales angulos respicientia sunt ꝓportionalia, quæ est ergo proportio lineæ a d ad lineam b e, eadem est proportio lineæ a c ad b c, & lineæ d c ad e c, & quoniam semper manet eadem proportio resultans ex æqualitate angulorum, patet ergo propositum.

XLIIII.

Forma puncti rei uisæ superficiei plani speculi incidente, locum in quo uisu constituto ad ipsum fiat reflexio inuenire.

Esto punctus cuius forma speculo plano incidat a, & sit linea b c d communis sectio superficiei reflexionis & speculi ducta in superficie speculi, incidatq; pūctus à speculo secundum punctum c, & ducatur linea incidentiæ quæ a c, & à pūcto a, ducatur linea a b perpendicularis super lineam b c d, per 12. primi, & ꝓducatur usq; ad punctum e, donec per 3. primi, linea b e fiat æqualis ipsi a b, & continuatur linea e c, quæ ꝓducatur ultra c ad punctū f, dico quod uisu existente in quolibet puncto lineæ c f, semper fiet reflexio ad ipsum, et uidebit formā puncti a, copuletur enī linea a c, erit quoq; angulus a b c æqualis angulo c b e, quia ut patet ex præmissis ambo illi anguli sunt recti, quū ergo per 4. primi, cū ex hypothesi linea b e sit æqualis ipsi a b, & latus b c cōmune, trigona a b c & c b e sint æquiangula, erit angulus a c b æqualis angulo b c e, sed per 5. primi, angulus f c d est æqualis angulo b c e, ergo angulus



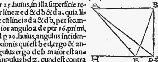
f c d est

f c d est æqualis angulo a c b, ergo per 20. huius, cũ linea a c sit linea incidentiæ, erit c f linea reflexionis, uisu ergo in illa posito fiet reflexio ad uisum, quod est propositum.

XLV.

Forma puncti à speculo plano non reflectitur ad eundẽ uisum nisi ab uno puncto tantum.

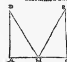
Esto centrum uisus a & punctum uisum b, & sit z h superficies speculi plani, dico quod ab uno tantum puncto superficiei z h, reflectitur forma puncti b ad uisum a, si enim à duobus pũctis sit possibile illã reflecti, sint illa duo pũcta d & e, & ducatur linea à centro uisus in puncto a ad punctum uisum b linea quæ sit a b, linea itaq; a b ꝓtracta ultra alterum punctorum quæ sunt b uel a, aut concurrit cum superficie speculi aut æquedistat. Si cõcurrit siue sit perpẽdicularis sup superficiẽ speculi à quo fit reflexio siue non, semper ipsa erit necessario in una sola superficie reflexionis. Si enim ipsa sit perpendicularis super superficiẽ speculi, tunc patet quod ipsa est in una superficie reflexionis per 27. huius, quoniam ipsa reflectitur in se ipsam per 21. huius. Si uero linea a b super superficiem speculi non sit perpendicularis, cum sit linea recta extensa inter duo puncta extrema, quæ ambo per 25. huius, necessario sunt in una superficie reflexionis erecta super superficiem speculi, erit etiam linea a b in una sola tali superficie, quoniam si in duobus talibus superficiebus fuerit, tunc ipsa erit communis sectio duabus illis superficiebus orthogonalibus super superficiem speculi per 19. primi huius, unde sumpto in ea puncto & ducta ab illo puncto linea in altera superficierum super lineam communem huic superficiei & superficiei speculi, erit hæc linea erecta super superficiem speculi per diffinitionem superficiei super superficiem erectæ: & similiter ab eodẽ puncto ducatur linea in alia superficie super lineam communem ei & superficiei speculi, & erit iterum hæc linea orthogonalis super superficiem speculi, ab eodem ergo puncto contingeret ducere duas perpendiculares super eandem superficiem speculi, quod est impossibile & cõtra 20. primi huius, ergo linea b a in una sola superficie reflexionis erecta super superficiẽ speculi plani, eruntq; tria puncta a c b in eadem superficie reflexionis per primam undecimi, & erunt lineæ a e & e d & e b, per 25. huius, in illa superficie reflexionis in qua est linea a b, & similiter lineæ e d & d b & d a, quia lineæ d a & e b, erunt in eadem superficie cũ lineis d a & d b, per secundam undecimi. Sed angulus e a h est maior angulo a d e per 16. primi, extrinsecus enim est maior intrinseco. Sed p 20. huius, angulus incidentiæ qui est a e h est æqualis angulo reflexionis qui est b e d, ergo & angulus a d e est æqualis angulo b d z, angulus ergo d e b maior est angulo a d e, ergo & ipsius æquali, scilicet angulus b d z, quod est contra 16. primi, extrinsecus enim qui est b a z maior est intrinseco qui est b e d, ergo & angulus a d h maior est angulo b e d, & sic idem angulus eodem angulo erit maior & minor, quod est impossibile, à solo ergo puncto speculi plani fit reflexio formæ puncti b ad uisum a. Si uero linea a b sit perpendicularis super superficiẽ speculi plani, patet per 32. huius, quod unius tantum punctus reflectitur secundũ ipsam ad uisum, & ab uno solo speculi puncto, quod si linea a b non cõcurrat cũ aliqua linearum protractarũ in superficie speculi, sed sint æquedistantes alicui illarum, ergo per 9. undecimi, ipsa erit æquedistans cuilibet æquedistanti illi lineæ in speculis superficie productæ. Sit ergo æquedistans lineæ b z, erunt quoq; per secundam primi huius lineæ a b & h z in eadem superficie, fiat ergo deductio ut prius, quoniã intrinsecus angulus erit maior extrinseco, quod est impossibile, ergo & illud ex quo sequebatur, patet ergo quod proponebatur.



XLVI.

In speculis planis dati puncti uisi ad centrum uisus datum punctum reflexionis inuenire.

Sit speculum planum, in cuius superficie sit linea a g, & sit centrũ uisus b, punctusq; rei uisæ sit d, & ducãtur katheti a d & g b, perpendiculariter super superficiẽ speculi per 11. undecimi, diuidaturq; linea a g in puncto h, ita ut sit ꝓportio lineæ a h ad lineã h g,

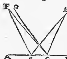


ficut lineæ a d ad lineam g b, per 119. primi huius, dico itaq; quod forma puncti d reflectetur ad uisum b à pũcto speculi h, ducant̃ eñ lineæ d h & bh, palam itaq; p 6. sexti, & ex hypothesi, qm̃ triangul9 d h a est æquiangulus triangulo h g b, angulus eñ h a d est æqualis angulo h g b, quia sunt ambo recti, & est ꝓportio lineæ a d ad lineã g b, sicut lineæ a h ad lineam h g, angulus itaq; a h d est æqualis angulo g h b; à pũcto itaq; speculi quod est h, reflectitur forma puncti d ad uisum b, p 20. huius, angulus eñ incidẽtiæ est æqualis angulo reflexionis. Si aũt pũctus h, obstruat̃ per aliquod superpositũ, utpote p cærã uel p picem aut sibi simile, nulla uidebit imago puncti d, centro ipsius uisus quod est b, disposito secundũ præmissum modũ, qm̃ à pũcto alio ĩpossibile est fieri reflexionẽ p præmissam, accidit eñ à pũcto alio uariari ꝓportionem, & angulos incidentiæ & reflexionis fieri inæquales, patet ergo ꝓpositum.

XLVII.

Lineæ reflexionis formæ eiusdem puncti à diuersis punctis speculi plani non sunt æquedistantes, attamen in centro unius uisus non concurrunt, ex quo patet quòd unus uisus uidere non potest idolum eiusdem formæ à diuersis punctis eiusdem plani speculi reflexum.

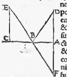
Esto speculũ planum in cuius superficie sit linea a b c d, cuius duobus pũctis c & b, à puncto rei uisæ quod sit e, incidãt lineæ e b & e c, & sit centrũ uisus g, & reflectatur linea e b secundũ lineã b f, & linea e c secundũ lineam c g, dico quod lineæ c g & b f non sunt æquedistantes, nec tñ concurrent in centro unius uisus, quãuis etiã sint in eadẽ superficie, angulus eñ incidentiæ qui est e c d est æqualis angulo reflexionis qui est g c a, & angulus e b d est æqualis angulo f b a, ut patet per 20. huius, quia ergo trigoni e b c latus b c ꝓtrahitur ad punctũ d, erit per 16. primi, angulus e c d, extrinsecus maior angulo intrinseco qui est e b d, palã ergo p 20. huius, quia & angulus g c a maior est angulo f b a, ergo per 16. primi huius, lineæ g c & b f, non sunt æquedistantes, angulus enim extrinsecus maior est intrinseco cadẽte linea a d super ambas lineas g c & b f, sed neq; concurrunt in centro unius uisus: dato enim quod cõcurrant in centro uisus quod sit f, & linea e c reflectatur ad uisum f, secundũ lineam c f, tũc quia per 20. huius, angulus incidentiæ qui est f b a æqualis est angulo reflexionis qui est e b d, & angulus e c d æqualis angulo b c f, sed angulus f b a maior est angulo f c b, per 16. primi, ergo & angulus e b c intrinsecus maior est angulo e c d extrinseco, qđ est cõtra eandem 16. primi, & impossibile, patet ergo propositum, & ex hoc patet planẽ totum correlariũ. Si eñ lineæ reflexionis formæ eiusdem pũcti non possunt in centro unius uisus concurrere, tũc est manifestũ quod unus uisus non potest idolum eiusdem formæ uidere reflexum à diuersis pũctis superficiei eiusdem speculi plani, qđ est totum ꝓpositum.



XLVIII.

In speculis planis forma pũcti ad cẽtrũ uisus reflexa locũ imaginis inuenire.

Esto speculum planum, in cuius superficie sit linea a b c, sit quoq; ut forma pũcti rei uisæ quod sit d, reflectatur ad centrum uisus quod sit e, à puncto speculi b, & ducatur linea incidentiæ quæ sit d b, & linea reflexionis quæ sit b e, dico quod est possibile inueniri locum imaginis in quo uidetur forma puncti d, quoniã enim per 27. huius, pũcta d b e sunt in eadem superficie, patet per primam & secũdã undecimi, quoniam linea a b c est cum lineis d b & b e, in eadem superficie, imaginetur ergo extendi linea a b c in cõtinuum, quousq; à puncto e super ipsum ꝓducatur per 12. primi, linea perpendicularis quæ sit e c, & ei æquedistans à puncto d quæ sit d a, per 31. primi, quia itaq; linea e b concurrit cum linea e c in puncto e, palam per secundã primi huius; quoniam ipsa cõcurret cũ linea d a ꝓducta, sit cõcursus punctus f, dico per 37. huius, qm̃ punctus f, est locus imaginis formæ pũcti d, patet ergo ꝓpositũ.



Eadem

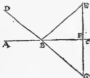
XLIX.

Eadem est distantia loci imaginis à superficie speculi plani sub speculo, quæ est puncti uisi ab eadem superficie super speculum planum existentis.

Sit punctus rei uisæ a, & sit centrum uisus b, & sit c d e linea cōmunis superficiei reflexionis & superficiei speculi plani, sitq; d punctus reflexionis, & à puncto d ducatur linea d f, perpendiculariter super lineam c d e, per 11. primi, uel super totam superficiem speculi plani per 12. undecimi, & à puncto a ducatur perpendicularis super superficiem speculi per 11. undecimi, quæ sit a c, quæ producatur ultra speculū, & ducatur linea incidennæ quæ sit a d, & linea reflexionis quæ sit b d, patet ergo per 27. huius, qm̄ lineæ a d, f d, b d, sunt in superficie reflexionis, & cum linea f d, sit æq̄distans lineæ a c, p 28. uel p 6. undecimi, & linea b d, concurrat cū linea f d, in puncto d, patet per 2. primi huius, quia linea b d, protracta concurret cum linea a c, protracta, concurrat ergo in puncto g, dico quod linea g c, est æqualis lineæ a c, quoniam enim angulus b d c, est æqualis angulo a d c, per 20. huius, sunt enim anguli incidentiæ reflexionis. Sed angulus b d c, est æqualis angulo c d g, per 15. primi, quoniam sunt anguli contra se positi, angulus ergo a d c, est æqualis angulo c d g, angulus uero a c d, est æqualis angulo d c g, quoniam uterq; est rectus, erit ergo per 32. primi, angulus c a d, trigoni c a d, æqualis angulo c g d trigoni c g d, erunt ergo per 4. sexti, latera æquos angulos continentia ꝓportionalia, sed latus c d æquale est sibi ipsi, erunt ergo cætera latera æquos angulos respicientia inter se æqualia, ut a c ipsi c g, & a d ipsi a g, quia ergo in puncto g, est locus imaginis per 37. huius, & linea c g, est æqualis ipsi a c, patet ergo propositum. Si ergo perpendicularis ultra superficiem speculi imaginetur linea c g, æqualis lineæ a c resecari, semper erit in puncto g locus imaginis tm̄ distans à superficie plani sub speculo, quantum punctus rei uisæ, cuius forma uidetur in speculo, distat ab eadem superficie speculi super speculum, patet ergo propositum.

L.

In omni reflexione à speculis planis facta, linea à centro uisus ad locum imaginis producta, æqualis est lineæ incidentiæ reflexionis simul iunctis.



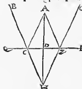
Esto in speculo plano linea a b c, & sit centrum uisus d, & punctus rei uisæ sit e, fiatq; reflexio formæ puncti e, ad uisum d, à puncto speculi plani quod sit b, erit ergo linea incidentiæ quæ c b, & linea reflexionis quæ b d, sitq; locus imaginis punctus g, hoc ergo per 37. huius, erit in concursu lineæ reflexionis d b, cum katheto incidentiæ. Sit ergo ut kathetus e g productus secet lineam a c in puncto f, quia itaq; angulus incidentiæ qui est e b f, est æqualis angulo reflexionis qui est a b d, per 20. huius, & angulus g b f æqualis a b d, per 15. primi, est ergo angulus g b f, æqualis angulo c b f. Sed & angulus e f b, æqualis est angulo g f b, quia ambo recti, ergo per 32. primi, trigoni b g f, & b e f, sunt æquianguli, ergo per 4. sexti, latera illorum æquos angulos continentia sunt proportianalia. Sed latus b f, est æquale sibi ipsi, ergo g b est æquale ipsi b e, ergo linea d g, à centro uisus ad locum imaginis g producta, est æqualis ambabus lineis d b, & b e, simul acceptis, quod est propositum.

L I.

In speculo plano ab utroq; uisu uno puncto cōprehenso, idem erit imaginis locus uisibus ambobus: ex quo patet quòd una sola imago utriq; uisui occurrit.

Sint duo uisus b & g, & sit a punctus rei uisæ, & sit q d z e, linea in superficie speculi plani ducta, sitq; linea a d perpendicularis ducta à puncto a, super superficiem speculi,

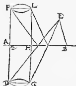
& quia per 30. huius, ab uno puncto speculi ꝓpositi ad ambos uisus non potest fieri reflexio, sed ad minus à duobus. Sint itaq; illa duo puncta c & z & ducantur lineæ b c, a c, a z, z g, palam ergo per 25. huius, quia linea b c & a c, & a d, sunt in eadem superficie reflexionis erecta super superficiem speculi, & similiter lineæ a d, a z, z g, sunt in eadem superficie, & linea d c, est communis sectio superficiei reflexionis, quæ est a d, c b, & superficiei ipsius speculi, & linea d z est communis sectio superficiei reflexionis, quæ est a d & z g, & superficiei speculi per 19 primi huius. Si ergo ambæ lineæ reflexionis quæ sunt b c & g z, fuerint in eadem superficie erecta super superficiem speculi, palam quia linea c d z, erit linea una erecta, ideo quia communis sectio superficiei speculi, & superficiei cuiuscunq; super ipsam erectæ est linea una recta p 3. undecimi, tunc ergo & perpendicularis a d, quæ est inter duas lineas illas reflexionis, quæ c b & g z, aut erit in eadem superficie cum illis, aut extra illas in alia superficie, quodcunq; istorum fuerit super linea reflexionis, quæ b c ꝓtracta secabit ex perpendiculari, quæ est a d, ultra speculum ꝓtracta partem æqualem ipsi a d, per 49. huius, quæ sit d b, quoniam semper lineæ b c & a d, sunt in aliqua eadem superficie per 27. huius, ut præmissum est, & similiter p 49. huius, linea g z, ꝓtracta ultra speculum secabit ex ꝓtracto katheto ad lineam æqualem ipsi lineæ a d, secabit ergo ipsam in puncto h, imago ergo puncti a, in eodem puncto perpendiculari, qđ est h, ꝑcipietur ab utroq; uisu, & idem erit imaginis locus, una ergo tantum erit imago, & in uno eodemq; loco uidebitur ab ambobus uisibus, in quo puncto uno tantum uisu ꝑcipietur. Si uero puncta c & z, non fuerint in eadem superperficie reflexionis, adhuc eadem facta deductione una tantum imago uidebitur, & unus tantum erit imaginis locus, ut prius. Semper enim utraq; linea reflexionis secabit ex perpendiculari ꝓtracta partem æqualem ipsi a d, eritq; sectio ambarum linearum reflexionis cum illa perpendiculari in eodem puncto h, qui per 37. huius, erit semper imaginis locus, & hoc est ꝓpositum. Quoniam si centra ambarum uisuum quæ sunt b & g, fuerint ex eadem parte rei uisæ, quæ est a, semper eodē modo est demonstrandum, concurrent enim lineæ reflexionum cum katheto in eodem puncto, & erit idem imaginis locus, & eadem imago uisibus occurret.



LII.

In speculis planis figura rei uisæ & situs partium secundum quãtitatem longitudinis & latitudinis non mutatur, ex quo patet quòd imago cuiuslibet rei uisæ in speculo plano æqualis est formæ rei extra.

Sit speculum planum, in quo sectio communis sᵘpficiei illius speculi, & sᵘpficiei reflexionis sit linea a b, & duo puncta extrema alicuius rei uisæ sint f & l, erigaturq; kathetus ꝑpendiculariter sup̄ sᵘpficiem speculi à puncto l, qui sit l h, & à puncto f, kathetus qui sit f z, & erunt z & h, duo puncta in sᵘpficie reflexionis per 27. huius, ꝓducanturq; taliter sup̄ speculum, ut linea h g, sit æqualis ipsi l h, & linea z d, æqualis ipsi f z, sit quoq; centrum uisus e, ducaturq; per 11. undecimi à puncto e, kathetus sup̄ speculum qui sit e b, palam itaq; ex 28. huius, quoniam forma puncti l reflectitur ad uisum e, ab aliquo puncto speculi lineæ h b, & locus imaginis suæ p 44. huius, est punctum g, tantū distans à sᵘpficie speculi ultra speculum, quantum punctus l, super speculum. Similiter forma puncti f, reflectiť ad uisum e, ab aliq̃ pūcto lineæ z b, & locus imaginis est punctum d, ducta quoq; linea f l, & linea d g, palam, quia quodcunq; punctum lineæ f l, reflectitur ad uisum e. Similiter locus imaginis suæ est tantum distans à sᵘpficie speculi ultra speculum, quantum ille punctus est sup̄ speculum, quilibet ergo punctus lineæ f l, tantum uidetur dista



resub

re sub speculo, quantum ipse punctus in superficie speculi super speculum. Si ergo linea f l fuerit recta erit linea d g recta, si linea f l fuerit arcus circuli, erit quoq; linea d g, arcus circuli, & semꝑ eiusdem curuitatis & dispositionis, linea ergo f l, semꝑ apparebit eiusdem quantitatis & figuræ, cuius est extra speculum, & hoc est ꝓpositum. Supponendum tamen est, ut tale speculum planum sitq; æqualiter politum, quoniam si ad longitudinem & latitudinem nimis declinet politio, declinabit & forma secundum idem per 40. huius, nec erit in longitudine & latitudine debitus ordo formæ.

LIII.

Altitudines & profunditates à planis speculis reuersæ uidentur cum speculorum superficiebus perpendiculariter insistunt.

Esto altitudo uisa quæ a b c e, sitq; centrum uisus d, linea uero communis superficiei reflexionis & superficiei speculi plani sit e f g h i, incidatq; forma puncti a, secundum lineam a h, & reflectatur secundum lineam h d, & forma puncti b, incidat secundum lineam b g, & reflectatur secundum lineam g d, & forma puncti c, incidat secundum lineam c f, et reflectatur secundum lineam f d, dico qđ altitudo e a uidebitur reuersa, ꝓtracta eñ linea e a, quæ perpẽdicularis est super lineam e i, suꝑ speculum, & ꝓtractis omibus lineis reflexionis ad concursum, cũ ꝓtracta linea a e, ultra punctum e incidat linea d k in punctum m, & linea d g, in punctũ l, & linea d f, in punctum l z, palam per ꝓmissam, quoniam linea l z e, æqualis est ipsi lineæ e c, & l e ipsi e b, & m e æqualis ipsi e a, puncta ergo altitudinis e a, ꝓpinquiora suꝑficiei speculi superius existentia ꝓpinquiora uidebuntur eodem sub speculo inferius, & puncta remotiora superficiei speculi superius remotiora uidebuntur sub speculo inferius, uidebitur ergo altitudo reuersa sub speculo, quoniam enim quod est superius in altitudine uidebitur inferius, quoniam sub maiori distantia à uisu uidetur, & quod est inferius in altitudine uidebitur superius, quoniam ꝓpinquius uisu uidetur, & eodem modo demonstrandum, si linea a b c sit linea profunditatis alicuius rei, patet ergo propositum.

LIIII.

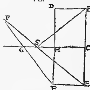
Obliquæ longitudines à planis speculis uidentur, quemadmodum se habent.

Sit d e longitudo oblique distans à superficie plani speculi, ita ut punctum eius qđ est e, sit remorius ab ipsa superficie speculi, communis quoq; sectio superficiei reflexionis, & superficiei speculi sit linea l z a q g, centrũq; uisus sit punctus b, & incidat forma puncti d, ipsi speculo secundũ lineã d a, & reflectatur secundũ lineam a b, ad centrũ uisus, & incidat forma puncti e, secundũ lineam e g, & reflectatur ad uisum secundũ lineam g b, protrahaturq; kathetus c l z, ꝑpendiculariter, & linea reflexiõis quæ est b a, donec concurrant in puncto m, & ꝓtrahetur kathetus e q, perpendiculariter donec concurrat cũ linea b g, in puncto l, eritq; per 49. huius, linea d l z, æqualis lineæ l z m, & linea e q, æqualis lineæ q l, & quoniam longitudo d e, oblique se habet ad superficiem speculi, & enim pũctũ e remotius est à speculo ꝙ punctũ d, erit linea e q, longior ꝙ linea d l z, ergo & linea q l, longior ꝙ linea l z m, pũctũ ergo illius obliquæ magnitudinis qđ est remotius super superficiẽ speculi, hoc similiter sub superficie speculi à remotiori uidetur, & qđ superius propinquius est speculo, hoc qđ sub speculo etiam uidetur esse in loco propinquiori, uidentur ergo tales magnitudines quẽadmodũ se habent, & hoc est quod proponebat.

LV.

In ſpeculis planis dextra apparent ſiniſtra, & ſiniſtra dextra.

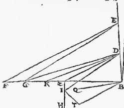
Eſto ſpeculum planum g s t, & uiſa res ſit d b, ſint quoq; lineæ incidentiæ d g & b s, & ſit centrum uiſus p, lineæ quoq; reflexiõis ſint p g & p s, & ſit ut linea reflexionis quæ eſt p g, concurrat cũ katheto incidentiæ quæ d b in pũcto f, & linea reflexionis quæ eſt p s, concurrat cũ katheto b t, in puncto e, producaturq; linea f e, quæ eſt per 52. huius imago rei uiſæ, quæ d b, apparebunt ergo dextra ſiniſtra, & ſiniſtra dextra. quĩ enĩ p 33. huius, ſemp ad angulum minorem angulo incidentiæ ſit reflexio, & ita ad partem oppoſitam parti incidentiæ: patet quòd dextra rei uiſæ ſemper uidebit̃ ſub linea reflexionis magis ſiniſtra, & ſiniſtra ſub linea reflexionis magis dextra, illa linea reflexionis quæ plus eſt dextra cadit ſuper dextram partẽ imaginis, & ſiniſtra cadit ſup ſiniſtram. Sic ergo dextra rei apparet ſub ſiniſtra imaginis, & econuerſo, quĩ imago rei uidet̃ ſe habere ad rem, ſicut homo ſtans erecta facie contra aliquẽ alium: tunc enĩ pars ſiniſtra opponitur dextræ, & dextra ſiniſtræ, & ſemp cum aliqs homo alij opponitur, contrarius eſt eis oppoſitis adinuicem ſitus; ad eandem enim poſitionis differentiam eſt dextrum unius ſiniſtrum alterius, & econuerſo, & ſic qđ eſt rei uiſæ dextrum, ſit ſuæ imaginis ſiniſtrum, & qđ eſt rei uiſæ ſiniſtrum, in imagine dextrum erit ſecundum uiſum, patet ergo propoſitum.



LVI.

Poſſibile eſt ſpeculum planum taliter ſiſti, ut intuens propria imagine non uiſa, uideat imaginem rei alterius non uiſæ.

Sit a b, lignum horizonti perpendiculariter infixum, uel ſuperficiei ſibi æquediſtanti, uel aliter quõcunq; diſpoſitæ, quæ ſit b g, ſitq; ſpeculum planum in quo ſit linea d b, & ſit quadratum, & quia lignum a b, eſt perpendiculariter erectum ſuper g b ſuperficiem, ducatur linea g b, ut contingit, palam ergo quod angulus a b g, eſt rectus, diuidatur ergo ille angulus rectus in tres partes æquales p 28. primi huius, inclineturq; ſpeculum a b, taliter à ligno a b, ut angulus d b a, ſit tertia pars unius recti, qui eſt a b g, erit ergo angulus d b g, duæ tertiæ partes unius recti. In hoc autẽ conſiſtit bonitas operationis mœchanicæ & utilior effectus, quæcunq; alia pars recti anguli abſcindatur, ad idem peruenit demonſtratio, ut patet. Sit itaq; angul9 a d b, tertia pars unius recti, & producatur linea ſpeculi quæ eſt b d, ultra punctum d, in continuũ & directum uſq; ad punctũ quod ſit e, & quĩ linea g b, eſt perpendicularis ſuper lineam a b, cũ linea quoq; ſpeculi quæ eſt d b, continget angulum acutum, tunc à puncto g, q ſit in ſuperficie orthogonaliter erecta ſuper ſpeculi ſupficiem, ducatur linea ppendicularis ſuper lineam b e, per 12. primi, quæ ſit g e, angulus igitur b e g, erit rectus. Sit itaq; locus ipſius uiſus punctum g, à quo ad punctum d, protrahatur linea g d, à pũcto quoq; d, producat̃ linea cadens ſuper lineam b g, quæ incidat in punctum z, ita ut angulus z d g ſit æqualis angulo e d g, conſtituto ſuper terminũ lineæ g d, per 23. primi, erit ergo linea z d, æquediſtans lineæ g e, per 27. primi, ergo per 8. undecimi, erit linea z d, erecta perpendiculariter ſuper ſupficiem ſpeculi, & perpendicularis ſup communem ſectionẽ ſuperficiei reflexionis & ſpeculi quæ eſt b d, angulus ergo z d b, eſt rectus æqualis angulo g e d ex præmiſſis, & etiam per 29. primi, à puncto quoq; z, ducat̃ linea z h, perpendicularis



dicularis super ſupficiem g b, per 11. undecimi, & ſuper punctū d, terminum lineæ z d, conſtituat̃ angulus æqualis angulo g d z, qui ſit angulus z d i, & qm̃ per 2. primi huius concurret linea d i, cū linea z h, ideo quia linea d l, producta ultra punctū d, concurret cū linea a b, ut patet ex præmiſſis, & per 14. primi huius, ſit ergo linearum d i, & z b, cōcurſus in puncto i, & à puncto i ducatur linea æquediſtans lineæ b d, per 31. primi, quæ ſit linea i t, & à puncto b, extrahat̃ perpendicularis ſuper ſupficiem ſpeculi per 22. undecimi, quæ ſit b q, eritq́ʒ linea b q, æquediſtans lineæ g e, ergo per 8. undecimi, quia linea b q, ſicut & linea g e, erecta eſt perpendiculariter ſup ſuperficiem ſpeculi, quod eſt d b, ſuper punctū ergo b, terminum lineæ q b, conſtituat̃ angulus æqualis angulo g b q, qui ſit q b t; concurret ergo linea b t, cū linea æquediſtanter ducta lineæ a b, à puncto i, quæ eſt linea i t, per 2. primi huius, ſit concurſus punctus t, & compleatur tabula i t, depingatur itaqʒ in tabula in qua eſt linea i t, imago quæcunqʒ placuerit, & ponatur tabula depictæ imaginis in loco lineæ i t, ſecundū medium lineæ tabulæ correſpondens lineæ z i, & ꝓforetur ſuperficies g b, ſecundum lineam z b, ita ut forma picturæ poſſit uenire ad ſpeculum d b, cū itaqʒ centrum uiſus fuerit in puncto g, uidebit intuens formam imaginis depictæ in tabula i t, ꝓpriam uero non uidebit imaginem, cuius hæc eſt demonſtratio, quia enim angulus g e b eſt rectus, patet per 16. primi, qm̃ angulus g d b, eſt obtuſus, & ſimiliter omnium punctorum formæ uel faciei ipſius uidentis incidentium ſpeculo d b, anguli ſunt obtuſi per eandem 16. quia uero anguli incidentiæ ſemper ſunt æquales angulis reflexionis per 20. huius, palam per 13. primi, qm̃ nunqʒ erit reflexio formæ ipſius uidentis ad centrū uiſus, ſed ſemper ad puncta quæ ſunt ſub uiſu, quod patet per 33. huius, nunqʒ ergo uidebit quis exiſtens ſecundū centrū uiſus in puncto g, propriam imaginem in ſpeculo plano taliter ordinato ſecundū ſitum, & ſi uiſus elongetur à ſpeculo ſecundū quodcūqʒ punctū ultra punctum g, utpote ad punctum f, palam qm̃ angulus b e f, eſt maior recto, ſed & angulus f d b, eſt maior angulo f e b, per 16. primi, nunqʒ ergo fiet reflexio ad punctū f, ſed ſemper ad aliū punctū ſub linea. Similiter quoqʒ accedente uiſu ad ſpeculū ſecundū quodcūqʒ punctum lineæ g z, præter ꝗ ſecundum ipſum punctum z, nunqʒ uidebit uidens ſui ipſius imaginem, ſola enim perpendicularis, quæ eſt linea z d, ut patet ex p̃miſſis per 21. huius, reflectit̃ in ſe ipſam, & ita in pūcto z conſtituto centro uiſus uidebit intuẽs formã ſui ipſius oculi à ſpeculo plano taliter diſpoſito reflexã, nō aūt aliã partẽ faciei, qm̃ ſola ꝑpendicularis ꝗ eſt linea unica reflectit̃ in ſe ipſam, & ita ſolius illius puncti fit reflexio, nō aūt punctoꝝ alioꝝ. Si ergo uiſus à pūcto g appropinquet ſpeculo ſecundū punctū k, cadentẽ inter puncta g & z, ſi à puncto k, ducat̃ linea ad punctū d, ꝗ ſit k d, palã ꝑ 14. primi huius, & ex p̃miſſis qđ lineæ d k & e g, cōcurrant ultra lineã g k, ſola. n. linea d z, æquediſtat lineæ e g, angulꝰ uero g e d, eſt rectus, & angulus z d b, rectus: ergo angulus k d b, eſt obtuſus, fiet ergo reflexio ad aliud punctū ſub puncto k, à puncto uero z, ut p̃dictū eſt, fiet reflexio in ipſum punctū z, ideo qa linea z d, æquediſtans lineæ g e, eſt ꝑpendicularis ſup lineã d b, per 29. primi, et ex hypotheſi. Similiter ꝗqʒ poſito uiſu in quocūqʒ puncto lineæ z b, qm̃ à ꝗlibet pūctoꝝ illoꝝ eſt ducere ꝑpendicularẽ ſup ſupficiẽ ſpeculi, uel ſup lineã k q, reflectit̃ illarum ꝗlibet in ſe ipſam ꝑ 21. huius, palã itaqʒ qm̃ cōſtituto uiſu in linea g z, nō uidebit intuens imaginẽ ſui ipſius, & qa ut dictū eſt ſola ꝑpendicularis ſecundū unicū punctū reflectit̃ ad uiſum, nō aūt alia puncta formæ, qa uero angulus i d x, eſt æqualis angulo z d g, & linea z d, eſt ꝑpendicularis ſup ſuperficiẽ ſpeculi d b, ergo per 20. huius forma puncti i, à puncto ſpeculi d, reflectit̃ ad uiſum in puncto g exiſtentẽ, & qa angulus t b q, eſt æqualis angulo g b q, ut patet ex p̃miſſis, & linea b q, perpendicularis eſt ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, palã per 20. huius. qm̃ forma puncti t, à puncto ſpeculi b, reflectit̃ ad uiſum in puncto g, ergo per 24. huius, forma totius lineæ i t, reflectit̃ à ſpeculo d b, ad uiſum in pūcto g, nō uidebit̃ aūt ipſa tabula depicta i t, qm̃ eſt ſub ſupficie cui ſuperſtat ſpeculū & uiſus. Poteſt aūt ſic fieri ut ſecundū longitudinẽ lineæ z b, ſit factus murus ſuper terrã ad altitudinẽ uidentiū, ꝗ interius ſit cōcauus, ſuperius uerſus ſpeculū apertus, & in illo muro deponatur tabula picta, quæ eſt i t, æquediſtanter ſpeculo b d, & ſit uiſus in diſtantia à ſpeculo

ſecundum ſitum puncti g,& ſit ꝓhibitus ſecundū aliquod mediū,ne poſſit propius accedere,tuncē omnes formæ punctoꝝ depictæ imaginis incident uiſui,diſponatur ergo taliter per ingeniū, ut tabula depicta nullo modo uideatur,& ſit ſpeculū ſitum uerſus lumen,ita ut aer circa ipſum ſit luminoſus,ſitq́ꝫ tabula depicta ſimiliter lumen habens,quia aliter in tenebris latens non poſſet uideri,mediante ēm lumine formā ſuam multiplicat per medium,& peruenit ad ſpeculum,& reflectitur ad uiſum, palam ergo propoſitum.

LVII.

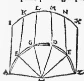
Poſſibile eſt ſpeculum unum planum in camera propria taliter ſiſti,ut in ipſo uideantur ea quæ geruntur in domo alia uel in uicis & plateis.

Sit in camera uidentis locus alius,in quo exiſtente uiſu placet uidere per ſpeculum planum omne illud quod alibi agitur,qui locus cameræ in quo ſiſtitur cētrum uiſus ſit ſignatus puncto a,& ſit locus in quo eſt uoluntas aliud uidendi qđ in illo loco agitur,ſignatus puncto b,ſitq́ꝫ rima ſiue feneſtra in camera uidentis oppoſito loco b, quæ ſit g, & ducatur linea b g,& ꝓducatur in continuum& directum intra cameram ad aliquod punctum qui ſit d,qđ totum poteſt fieri per aſtrolabium ſiue quadrantem uel aliud inſtrumentum certificationis uiſum,u iſto enim puncto b,reuoluatur uiſus fixo inſtrumento,& cadat uiſus per eaſdem pinulas immotas in punctum cameræ d,ducantur ergo lineæ d a & g a,& diuidatur linea g a,per 119.primi huius,in puncto e, ita ut ſit proportio lineæ a e,ad lineam e g,ſicut lineæ a d,ad lineam d g, quæ ambæ per inſtrumenti acceptionē ſunt notæ,ducaturq́ꝫ linea e d,diuidet ergo per 3.ſexti,linea d e,angulū a d g, per æqualia,ponatur itaq́ꝫ ſpeculum perpendiculariter erectum ſuper lineā d e, in puncto d,per conuerſam undecimæ undecimi,in quo ſpeculo ſit linea f h,à pūcto itaq́ꝫ ſpeculi d,reflectetur forma puncti g ad uiſum a,per 20.huius,ergo & forma puncti b,per eandem 20.huius, diſtantia enim ſecundum eandem lineam naturam reflexionis non immutat,uidebit itaq́ꝫ uiſus ſecundum eius centrum in puncto cameræ, quod eſt a,exiſtens omne quod erit & quod agetur in loco b,ſiue ſit domus alia ſiue uicus ſiue platea,& hoc eſt quod proponebatur.

LVIII.

Poſſibile eſt ſpeculum ex ſpeculis planis compoſitum conſtrui, in quo uideantur ſolius aſpicientis plures imagines ad modum chorearum.

Aſſumatur arcus circuli a 3,cuius centrum ſit h,& quoniam arcus a 3, indefinite aſſumatur,eſto ut ipſe exempli cauſa diuiſus ſit in quinq́ꝫ partes æquales, uel quotcunq́ꝫ quis uoluerit partes,ita ut arcui a b,ſint æquales arcus b g, g d,d e,e 3,& ducantur cordæ a b,b g,g a,d e,e 3, quæ om̄es erunt æquales per 23.tertij,& à centro h ducātur lineæ h a,h b,h d,h e,h 3,& ablatis arcubus ſuper cordas a b & b g, & alia erigantur ſpecula plana quadrangula per paralellogramma, ita ut eorum latera a i, b k, g l,d m,e n, 3 x, ſint æquediſtantia, & ſint ſpecula continua ad inuicem taliter, ut latera eoꝝ quæ ſunt b k,g h,d m,e n,ſint cōmunia,ſint autem ſpecula ad inuicem taliter compoſita,ut anguli contenti à lineis a i & i k,b k,& k l,g l,& l m,d m & m n,e n,& n y,ſint æquales angulis contentis à lineis h a & a h,h b & b g, h g & g d,h e & e 3, ſintq́ꝫ ſuperficies inſiſtentes lineis a b, b g, g d, d e,e 3, uerſæ inferius, & ſuppoſitæ ſupficiebus alijs ſuperius eleuatis,in quibus ſunt lineæ i k,k l,l m,m n,n x,& ſint ſuperficies ſuperiores inferioribus æquediſtantes, hæc enim omnia ſpecula taliter diſpoſita aſpectum uniformem habebunt ad uiſum exiſtentem in centro h,quoniam enim lineæ h a,h b,h g,h d,h e,h 3, ducantur à centro h,ad puncta communia cordis & arcubus,patet per 17.tertij, quoniam omnes ſunt perpendiculares ſuper lineas circulum a 3,in illis punctis contingentes, er-



go

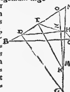
go per 21. huius, omnes illæ lineæ reflectuntur in se ipsas, erit ergo distinctio imaginũ secundum illas, sed & perpendiculares quæ à puncto h, ducantur super superficiem speculorum planorum, quæ per 20. primi huius, solum numerantur numero superficierum speculorum, & circa omnes illas fit uniformis reflexio ad uisum, numerabunt ergo imagines numero speculorum, quorum numero & loca imaginum numerantur, ideo quia à puncto h productæ perpendiculares nõ concurrunt ultra specula, cum omnes in puncto h concurrant, est autem locus cuiusq; imaginis in concursu katheti cum linea reflexionis per 37. huius, & cum hæc specula uniformiter respiciant uisum in puncto h, patet qđ qua ratione reflexio fit ab uno ipsorum ad uisum, eadẽ ratione fit reflexio à quolibet aliorum, & sic reflexionum lineæ numerantur numero kathetorum, plures ergo uidebuntur imagines dispositæ adinuicem numero & ordine speculorum, quæ uero specula respiciunt uisum ut sui centrum ad modum arcus circuli, & imagines ipsius incidentis respicient uidentem ad modum chorearum, quod est propositum. Possunt & per hoc speculum uariato situ plures elici imaginum situationes, quod experimentantis industriæ censuimus relinquendum, ut si speculum a b, secundum basem a i, situetur æquedistans superficiei horizontis, uel secundum alios modos ut libuerit, diuersetur.

LIX.

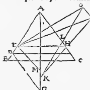
Possibile est speculum ex speculis planis compositum construi, in quo aspiciens suam uideat imaginem uolantem.

Assumatur trigonum hysocheles rectangulum, quod sit b a g, & sit angulus eius qui b a g, rectus, & linea b g, secetur in duo æqualia in puncto c, & ducatur linea a c, & super lineam a g, ponatur speculũ planum, quod sit z h, & super lineam b a, ponatur aliud speculum planum, quod sit d e, & sit uisus intuentis in linea a c, respiciens in quocunq; illorum speculorum uoluerit, ut in z h, & alterum speculum quod sit e d, iaceat in plana superficie super quod stat intuens, & accedat & recedat intuens, donec calcanei sui forma perueniat ad speculum e d, dico qđ reuerberabitur in aliud speculũ quod est z h, in quo aspiciens putabit propriam imaginem uolare, quoniam uidebit ipsam eleuatam secundũ se totam in aere, cum tamen ipse aspiciens stet super superficiem terræ uel alterius rei, in qua est speculum e d, quoniam forma calcanei incidens inferiori speculo quod est e d, reflectetur ad superius speculum, & in illo figurabitur tota forma intuentis, & si intuens mouerit se aliqualiter, ita tamen ut non mutetur situs respectu reflexionum quæ fiunt in speculo, moueri uidebitur imago in aere per 42. huius, & sic uidebitur aspiciens suam imaginem uolantem quod proponitũ, & circa hoc plura alia diligentia artificis perquiret. Vt aũt idem propositum & aliter melius pateat figuraliter demonstratum, sit orthogonium trigonum a b c, cuius angulus b a c, sit rectus, & in cuius latere a b, situetur speculum planum, cuius media linea sit d e, cuius punctus d, sit propinquior puncto b, quàm punctus e, & sit trigonum a b c, secundum eius latus a b, positum in superficie horizontis uel alia quæcunq; superficie, super quam eleuata sit statura intuentis, cuius plantæ pedis stent in puncto g, aliqualiter eleuato super lineam a b, & ducatur linea g d, & super punctum d, terminum lineæ b d, fiat per 23. primi angulus æqualis angulo g d b, qui sit h d a, producta linea d z, ad lineam a c, & super punctum h, terminum lineæ c h, fiat angulus d h k, æqualis angulo d h a, producta linea h k, ad lineam b c, positoq; centro uisus in puncto k, patet ex præmissis & per 20. huius, quoniam forma puncti g, à puncto h, reflectitur ad uisum, si punctum h, fuerit punctum speculi alicuius, inuentoq; per 46. huius, in speculo d e, puncto reflexionis formæ puncti m, quod sit in uertice uidentis, sit formæ puncti illius punctus reflexionis e, & ducatur linea m e, & angu-





lus m e d, super punctum e, terminum lineæ m e, per 23. primi, fiat æqualis angulo qui sit a e l, producta linea e l, ad lineam a c, & inter puncta a & h, situetur speculum quod sit l h, ita quod puncta l h, sint in superficie illius speculi, & similiter punctum a, & quoniam forma puncti m, à puncto speculi d e, quod est e, reflectitur ad totam superficiem speculi l h, per 22. huius, & ab illo puncto speculi l h, in quo anguli e l a, & h l k, sunt æquales, quodcunque enim fuerit illud punctum, semper ipsum dicatur punctum l, & fiat reflexio ad uisum k, quoniam enim ut patet per 26. huius anguli k l e, & k h c sunt acuti, patet per 14. primi, quoniam illæ lineæ concurrent, sitque punctus concursus l z, palam ergo per 34. huius, quod tota imago aspicientis quæ est linea g m, à superficie speculi e d, reflectitur ad speculum l h, & à superficie speculi l h, reflectitur ad uisum existentem in pũcto k, & quoniam ut patet per 37. huius, locus imaginis formæ uniuscuiusque pũcti est in concursu katheti suæ incidentiæ, cum linea suæ reflexionis: producatur itaque à puncto speculi d e, à quo fit reflexio formæ pũcti g, quod est d, per 11. undecimi, linea perpendicularis super speculi a h, superficiem, & patet cum ex hypothesi angulus d a h, sit rectus, quod illa perpendicularis est linea d a. Similiter quoque perpendicularis à puncto reflexionis formæ punctum, quod est speculi d e, punctum e, ducta super superficiem speculi a h, est eadem linea quæ e a, hæc itaque linea est kathetus incidentiæ formarum punctorum g & m, reflexorum à punctis d & e, ad speculum l h, & quoniam ut præmissum est per 26, huius, quod anguli k h c, & k l c sunt acuti, quoniam linea angulum d h k, uel e l k, per æqualia diuidens, est perpendicularis super lineam l h, angulus uero d a h est rectus, ergo per 4. primi huius, linea d e a concurret cum ambabus lineis k l & k h, sit ergo ut punctus concursus linearum d a & k h sit n, & punctus concursus linearum e a & k l sit o, erit ergo linea o n, imago formæ totius lineæ m g, eritque punctum quod est imago formæ puncti g, plantarum scilicet ipsius intuentis alterius in aere quàm punctum o, quod est imago formæ puncti m, uirtutis ipsius uidentis, uidebit ergo ex puncto k, intuens speculum l h, suam imaginem in aere uolantem, quoniam uidebit pedes altius in aere quàm ipsum caput collatos ad uisum. Per eandem quoque demonstrandum si trigonum a b c, fuerit oxigonium, nisi quod imago intuentis aliam recipiet situs dispositionem, katheti enim incidentiæ aliter superficiei speculi incidunt quàm prius, semper tamen trigono a b c, existente orthogonio uel oxigonio uidebitur imago intuentis uolans sub speculo, quod si trigonum a b c, fuerit ampligonium, possibile est fieri ut imago sit uolans in aere retro uisum, quoniam ut patet per 14. primi huius, katheti incidentiæ & lineæ reflexionum concurrent retro centrum uisus, non uidebitur autem talis imago, quoniam semper fugiet absconsa ab ipso uisu, nisi forte ab alio speculo tertio ad uisum posset fieri reflexio, patet ergo illud quod proponebatur, & hoc uisu solum respiciente in speculũ a h, non in speculum d e, & hæc quidem demonstrata sunt, ac si à punctis primarum reflexionum, quæ sunt d & e, ducantur katheti incidentiæ, quæ si imaginentur à locis primarum imaginum duci, multo fortius secundæ imagines, quæ uidentur in speculo a h, uidebuntur esse dispositæ ut uolantes.

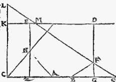


LX.

Per duo uel tria specula plana orthogonaliter ad inuicem disposita, possibile est eiusdem puncti imaginem uideri.

Sit

Sit uisibile aliquod, in quo sit pũctum a, & sit centrum uisus b, & sint tria specula plana g d, d e & e z, orthogonaliter ad inuicem disposita, ducatur quoq; à pũcto a, linea a z perpendiculariter super superficiem speculi e z, p 11. undecimi, et producatur linea a z in continuũ, abscindatur'q; in pũcto c, taliter p 3. primi, ut linea z c sit æqualis lineæ a z, & à puncto b, quod est centrum uisus, ducatur linea b g perpendicularis super speculũ d g, et producatur taliter ut linea g s sit æqualis lineæ b g, à puncto quoq; c ducatur perpendicularis super superficiem speculi d e, quæ sit c k, & producatur ultra punctũ k ad punctum l, quousq; linea c k sit æqualis lineæ k l, & à puncto l ducatur linea ad punctũ s, secans speculum d e in pũcto m, & speculum d g in puncto f, & à puncto m ducatur ad punctum c, linea m t secans speculum e z in puncto r, & ducantur lineæ a r & b f, quia ergo linea b g est æqualis lineæ g s, & linea g f, cõmunis ambobus trigonis s g f & g f b, & angulus b g f æqualis est angulo s g f, quia ambo illi anguli sunt recti, erit per 4. primi, linea b f æqualis lineæ s f, & angulus g f b æqualis angulo g f s, & angulus f b g æqualis angulo f s g, sed angulus s f g est æqualis angulo d f m per 15. primi, ergo angulus d f m æqualis est angulo g f b, potest ergo per 20. huius, forma puncti m, reflecti ad uisum b, quia uero linea c k est æqualis lineæ k l, & linea k m cõmunis est æqualis ambobus trigonis c k m & l m k, angulus quoq; l k m æqualis est angulo m k c, quia ambo recti, erit p 4. primi, linea l m æqualis lineæ m c, & angulus l m k æqualis angulo k m c, ergo angulus d m f est æqualis angulo k m c, quoniam per 15. primi, ipse est æqualis angulo l m k, ergo per 20. huius, forma puncti b, potest reflecti à pũcto m ad punctũ f, & à pũcto f ad punctum b, centrum uisus per 2. ergo specula quæ sunt d e & d g, uidetur forma puncti n, reflexa ad idem centrum uisus quod est b, & quia linea a z est æqualis lineæ z c, & linea z b communis est ambobus trigonis a n z & z i c, angulus quoq; a z n est æqualis angulo n z c, quia ambo recti sunt, erit angulus a n z per 4. primi, æqualis angulo z n c, ergo per 15. primi, angulus m n e est æqualis angulo a n z, forma ergo puncti a reflectitur à puncto n, speculi z e, ad punctum m, speculi d e, & à puncto m ad punctũ f, speculi d g, & à puncto f, ad centrum uisus b, à tribus ergo speculis uidetur forma & imago eiusdem puncti a, quod est propositum, & hoc accidit uisui solum respiciente in speculum d g.



LXI.

Possibile est per quodcunq; quis uoluerit plana specula secundum dispositionem poligonij æquilateri & æquianguli ad inuicem disposita eiusdem puncti imaginem uideri.

Sit centrum uisus punctum a, & punctum rei uisæ sit b, & ducatur linea a b, & secundum quantitatem lineæ a b describatur poligonium æquilaterum & æquiangulũ, quorumcunq; laterum uisum fuerit ordinari. Sit autem nunc exempli causa poligoniũ a c d g b, pentagonum, cui circunscribatur circulus per 14. quarti, & ducantur lineæ ad centrũ circuli quod sit c, ab angulis poligonij quæ sint a c, e c, d c, g c, b c, palam itaq;, quoniam omnes illæ lineæ sunt æquales per diffinitionem circuli, anguli ergo ad bases om̃es sunt æquales per 5. & per 8. primi, & in concursu quorumlibet dictorum laterum ponat̃ speculum planum, præter quàm in punctis a & b, ut à puncto e d g, uel si fuerit poligoniũ plurium laterum ponantur plura, & erigantur omnia orthogonaliter sup lineas ad centrum circuli productas, ut sunt hæc lineæ d c & g c, qđ fiet per 11. undecimi, ita ut speculum f h super lineam g c, sit perpendiculariter insistens; ad unum uero angulũ sit punctum rei uisæ, & ad alium sibi proximum sit centrũ uisus, ut sunt hæc puncta a & b, quia itaq; angulus c g f est æq̃lis angulo h g c, quia ambo sunt recti, sed & angulus c g b est

 æqualis

æqualis angulo c g d, ut patet per præmissa & per 8. primi, angulus ergo b g f æqualis est angulo d h g, ergo forma puncti b à puncto g, speculi f h reflectitur ad punctum speculi proximi, quod est ad punctum d, per æquales enim angulos fit omnis reflexio, ut patet per 20. huius, & quoniam omnes anguli illi præmissis duobus angulis similes inter se sunt æquales, palã quia fit reflexio à puncto d ad punctum e, & à puncto e ad punctum a, quod est centrum uisus: uisus itaq; existens in puncto a, & intuens solum speculum, cuius est punctũ e uidebitur forma b, quæ immediate non reflectetur ad ipsum à puncto speculi e, reflexam mediantibus speculis g & d quod est propositũ. Quod si centrũ uisus sit in puncto c quod est centrum circuli, cuius periferiam contingunt oĩa specula in angulis poligoniorum constituta, palam quod forma pũcti c, ab omnibus punctis reflectitur in se ipsam, quoniã omnes lineæ quæ sunt c a, c b, c g, c d, c e, sunt perpendiculares super speculorum superficies, reflectuntur ergo in se ipsas ad punctum c, per 27. huius, palam ergo est propositũ, & si plurima ordinãtur hoc modo specula, de omnibus est eadem demonstratio & idem modus circumscribendi circulũ alteri poligonio qui & penthagono. Per hæc itaq; duo theoremata, patet quod res quæ non uidetur imago potest in speculo uideri, ut si res taliter disponitur ad primũ speculum, quod ad ipsum uisus pertingere non possit, hoc aũt faciliter accidit cogitanti.

LXII.

A pluribus speculis planis possibile est formam rei per se uisæ uel rei non uisæ reflecti ad uisum, ita ut distantia imaginis à centro uisus sit æqualis omnibus lineis incidentiæ & ipsi lineæ reflexionis.

Sit centrum uisus in puncto a, & punctus rei uisæ b, & inter illos duos punctos si placet exempli causa sit aliqua magnitudo tegens unum illorum punctorum ab altero, ut paries uel aliud, quod sit p g & à punctis a & b ad opposita ipsis loca ducantur lineæ æquedistantes per 31. primi, quæ sint a d & b e, & copuletur linea d e, sintq; exempli causa lineæ b e & a d, perpendiculares super lineam e d, & diuidatur angulus a d e per æqualia per 9. primi, ducta linea d z, & similiter diuidatur angulus b e d, per æqualia p lineã e h, & super punctum d terminum lineæ z d erigatur perpendiculariter linea k d c, per 23. primi, & similiter super punctum e, terminum lineæ h e erigatur perpendiculariter linea l e m, & ex his duabus lineis k d c & l e m, imaginẽtur superponi duo plana specula, forma itaq; puncti b incidet speculo plano quod est m e l in pũcto e, & reflectetur in pũctum d, per 20. huius, quia anguli b e m & d e l sunt æquales, anguli enĩ h e l & h e m sunt æquales, quia recti, sed & anguli h e d & h e b sunt æquales ex præmissis. Item forma incidens speculo k d c ab eius puncto d, reflectetur ad punctum a, quod est centrum uisus per 20. uel 5. primi huius, quoniam ut supra patuit anguli e d z & z d a sunt æquales, uidebitur ergo forma puncti b, per uisum existentem in puncto a, cum tamen res in qua est punctum b, nõ sit uisibilis per se ipsam, linea quoq; reflexionis ad uisum quæ est d a, est semper una, quãuis lineæ incidentiarum secundum numerum talium speculorum numerentur, & si à pũcto rei uisæ quod est b, ducatur per 11. undecimi linea perpendicularis super superficiẽ speculi quæ sit b m secans lineam e l m in puncto m, erit angulus b m e rectus, ergo per 23. primi, erit angulus e b m acutus, cum ergo angulus b e d sit rectus, palam per 14. primi huius, quia lineæ b m & d e concurrent, sit concursus ipsarum in puncto n, quia itaq; linea m e l cadens super lineas e h & b n, facit angulum e m b intrinsecũ æqualẽ angulo

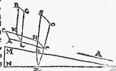
l e h

leh extrinseco, patet per 28. primi, quoniam lineæ b n & e h sunt æquedistantes, ergo angulus d e h extrinsecus est æqualis angulo e m b intrinseco per 29. primi, & angulus e b n est æqualis angulo b e h, quia sunt coalterni, sed angulus b e h est æqualis angulo h e d, ut patet ex præmissis, diuisus est enim angulus b e d per æqualia per lineam h e, erit ergo angulus e b n æqualis angulo e n b, ergo per 6. primi, lineæ n b & e b sunt æquales: est autem per 37. huius, punctum n locus imaginis formæ puncti b reflexi ad uisum existentem in puncto d, à speculi m e l puncto e. Item à puncto n ducatur linea perpendicularis super lineã c d k per 12. primi, quæ sit n k, patet ergo ut prius per 32. primi, qđ angulus d n k est acutus. Sed angulus n d a est rectus ergo per 14. primi huius, lineæ n k & a d productæ concurrent, sit puncti concursus s, quia itaq; linea d k cadens super lineas z d & n s, facit angulũ z d t extrinsecũ æqualem angulo n k d intrinseco, uterq; eñ illorum angulorũ est rectus, patet ergo per 28. primi, quòd lineæ n s & z d æquedistant, ergo per 29. primi, est angulus z d a extrinsecus æqualis angulo n s d intrinseco, sed & anguli s n d & n d z sunt æquales, quia coalterni, & anguli n d z & z d a sunt æquales, ut patet ex præmissis; angulus enim n d a diuiditur per æqualia per lineã z d, angulus ergo d n s est æqualis angulo d s n, ergo per 6. primi, duæ lineæ d s & d n sunt æq̃les, quia itaq; linea e n est æqualis lineæ e b, erit linea d n æqualis duobus lineis d e & e b, ergo linea d s est æqualis illis eisdem duobus lineis d e & e b, & quia per 37. huius, punctũ s est locus imaginis formæ puncti n reflexæ à pũcto speculi k d c quod est d, ad uisum existentem in puncto a, patet quod linea a s, quæ est distantia imaginis à centro uisus est æqualis duobus lineis incidentiæ quæ sunt b e & e d, & insuper lineæ reflexionis quæ est d a, & hoc est propositum, quoniam si à pluribus speculis fiat reflexio eodem penitus modo erit demonstrandum.

LXIII.

Reflexione à pluribus speculis planis ad eundem uisum facta, ab imparibus quidem dextra apparẽt sinistra, & sinistra dextra: à paribus uero dextra apparent dextra, & sinistra sinistra, & distantia imaginis à uisu constabit ex quantitate omnium linearum incidentiæ & lineæ reflexionis.

Sit centrum uisus a, & linea rei uisæ sit b g, & si placet sit inter centrum uisus & rem uisam aliquod corpus densum simplicem prohibens uisionem, ut paries uel aliquod simile, quod sit d, fiatq; reflexio ex tribus speculis quæ sunt e z & h c & k l, reflectaturq; forma lineæ b g, per hæc tria specula ad uisum existentem in puncto a, sitq; ut punctus b. lineæ b g incidat speculo k l in puncto k, & speculo h c in punctũ h, & speculo e z in punctum e, reflectaturq; ad uisum a secũdum lineam e a, & similiter forma puncti g incidat speculo k l in punctum l, & speculo h c in punctum c, & speculo e z in punctum z, & reflectatur ad uisum secũdum lineam z a, & ducantur hæ lineæ incidentiæ & reflexionis q̃ erunt b k & k h, h e, e a, & g l, l c, c z, z a, sitq; locus imaginis formæ puncti b, in primo speculo quod sit k l punctum c, & locus imaginis formæ puncti g, in primo speculo sit punctum q, & ducatur linea c q, quæ per 49. huius, æqualis lineæ b g. In secundo uero speculo quod est h c, linea imaginis sit s o. In tertio uero speculo quod est e z, linea imaginis sit m n, patet itaq; quoniã in quolibet istorũ speculorum tanta est distan-



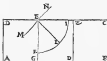
tia imaginis sub speculo à superficie speculi, quanta est distantia formæ quæ reflectitur à speculo à superficie ipsius speculi per 49. huius, linea ergo k b, quæ est distantia puncti rei uisæ à superficie speculi extra speculum est æqualis lineæ k c, quæ est distantia imaginis à speculo sub illo, et linea g l, est æqualis lineæ l q, tunc linea g h, quæ est distantia formæ uisæ à superficie speculi h c, est æqualis lineæ h s, quæ est distantia loci imaginis sub eodem speculo, & linea q t est æqualis lineæ t o, linea quoq; s e, quæ est distantia formæ refle-

reflexæ à speculo z e est æqualis lineæ e m, quæ est distantia formæ ab eodem speculo sub illo, & similiter linea o z est æqualis lineæ z n, & quoniam ut patet per 37. huius, locus imaginis uniuscuiusq; formæ puncti uisi est in puncto cõcursus katheti suæ incidentiæ cum linea reflexionis, & in speculis planis imago semp est æqualis rei uisæ p 52. huius, patet quod uisus existens in puncto a, comprehendet imaginem formæ lineæ b g in loco lineæ m c æqualem ipsi rei uisæ, & eius distantia à uisu quæ est secundum lineas a m & a n est æqualis omnibus lineis incidentiæ, quoniã linea a m est æqualis lineæ reflexionis quæ est e a, & lineæ m e quæ est æqualis lineæ e s, secundum præmissa est æqualis lineæ incidentiæ quæ est e h, & lineæ h s æqualis lineæ c h, quæ est æqualis lineæ k h, & lineæ c k, quæ linea c k est æqualis lineæ k b, & similiter linea a m n est æqualis lineæ reflexionis quæ est a z, & omnibus lineis incidentiæ, ut iam patuit, & quoniam ut patet per 55. huius, in speculis planis dextra apparent sinistra & sinistra dextra, palã quod in speculo primo respectu rei uisibilis, quod est speculum l k, fit imago formæ rei b g uisæ, quæ est imago c q transmutata modo dicto. Sed & eadem imago reflexa à secundo speculo, quod est h c, mutat dextrum in sinistrum & sinistrum in dextrum, redit ergo in speculo numeri paris dispositio partiũ imaginis ad dispositionem partiũ ipsius rei uisæ, & quia in speculo tertio qđ est e z, imago secũda, quæ est s o, mutat situm partiũ suarum, patet quod imaginis m n situs est alius à dispositione formæ rei quæ est b g, in speculis itaq; numeri paris fit imago similis rei secundum dextrum et sinistrum, et in speculis imparibus transmutatur, et sic uniuersaliter quotiescũq; speculis paribus uel imparibus positis secundũ hæc imaginũ dispositio uariatur secundũ dextrũ et sinistrũ, patet ergo ꝓpositũ.

LXIIII.

Duo specula plana quadrata & æqualia possibile est sic sisti, ut intuens in uno speculorũ suam imaginem uideat uenientem, & in altero recedentem.

Sint duo specula plana rectangula & æqualia cuiuscunq; placuerit quantitatis suorũ laterũ, dum tñ latera unius sint æqualia lateribus alterius, & sint latera eiusdẽ speculi inter se proportionabilia, ita ut lõgitudo sit duplata latitudini eiusdẽ speculi, assumaturq; linea, cuius longitudo sit multo maior uno latere illorũ speculorum, & sit exempli causa quatuor cubitorum quæ sit a b, & secetur ex ea portio æqualis quartæ parti unius lateris longitudinis speculi per tertiã primi, quæ sit a g, & diuidatur linea g b in duo æqualia in puncto d, & à puncto d ducatur linea perpendiculariter sup lineam a b, per 11. primi, producaturq; in continuum & directum, et abscindatur ab ipsa linea æqualis altitudini speculi quæ sit linea d z, et à puncto b ducatur linea æqualis & æquedistans lineæ d z quæ sit b c, et producatur linea c z orthogonaliter super lineam b c, quæ erit æqualis lineæ b d, per 33. primi, et producatur linea c z in continuum et directum, ducaturq; à pũcto g, linea g e æquedistans et æqualis lineæ d z, erit ergo linea g e, per 30. primi, æqualis et æquedistans lineæ b c et super punctum e, centrum existens describatur portio circuli secundum modum quantitatis placitæ, quæ sit r i, diuidaturq; arcus r i per æqualia, per 29. tertij, in puncto l, et ducatur linea l e, et à puncto e ducatur una linea perpendicularis super lineam l e, quæ sit e m, et itẽ alia quæ sit e n, quæ tamen lineæ adinuicem coniunctæ sunt linea una per 14. primi, et sit linea m e æqualis lineæ n e, et tota linea m n sit æqualis longitudini speculi. Si ergo duorum speculorum planorum rectangulorũ & æqualiũ angularis coniunctio fiat super lineam m n, tunc diuident lineæ m e et n e, superficies illorum cõiunctorum speculorum per æqualia, pateťq; quod illa specula non erunt in una plana superficie disposita, perpendiculares ergo à cẽtro uisus super illa specula ductæ quæ sunt katheti incidentiæ formæ ipsius uidentis, sunt diuersi,



posito ergo centro uisus in pũcto d, et motis speculis super lineam l e fixam, uidebit homo seipsum sup unum duorũ speculorum uenientem, et in altero recedentem, est enim longi-

thetum d f g, per 9. huius, & quoniam concurrunt cum diametro uisuali, quæ est e d, sit ergo ut linea e a secet kathetum g d in puncto h, & linea e b in puncto k, erit ergo punctū h, locus imaginis formæ puncti g, & punctum k locus imaginis formæ puncti f, per 11. huius, quoniam uero punctum h, est propinquius centro d quàm punctum k, per 29. primi huius, quia enim linea h e secat angulum d e k, palam quia ipsa secabit basem illi subtensam quæ est d k, est ergo pūctum h propinquius centro speculi quod est d quàm punctum k, & quoniam ut patet secundum hunc modum omnes lineæ ductæ à centro uisus quod est e, per quæcunq; puncta arcus a c, inter media punctorum a & c ad kathetum d g, cadunt in puncta semidiametri d c à centro remotiori quàm punctum h, patet propositum. Et ex hoc etiam patet quod quanto puncta lineæ c g sunt propinquiora centro d, tanto loca suarum imaginum sunt magis elongata à centro speculi quod est d, & quoniam omnes katheti incidentiæ concurrunt in centro speculi, palam quod de punctis diuersorum kathetorum ad uisum ad quam fit reflexio consimiliter se habentium, eadem est demonstratio quæ de punctis eiusdem katheti, quoniam unicuiq; pūctorum in uno simili katheto signatorum punctus similis qui sit eiusdem distantiæ à centro speculi in katheto alio respondet illorum quorumcunq; punctorum, quia consimiliter respiciunt uisum, loca imaginum respectu centri speculi consimiliter ordinantur, patet ergo propositum.

XXIIII.

Si ab aliquo puncto speculi sphærici conuexi linea reflexionis producta circulum qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi, taliter secuerit, quod lineæ productæ pars quæ est intra circulū sit æqualis semidiametro circuli, locus uisæ imaginis semper erit intra conuexum speculi.

Esto centrum uisus g, & centrum speculi sphærici conuexi sit punctum d, sitq; communis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus a b r, à centro quoq; uisus puncto g, ducantur per 16. tertij, duæ lineæ contingentes circulum a b r, quæ sint g a & g b, eruntq; per secundam huius circuli a b r, portio a b apparens uisui, & centrum eius sit punctum d, per primam huius, quoniam autem uisus & specula mutant locū. Sit talis facta dispositio uisus ad speculum ut à puncto g, centro uisus ductæ lineæ secantes circulū a b r, pars intra circulum quod est corda arcus circuli qui h r, sit æqualis semidiametro illius circuli, & sit illa linea g h r, cuius pars h g, intra circulum sit æqualis semidiametro d r, hoc autem possibile est fieri, si per primam quarti inscribatur circulus a b r, linea h r æq̄lis semediametro illius circuli, & in illa linea r h producta extra circulum ponatur centrum uisus, dico quod locus imaginis reflexæ à puncto h, semper est intra conuexā superficiem speculi, producatur enim à puncto h, super lineam contingentem circulum in puncto h, perpendicularis quæ sit h m, hæc ergo producta in circulum transit per centrum d, per 18. tertij, dico quod cū forma à cuius rei uisæ reflectat̄ à pūcto h, locus imaginis suæ erunt semper intra conuexū speculi, ducatur enim à puncto h, linea constituens super punctum h, terminum lineæ h m, angulum æqualem angulo g h m, per 23. primi, qui sit p h m producta linea h p, reflectetur ergo per 20. quinti, pūcta huius lineæ h p a d uisum g, à puncto speculi h, nec alterius lineæ puncta à puncto h, ad uisum poterunt reflecti. Sumatur ergo aliquod eius pūctum, quod sit p, & ducatur linea ab ipso ad centrū speculi quæ sit p d, erit quoq; per primam huius, & per 72. primi huius, linea p d, perpendicularis sup superficiem contingentem speculū in pūcto quo ipsa linea p d secat circūferentiam circuli a b r, copulet̄ quoq; linea d r, & quia angulus p h m incidētiæ est æq̄lis angulo m h g reflexionis, ut patet ex præmissis, angulus uero g h m p 15. primi, æqualis est angulo r h d, angulus igit̄ p h m est æqualis angulo r h d. Sed angul9 r h d

æqualis est angulo h d r, per 5. primi, ideo quia latus h r, ex hypothesi æqualis est semidiametro d r, angulus ergo p h m est æqualis angulo h d r, quia ergo linea m d cadens super lineas p h & d r, facit angulum extrinsecum, qui est m h p, æqualem angulo intrinseco qui est m d r, linea ergo h p per 28. primi, æquedistat lineæ d r, lineæ ergo h p & d r, in infinitū protractæ nunquam cōcurrent, & linea p d quæ est kathetus incidentiæ formæ puncti p, uel quæcunq; alia linea ducta à quocunq; puncto lineæ h p ad centrum d, semper inter puncta h & r, intersecabit lineā h r interiacentes lineas æquedistantes, quæ sunt r d & h p, ut patet per 29. primi huius, diuidunt enim omnes illi katheti angulum h d r, ergo & secabunt basem h r, quilibet enim illorum kathetorum incidentiæ semper ducitur ad centrum speculi ut ad punctum d, quodcunq; ergo punctum sumatur in linea p h, semper linea ducta ab illo pūcto ad punctum d secabit lineam reflexionis, quæ est g h r intra conuexū speculi, quoniam semper kathetus incidentiæ productus ad centrum speculi perpendicularis est super superficiem speculi, sicut nunc est p d, imago ergo cuiuscunq; puncti lineæ p h, per 11. huius, apparebit intra conuexum speculi, & hoc proponebatur.

XXV.

A quocūq; puncto arcus circuli, qui est cōmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi interiacentis, puncta in quibus kathetus reflexionis & linea reflexionis, cuius pars intra circulum est æqualis semidiametro circuli, secant circulum, fiat reflexio: locus uisæ imaginis semper erit intra speculum.

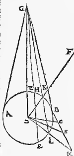
Sit dispositio quæ in præmissa, ita ut linea reflexionis quæ g h r secet circulum a b, taliter ut eius pars intra circulū, quæ est h r, sit æqualis semidiametro circuli, ducaturq; kathetus reflexionis à uisu ad centrum speculi, qui sit g d secans circulum a b r in puncto z, dico quod à quocunq; pūcto arcus h z fiat reflexio, semper erit locus imaginis intra speculum. Sit enim ita ut à puncto illius arcus h z, quod sit i, fiat reflexio, ducaturq; à puncto g, centro uisus ad punctum i, linea secans circulum super punctum i, quæ sit g i s, & ducatur super superficiem speculi linea perpendicularis à pūcto i, quod fiet per 73. primo huius, Si à centro speculi puncto d, producatur linea quæ sit d i t, super cuius punctum i fiat angulus æqualis angulo r i g, per 23. primi, qui sit p i t, palam ergo quod solum puncta lineæ p i, reflectuntur à puncto i ad uisum g, per 20. quinti huius, palam etiam per 14. tertij, quod linea i s maior est quàm linea h r, ergo linea i s est maior semidiametro s d, in trigono ergo s i d, angulus s d i est maior angulo s i d, per 19. primi, ergo per 15. primi, angulus s d i est maior angulo t i g, est ergo angulus s d i maior angulo t i p, qui ex præmissis est æqualis angulo t i g, ergo per 14. primi huius, lineæ p i & d s non sunt æquedistantes: in infinitum tamen protractæ ex parte suorum pūctorum p & s nunquam concurrent, sed ex suis partibus i & d protractæ concurrent, à quocūq; ergo puncto lineæ p i ad centrum d, ducatur kathetus incidentiæ, ille secabit lineam g i a, quæ est linea reflexionis intra conuexū speculi, & omnis linea ducta à quocunq; puncto lineæ p i ad punctum d, erit perpendicularis super speculi superficiem per 72. primi huius, ergo ipsa est kathetus incidentiæ, sicut nec est linea p d, & cum locus imaginis sit in occursu katheti incidentiæ, & lineæ reflexionis per undecimam huius, palam quia locus imaginis cuiuscunq; puncti lineæ p i, semper erit intra conuexum speculi, & quoniam dato quocūq; puncto arcus h z, semper eadem est demonstratio, manifestum ergo quod omnium imaginum arcus h z, proprius locus erit intra speculum, quod est propositum.

A quo-

XXVI.

A quocunq; puncto arcus circuli, qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi interiacentis, punctum in quo linea reflexionis, cuius pars intra circulũ est æqualis semidiametro circuli, secat circulum & punctum proximum, in quo linea ducta à centro uisus contingit circulum, fiat reflexio, locus uisæ imaginis quandoq; erit intra speculum, quandoq; in superficie conuexa speculi, & quandoq; extra speculum.

Remaneat totalis dispositio figuræ quæ in præcedenti & in 34. huius, in hoc. s. ut linea reflexionis quæ g h r, secet circulũ a b r, cuius centrũ est punctũ d, taliter ut eius pars intra circulũ quæ est h r, sit æqualis semidiametro d z, & lineæ g a & g b, sint contingentes circulũ a b r, in punctis a & b, & sit punctus b propinquior puncto h, dico qd' à quocunq; puncto arcus h b, fiat reflexio, erit locus uisæ imaginis qñq; intra speculũ, qñq; in sup̃ficie speculi, qñq; extra speculũ. Sumaẽ enĩ aliquod punctũ arcus h b, à quo fiat reflexio ad uisum g, & illud punctum reflexionis sit n, & ducatur linea reflexionis secans circulum, quæ ducta trans circulum sit g n q, & ducaẽ à centro d, semidiameter d q, & ad punctũ reflexionis ducaẽ ꝑpendicularis d n f, & ꝓducatur ut in p̃missis linea n e, cõtinens cũ katheto d n f, angulũ æqualẽ angulo f n g, qui sit angulus f n e, & qm̃ linea n q, per 14. tertij, minor est q̃ linea h r, palã q̃a linea n q, est minor semidiametro q d, qm̃ enĩ linea h r est æqualis ipsi q d, ex hypothesi, erit ergo linea q n, minor q̃ linea q d, angulus ergo q d n, trigoni q d n, est minor angulo d n q, per 19. primi, ergo per 15. eiusdẽ angulus q d n, minor est angulo g n f, ergo & suo æquali qui est e n f, igiẽ lineæ d q & n e, cõcurrent ad partem minorꝝ angulorꝝ per 14. primi huius, sit ergo cõcursus earꝝ in puncto e, palã aũt ut in p̃missis, q̃a linea e q d, est ꝑpendicularis sup superficiẽ speculi per 72. primi huius, est ergo linea e d, kathetus incidentiæ formæ puncti e, & secat lineam g n q, quæ est linea reflexionis in puncto q, qui est punctus sup̃ficiei speculi, imago ergo puncti e, qñ fuerit reflexio facta à puncto arcus h b, quod est n, uidebiẽ in puncto q, quod est in superficie cõuexa speculi, & qm̃ linea reflexionis quæ est g q, peripheriam arcus b r, in unico tm̃ pũcto intersecat, ut patet per 7. huius, palam quia nõ accidit uideri imaginẽ formæ alicuius punctorꝝ lineæ n e, in ipsa sup̃ficie speculi, nisi solũ in illo uno puncto, in quo ad ipsum ductus kathetus secat lineã reflexionis in ipsa superficie speculi, ut est in ꝓposito kathetus puncti e. Si uero in linea e n, sumaẽ punctũ ultra e, qd' sit punctum k, sitq; kathetus incidentiæ ductus ab illo puncto k, ad centrũ speculi qui sit k d, secans lineam reflexionis, quæ est g n q, ꝓductam ultra punctum q, in puncto l, tunc erit sectio extra superficiem speculi, quare imago puncti cuiuslibet lineæ n e, ultra punctũ e, sumpti uidebiẽ extra superficiẽ speculi secundũ distantiã puncti incidentis, & semꝑ ut patet per 11. huius, erit locus imaginis in puncto sectionis linearꝝ katheti, & reflexionis ut formæ puncti k. Locus imaginis est nunc in puncto l, quæ est cõmunis sectio p̃missarꝝ linearꝝ. Si uero in linea e n, inter puncta n & e, sumatur aliquod punctũ ut c, kathetus ab eo ductus ad speculi centrũ secabit lineã reflexionis, quæ g n q, intra speculum, secabit enĩ ipsam in puncto aliquo eorꝝ, quæ sunt inter puncta n & q, imago ergo cuiuslibet puncti lineæ e n, inter puncta e & n, sumpti uidebiẽ intra speculũ, & similiter in quolibet alio arcus b h, poterit idem et eodem modo de diuersis punctis linearꝝ incidentiæ demonstrari, & hoc est ꝓpositum. Sicut itaq; in arcu z b demonstrauimus in p̃missis tribus theorematibus, sic etiã figuratione adhibita in arcu z a poterit demonstrari, qm̃ est omnimoda similitudo hinc inde, & idem est de omnibus circulis speculi sphærici cõuexi, circulo a b r, similibus. Si enĩ perpendicularis g z d, manente fixa linea g h, secundũ æqualitatẽ anguli d g h, imaginetur



moueri quousq; redeat ad locum suũ unde moueri incepit, tunc linea g h mota secabit ex tota speculi conuexa superficie motu suo portionẽ sup̃ficiei, & imago formæ cuiuslibet puncti reflexi ab aliq̃ punctorũ huius portionis uidebitˀ semper intra speculum. Si uero fixa manente diametro g z d, linea cõtingens circulũ a b r, quæ est g b, moueatur quousq; ad locũ unde exiuit redeat, secabit ex sphæra portionẽ maiorẽ, & facta reflexione formæ cuiuslibet puncti à quibusq; punctis sup̃ficiei speculi descriptæ per arcum h b, uel à punctis arcuũ illi similium, tunc katheto incidentiæ secante lineã reflexiõis in ipsa superficie speculi semper locus imaginis formæ puncti illius erit in ipsa superficie speculi. Sed aliorũ punctorũ in illa eadem linea existentiũ quorundã locus imaginis est intra speculũ, quorundã extra speculũ, secundũ qđ katheti ab illis punctis ađ centrũ speculi ꝓducti, secant lineas suarũ reflexionũ. Et q̃m situs centri uisus, uel superficiei speculi, uel etiam ipsius rei uisæ potest multipliciter uariari, hoc experimentanti relinquimus, ut speculorũ sphæricorũ conuexorũ, quorũ usus ut plurimum apud homines nostræ habitabilis est cõmunis, q̃m intra quæ speculanˀ modo sphærico diffundente se, artificũ spiritu exsufflanˀ, quãcunq; portionẽ quis taliter collocet, ut q̃nq; imago puncti uisi appareat intra speculũ, hoc est ultra superficiem ipsius, q̃nq; in ipsa superficie speculi, & q̃nq; extra superficiẽ speculi, ita qđ superficies speculi nõ sit media inter imaginẽ quæ uideˀ & oculum uidentis, sed ad latus extra uideaˀ, & hoc iam pluries experimentantibus euenit, unde & per istam patet, qđ speculum sphæricũ cõuexum, centrumq; uisus, & res uisa sic sisti possent, ut imago extra speculũ in aere appareat, qđ relinquimus artificio ꝑquirẽtis.

XXVII.

Omnis diameter speculi sphærici conuexi, in quã locus imaginis cadit, in ipsa superficie speculi aut extra speculum portionum sphæræ speculi non apparenti uisui, necessario applicatur, ex quo patet quòd ipsa est demissior qualibet linearũ cõtingentiũ à centro uisus ad speculi superficiẽ ꝓductarũ.

Quod hic ꝓponitur patet per p̃missas, resumpta figuratione præcedentis, & quia ut patet à quolibet puncto arcus a b, potest fieri reflexio, omnis q̃q; linea reflexionis q̃m à centro uisus sub linea à centro uisus ꝓducta circulum contingente, duciˀ, patet per 57. primi huius, q̃m ipsa secat circulum, & q̃ñ locus imaginis fuerit in ipsa speculi superficie uel extra, patet qđ hoc nõ potest accidere in diametris speculi applicatis arcui a b, non eñ potest in illis diametris locus imaginis esse in ipsa speculi superficie, q̃m katheti incidentiæ & linea reflexionis illorũ punctorũ in illis punctis cõcurrere non possunt. Sed neq; extra speculorũ superficies potest in illis diametris esse locus reflexionis, q̃m lineæ reflexionum ad partẽ illam extra speculũ non cõcurrent, omnes ergo diametros speculi cuiuscunq; sphærici conuexi in quibus loca imaginũ sunt in ipsa superficie speculi, uel extra speculum, necessario applicanˀ portioni speculi non apparenti uisui, & q̃m portio speculi apparens & non apparente per lineas cõtingentes à centro uisus ad speculi superficiem ductas determinaˀ, ut patet per secundũ huius. Ideo manifestum est ꝓpositum corrollarium, quælibet eñ diametrorũ in qua est locus imaginis in ipsa superficie speculi aut extra speculũ, oportet ut sit demissior qualibet linearũ contingentiũ à centro uisus à speculi sup̃ficiẽ ꝓductarũ, & hoc ꝓponebaˀ. Potest aũt diameter in qua apparet locus imaginis intra speculũ esse uel altior uel demissior illa cõtingente, ut patet ex his quæ sunt in p̃missis demonstrata. Restat aũt ut nos deinceps loca imaginũ certius determinemus.

XXVIII.

Ad diametrum speculi sphærici conuexi ducta linea reflexionis secante speculum, ita ut pars ductæ lineæ interiacens superficiem speculi & diametrum, sit æqualis parti diametri interiacenti punctum sectionis & centrum speculi, in illa parte diametri non est locus alicuius imaginis, sed est imaginum meta, sicut & in illo puncto sectionis.

Esto circulus cõmunis sectionis superficiei reflexionis & superficiei speculi sphæ-

ci conuexi

rici conuexi, qui a b f e g, & sit punctũ h, centrum uisus, punctũ quoq; d centrum speculi, & sit d e semidiameter speculi, quæ necessario est perpendicularis sup superficiẽ speculi per 72. primi huius, & sit linea z h, linea reflexionis secans superficiẽ conuexã speculi super punctũ f, & cõcurrens cũ e d, semidiametro speculi super punctũ z. Sit quoq; linea z f, æqualis lineæ z d, qđ potest fieri per 136. primi huius, dico quod in linea z h, non est locus alicuius imaginis, neq; enĩ punctus z, potest esse locus alicuius imaginis, nisi solum alicuius punctoꝝ lineæ e d, ꝓtractæ, quia ut patet per 11. huius, locus imaginis formæ cuiusq; puncti semper est super kathetum suæ incidentiæ, & hoc est in speculis sphæricis cõuexis in linea ab illo puncto ad centrũ sphæræ ducta: quod uero punctus z, nõ sit locus alicuius imaginis punctoꝝ lineæ e d, patet, ducať enĩ ꝑpendicularis à centro d, super punctũ f, quæ ꝓducta extra circulũ sit d f n, & super ductã perpendicularẽ fiat in puncto f, angulus æqualis angulo n f h, per 23. primi, qui sit q f n, est ergo per 15. primi, angulus q f n, æqualis angulo z f d, sed cũ z d & z f, lineæ ex hypothesi sint æquales, erit per 5. primi, angulus z d f, æqualis angulo z f d, ergo & angul9 q f n, æqualis est angulo z d f, ergo per 28 primi lineæ z d & q f, sunt adinuicẽ æquedistantes, in infinitũ ergo ꝓtractæ nunq; cõcurrent, nullius ergo puncti lineæ e d, quantumcunq; ꝓtractæ forma mouebiť ad punctũ f, per lineam incidentiæ q f, sed nõ potest esse locus alicuius imaginis in puncto z, nisi moueatur ad punctum f forma per lineam q f, aliàs enĩ linea f h, nõ fieret linea reflexionis, in cuius intersectione cũ diametro d e, est punctũ z, nõ est ergo pũctũ z locus alicuius imaginis punctorum lineæ e d, ergo nec alicuius alterius imaginis formæ cuiuscunq; puncti extra lineam d e, ꝓtractam, & eadẽ erit demonstratio quãtũcunq; sumpta diametro e d, sed & nullus alius punctus lineæ z d p̃ter z, potest esse locus alicuius imaginis; dato enĩ qđ punctus p possit esse locus alicuius imaginis, ducatur linea h p, secans cõuexam superficiem speculi in puncto b, & ducať perpendicularis d b m, & utsupra angulo m b h fiat æqualis angulus super punctũ b q m, t b m, palam ergo ut prius quod angulus t b m, est æqualis angulo p b d, sed angulus d p b, per 16. primi, est maior angulo p z h, cũ sit ei extrinsecus in trigono p z h, igitur duo alij anguli trigoni p d b, sunt minores duobus alijs angulis trigoni d z f, sed angulus p d b, est maior angulo z d f, eo qđ totũ maius est sua ꝑte, & etiã patet hoc ꝑ 29. primi huius, Sequiť ergo, ut angul9 d b p, sit minor angulo d f z, angulus uero d f z est æqualis angulo z d f, ut prius patuit, angulus ergo d b p, minor est angulo z d f, multo ergo minor est angulus d b p, angulo p d b, angulus itaq; t b m, minor est angulo p d b, lineæ igiť t b & e d. per 14. primi huius, nunq; cõcurrent ad partem à qua posset fieri reflexio, nulla ergo forma incidens puncto b, reflectetur ad uisum h, ita ut locus imaginis fiat in puncto p. Similiter neq; imago alicuius alterius puncti se offeret uisui super aliquod punctũ lineæ z d, tota ergo linea z d, erit semꝑ uacua imaginibus, nec unq; erit locus imaginũ in ipsa, & similiter potest de qualibet alia diametro ꝓpositi speculi demonstrari hypothesi seruata. Patet etiã ex p̃missis, qm̃ linea z d est meta imaginum, qm̃ si linea f z fuerit maior q̃ linea z d, nulla unq; apparebit imago, qm̃ angulus z d f, per 19. primi, erit maior angulo d f z, ergo & angulus n f h, per 15. primi, ergo & angulo q f n, per 7. huius, lineæ ergo e d & q f, per 14. primi huius, nõ concurrent ad partem punctoꝝ e & q, sed ad partẽ punctoꝝ d & f, non ergo aliqua poterit apparere imago in pũcto z, ergo nec in aliq̃ punctoꝝ lineæ z d, qđ si linea f z sit minor q̃ linea z d, tunc secundũ p̃missum modũ erit angulus z d f, minor angulo q f n, ergo ꝑ 14. primi huius, lineæ e d & q f, cõcurrent ad partẽ punctoꝝ e & q, & ab illo puncto potest alicuius punctoꝝ lineæ e d fieri reflexio ad uisum, & locus imaginis erit per 11. huius, in puncto z, & erit linea z d, locus imaginis secundũ omnẽ sui punctũ quousq; linea incidentiæ respectu diametri respiciat ꝓpositam diuisionẽ, patet ergo quod cum linea z d est æqualis lineæ z f, quod linea z f, est meta imaginũ ultra quã nulla, & circa quã

omnis

omnis uidet̃ imago,& similiter punctus z est meta imaginum,qm̃ ut patet ex p̃missis, omnis linea incidentiæ à quocunq; puncto speculi ad uisum h,inter puncta z & d,ducta est maior q̃ linea quæ per illã resecat̃ ex linea z d,qm̃ ista est maior q̃ linea z f,p 14.tertij,est ergo etiã maior q̃ linea z d,ex hypothesi,ut patet de linea b p, quæ est maior q̃ linea p d,uel linea z d,omnis'q; linea inter puncta z & e, ad uisum h, ducta interiacens periferiã circuli & diametrũ, est minor q̃ linea f z,ergo & minor q̃ linea z d,ergo est etiã minor q̃ linea quã ipsa resecat ex semidiametro d e,sunt ergo ut patet p p̃missa in linea z e,loca imaginum p̃ter q̃ in puncto z,in linea uero z d,non sunt aliqua loca imaginũ, & sic patet,quod punctus z,est meta imaginum,nec est differentia an punctus z cadat intra circulũ,an extra,an in ipsa superficie speculi,quia semp ubicũq; acciderit lineam z d,æqualem fieri parti lineæ reflexionis interiacẽti punctũ reflexionis & punctum z, erit semper in puncto z meta imaginum,& similiter est de tota linea z d,patet ergo propositum.

XXIX.

Assignata meta imaginum in quacunq; diametro inter lineas contingentes à uisu ad speculum sphæricum conuexum ductas præter uisualem diametrum in punctis tantum datæ diametri inter superficiem sphæræ & punctum qui est imaginũ meta existentibus sunt loca imaginũ illius diametri.

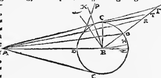
Sit b centrum uisus,& sunt u 3 & b e lineæ speculum sphæricũ conuexũ contingentes in punctis 3 & e,& sit a centrum speculi,& b h a diameter uisualis,& sit a g d,diameter alia,in qua meta imaginum assignata sit in puncto t,per p̃cedentẽ,& per 136.primi huius,secet'q; linea a d, supficiem speculi in puncto g, dico quod solum in punctis lineæ t g,quæ sunt inter puncta g & t,sunt loca imaginum diametri d g a,quia em̃ imagines illæ non cadant in punctũ g,qui est in superficie speculi,uel quia non cadant extra superficiẽ speculi, palã per 27 huius,oportet em̃ semper diametrum in qua locus imaginis est in superficie speculi aut extra demissiorẽ esse puncto cõtingentiæ,diameter uero a d, est inter lineas contingentes,nec ergo in superficie speculi, nec extra sphæram ipsius apparebit imago secundum illam diametrum.Sed q'd quilibet punctus inter puncta g & t sumptus sit locus imaginis, patet. Detur em̃ aliquod punctum lineæ g t,quod sit q,& ducatur linea à uisu ad illũ punctum quæ sit b q,secans superficiẽ speculi in puncto p,& ducat̃ ppendicularis a p l,& secundum sæpius p̃missa angulo l p u,fiat per 23.primi, angulus æqualis,qui sit d p l,& ducatur linea b c,secans superficiem speculi in puncto f,ducatur quoq; ppendicularis a f,triangulus itaq; a p b,cõtinet triangulum a f b,angulus ergo a f b, maior est angulo a p b,per 21. primi.Sed angulus a f c,cum angulo a f u, ualet duos rectos,& angulus a p q,cum angulo a p b,ualet duos rectos per 13.primi, palam ergo quia angulus a f c,minor est angulo a p q,sed angulus a f c,est æqualis angulo,f a t,per 5.primi,qm̃ latus f t,est æqualis lateri t a,per 136. primi huius,& ex hypothesi,angulus ergo a p q,maior est angulo f a t,quare etiam erit maior angulo p a q, qui est pars anguli f a t,& quia anguli a p q, & l p b,sunt æquales per 15.primi,sunt em̃ contra se positi,erit angulus l p b,maior angulo p a q, est ergo p 8.huius,angulus d p l, maior angulo p a q, patet igit̃ q'd lineæ p d & a q,cõcurrent per 14.primi huius, sit ergo d punctus concursus ipsarum, forma igitur puncti d, reflectetur ad uisum in punctum b,à puncto superficiei speculi quod est p,per lineam p b,& locus imaginis suæ est punctum q,per 11.huius,eadem quoq; est demonstratio sumpto quocunq; puncto inter g & t,in diametro uero b h a,quæ est diameter uisualis,non est aliquis locus imaginis,nisi ut proponit 10.huius, patet ergo propositum.

Linea

XXX.

Linea reflexionis circulum qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi taliter secante, quod pars lineæ productæ intra circulum sit æqualis semidiametro speculi pars diametri in terminis huius lineæ secantis speculum interiacens punctum sectionis speculi, & punctum sectionis sui cum linea cõtingente à uisu ducta ad speculum, est locus imaginum punctorum illius diametri, & nullus punctus alius diametri eiusdem, eritq́; locus imaginis semper extra speculum.

Sint a c & a g, lineæ contingentes circulũ, qui est cõmunis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi sphærici conuexi, cuius centrum sit punctũ b, sit quoq; in puncto a, cẽtrum uisus, sitq́; linea b 3, diameter uisualis secans superficiem speculi in pũctis d & 3, ptrahaturq́; à centro speculi b, ad punctum cõtingentiæ g, linea b g, palam ergo per 59. primi huius, quod arcus d g, est minor quarta circuli, arcus ergo g 3, est maior quarta circuli, ergo per ultimã sexti, patet quod angulus 3 b g, est maior recto, hoc etiã patet sic, cum eñ in triangulo b a g, angulus a b g, sit rectus per 17. tertij, erit angulus g b a, minor recto, palã ergo per 13. primi, quod angulus e b g, est minor recto, abscindat̃ ergo ab ipso angulo h b g, rectus, per 23. primi, erit linea h b, æquedistans lineæ cõtingenti circulũ qui est a g, palã ergo qm̃ lineæ b h & a g, pductæ nunq̃ concurrent, & quælibet diameter cadens in arcũ h g, inter puncta h & g, cõcurrent cũ linea a g, pducta per secũdam uel 9. primi huius, qm̃ angulũ acutum cõtinebit cũ linea b h, ducatur ergo à puncto a, linea secans speculum quæ sit a m o, ita qđ corda m o, sit æqualis semidiametro speculi quæ sit b o, hoc aũt possibile est fieri per 136. primi huius, erit linea b o, & pũctum o, meta imaginum per 28. huius, cõcurratq́; diameter b o, cum linea a g, in puncto t, dico qđ in quolibet puncto lineæ t o, est locus imaginis, & q; in nullo alio puncto diameter t b, est locus alicuius imaginis, & sunt puncta o & t, metæ locorum imaginum, punctum o in superficie speculi & punctũ t, extra speculũ. Solũ eñ in his duobus punctis cõcurret diameter b d cum lineis reflexionis, quæ sunt a m & a g, sumatur eñ aliquod punctum lineæ t o, quod sit k, & ducatur linea a n k, secans conuexam superficiem speculi in puncto n, & ducatur ppendicularis b n x, & angulus a n x, fiat æqualis angulus sup punctum n, ut in alijs p̃missis, & pducatur linea n f, taliter ut angulus x n f, sit æqualis angulo a n x, per 23. primi, ptrahat̃q; perpendicularis h t, ad lineam n f, in punctũ f, punctus eñ concursus quodcũq; fuerit, uocabimus f, palam uero per 14. primi huius, qm̃ concurrent, linea itaq; n f, non cadet inter puncta circuli quæ sunt b & g, non eñ secat speculũ neq; secat lineam ipsum speculũ contingentem in puncto g, quæ est a g t, nisi in uno pũcto quod est extra superficiem speculi supra punctum g. Si aũt daretur quod linea n f, caderet inter puncta b & g, oporteret ut uel secaret superficiem speculi uel lineam a p, in duobus punctis, in uno infra punctum g, & in alio super punctum g, ubi fit reflexio ad uisum existentem in puncto g, & sic duæ lineæ rectæ superficiem includerent qđ est impossibile, forma ergo puncti f mouebitur per lineam f n, ad punctum n, & reflectetur ad a, per lineam a n, apparebitq́; imago eius in puncto k, in cõcursu katheti incidentiæ, qui est f b, cum linea reflexionis, quæ est a k extra speculi superficiem, & eodẽ modo de omnibus punctis lineæ o t est demonstrandũ, & imagines oĩm uident̃ extra speculum, & qm̃ à puncto m nulla potest fieri reflexio formæ alicuius punctorum lineæ b f, qm̃ oñes lineæ reflexionũ à puncto m ad punctũ a, factæ æquedistant diametro b f, qđ patet si ducatur perpẽdicularis b m, quæ producatur usq; ad punctum q, & fiat angulus p m q,



Q æqualis

longitudo amborum illorum ſpeculorum quæ eſt linea m n, quaſi duplata latitudine unius ipſorum, & ſic punctum eſt quaſi medium ſuperficiei amborum illorum ſpeculorum: unde circa ipſum æqualior fit motus. Et ſi hæc ſpecula fuerint taliter ordinata, ut claudantur & aperiantur, & angulos inter ſe exiſtentes uarient cum reuoluentur, multa deformitas efficitur imaginum unius etiam rei: anguli tamẽ taliter ſint diſpoſiti, ut ab uno ſpeculo in alium fieri poſſit reflexio, nec æſtimamus hac demonſtratione alia in his quæ præmiſſæ ſunt in ſimplicibus planis ſpeculis indigere, & hoc practicæ artificũ duximus cõmittenda, quia et hæc quæ præmiſimus plus habilitatem operis mœchanici reſpiciunt, quàm firmitudinẽ demonſtrationis, fuit enim iſtud diligens inuentio antiquorum, cui poteſt addere et demere ille, qui diligenter perſpexerit ea quæ demonſtratiõis neceſſitate conſcripſimus in hoc libro. LXV.

Ab uno ſpeculo plano ſoli oppoſito ignem eſt impoſſibile accendi, à pluribus uero poſſibile.

Hoc enim euidens eſt, quia ignis non accenditur niſi per aggregationem plurium radiorum, lineæ uero reflexionis à ſpeculorũ planorum diuerſis punctis productæ non concurrent, ut per 47. huius, demonſtratum eſt, in nullo ergo pũcto cõueniunt illi radij reflexi, ad generationem ignis poſſibile eſt in materia combuſtibili quacũq;, patet ergo primũ propoſitorum. Iam autem dixit Attennius neſcio qua ductus experientia, quod ſolum uiginti quatuor reflexi radij cõcurrentes in uno puncto materiæ inflammabilis ignem in illa accendunt, & coniunxit ſeptem ſpecula plana hexagona colligatione ſtabili fixa, ſcilicet ſex extrema circa unum, quod ſtatuit in medio illorũ, et uniebantur illa ſpecula in quibuslibet angulis hexagoni, ideo quia figuræ hexagonæ replent locũ ſuperficialem, ualent enim tres anguli hexagoni quatuor rectos, et dixit Attennius, quod ad quamcunq; diſtantiam ſic ignis potuit accendi, quæ ſi ad complendam unam planam ſuperficiem cõiunxerat, non poterat, ut ex præmiſſis patere poteſt, intentionem ſuam aliter conſequi, quàm ſicut ex uno ſpeculo plano, quoniam ut prædictum eſt tres ſuperficies hexagonæ replent punctum unum, quia angulus quilibet hexagoni ualet duas tertias duorũ rectorum, & tres anguli hexagoni ualent quatuor rectos, concurrentes ergo tales tres anguli nullum uacuum dimittunt, nihil eſt ergo quod punctum ſui cõcurſus diſtingat à natura planæ ſuperficiei & unius, quod ſi idem hexagoni taliter adinuicẽ inclinentur, ut ab una ſphæra fiant circumſcriptibiles, tunc ad centrum illius ſphæræ fiet reflexio omnium radiorum perpendiculariter ab uno pũcto illis ſuperficiebus incidentium, & augebitur uigor caliditatis, unde tale ſpeculum melius poſſet ex trigonis quàm hexagonis componi, quoniam numero ſuperficierum numerabuntur radij & uirtus augebitur caloris, hoc tamẽ quia facilia ſunt ut diximus, proſequenda ipſam relinquentes artificis induſtrium animarum.

LIBER SEXTVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS.

Latius quo potiſſimus ſpeculorum planorum paſſionibus percurſis, ſupereſt nunc ut ad aliorum ſpeculorum paſſiones proprias diuertamus, & quia ſpecula conuexa ſunt ſimpliciora concauis, quoniã quædam paſſionũ ſpeculorum conuexorum deſcendunt in concaua, ut in illa, quorum paſſiones proprie diuerſimode uariantur, conuenit ut primo tractatum ſpeculorum conuexorũ alijs præmittamus. Sed quia inter ſpecula conuexa, quorũ quædã ſunt ſphærica, quædam columnaria, quædã pyramidalia, ipſa ſpecula ſphærica ſunt alijs ſimpliciora, paſſiones eñ & cauſæ reflexionum ſpeculorum ſphæricorum conuexorũ deſcendũt in ſpecula columnaria & pyramidalia conuexa, cũ in illis ab aliquibus punctis ſuorum circulorum accidit fieri reflexionem, ſicut & paſſiones ſpeculorum planorũ deſcendũt in eadem ſpecula columnaria & pyramidalia, quando ab aliquo puncto alicuius linearum

longitudinis illorum speculorũ ad uisum fit reflexio. Post tractatũ ergo planorũ speculorum de speculis sphæricis cõuexis, ut de simplicioribus omnibus alijs & concauis speculis ꝓsequi dignũ uisum est. Quæ itaq; ad speculorũ sphæricorum ꝓprias passiones ꝓsequendas ꝓmittimus sunt ista. Maius speculũ sphæricum conuexũ uel cõcauũ dicimus, cuius sphæræ diameter est maior, & minus cuius minor. Diametrũ speculi sphærici, dicimus diametrũ sphæræ cuius portio est speculũ. Centrũ speculi dicimus centrum sphæræ cuius portio est speculũ. Diametrũ uisualem dicimus lineã à centro uisus per centrũ speculi sphærici trãseuntẽ, & eadem dicitur kathetus reflexionis. Lineam rectam æquedistare speculo sphærico conuexo dicimus, quæ secundũ eius punctũ medium æquedistat lineæ aliquẽ arcũ circuli magni illius speculi secundũ medium eius punctũ contingenti. Finis contingentiæ, dicitur punctus ubi alter kathetorũ secat lineam in puncto reflexionis speculum contingentem. Metam locorum imaginum, dicimus punctum uel lineam ultra quam imagines non uidentur.

1.

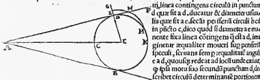
Communem sectionẽ superficiei reflexionis & superficiei speculi sphærici cõuexi, necesse est circulũ magnũ uel arcum circuli magni sphæræ esse: ex quo patet ꝙ oĩs superficies reflexionis diuidit sphærã speculi ꝑ æqualia.

Quoniam enim ut patet in principio 5. huius, superficies reflexionis dicit̃ sup̃ficies cõtinens lineã incidentiæ & lineã reflexionis & perpendicularẽ à puncto contingentiæ productã super superficiem sphæricũ speculũ in puncto incidentiæ cõtingentem, Quæ oñes lineæ rectæ sunt, patet quod sup̃ficies reflexiõis est superficies plana. Omne aũt speculũ sphæricum conuexum, aut sphæra est, aut pars sphæræ, ut patet ꝑ 7. quinti, ergo per 69. primi huius, si superficies reflexionis secet speculũ, ipsorũ cõmunis sectio necessario erit circulus uel pars circuli, & quoniã perpendiculares sunt superficies sphæras contingentes, necessario transeunt ꝑ centrum sphæræ, ut ostendi potest per 72. primi huius, & per diffinitionẽ lineæ ꝑpendicularis super superficiẽ sphæræ positã in principio primi huius, patet quod omnis superficies reflexionis transit centrũ speculi, est ergo illa cõmunis sectio circulus magnus uel arcus circuli magni sphæræ illius speculi, ꝑ diffinitionem circuli magni, & hoc est ꝓpositum, patet etiã correlariũ, quia cũ oĩs sup̃ficies reflexionis trãseat per centrũ speculi, patet manifeste, q̃m ipsa diuidit sphærã speculi ꝑ æqualia, & hoc ꝓponebatur.

11.

A centro uisus ad superficiẽ speculi sphærici cõuexi ducta contingens circa fixam uisualem diametrũ æqualiter mota portionem superficiei speculi determinat, à cuius punctis fiet formarum reflexio ad uisum.

Sit centrum uisus punctus a, & cõmunis sectio superficiei reflexionis & sup̃ficiei speculi sphærici conuexi sit circulus b c d k, cuius centrũ sit e, & à puncto a ducat̃ per 6. tertij, linea contingens circulũ in punctum d quæ sit a d. ducatur & diameter uisualis quæ sit a e, secãs periferiã circuli b c d in pũcto c, dico quod si diameter a e manente fixa linea cõtingens q̃ est a d, imaginetur æqualiter moueri sup̃ periferiã speculi, seruans sem ꝑ æqualitatẽ anguli e a d, quousq; redeat ad locũ unde exiuit, ꝙ ipsa motu suo secundũ punctum d, describet circulũ determinantẽ portionem speculi sphærici cõuexi, à qua fit reflexio



omnium formarũ ad uisum existentẽ in pũcto a, ab illa parte alia speculi superficiei à qua non fit reflexio, producatur eñ linea a d ultra pũctum contingentiæ d ad punctũ f, & ducatur linea e d, q̃ producãtur extra speculum ultra punctũ d usq; ad punctũ g, erũt ergo per 17. tertij, anguli omnes ad punctũ d recti, omnes ergo puncti in linea d f constituti

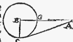
uide-

uidebunť directe, ideo quia linea a f manens una nõ refrangiť à pũcto d, quia tamẽ eadem linea cõtingit speculũ, incipiũt pũcta lineæ d ʃ aliquid participare naturæ reflexionis, unde uidebũtur à puncto d, reflecti secundũ lineam d a ad uisum a, per 20. quinti huius, quoniã angulus incidentiæ qui est f d g, est æqualis angulo reflexiõis, qui est g d a, dico etiã φ à nullo pũcto arcus d k b potest fieri reflexio ad uisum a. Si enim sit hoc possibile, esto quod à puncto h arcus d h b, fiat reflexio formæ alicuius pũcti ad uisum existentẽ in pũcto a, & ducať linea reflexionis ad uisum a, q̃ sit h a, hoc ergo nõ potest trãsire solidum corpus speculi, scilicet arcus circuli b e d secando, transibit ergo extra circulum, quia itaq; angulus contingentiæ qui est h d f est indiuisibilis, per 15. tertij, patet φ illa linea reflexionis quæ est h a, nõ transibit punctũ d, secabit ergo lineã d g, sit ut secet ipsam in pũcto l, & quia linea reflexionis quæ est h a nõ secat angulũ h d f, palam cũ nõ secet arcũ h d, quod secat lineã d f, sit ut secet ipsam in puncto m. Si ergo linea h m à puncto m, perueniat ad punctũ a, patet φ duæ rectæ quæ sint m l a & m d a includunt superficiem, quod est impossibile; uel deducatur, sit trigoni d l m, angulus m d l rectus, ergo angulus d l m per 32. primi, est acutus, ergo p 13. primi, angulus a l d est obtusus. Sed angulus a d l est rectus, quia angulus a d e est rectus, ergo p 14. primi huius, cũ linea e g cadat sup ambas lineas a d & h a, & faciat angulos prædicto modo dispositos, patet qđ lineæ h l a & d a ad illam partem concurrent, ad quam sunt anguli minores, non ergo reflectitur forma aliqua à puncto h ad punctum a, quod est oppositũ dati, patet ergo propositum, quoniam quocũq; puncto arcus d k b dato, eodem modo potest fieri deductio.

III.

Opposito uisui speculo sphærico cõuexo, ita ut uisus non sit in superficie illius speculi aut superficie ei continua, erit cõmunis sectio basis pyramidis uisionis & superficiei speculi circulus minor magno circulo sphærã speculi p æqualia secante.

Opponatur uisui speculũ sphæricũ taliter ut uisus nõ sit in superficie illius speculi ei cõtinua, dico φ pars speculi à uisu cõprehensa erit pars sphæræ circulo inclusa, quẽ efficit motu suo radius cõtingens sup̃ficiem sphæræ, quia enĩ ut patet p 16. tertij huius, longior radius ad sphæræ superficiẽ cõtingens quasi linea speculũ cõtingens est. Si ille radius imagineť p gyrũ, moueri attingendo sphærã, donec redeat ad punctũ primũ, à q̃ sumpsit motus principiũ, palã per præmissam, quia pũctus contingentiæ in sphæræ sup̃ficie circulũ describet, hic uero circulus minor erit circulo magno illius sphæræ, qm̃ si intelligaň sup̃ficies secantes se sup diametrũ sphæræ transeuntes polos p̃dicti circuli & sphæram pæqualia secantes, patet qđ oẽs illi circuli cõtingentes lineas habẽt illas q̃ sunt lineæ longitudinis pyramidis uisiõis, ergo p 58. primi huius, quilibet arcuũ continuũ ipsi sup̃ficiei sphæræ, & his sup̃ficiebus planis secantibus sphæris, erit minor semicirculo circuli magni. Verbi gratia sit p 69. primi huius, circul9 q̃ est cõmunis sectio sup̃ficiei sphæræ et sup̃ficiei planæ transeũtis p uisum a, extra sphærã existentẽ, & p centrũ sphæræ qđ sit b, circulus c s d, cuius centrũ sit b, sitq; polus circuli intellecti secundũ quem basis pyramidis uisiõis secat superficiẽ speculi pũctus, sed p̃ducať b a semidiameter ad uisum a, & sit linea b s a, & à pũcto à, cẽtro uisus ducať linea cõtingens circulũ, q̃ sit a c, & à pũcto cõtingẽtiæ q̃ est c, ducať ad centrũ b, linea c b, dico qđ arcus c s est minor q̃ quarta circuli magni, angulus enĩ b c a est rectus p 17. tertij, angulus ergo c b a est acutus, q̃a nõ possunt esse duo recti in eodẽ trigono a b c, p 32. primi, hũc itaq; angulũ in centro existentẽ respiciat arcus c g, palã ergo p ultimã sexti, qm̃ ipse minor est q̃ quarta circuli, & quia idẽ accidit in oibus pũctis imaginatorũ circulorũ minorũ, qm̃ quilibet arcuũ illorũ circulorũ est minor q̃ quarta circuli magni, ergo circulus terminans uisum est minor circulo magno sphæræ p̃positæ, et hoc est qđ p̃ponebatur. tenet aũt hæc demõstratio in uno uisu tm̃, uel in ambob9 uisibus, dum modo diameter speculi sphærici sit maior q̃ distãtia oculorũ, qm̃ istis existentibus æqualibus circulus maior sphæræ erit circulus p̃positæ sectionis, & medietas sphæræ ui-



debitur. Si uero diſtantia oculorū ſit maior diametro ſpeculi, plus medietate ſphæræ uidebitur, & erit cōmunis ſectio circulus minor, ut hæc ſunt demonſtrata in quarto huius.

IIII.

In ſpeculis ſphæricis cōuexis ſecundū acceſſum uiſuum ad ſpecula circulorum uiſum terminantium quantitas minuitur, ad receſſum uero augetur.

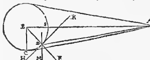


Eſto em̄ ſpeculum ſphæricū conuexū, cuius centrum b, & ſit centrū uiſus a, ſitq; circulus terminans uiſum in ſupficie ſpeculi q c g h e, dico quod ſecundū acceſſum & receſſum uiſuū à ſpeculis illorum circulorū quātitas mutat̄, diminuitur em̄ ſecundum acceſſum, et auger̄ ſecūdum receſſum. Sit em̄ cōmunis ſectio ſupficiei reflexionis & ſpeculi circulus c d e f, cuius arcus c d e, ſit erectus ſup circulum c g h e, uiſam partē ſpeculi cōtinentē, ſitq; ipſius arcus c d e medius punctus d, & ducantur lineæ a c, a d b, c b, a e, eritq; p 17. tertij, angulus a c b, rectus, accedat ergo uiſus ſecundū lineā a b ad punctū k. Si ergo uiſus terminatur ad eundem circulum c g h e, ut prius, ducat̄ linea k c, & qm̄ per 16. ſecundi huius, longior radius à uiſu ad ſphærā contingens quaſi linea contingens eſt, patet p 17. tertij, qm̄ angulus l k c b eſt rectus. Sed & angulus a c b fuit rectus, eſt ergo rectus minor recto, quod eſt impoſſibile. Exiſtēte ergo uiſu in puncto l k, nō terminabit̄ uiſio ad circulū c g h e, ſed ad aliquē circulum ipſo circulo c g h e minorē, quia em̄ inter duas lineas cōtingentes circulum q̄ ſunt a c & a e, ab uno pūcto a, ductas à puncto k, ducunt̄ aliæ duæ lineæ eundē circulū cōtingentes, palā ergo p 60. primi huius, qđ pūcta contingentiæ interiorū cadent intra puncta cōtingentiæ exteriorū, minorē ergo arcū circuli cōprehendent lineæ ꝓpinquiores q̄ remotiores, patet ergo ꝓpoſitum.

V.

A quolibet puncto ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi oppoſitæ uiſui, poteſt fieri reflexio ad uiſum.

Eſto diſpoſitio eadem q̄ in tertia huius, dico q̄ à quolibet puncto portionis oppſitæ uiſui à quolibet puncto arcus e s, & omniū ſibi ſimiliū arcuū poteſt fieri reflexio ad uiſum, ſignetur em̄ aliquis pūctus arcus e s, qui ſit d, & ducat̄ ſemidiameter d b, palā per 72. primi huius, qm̄ linea d b eſt perpendicularis ſup ſuperficiem planā contingentem ſpeculum in puncto d, cū itaq; formæ puncti rei uiſæ puncto d incidunt, palam per 25. quinti huius, quia linea reflexionis erit in eadem ſuperficie cū ſemidiametro d b, & cū katheto a b, orthogonaliter cadente ſuper ſuperficiem ſpeculi, eo qđ tranſeat per centrum eius b, & ducatur à puncto d, linea cōtingens circulū c d s, per 16.



tertij, q̄ ſit linea h d k, erit ergo per 17. tertij, angulus b d k rectus, erit ergo trigoni d b a, angulus a d b obtuſus. Si ergo ꝓducatur linea b d extra ſphæram ad punctum f, erit per 13. primi, angulus f d a acutus, ideo q̄ angulus b d a ſit obtuſus, ut patet ex præmiſſis, & p 21. primi, & etiam ex hoc, quia cum linea a d cadat intra lineā a c ſpeculū contingentē, palā per 57. primi huius, quia linea a d, ꝓducta ſecabit ſphærā ſpeculi, & ſupficies cōtingens ſphærā in pūcto d, in qua ſint lineæ h k, e g, decliuior erit q̄ linea a d, ſecabitq; lineā a b, & quia ſemidiameter b d eſt perpendicularis ſup ſupficiē b k, e g, ſpeculū in pūcto d cōtingentē, erūt anguli f d k & f d, d h, b h recti, ergo etiā erit angul9 b d k rectus, angulus q̄q; b d a maior recto, & angulus f d a minor recto, reſecato ergo ab angulo recto q eſt f d h, angulū acutū æqualē angulo f d a, per 27. primi huius, q ſit m d f, erūtq; lineæ cōtinentes hos angulos in eadē ſuperficie, pūctus ergo rei uiſæ exiſtens in linea m d, & ſuperficiei ſpeculi incidens ad punctū d, reflectet̄ ad uiſum per lineā d a, per 11. uel 20. quinti huius, cōtinent em̄ lineæ m d & a d, angulos æquales cū perpēdiculari b f, & lineæ illæ incidētiæ & reflexionis ut oſtenſum ſunt

fuit per 25. quinti huius, erũt in eadem ſuperficie q̃ erit ſuperficies reflexiõis erecta ſuper ſuperficiem ſphæram ſpeculi in puncto d, contingentem, & eodẽ modo demonſtrabitur de quolibet pũcto arcus e s, & cuiuslibet arcus ſui ſimilis, hoc eſt de tota portione ſpeculi uiſui oppoſita, quoniam de quolibet dato puncto poteſt eodem modo demõſtrari: patet ergo, quoniam à quolibet puncto ſupficiei ſpeculi ſphærici conuexi oppoſitæ uiſui poteſt fieri reflexio ad uiſum ſicut proponebatur.

VI.

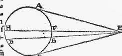
In omni ſuperficie reflexionis à ſpeculis ſphæricis conuexis centrũ uiſus & centrũ ſpeculi, punctũ reflexiõis & punctũ reflexũ cõſiſtere eſt neceſſe: ex quo patet lineã à centro uiſus ad centrum ſpeculi productam omnibus ſuperficiebus ſectionum ſecundum diuerſa puncta ſpecula huiuſmodi ſecantium communem eſſe.

Hoc patet p 25. quinti huius, in omĩ em̃ ſupficie reflexionis neceſſario ſunt linea incidentiæ & linea reflexionis, hæ aũt lineæ continent tria puncta .ſ. punctũ reflexum, & punctũ reflexionis, & centrũ uiſus, & quia quælibet illarũ ſuperficierũ eſt erecta ſup ſupficiem ſpeculi, à quo fit reflexio, erunt lineæ in ipſa pductæ quæ ſunt erectæ ſuper ſuperficiem ſpeculi centrum ſpeculi tranſeuntes per 72. primi huius, manifeſtum ergo quia quælibet illarũ ſuperficierũ tranſit centrum ſpheræ. In qualibet ergo ſuperficierũ reflexionis ſunt prænominata 4. puncta corporũ quorumlibet, ex his patet quia cum ſuperficierum planorũ ſe interſecantium cõmunis ſectio ſit linea recta, ut patet per 3. undecimi, iſtarum ſuperficierũ neceſſario cõmunis ſectio erit linea à centro uiſus ad centrũ ſpeculi pducta, quoniam alijs duobus punctis uariatis ſecundũ numerũ ſuperficierũ reflexionis, hæc duo puncta .ſ. centrum uiſus & centrum ſpeculi in talibus ſuperficiebus ſemp manent, patet ergo propoſitum.

VII.

Omnis linea reflexionis præter lineas contingentes ſecat circulum, qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei ſpeculi ſphærici cõuexi in duobus tantum punctis, in puncto uidelicet reflexionis & in puncto alio portionis ſuperficiei ſpeculi non apparentes.

Sit cõmunis ſectio ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi, & ſuperficiei reflexionis circulus a b c d, cuius centrũ ſit punctũ g, & ſit centrum uiſus e, à quo ducantur lineæ contingentes illũ circulũ q̃ ſint e a & e c, palã ergo per 2. huius, qm̃ à toto arcu a b c, fit reflexio ad uiſum, ſit ergo ut à puncto b, qđ eſt inter puncta a & c, fiat reflexio ad uiſum e, & ſit linea reflexionis b e, dico quod linea e b, pducta ultra punctũ b, ſecabit circulũ a b c, in aliquo puncto arcus ſpeculi non apparentis quod ſit d, ducať em̃ diameter uiſualis e f g h, diuidens circulum per æqualia in duos ſemicirculos qui ſunt f c h, & f a h, oſtenſum eſt aũt per 57. primi huius, qm̃ ab uno puncto datum ſemicirculum tñ unã lineã contingentẽ duci eſt impoſſibile, & cooſtenſum ibi eſt quod omnis linea ab eodem puncto ſub linea cõtingente ducta ſecat ſemicirculũ in puncto uno ſuper punctũ contingentiæ & in alio ſub ipſo, patet ergo cũ à puncto e, ducatur linea e c, circulũ contingens, & ab eodem puncto e ducať ſub linea contingente linea e b, qm̃ linea e b, ſecat ſemicirculũ f c h, in uno puncto ſuper illũ punctũ contingentiæ qui ſit d, & in alio puncto b, ſub illo puncto c, qui eſt terminus portionis arcus apparentis uiſui, punctus ergo d cadit in portione c d a, non apparente uiſui, quod eſt propoſitum. Eodem ergo modo de quolibet puncto arcus a f, poteſt demonſtrari, patet ergo quod proponebatur.

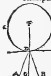


VIII.

In omni reflexione à ſpeculis ſphericis conuexis linea à centro ſpeculi ad

punctum reflexionis ducta, diuidit angulum à lineis incidentiæ & reflexionis contentum per duo æqualia.

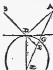
Sit centrum uisus a, & punctus rei uisæ per reflexionem à speculo ꝓposito sit b, sitq; cõmunis sectio supficiei reflexionis & speculi circulus c d e, cuius centrũ sit f, & reflectatur forma puncti b, ad uisum a, à puncto speculi d, & ducatur linea d f, dico quod linea f d, producta extra circulũ ad punctum g, diuidit angulum a d b per æqualia, ita ut angulus a d g, sit æqualis angulo g d b, ducatur tñ linea contingens circulum c d e, in puncto d, per 16. tertij, quæ sit h k, erunt ergo per 17. tertij, anguli f d k, & f a h recti, ergo per 13. primi, anguli g d k & g d h sunt recti & æquales. Sed angulus b d k, cum sit angulus incidentiæ, est per 20. quinti huius, æq̃lis angulo a d h, q est angulus reflexiõis, remanet ergo angulus a d g, æqualis angulo g d b, linea ergo f d, producta à centro speculi ad punctum reflexionis quod est d, diuidit angulum a d b, per æqualia, patet ergo propositum.



IX.

In conuexis speculis sphæricis omnem lineam reflexionis cum katheto incidẽtiæ ab eodẽ pũcto ad centrũ speculi productũ, cõcurrere est necesse.

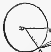
Esto cõmunis sectio superficiei reflexionis & conuexi speculi sphetici circulus g d, cuius centrum sit z, & sit centrũ uisus punctũ b, punctusq; rei uisæ sit a, reflectaturq; forma puncti a, ad centrũ uisus b, à puncto speculi d, & sit linea reflexionis d b, linea quoq; incidentiæ sit a d, ducaẽ itaq; linea à puncto dato a, ad centrum speculi z, quæ sit kathetus a z, secans superficiem speculi in puncto g, & copuletur linea d z, & producatur b d, intra speculũ donec concurrat cũ linea a z, concurret aũt per 29. primi huius, q̃m eñ linea b d, ꝓducta secat angulum a d z, ut patet ꝑ p̃cedentem & per 15. primi, ergo secabit & basem a z, sit itaq; punctus concursus e, est aũt linea a z, kathenis incidentiæ puncti a, ut patet ꝑ diffinitionẽ katheti, & per 72. primi huius, patet ergo propositũ, q̃m linea reflexionis cõcurret cũ katheto incidentiæ. Quod aũt hic de cõcursu lineæ incidentiæ cũ katheto incidentiæ demonstrauimus, hoc adiunximus ꝓpter 37. quinti huius, secundũ eñ utrãq; illarũ linearũ est necessarium fieri uisionem, q̃m secundũ illam reflexionis forma reflectiẽ ad uisum, & secundum kathetum incidentiæ respicit res ipsum speculum, à cuius superficie forma rei uisæ reflectiẽ ad uisum.



X.

Centro uisus posito in katheto incidẽtiæ super speculũ sphæricũ cõuexũ incidente, ab uno tantũ puncto speculi fiet reflexio, & uidebitur imago in superficie speculi in ipso. s. puncto reflexionis, nisi forte propter continuitatem sui cum punctis alijs formæ uisæ ad aliũ locum imaginis protrahatur.

Ostensum est per 33. quinti huius, q̃m omnis ꝑpendicularis reflectiẽ in seipsam, nec aũt ostendemus quod hic ꝓponiẽ. Sit ergo g centrũ uisus & d centrũ speculi propositi, sitq; g k, z d, kathetus incidentiæ ductus à centro uisus ad speculũ secans superficiem oculi in puncto k, & incidens supficiei speculi in puncto z, dico quod solius pũcti r forma reflectitur ad uisum, q̃m de alijs pũctis lineæ d g, quibuscũq; datis, quãtum ad ipsorũ reflexionem eodem modo demonstrandum, ut in 32. quinti huius, sed neq; aliquod punctum huius lineæ reflectiẽ ab alio pũcto speculi, dato enim quod ab alio pũcto fiat reflexio, sit illud aliud pũctum a, & ducaẽ linea g a, quæ sit linea reflexionis, ducatur



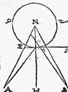
q̃q; linea incidentiæ ad punctũ a, ab illo puncto lineæ g d, cuius forma à pũcto a reflectiẽ, q sit x, hæc ergo linea x a, continebit angulũ cũ linea

nea g a,qui sit x a g,& ducatur diameter d a,hæc ergo extra circulū producta necessario diuidet angulum x a g,per æqualia per 8.huius,eo qđ ueniens à centro speculi & ad istū punctū reflexionis est ꝑpendicularis sup ipsum,concurret ergo diameter d a, cum perpendiculari g d,inter punctū x reflexum,& punctū g centrum uisus: sint ergo duæ lineæ rectæ,quæ sunt x d & d a,in duobus punctis concurrent & supficiem continebunt, quod est impossibile,patet ergo ꝓpositū,qm̄ ab uno tm̄ puncto speculi reflexionem fieri est necesse,ergo & una tantū uidebit̄ imago,& quia locū ipsius nulla lineaꝝ intersectio determinat,ut patet per 37.quinti huius,palam ꝙ illa imago uidet̄ in proprio loco suo,hoc aūt est in superficie ipsius speculi in puncto.s. reflexionis, nisi forte propter continuitatem sui cum punctis alijs formæ naturalis uisæ ad locum alium imaginis protrahatur,patet ergo propositum.

XI.

Locum imaginis uisæ in speculis sphæricis conuexis in cōcursu lineæ reflexionis cum katheto incidentiæ necesse est esse: ex quo patet, quod in omni reflexione ab his speculis facta, semper imago totius rei uisæ continetur in aliqua linea inter loca imaginum suorum extremorum punctorum ꝓducta:patet etiā quod in his speculis possibile est locū imaginis inueniri.

Quod linea reflexionis concurrat cū katheto incidentiæ, patet per 9. huius,potest & idem demonstrari aliter.Sit em̄ punctus rei uisæ a, centrū oculi b, punctus reflexionis g,centrū speculi n,palā itaq; per 25.quinti huius,quod a g,linea incidentiæ, g b linea reflexionis sunt in eadē supficie erecta sup superficiem speculum in puncto g,contingente: linea itaq; cōmunis superficiei reflexionis,& supficiei speculi,sit circulus z g q & linea cōmunis supficiei contingenti speculū in puncto g, & superficiei reflexionis sit linea e g p,ducaturq; linea h g,perpendicularis sup lineam g p e, per 11.primi,& patet per 18.tertij, quod linea h g producta pertinget ad centrum circuli z g q,qui cū sit circulus magnus,ut patet per primam huius,palam qđ centrū eius est centrum ipsius speculi, transit ergo linea h g,producta ultra punctū g,per centrum speculi quod est n,aliter ēm linea à centro speculi ad punctū g ducta,erit etiā ꝑpendicularis sup lineam p g e,& linea h g,ꝓducta est ꝑpendicularis sup eandem,ab eodē ergo puncto ad eundem punctū lineæ rectæ continget duas perpendiculares sup unam lineam quod est impossibile, pertinget ergo linea h g ad punctum n,ducat̄ ergo linea a n,à puncto uiso ad centrum speculi,erit q; linea a n,per 72.primi huius,ꝑpendicularis super superficiem speculi,ergo & super superficiem contingentē speculū in puncto illo per quā transit,& quia inter duas lineas h g & p g,angulū rectum continentes cadit linea b g,palam quia ipsa non contingit circulū z g q,ipsa ergo ꝓducta secat circulū, cōcurret ergo cū linea a n,sit ut concurrat in puncto d,cū itaq; ut patet per 6. huius, punctum a, cuius forma à puncto speculi g reflectitur,& centrū speculi quod est n,necessario sint in eadem superficie,erit ergo per primā undecimi,linea a n,in eadem superficie cum linea b g palā ergo per 37.quinti huius,quia punctus d erit locus imaginis, qm̄ ipse est punctus cōmunis lineæ reflexionis,in qua necessario est forma & lineæ a n, quæ est kathetus incidentiæ formæ puncti a,secundum quam ut secundum lineam breuiorem necessario uidetur forma,patet ergo principaliter ꝓpositū per 37.quinti huius, & per hoc patet corrolariū,qa in omni reflexione à speculis sphæricis conuexis facta, semper imago totius rei uisæ continet̄ in aliqua linea inter loca imaginum suoꝝ extremoꝝ punctorum,ꝓducta,qm̄ katheti incidentiæ punctoꝝ medioꝝ cadunt semper inter kathetos incidentiæ punctoꝝ extremoꝝ,nec em̄ katheti incidentiæ ab aliquo illoꝝ punctoꝝ extremorum,ꝓducti ad centrum speculi secare possunt aliquē kathetum incidentiæ punctoꝝ extremoꝝ,patet etiā quod in his speculis cuiuscunq; puncti rei uisæ possibile est locum imaginis inueniri; ꝓducta em̄ linea recta à puncto quocunq; uiso per reflexionem ad



centrum

centrum ſpeculi,& producta linea reflexionis ad concurſum cū linea, erit punctus cōmunis ſectionis illarum linearum ſemper locus imaginis, & hoc proponebatur.

XII.

Kathetum incidentiæ linea reflexionis à circulo, qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis,& ſpeculi ſphærici cōuexi ſecante, & à puncto reflexionis ducta erecta illum circulum contingente quæ ſecet kathetum, erit totius katheti proportio ad inferiorem partem ſui reſectam uerſus centrum, ſicut partis extrinſecus reſectæ per cōtingentem ad eam partē quæ utraſq; interiacet ſectiones.

Maneat diſpoſitio figuræ præcedentis, dico quod ꝓportio totius lineæ a n, ad lineā n d, eſt ſicut proportio lineæ a d, ad e d, quia eñ angulus b g h, æqualis eſt angulo h g a per 8. huius, angulus uero b g h, æqualis eſt angulo d g n, per 15. primi, quia ſunt anguli contra ſe poſiti, patet quod angulus h g a æqualis eſt angulo d g n, & quia anguli n g e, & h g e ſunt recti, per 17. tertij, ideo quod linea e g, eſt perpendicularis ſuper lineam h g n, patet quod æqualibus angulis ab his hinc inde demptis erunt anguli a g e & d g e æquales, & quia in trigono a g d, linea d e, angulum a g d, per æqualia ſecat, palam ex 3. ſexti, quia ꝓportio lineæ a e, ad lineam e d, eſt ſicut lineæ a g, ad lineam d g, ꝓtrahatur itaq; à puncto a, linea æquediſtans lineæ d g, per 31. primi, concurrens cū linea h n, in puncto h, quæ ſith a, concurrent aūt illæ lineæ per 2. primi huius, erit ergo per 29. primi, angulus n g d, æqualis angulo g h a, ſed ex præmiſſis patet, quod angulus n g d, æqualis eſt angulo a g h, eſt ergo angulus a g h, æqualis angulo a h g, ergo per 6. primi, erit latus a g, æquale lateri a h, ergo p 7. quinti, erit ꝓportio lineæ a g, ad g d, ſicut lineæ a h, ad g d, ſed ꝓportio lineæ a h ad g d, eſt ſicut ꝓportio lineæ a n ad d a, p 29. primi, & p 4 ſexti, qa ergo q̄ ꝓportio lineæ a h ad d g, eadem eſt lineæ a n, ad d n, ꝓportio uero lineæ a h, uel a g ad d g, ut patet ex p̄miſſis, eſt ſicut ꝓportio lineæ a e, ad e d ergo p 11. quinti, eſt ꝓportio lineæ a n, ad a d, ſicut lineæ a e ad e d, quod eſt propoſitū, quoniam linea e d, utraſq; interiacet ſectiones.

XIII.

In omni ſpeculo ſphærico conuexo linea recta interiacens centrum ſpeculi, & locum imaginis maior eſt recta interiacente locum imaginis & punctum reflexionis.

Sit diſpoſitio quemadmodū in præcedente, dico quod linea n d, eſt maior q̄ linea d g, ſecet eñ linea p g e, lineam a n, in puncto e, palam quod punctū e, dicitur finis cōtingentiæ, ut patet ex principijs libri huius, & quia per p̄cedentem eſt ꝓportio lineæ a n, ad lineam n d, ſicut lineæ a e, ad lineam e d, ꝓportio uero lineæ a e, ad e d, per 3. ſexti, eſt ſicut proportio lineæ a g, ad g d, q̄m præoſtenſum eſt linea e g, diuidit angulum a g d, p æqualia, eſt ergo ꝓportio lineæ a n, ad n d, ſicut lineæ a g, ad lineam g d, per 11. quinti, ergo per 16. quinti, erit permutatim ꝓportio lineæ a n, ad a g, ſicut lineæ d n, ad d g, ſed per 19. primi, linea a n eſt maior q̄ a g, ideo quod angulus a g n, eſt obtuſus, cū ſit maior angulo n g e, recto, ergo linea n d, eſt maior q̄ linea d g, & quia per 11. huius, punctus d, eſt locus imaginis, patet quod linea n d, interiacens centrum ſpeculi, & locum imaginis eſt maior linea d g, interiacente locum imaginis & punctū reflexionis quod eſt g, patet ergo ꝓpoſitū.

XIIII.

Ducto katheto incidentiæ ad centrum circuli, qui eſt communis ſectio ſupreficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi, ducta quoq; & linea in puncto reflexionis eundem circulum contingente, pars katheti interiacēs

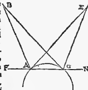
teriacens finem contingentiæ & circumferentiam circuli semidiametro eiusdem circuli est minor.

Remaneat omnino dispositio quæ supra, & quia punctus e est finis cõtingentiæ, intersecet linea a n, circumferentiam circuli in puncto f, dico quod linea e f, est minor semidiametro circuli, qui est f n, qm̃ enim ut patet ex p̃missis in proximo theoremate proportio lineæ a g, ad g d, est sicut ꝓportio lineæ a e ad e d, & proportio lineæ a n ad d n, est sicut lineæ a d ad d g, igitur per 11. quinti, erit ꝓportio lineæ a n ad d n, sicut lineæ a e, ad e d, ergo per 16. quinti, erit permutatim ꝓportio lineæ a n ad a e, sicut d n ad d e, sed linea a n est maior q̃ linea a e, qm̃ totũ est maius sua parte, ergo linea d n, est maior q̃ linea d e, erit ergo linea d n, multo maior q̃ linea f e, quæ est pars ipsius d e, multo magis ergo linea n f erit maior q̃ linea f e, quod est propositum.

XV.

Lineæ reflexionis formæ eiusdem puncti à diuersis punctis speculi sphærici conuexi non sunt æquedistantes: attamen in centro unius uisus non cõcurrunt, ex quo patet quòd unus uisus non potest uidere idolum eiusdem formæ reflexum à diuersis punctis eiusdem speculi sphærici conuexi.

Esto centrum uisus b, & punctus rei uisæ sit e, sitq; cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi circulus a g, incidatq; punctus e, diuersis punctis speculi in circulo a g, quæ sint a & g, & dico quod duæ lineæ reflexionis b a & b g, non sunt æquedistantes cum in unius centro uisus non cõcurrent, dato q; concurrent in puncto b, ducat̃ inter circulum corda arcus a g, quæ sit recta a g, & ꝓducatur extra circulum usq; ad pũctũ f, ex parte a, & ex parte g, usq; ad punctũ n, & quia per 20. quinti huius, angulus e g n, est æqualis angulo b g a, sed angulus e g n, maior est angulo e g a, per 16. primi, ergo angulus b g a, maior est angulo e g a. Sed angulus b a f, maior est angulo b g a, per 16. primi, ergo angulus b a f, est maior angulo e a g, non ergo reflectit̃ forma puncti e, ad uisum existentem in puncto b, à puncto speculi a, per 20. quinti huius, & tñ quia angulus b a f, nõ est æqualis angulo b g a, sed minor, ideo quia per 16. primi, angulus e g n, est maior angulo e g a, ergo per 20. quinti huius, & ex hypothesi erit angulus b g a, maior angulo b a f, palã ergo per 14. primi huius, quia duæ lineæ a g & b g, non sunt æquedistantes. Sed ut patet ex præmissis ipsæ nunq; cõcurrent in puncto b, in quo est centrũ uisus, patet ergo ꝓpositum, & per hoc patet quod unus uisus nõ potest uidere idolum eiusdem formæ à diuersis punctis talium speculorum reflexum, quod proponebatur.



XVI.

A superficie speculi sphærici conuexi non potest forma alicuius puncti ad uisum unum nisi à solo puncto reflecti, & una sola imago uisui occurrit.

Quoniam eñ per 10. huius, patet quod forma perpendiculariter huius speculo incidens, centro uisus in illa perpendiculari existente ab uno tm̃ puncto reflectitur ad uisum, non oportet nos nũc ꝓpositum nisi de lineis oblique his speculis sphæricis conuexis incidentibus demonstrare. Sit ergo punctũ uisum b, & centrũ uisus a, & non sit punctum a in perpendiculari ducta à re uisa ad centrum speculi quod sit n, dico quod forma puncti b, reflectitur ad a centrum uisus ab uno solo puncto speculi, & una sola imago uisui occurrit, palam eñ per 5. huius, quod uisibile in quo est punctũ b, modo conuenienti opposito ipsi speculo ab aliquo puncto superficiei speculi potest reflecti forma puncti b ad uisum a, sit illud punctum reflexionis g. & ducantur lineæ b g & a g, & ducatur kathetus incidentiæ qui sit b n, secans superficiem speculi in puncto l, & sit a n, diameter uisualis secans superficiem speculi in puncto r. Sint quoq; puncta d & e, termini superfi-

ciei portionis ſuperficiei ſpeculi uiſui oppoſitæ, ꝑducaturq; linea reflexionis a g, quæ producta ultra punctum g, ſecabit per 9. huius, perpendicularem b n, ſecet ergo illam in puncto q, quoniam punctus q, ut patet per 11. huius, eſt locus imaginis, palam itaq; per 6. huius, quia puncta a n b, ſunt in eadem ſuperficie orthogonali ſuper ſuperficiem ſpeculi, & quia ſuperficierum erectarum ſuper ſphæram ſpeculi in quibus ſunt puncta b & n, nulla extendi poteſt ad punctum a, quod eſt centrũ uiſus, niſi una tñ, quoniam punctus a, eſt indiuiſibilis, qui ad ſuperficies ſe circa ipſum uel lineam in qua eſt, non ſecantes cõmunis eſſe non poteſt, tunc palam quia puncta a & b, ſunt tantum in una ſuperficie erecta ſuper ſphæram ſpeculi, & non in pluribus, nõ ergo fiet reflexio puncti b, ad uiſum a, niſi in circulo ſphæræ qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei ſpeculi, & ſuperficiei a n b. Sit ergo hic circulus d g e, dico quod à nullo puncto huius circuli d g e, præter quã à ſolo puncto qđ ꝓpoſitum eſt eſſe g, fiet reflexio formæ puncti b ad a, centrum uiſus. Si enĩ ſit poſſibile fieri ab alio puncto circuli d g e, quàm à puncto g, ſit ille datus pũctus l, in quo kathetus incidẽtiæ qui eſt b n, ſecat ſuperficiem ſpeculi, cum itaq; linea b n, ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi, & linea a l, nõ ſit perpendicularis ſuper illam, quia non tranſit centrum ſpeculi quod eſt n, & forma ſecundum lineam perpẽdicularem ueniens neceſſario ſecundũ perpendicularem reflectatur, quoniam ſemper angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis, palam quia non reflectitur forma puncti b, ad uiſum a, à puncto l. palam etiam quod non reflectetur ab aliquo puncto arcus l e. hoc enĩ eſt impoſſibile qđ ad quodcunq; punctum illius arcus ducatur linea à puncto b, tenebit cum linea cõtingente circulum in puncto illo angulum obtuſum ex parte e. Ideo enĩ quod angulus contentus ſub diametro circuli, & linea in illo puncto circulum contingente eſt rectus per 17. tertij, & illa ſemidiameter educta non peruenit ad punctum b, quoniam ibi peruenit ſemidiameter n l, erit ergo angulus contentus ſub linea ducta à puncto b, & ſub illa linea contingente ex parte puncti b neceſſario obtuſus, & linea ducta à puncto a, tenebit cum illa linea contingente in puncto dato angulum acutum uerſus l, linea enĩ à centro ſpeculi ad punctũ illum contingentiæ perueniens tenebit cum linea contingente circulum in illo puncto angulum rectum per 17. tertij, à puncto uero a linea ueniens cum eadem cõtingente, tenebit angulum minorem recto ex parte puncti l, hoc enĩ contingens à pũcto a, duci nõ poteſt, qđ patet per 57. primi huius, quoniam linea a e, ſuperficiem ſpeculi eſt contingens ex hypotheſi, ꝓpter hoc, quia lineæ a e & b d, continent arcum circuli d g e, uiſui apparentem, qui per 2. huius, à ſuperficie ſpeculi non apparente uiſui per lineas contingentes determinatur, quare ſi ab illo puncto fieret reflexio, tunc per 20. quinti huius accideret, quod eſſet angulus acutus æqualis obtuſo quod eſt impoſſibile, non ergo fiet reflexio ab aliquo puncto arcus l e, ſed etiam à nullo puncto arcus g l, poteſt in hac diſpoſitione fieri reflexio, ſit enĩ ſi poſſibile eſt ut fiat à puncto z, & ducatur linea a z o, ſecans kathetũ incidentiæ, quæ eſt b n, in puncto o, & ducatur linea contingens circulum in puncto z, hæc ergo contingens neceſſario cadet inter lineas b g & b l, quoniam punctus z, eſt inter puncta g & l. Sit ergo illa contingens linea z m, & ſit g f linea contingens circulum in puncto g, ſecetq; linea z m, kathetum incidentiæ in puncto m, & linea g f, in puncto f, palã ergo per 12. huius, quod ꝓportio lineæ b n, ad lineam n q, eſt ſicut lineæ b f, ad f q, & ſimiliter erit proportio lineæ b n ad n o, ſicut ꝓportio lineæ b m ad m o, ſed quia linea o n maior eſt quàm linea q n, quoniam totum maius eſt ſua parte, erit per 8. quinti huius, lineæ b n ad n q, maior proportio quàm ad lineam n o, maior ergo ꝓportio eſt lineæ b f, ad f q, quàm lineæ b m ad m o quod eſt impoſſibile, & contra 9. primi huius, cum linea b f, ſit minor quàm linea b m, & f q ſit maior quàm m o, reſtat ergo ut à puncto z, non fiat reflexio, ſed neq; ab aliquo alio puncto arcus g l, quoniam dato quocunq; puncto alio à puncto z, poteſt fieri de-

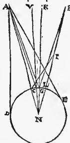
ductio

doctio præmisso modo. Similiter quoq; nec ab aliquo puncto arcus g d, fiet reflexio, si enim fiat ab aliquo, sit istud t, & ducatur linea b r, & linea a t h, secans kathetum b n, in puncto h, & ducatur contingens circulum in puncto t, quæ sit r h, secans kathetum b n, in puncto p. Erit ergo per 13. huius, proportio lineæ b n ad n h, sicut lineæ b p ad p h, & lineæ b n ad n q, est sicur lineæ b f ad f q; sed maior est proportio lineæ b n ad n h, quàm lineæ b n ad n q, per 8. quinti, maior est ergo proportio lineæ b p ad p h, quàm lineæ b f ad f q, quod est impossibile, & contra 9. primi huius, maioris enim ad minorem maior est proportio, quàm minoris ad maiorem per eandem 9. primi huius, est enim linea b f, maior quàm b p, & p h maior quàm f q, palam ergo quod à nullo puncto arcus g d, fiet reflexio formæ puncti b, ad uisum a, quodlibet ergo punctum formæ uisæ ab uno solo puncto speculi conuexi sphærici ad uisum reflectitur, una sola ergo erit linea reflexionis cuiuscunq; puncti uisi, sed est etiam unicus kathetus incidentiæ per 20. primi huius, unicus ergo punctus est in quo illæ lineæ rectæ se secant, qui est locus imaginis, ut patet per 11. huius, unius ergo puncti eius unica imago, & hoc est propositum.

XVII.

In uno katheto incidentiæ superficiei speculi sphærici conuexi sumptis duobus punctis, quorũ formæ à superficie speculi sint reflexibiles ad unum uisum, erit punctus reflexionis puncti propinquioris centro speculi remotior à centro uisus, quàm puncti remotioris ab eodem centro speculi sit ab ipso centro uisus.

Remanente dispositione quæ in præcedente, sint in katheto incidentiæ, quæ est n b, duo puncta signata quæ sunt p & b, sitq; punctum p, propinquioris centro speculi puncto scilicet n, centro circuli d g c, qui est communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi dati, & sit punctum b, remotius ab eodem centro, & sit a centrum uisus, & sit locus reflexionis puncti b, punctus g, dico quod punctus reflexionis formæ puncti p, remotior est à centro uisus, quod est punctum a, quàm g, qui est punctus reflexionis formæ puncti b. Ducantur enim à puncto a d e, lineæ contingentes circulum, & portionẽ circuli oppositam uisui continentes per 2. huius, quæ sit a e & a d, et sit punctus in quo kathetus b n, secat circulum propositum punctum l, palam ergo quod forma puncti p, non reflectitur à puncto l ad punctum a, quoniam sola perpendicularis uisualis reflectitur in seipsam per 10. huius, neq; reflectitur forma puncti p, à puncto g, quoniam ab illo reflectitur forma puncti b, ut patet per præmissa, sed necesse est ut reflectatur ab aliquo puncto arcus g l, inter puncta g & l. Si enim detur quod ab aliquo puncto arcus g d, fiat reflexio formæ puncti p, ad uisum, sit illud punctum t, sitq; p t, linea incidentiæ formæ puncti p, ducatur itaq; ad punctum t, perpendicularis n t u, hoc ergo per 8. huius, necessario diuidit angulum p t a, per æqualia, ducatur quoq;



ad punctum g, perpendicularis n g k, palam ergo per 21. primi, quod angulus u t a, maior est angulo n g a, angulus ergo u t a, qui per 13. primi, est residuum duorum rectorum super angulum u t a, est minor angulo k g a, qui est residuum duorum rectorum super angulum n g a. Sed angulus k g a, per 8. huius, æqualis est angulo b g k, angulus ergo u t a, est minor angulo b g k, angulus ergo p t u, qui per 8. huius, est æqualis angulo u t a, minor est angulo b g k, sed angulus p t u, ualet angulum p n t, & angulum t p n, per 32. primi, & angulus b g k, ualet angulum g b n, & angulum g n b, per eandem 32. erunt ergo duo anguli t n p, & t p n, minores duobus angulis g b n & g n b, quod est im

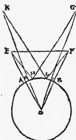
 possibile

possibile, cum angulus p n t, contineat angulum b n g, tanquam partem sui, & angulus t p n sit maior angulo g b n, per 16. primi, palam ergo quod punctus p, non reflectitur nisi ab aliquo arcu g l, interiacente puncta g & l, & quoniam inter puncta g & l, punctus g, est propinquior puncto a, qui est centrum uisus, patet quod omne punctum arcus g l, aliud à puncto g, est remotius à centro uisus a, quàm punctum g, quod est punctum reflexionis formæ puncti b, punctum ergo reflexionis formæ puncti propinquioris centro speculi est remotius à centro uisus quàm punctus reflexionis formæ puncti remotioris à centro speculi, quod est propositum.

XVIII.

Formæ omnium punctorum æqualiter distantiū à centro speculi sphærici conuexi secundum æquales angulos sub kathetis incidentiæ & diametris uisualibus in centro speculi contentos reflectuntur ad uisus.

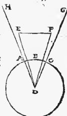
Sit communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi sphærici conuexi circulus a b c, cuius centrum sit d, patetque per primam huius, quoniam punctum d, est centrum speculi, sintque duo puncta e & f, æqualiter distantia à centru speculi, quod est d, erunt ergo lineæ e d & f d æquales, dico quod necessarium est formas illorum punctorum reflecti ad uisum secundum angulos æquales, ut si forma puncti e, reflectatur ad uisum existentem in puncto g, à puncto speculi h, & forma puncti f, quæ per præmissam non potest reflecti ad uisum g, à puncto h, reflectatur ad uisum existentem in puncto k, à puncto l, & ducantur lineæ g d & k d, dico quod angulus e d g, est æqualis angulo f d k. Sit enim ut kathetus incidentiæ, qui est e d, secet circulum in puncto a, & kathetus f d, in puncto b, & diameter uisualis g d, secet circulum in puncto c, & diameter k d, in puncto m, quia itaque lineæ e d & f d, sunt æquales, patet per præmissam, quoniam puncta reflexionis quæ sunt h & l, æqualiter distant à uisibus ad quos reflectuntur, ut quantum distat h, punctus reflexionis à puncto c, in quo diameter uisualis g d, secat circulum, tantum distet punctus reflexionis, qui est l, à puncto m, in quo diameter uisualis quæ est k d, secat circulum, quoniam punctus reflexionis formæ puncti minus distantis à centro speculi fit per præmissam remotior à centro uisus, & plus distantis propinquior, ergo in illis quæ æqualiter distant, erit æqualitas distantiæ à uisibus ad quos reflectuntur, nec est in hoc diuersitas, siue aliqua puncta sint in diuersis kathetis incidentiæ, uel in una, semper enim punctorum æqualiter distantium à centro eiusdem speculi, eadem est habitudo & ratio reflexionis, arcus ergo h c, est æqualis arcui l m, & eadem ratione est arcus a h, æqualis arcui b l, quoniam ergo per ultimam sexti, periferia circuli, sicut & per 87. primi huius, tota superficies speculi æqualiter se habet ad centrum, & puncta e & f, æqualiter distant ab eodem centro, totus ergo arcus a c, est æqualis toti arcui b m, ergo per 26. tertij, angulus e d g, est æqualis angulo f d k, quod est propositum.



XIX.

Impossibile est duo puncta æqualis distantiæ à centro speculi sphærici conuexi, ex eadem parte diametri uisualis existentia ab arcu, qui est communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi, ad eundem uisum reflecti.

Sit cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi circulus a b c, cuius



cuius centrum sit punctum d, & sint duo puncta æqualiter distātia à centro speculi quæ sint e & f, sitq; centrū uisus in pūcto g, in eadem superficie cum punctis e & f, & ex una parte ipsorum, sitq; punctum e, remotius à puncto g quàm punctum f, dico quòd illa duo puncta e & f, non est possibile reflecti ad unum uisum existentem in puncto g, ducantur enim lineæ e d, f d, g d, patet itaq; ex hypothesi, quod angulus e d g est maior angulo f d g, sicut totum sua parte, fiat itaq; super punctum d, terminum lineæ f d, angulus æqualis angulo e d g, per 23. primi, qui sit f d h, palam ergo per præcedentem, quoniā forma puncti f reflectetur ad punctum h, quod erit ultra punctum g, nō ergo ad punctū g, per 15. huius, patet ergo propositum. Si enim detur ut reflectatur ad punctum g, erit per præmissam angulus partialis qui f d g æqualis angulo e d g, quod est impossibile.

XX.

Puncto rei uisæ & centro uisus æqualiter à superficie speculi sphærici conuexi distantibus punctum reflexionis inuenire.

Esto b punctus rei uisæ, & sit a centrum uisus, sit quoq; dati speculi conuexi sphærici centrum c, & sit circulus qui est communis sectio superficierum reflexionis, & speculi qui e f g, & ducantur katheti b c & a t, secantes circulum in punctis f & g, quia ergo propter æqualitatem altitudinis puncti rei uisæ cū centro uisus, istæ duæ lineæ b c & a c sunt æquales, cum manifestum sit per ea quæ patuerunt in demonstratione 17. huius, quoniam ab aliquo puncto arcus f g, interiacentis katheti incidentiæ & reflexionis necessario fiet reflexio, secetur itaq; per 9. primi, angulus a c b per æqualia per lineam c d, secantem arcum f g in puncto e, patet quoq; per 25. tertij, quoniam arcus f e est æqualis arcui e g, eritq; linea c d perpendicularis super lineam circulum contingentem in puncto e, per 17. tertij, ducantur ergo ad pūctum e, duæ lineæ a e & b e, eruntq; duo trianguli a e c & b e c, per 4. primi, & ex hypothesi æquianguli & æquilateri, angulus ergo a e d æqualis erit angulo d e b, erit ergo per 8. huius, punctum e, quod est medius punctus arcus f g, punctus reflexionis formæ puncti b ad uisum a, & hoc est propositum. Si uero lineæ b c & a c, fuerint inæquales fiat in ipsis æqualitas longioris, ut si linea b c sit lōgior quàm a c, cum f c sit æqualis c g, quia sunt semidiametri eiusdem circuli, resecetur linea b f ad æqualitatem lineæ a g in puncto h, sitq; f h æqualis ipsi a g, palam ergo per præmissa, qm̄ forma puncti h reflectitur ad uisum a, à puncto e, puncta uero uiciniora centro c, quia per 17. huius, sunt in puncto suæ reflexionis magis distantia à puncto quod est centrum uisus, nec possunt cadere in punctum e, palam quia reflectitur à punctis arcus e f, & secūdum elongationem sui à centro circuli c, erit punctorū ipsorum reflexionis approximatio ad centrum uisus secundum puncta suæ reflexionis, remotiora uero puncta, ut illa quæ sunt super punctū h, scilicet pūcta m & b, erunt secundum puncta suæ reflexionis propinquiora centro uisus quàm pūctum e, cadent ergo in arcum e g, & secundū approximationem sui ad centrum circuli c, erit punctorū reflexionis maior elongatio à centro uisus b, hoc autē licet sit in grosso scientiam afferat, est tamen secūdum signorum punctorū reflexionis à punctis singulis superficiei speculi diligentius perscrutandum.

XXI.

Si angulus contentus sub linea incidentiæ à puncto rei uisæ oblique ducta ad punctum aliquem superficiei speculi sphærici conuexi, & linea à centro speculi ad eundem punctum ducta non fuerit maior recto, impossibile

est fieri reflexionem perfectam ad aliquem uisum secundum illũ punctum.

Esto a centrum uisus, & b pũctus rei uisæ, sit quoq; g, centrum speculi sphærici conuexi, sitq; communis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus, cuius centrum erit punctum g, per primam huius, sit quoq; d, punctus aliquis reflexionis & ducantur lineæ g d, b d & a d, q̃ necessario erũt in superficie reflexionis per 6. huius, uel per 25. quinti huius, dico quod si à puncto d debet fieri reflexio, necesse est angulum b d g esse maiorem recto, quia si nõ sit maior recto, nunquam fiet ab illo puncto reflexio. Si enim angulus b d g non est maior recto, aut ergo est rectus, aut minor recto. Si dicatur quod ipse sit rectus, ergo per 15. tertij, linea b d cõtinget circulum in puncto d, sed per 20. quinti huius, angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexiõis, ergo et angulus a d g, erit rectus & contingens circulum in puncto d, ergo per 14. primi, duæ lineæ b d & d a coniunctæ in puncto d, sunt linea una, non ergo fit reflexio secundũ perfectam naturã reflexionis formæ puncti b, à puncto speculi d ad uisum existentem in pũcto a. Sed fit simpliciter uisio secundum lineã a d b, quod est contra hypothesim, quoniam punctum d, est positum esse punctum reflexionis. Si uero angulus b d g dicatur esse minor recto, tunc à pũcto d, ducatur linea circulum contingens in puncto d, per 16. tertij, quæ producatur ad partem lineæ d b & sit d e, erit ergo per 15. tertij, angulus g d e rectus, & quoniam angulus b d g est datus minor recto, est ergo angulus b d g minor angulo e d g, & quoniam lineam b d, quæ est linea incidentiæ formæ puncti b, extra speculum cadere est necesse, erit ergo necessarium per ipsam diuidi angulum contingentiæ lineæ d e, quod est impossibile, & contra 15. tertij, non est ergo possibile angulum b d g esse minorem recto, sed neq; æqualem, necessarium ergo est ipsum esse maiorem recto, & hoc proponebatur.

XXII.

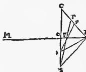
Puncto rei uisæ dato plus distante à centro speculi sphærici cõuexi quàm centrum oculi, possibile est in superficie speculi inuenire certum punctum reflexionis formæ dati puncti ad datum centrum uisus.

Esto punctum a centrum uisus, & sit b datus punctus rei uisæ, sitq; g centrum speculi sphærici conuexi, ducanturq; lineæ a b & b g, sitq; exempli causa linea b g maior q̃ linea a g, ideo ut punctus b, plus distet à centro speculi g quàm centrum uisus a, & quoniam lineæ a g & b g sunt in superficie reflexionis per 15. quinti huius, sit communis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus cuius centrum g, dico quod in hoc circulo possibile est inueniri punctum reflexionis à quo reflectitur forma puncti b ad uisum a, diuidatur enim angulus b g a per æqualia, per 9. primi, ducta linea e g, secante periferiã circuli in puncto u. Sumatur quoq; alia linea quæ sit m k, & diuidatur in puncto f taliter, ut eius pars f m se habeat ad f k, sicut linea b g ad lineam g a, per 119. primi huius, & diuidatur linea m k per æqualia in puncto o, per 10. primi, & à puncto o educatur perpendicularis indefinita super lineam m k, per 11. primi, quæ sit o c, & ducatur à puncto k, linea ad lineam c o tenens cum ipsa linea c o, angulũ æqualem angulo e g b quæ sit k c, est autem possibile hoc fieri, cũ enim linea o c fuerit accepta indefinita, & linea g e indefinita ducatur p 12. primi, à puncto b perpendicularis super lineam g e quæ sit b e, eritq; angulus b e g æqualis angulo c o k, quia uterq; rectus, super punctũ ergo k terminum lineæ o k, fiat per 23. primi, angulus o k c æqualis angulo e b g, producta linea k c, quæ per 14. primi huius, necessario concurret cũ linea o c, quoniam cũ angulus k o c sit rectus, patet quod angulus o k c, qui est æqualis angulo e b d, est acutus, palam per 33. primi, quoniam angulus o c k est æqualis angulo b g e, quia ergo trigonum k o c est orthogonium, in cuius latere o k est datus punctus f, tunc per 137. primi huius, à dato puncto f, ducatur linea ad basem trigoni c k, quæ sit f p, & cõcurrat cum producto latere c o in puncto s, ita ut proportio lineæ s p ad p k sit, sicut lineæ b g ad semidiametrum circuli cuius centrum est punctũ g, quæ sit g u,

sit g u, ex angulo quoque b g a secetur angulus æqualis angulo f p k, per 27. primi huius, qui sit b g d, hoc autem est possibile propter hoc, quia angulus p c s est æqualis medietate anguli b g a, est aūt angulus p c t maior angulo c s p, per 18. primi, quoniam sic oportet duci lineam s p, ut linea s p fiat maior quàm linea c p, ad quæsitum propositum inueniendum, aliâs enim non potest per lineam m k, punctus quærendæ reflexionis inueniri, sed oporteret aliam lineam assumi: est ergo angulus f p k minor angulo b g a, p 32. primi, & ducant lineæ k s & b d, quia ergo proportio lineæ s p ad p k, est sicut lineæ b g ad semidiametrū g d, et anguli his lineis, pportionalibus cōtenti sunt æquales, erūt per 6 sexti, trianguli s p k & b g d æquianguli, erit ergo angulus s p k æqualis angulo b d g, sed forte secundum quod opponitur in 133. primi huius, & declaratur in 137. primi huius, possibile est à puncto f, duci lineam aliam ad lineam c k similem lineæ s p, ut si ducatur hoc modo linea y f r secans lineam c s in puncto y, & lineam c k in puncto r, taliter ut proponitur. f. ut sit eius proportio ad r k, partem lineæ quam secabit ex linea c k, sicut lineæ s p ad p k, & tunc à puncto k ad lineam o s, ducatur linea k y alia quàm linea s k, aliamque cum linea ç k angulum cōtinens maiorem uel minorem angulo c k s, qui sit angulus c k y. Si ergo maior angulus ex his nō fuerit maior recto, non erit inuenire punctum reflexionis, ut patet per præmissam, quoniam & tunc angulus cōtentus sub linea reflexionis & semidiametro speculi non erit maior recto. Si uero aliquis illorum angulorum fuerit maior recto, est possibile fieri reflexionem & punctum eius inueniri. Sit igitur primo angulus c k s maior recto, eritque possibile inuenire punctum reflexionis, palam enim si angulus c k s est maior recto, quod eius æqualis b d g est maior recto, ducatur itaque à puncto d, linea contingens circulum per 10. tertij, quæ sit n d y cuius pūctus n, cadat in lineam b g, per 14. primi huius, & cum angulus p k o sit minor recto per 32. primi, ideo quia angulus c o k est rectus, ut patet ex præmissis, secetur ergo ex angulo b d g æqualis angulo p k o, per 27. primi huius, qui sit angulus q d g, ducta linea d q secante lineam b g in puncto q, cū igitur angulus s p k sit æqualis angulo d g q, & angulus p k f æqualis angulo q d g, erunt per 32. primi, triangulus f p k æquiangulus triangulo q g d, erit ergo angulus p f k æqualis angulo d q g, ergo per 13. primi, erit angulus d q b æqualis angulo k f s, & quia angulus b d q est æqualis angulo f k s, ideo quia cū totus angulus b d g sit æqualis toti angulo c k s, & angulus q d g sit æqualis angulo p k f. Restat ut angulus b d q æqualis sit angulo f k s, ergo per 32. primi, angulorum duorum illorum trigonorum b d q & f k s, erit triangulus triangulo æqualis, scilicet angulus d b q, angulus k s f, trianguli ergo b d q & f k s, sunt per 4. sexti, similes: pducatur aūt linea q d extra circulum, & à puncto b ducatur perpendicularis super ipsam quæ sit b z, erit ergo angulus b p z, per 13. primi, æqualis angulo s f o, & angulus b z q rectus æqlis est angulo s f recto, erit ergo p præmissa triangulus b q z similis triangulo s f o, producatur ergo linea d z ultra punctum z usque ad punctum i, ita quod linea z i sit æqualis lineæ z d, per 3. primi. palam ergo ex similitudine triangulorū, quoniam proportio lineæ z q ad q b, est sicut lineæ f a ad f s, & proportio lineæ b q ad q d, est sicut lineæ f s ad f k, erit ergo per 22. quinti, proportio lineæ z q ad q d, sicut o f ad f k, ergo p 18. quinti, erit coniunctim, pportio lineæ z d ad q d, sicut lineæ o k ad f k, ergo per 15. quinti, erit proportio lineæ i d ad lineam q d, sicut m k ad f k, est enim linea i d dupla ad lineam d z, sicut linea m k dupla ad lineam o k, ergo per 17. quinti, erit diuisim proportio i q ad q d, sicut m f ad f k, est autem ex præmissis proportio m f ad f k, sicut g b ad g a, ergo p 11. quinti, erit proportio i q ad q d, sicut b g ad g a, quoniam accepta est proportio m f ad f k, sicut b g ad g a; ducatur itaque linea b i, cui à puncto d, ducatur æquedistans d l, p 31. primi, & producatur linea b g donec concurrat cum linea d l in puncto l: concurrent aūt

illæ

illæ lineæ, per secundam primi huius, eritq; per 15. & per 29. primi, & 4. sexti, triangulus l d q similis, triangulo b q i, et erit proportio q i ad q d, sicut b i ad d l, & cum linea r sit æqualis lineæ z d, & linea b z perpendicularis sit super lineam d i, ut patet ex præmissis, erit per 4. primi, linea b d æqualis b i, erit ergo proportio lineæ b d ad d l, per 7. quinti, sicut lineæ b i ad d l, est ergo proportio lineæ b d ad d l, sicut lineæ i q ad q d, ergo per 11. quinti, sicut lineæ b g ad g a: ducatur aūt à puncto d, linea quæ sit d h, æqualē tenens angulum cum linea d l, angulo b g a, per 23. primi, qui sit angulus b d l, cadatq; punctus h in linea b g, cū ergo lineæ h l & d l cōcurrant in puncto l, erunt duo anguli l h d & l d h minores duobus rectis p 32. primi uel p 14. primi huius, ergo duo anguli a g h & d h g qui sunt æq̄les istis, ut patet ex p̄missis, sunt minores duobus rectis, quare linea h d concurret cū linea g a per 14. primi huius, dico quòd concurret in pūcto a, palā enī quod angulus g o n est rectus, per 17. tertij, sed per 32. primi, cum trigoni o k c, angulus c o k sit rectus, et duo anguli o c k & c k o sunt æquales recto, est angulus g d n æqualis illis duobus angulis o k c & o c k, & angulus o k c, ut patet ex præmissis æq̄lis est angulo g d q, restat ergo ut angulus q d n sit æqualis angulo o c k, qui ut patet ex præmissis æqualis est angulo b g e, scilicet medietati anguli b g a, est ergo angulus q d n, medietas anguli b g a, & ita medietas anguli h d l, sed angulus q d b est medietas anguli b d l, per 3. sexti, quoniam est proportio lineæ b q ad q l, sicut lineæ b d ad d l, cū sicut supra ostensum est triangulus d q l similis sit triangulo b q i, & linea b d æqualis sit lineæ b i, ut patet ex præmissis. Restat igitur ut angulus b d n sit medietas anguli h d b, & ita angulus b d n erit æqualis angulo n d h, cum enim angulus b d q sit æqualis angulo q d l, patet quod angulus b d h excedit angulū h d l, in duplo anguli q d h, est ergo angulus b d n æqualis angulo n d h, producatur itaq; linea g d ultra pūctum d ad punctum f, & quia anguli f d n & g d n sunt recti. Restat ut angulus b d f sit æqualis angulo h d g, ducať ergo p 31. primi, linea h t æquedistans lineæ b d, cuius punctus t cadat in lineam d g, palam ergo per 29. primi, quod angulus b d f est æqualis angulo h t d, sed & angulus b d f æqualis est angulo h d g, ergo per 6. primi, linea h t est æqualis lineæ b d, sed est proportio lineæ b d ad h t, sicut lineæ b g ad g h, per 29. primi, & per 4. sexti, cū lineæ b d & h t sunt æquedistantes, Est ergo per 7. quinti, proportio lineæ b d ad d h, sicut lineæ b g ad g h, sed ex præmissis patet quod linea h d producta ultra punctum d, cōcurret cum linea g a, & fiet per 32. primi, triangulus similis triangulo h d l, cum habeant angulum l h d cōmunem, & angulus h d l sit ex præmissis æqualis angulo h g a, igitur per 4. sexti, est proportio lineæ g d ad lineam d l, sicut lineæ h g ad lineam quam secat linea h d ex linea a g, & ꝓportio lineæ b d ad l d, per 13. primi huius, constat ex proportione lineæ b d ad d h, & lineæ d h ad l d, igitur ut patet ex præmissis proportio lineæ b d ad lineā d l, constat ex proportione lineæ b g ad g h, & lineæ g h ad lineā quam h d secat ex g a, sed proportio b d ad d l, ut patet superius, est sicut b g ad g a, ergo proportio b g ad g a, constat ex ꝓportionibus b g ad g h, & ipsius g h ad lineam quam secat h d ex g a: constat autem proportio lineæ b g ad lineam g a, per 13. primi huius, ex proportione lineæ b g ad g h, & lineæ g h ad g a, igitur g a est linea quam secat h d, ex linea a g, & ita linea h d cōcurrit cū a g in puncto a, quia itaq; ut patet ex præmissis angulus h d f est æqualis angulo h d g, & angulus h d g æqualis est angulo f d a, sibi contra posito per 15. primi, patet quod angulus b d f æqualis est angulo f d a, illud ergo punctum d, est punctus reflexionis, per 8. huius, quoniam in ipso angulus incidentiæ fit æqualis angulo reflexionis, quod est propositum.



Quando angulus c k s est maior recto. Quod si neuter angulorum, qui sunt c k s & c k y fuerit maior recto, dico quod non fiet reflexio ab aliquo puncto speculi ad uisum: Si enim dicatur quod hoc sit possibile, sit ergo punctus reflexionis d, ductis lineis a d, b d, a g, b g, d g, & quia fit reflexio à puncto speculi d, patet per præmissam, quod oportet angulum b d g esse maiorem recto, non ergo fiet reflexio ab his speculis secundum

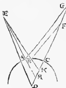
cũdum dispositionem talem figuræ, ut angulorum c k s & c k y quilibet sit minor recto, Sed & idem aliter demonstrandum, producatur itaq; linea a d intra circulum usq; ad h, punctum lineæ g b, & producatur linea d l ultra circulum taliter, ut fiat angulus l d h æqualis angulo a g b, per 23. primi, protracta quoq; linea b g quousq; concurrat cum linea d l in puncto l, concurret autem per 14. primi huius, quoniam angulus g d l est minor recto per 42. primi huius, & angulus d g b, ut patet per 3. huius, & per ultimã sexti, est etiam minor recto, & ducatur linea cõtingens circulũ in puncto d, quæ sit d n y, & à puncto d, protracta linea d q secante lineã g b in pũcto q, fiat angulus q d n æqualis medietati anguli a g b, per 9. & 23. primi, palã ergo quod triangulus h d l æquiangulus est triangulo h g a, quia enim angulus h d l æqualis est angulo h g a, & angulus a h g est communis, erit per 32. primi, tertius tertio æqualis, ergo per 4. sexti, erit proportio lineæ d h ad d l, sicut lineæ h g ad g a; ducatur itaq; à puncto h, per 31. primi, linea æquedistans lineæ b d, quæ sit h t, erit ergo per 29. primi, & per 4. sexti, proportio lineæ b d ad r h, sicut lineæ b g ad g h, quia uero ex hypothesi forma puncti b reflectitur ad uisum a, à puncto speculi d ducatur linea b d extra circulum ad punctum e, erit quoq; per 8. huius, angulus e d b æqualis angulo e d a, ergo per 15. & 29. primi, erit angulus d t h æqualis angulo h d t, ergo per 6. primi, erit linea d h æqualis lineæ h t, quia ergo ut patet per 4. sexti, cũ linea t h sit æquedistans lineæ d b, erit proportio b g ad g h, sicut b d ad t h, sed linea t h æqualis est ipsi d h, est ergo per 7. quinti, proportio b d ad d h, sicut b g ad g h, fuit autem proportio d h ad d l, sicut h g ad g a, ergo per 32. quinti, erit proportio b d ad d l, sicut b g ad g a; sed cum angulus b d e sit æqualis angulo h d g per præmissa, & angulus n d e æqualis angulo n d g, quia uterq; rectus. Relinquitur angulus b d n æqualis angulo n d h, est ergo angulus h d n, medietas anguli b d h, sed angulus n d q est medietas anguli a g b ex præmissis, ergo & est medietas anguli h d l, qui est æqualis angulo a g b, igitur angulus b d q est medietas anguli b d l, est ergo angulus b d q æqualis angulo q d l, ergo per 3. sexti, in trigono b d l erit proportio b q ad q l, sicut b d ad d l, ducatur quoq; à pũcto b, per 31. primi, linea æquedistans lineæ d l, quæ sit b i, & concurret linea d q cũ linea b i in puncto i, concurret autem per secundã primi huius, & diuidatur linea d i per æqualia in puncto z, per 10. primi, & ducatur linea b z, palam itaq; per 15. & 29. & 32. primi, quoniam trigona b q i & q d l sunt æquiangula, ergo per 4. sexti, erit proportio lineæ b q ad q l, sicut lineæ b i ad d l, fuit aũt ex præmissis proportio b q ad q l, sicut b d a d d l, ergo per 11. quinti, est proportio b i ad d l, sicuti b d ad d l, ergo per 9. quinti, lineæ b i & l d sunt æquales, ergo per 31. primi huius, linea b z est perpendicularis super lineam d i, est autem sicut ex præmissis patet, proportio i q ad q d, sicut m f ad f k, ergo per 18. quinti, erit coniunctim ꝓportio lineæ i d ad d q, sicut m k ad f k, & erit per 15. quinti, proportio, d z ad q d, sicut o k ad f k, ergo per 17. quinti, erit proportio z q ad q d, sicut o f ad f k, producatur q; linea b z intra speculum donec concurrat cum linea e g, concurret autem per 14. primi huius, cum angulo d z b sit rectus ut præostensum est, & angulus z d g sit minor recto, qui est angulus n d g, sit ergo punctum concursus x, palam aũt ex præmissis, quoniam est proportio lineæ b g ad g d, sicut lineæ s p ad p k, cum ergo angulus c k s dicatur non esse maior recto, fiat super punctum k, lineæ c k angulus maior recto, hoc autem est possibile fieri, quia cum, sicut patet ex præmissis, angulus q d n sit æqualis medietati anguli a g b, & eidem æqualis constitutus sit angulus k c o, necesse est quod angulus q d n sit æqualis angulo k c o, erit ergo ut patet ex præmissis angulus q d g æqualis angulo c k o, quod patet ut prius: cum enim trigonum c k o sit orthogonium, palam quod duo anguli k a o & c k o, ualent unum rectum per 32. primi, sunt ergo æquales angulo u d g, & quia angulus k c o est æqualis angulo n d q, relinquitur angulus c k o æqualis angulo

q d g, fiat ergo super punctum k, lineæ f k angulus æqualis angulo b d q, & ponatur quòd linea tenens hunc angulum concurrat cū linea c o in puncto s, & ducatur linea s p transiens per punctum f, quæ sit alia à priori linea s f p, dico quòd istius lineæ s p ad lineam p k partem lineæ c k, erit proportio sicut lineæ b g ad g d, cum enim angulus b z d sit rectus æqualis angulo s o k, erit triangulus b z d ex præmissis similis triangulo s o k, est ergo proportio lineæ b z ad b d, sicut lineæ o s ad lineam s k, & lineæ b z ad z d, sicut lineæ i d ad o k, fuit autem ostensum prius, quia est proportio lineæ z q ad q d, sicut lineæ o f ad f k, ergo per 5. primi huius, erit econtrario proportio lineæ q d ad z q, sicut f k ad o f, ergo per 18. quinti, est ꝓportio totius lineæ z d ad z q, sicut totius lineæ o k ad o f, ergo per 22. quinti, erunt z b ad z q, sicut s o ad o f, ergo per 6. sexti, trigona z q b & o f s sunt æquiangula, angulus ergo z b q est æqualis angulo o s f, remanet ergo angulus q b d æqualis angulo f s k, sed & angulus f k s factus fuerit æqualis angulo b d q, & angulus p k f æqualis est angulo q d g, totus ergo angulus s k p æqualis est angulo b d g, ergo per 32. primi, & ex 4. sexti, erit triangulus b d g similis triangulo s p k, & totus triangulus b g e similis totali triangulo c k s, est igitur proportio lineæ s p ad p k, sicut b g ad g d, constituto ergo super centrum d, angulo æquali angulo scilicet s p k, & ducta semidiametro circuli quæ sit g u, patet secundum præmissum modum, quoniam punctum u erit punctum reflexionis, & quia ut patet per 16. primi, & ex præmissis prior angulus s p k est maior præsenti angulo s p k, quoniam extrinsecus, palā quod à duobus punctis speculi, quæ sunt d & u, fiet reflexio, quod est contra 16. huius non ergo potest angulus s p k, unquam esse non maior recto si secundum ipsum debeat fieri puncti reflexiōis inuentio, quia secundum talem dispositionem collocatis puncto rei uisæ & cētro uisus, non est possibile fieri reflexionem. Item impossibile est quod duo anguli cōstituti super lineam in o sint uterq; maior recto. Si enim uterq; talium maior fuerit recto, tamen super g centrum circuli propositi fiat angulus æqualis angulo s k m, fiet super illud centrum angulus alius diuersus ab isto quam efficiet sup k m, alia linea similis priori lineæ s k, & ita à puncto d, & ab alio puncto illius circuli, fiet reflexio formæ eiusdem pūcti ad uisum eundem, quod est contra 16. huius, oportet ergo ut tantum unus illorū angulorū sit maior recto, non ambo maiores uel ambo minores recto, patet ergo propositum.

XXIIII.

Super unum kathetum incidentiæ superficiei speculi sphærici conuexi, uel super diuersos ad uisum ad quem fit reflexio, cum similiter se habentes, datis duobus punctis, quorum formæ à superficie speculi sint reflexibiles ad uisum, erit locus imaginis puncti centro speculi propinquioris remotior à centro speculi, & remotioris propinquior.

Sit circulus qui est cōmunis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi sphærici conuexi a b c cuius centrum d, sitq; centrum uisus e, & kathetus incidentiæ sit d f g, in quo sunt duo puncta f & g, quorum formæ sint reflexibiles ad uisum, & sit punctum f propinquius centro speculi, & punctum g remotius, secetq; idem kathetus circulum a b c in puncto c, dico quod locus imaginis formæ puncti f, remotior est à centro speculi quod est d, quam locus imaginis formæ puncti g, quoniam enim ut patet per hypothesim quælibet formarū istorum punctorū ab aliquo puncto speculi reflectitur ad uisum, patet cum illa puncta sint in eadem katheto incidentiæ consistentia, quod centrum uisus e est cum ambobus illis pūctis in eadem superficie reflexionis per 6. huius, fiet ergo reflexio cuiuslibet illorum punctorū ad uisum e, ab aliquo puncto circuli a b c, sit ergo ut forma puncti g, reflectatur à puncto a, & forma puncti f à puncto b, erit ergo per 17. huius, punctus b, remotior à centro uisus e quàm punctus a, ducatur itaq; diameter uisualis quæ e d, & ducātur lineæ incidentiæ quæ sint g a & g b, & lineæ reflexionis quæ sint a e & b e, quæ productæ intra circulum secabunt katheturn



thetum

æqualis angulo q m a, tunc enĩ quia anguli b m o, & m b o, sunt æquales ex hypothesi, & per 5. primi, erunt sicut ostendimus in 28. huius, anguli b m q, & m b o æquales, ergo per 28. primi, lineæ m p & b f æquedistant, non ergo concurrunt, nec unq̃ fiet reflexio formæ alicuius puncti diametri b f, à puncto speculi m, punctum ergo o nõ erit locus alicuius imaginis punctorũ diametri b f, omnia ergo illa loca sunt extra speculum in linea t o, ita quod puncta t o sunt loca imaginum, patet ergo ꝓpositum, ita tamen ut punctum t accipiatur ut simpliciter uisum, & ut reflexum pro ut diximus in secunda huius, quoniam ipsum cadit in linea contingenti.

XXXI.

Katheto incidentiæ secante quẽcunq; punctum arcus circuli, qui est cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi interiacentis punctum cõtingentiæ lineæ à centro uisus ductæ, & punctum quo linea reflexionis cuius pars intra circulum est æqualis semidiametro circuli, secat arcum circuli non apparentem uisui, erunt locorum imaginum plura intra speculi conuexã superficiẽ, unũ tm̃ in ipsa superficie & plurima extra ipsam.

Disponantur omnia ut in præhabita demonstratione, secet'q; linea a m o, circulum taliter ut linea m o, sit æqualis semidiametro speculi, & linea a g t, contingat speculum in puncto g, dico quod in arcu g o, erunt loca imaginum ut proponitur. Sumatur ergo punctus illius arcus g o, qui sit l, & ꝓtrahaĩ à centro speculi diameter b l, usq; quo secet lineã contingentẽ circulũ in puncto g, quæ est a t, secabit aũt per 14. primi huius, & per ea quæ declarara sunt in ꝓxima ꝓcedente. Sit ergo punctus sectionis e, & producatur linea a l, secans apparentem superficiem speculi in puncto r, & palam ex 14. tertij, qm̃ linea l r, minor est q̃ linea m o, cũ ergo ex hypothesi linea m o, sit æqualis semidiametro b l, patet quod linea r l, minor est semidiametro b l. Si ergo p. 136. primi huius, à pũcto a, ducatur linea ad diametrũ b l, cuius pars interiacens circulum & diametrum sit æqualis parti diametri interiacenti punctum huius sectionis & centrum circuli b, hæc linea reflexionis cadit intra puncta b & l, quia si detur ut cadat inter pũcta l & e, erit linea r l, maior q̃ linea l b, omnis enĩ linea interiacens centrum circuli, & illam partem lineæ reflexionis illi parti diametri æqualem, erit maior illa parte diametri sicut in commento 29. huius, per 14. tertij ostendimus de linea b p, quæ est maior q̃ linea f 3, æqualis parti diametri 3 d, ut ibi patet. Est aũt linea r l, minor q̃ linea b l, qm̃ per 14. tertij, linea r l, est minor q̃ linea m o, quæ ex hypothesi est æqualis ipsi l b, nõ ergo cadit illa linea inter puncta l & e, sed neq; in puncta l, ꝓpter eandem causam, cadit ergo inter puncta b & l, sit ergo punctus in quẽ cadit illa linea punctus i, & ducatur linea a i, secans portionẽ apparentem speculi in puncto u, cuius pars u i, sit æqualis parti diametri quæ est b i, dico ergo quod in quolibet puncto inter e & i, sumpto est locus imaginis, & sunt puncta e & i, metæ imaginum. Sumatur enĩ aliquod punctum lineæ l e, quod sit f, & ducatur linea f a, secans apparentẽ portionem speculi in pũcto h, & ducatur à centro speculi perpendicularis quæ sit b h k, fiat'q; per 23. primi super punctum h, terminum lineæ k h, angulus æqualis angulo a h k qui sit h k n y, palam'q; ex præmissis in præcedente quoniam lineæ b e & h y, productæ concurrent per 14. primi huius, sit punctus concursus y, & quoniam linea h y, cadit extra speculum, forma ergo pũcti y, mouebitur per lineam y h, ad speculum, reflectetur quoq; à puncto speculi quod est h, ad uisum existentem in puncto a, apparebit'q; imago eius in puncto f, in concursu katheti incidentiæ qui est b f, cum linea reflexionis quæ est a h, extra speculi superficiem, & eodem modo est de omnibus punctis lineæ l e, demonstrandum, imagines enim formarum omnium illorum punctorum uidentur extra speculum excepto solo l, in quo diametrum b l, secat speculi superficiem, quoniam in illo puncto locus

locus imaginis est in superficie speculi, ideo quod in superficie eius se intersecat linea reflexionis quæ est a l, cum katheto incidentiæ, qui est b y, eritq́ punctũ cuius formæ imago uidetur in pũcto l, reflexa à puncto r, consistens in diametro b i, producta ultra punctũ y, ut patet p 17. Sed ut patet p 29. huius, oẽs formæ pũctorũ cadẽtiũ in diametro b y, ultra punctum reflexum à puncto r, reflectuntur ab aliquo puncto arcus r u, & loca imaginũ omnium illorum punctorũ sunt in linea i l, ideo quia ut patet ex præmissis punctum i, est meta imaginum, ultra quod pũctum nunq̃ apparet aliqua imaginum uisu existente in puncto a, & speculi situ dispositio, ut patet ex hypothesi, palã ergo quod in quolibet puncto lineæ e i, sumpto inter puncta e & i, est locus imaginis formæ alicuius punctorũ diametri b e, eductæ ultra punctum e, quædam ergo imagines in diametro e b, sequũtur loca intra speculum, quædam extra speculum, & una sola in superficie speculi. s. in pũcto l, & eodẽ modo in q̃libet puncto arcus o g, poterit demõstrari diametris data pũcta arcus o g, transeuntibus & superficiẽ speculi secantibus, prout demonstrationũ necessitas requirit.

XXXII.

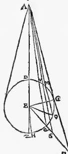
In quemcunq́ punctum arcus circuli, qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi, interiacentis punctum in quo linea reflexionis cuius pars intra circulum est æqualis semidiametro circuli in portione non apparente, secat circulum & punctum distantem à puncto contingentiæ per quartam eiusdem circuli kathetus incidentiæ ceciderit, locus imaginis semper erit extra speculum.

Disponant̃ oĩa ut in p̃cedentib9, ita ut linea a m o, sic secet circulũ speculi, ut linea m o, sit æq̃lis semidiametro speculi, & sic ut ĩ 30. huius angulus h b g, rectus, & linea a g p, cõtingat speculũ in pũcto g, dico q̃d arcui o h, kathetis ĩcidẽtiæ occurrẽtib9 locus imaginis erit semp̃ extra speculũ, ducat̃ eñ per aliq̃d pũctorũ arcus o h, diameter b q, q cõcurrant cũ cõtingente a g p, in puncto p, & ducat̃ à cẽtro uisus linea a u q, secans sup̃ius in portione uisui apparente speculum in puncto u, & quia ut prius patuit linea m o, est æqualis lineæ o p, & linea u q, est maior q̃ linea m o, per 14. tertij, ergo linea u q, est maior q̃ linea q b, linea quoq́ ducta à circũferentia ad diametrum d b, quæ est æqualis parti diametri p b, interiacenti ipsam & centrũ speculi, non cadet inter puncta q & b. Si eñ hoc sit possibile, tunc ut prius erit linea u q, minor q̃ linea q b, quoniam si linea illa caderet in punctum q, & eius pars intra circũferentiam maior q̃ linea u q, per 14. tertij. Restat ergo ut linea æqualis cadat inter p & q, quod enim non cadat in punctum p, palam per hoc, quia angulus p g b est rectus, est ergo per 19. primi, in trigono p b g, latus p b, maius latere p g, cadat itaq́ linea taliter ducta, citra p, & sit punctus in quẽ cadit o, erit ergo per 28. huius, punctus g, meta locorum imaginum, & quilibet punctus inter puncta p & g, erit locus imaginis, & est eadem demonstratio quæ in superioribus. s. 30. & 31. huius, in quolibet quoq́ puncto arcus h o, est eadem demonstratio. Ex his ergo præmissis p̃positionibus palam est, quia imagines diametrorum arcus h o, omnes sunt extra superficiem speculi, imaginum uero diameter f y, ut in 31. huius, una sola est in superficie speculi, ut illa quæ est in puncto l, aliæ uero sunt intra superficiem speculi, ut quæ cadunt in parte diametri quæ est i b, aliæ uero oẽs sunt extra speculum, ut quæ cadunt in linea l e, omnium quoq́ imaginum diametrorũ arcus o g, quædam sunt intra superficiem speculi, quædam extra ipsam, quædam in ipsa superficie speculi conuexa, ut ibidem in præmissa conclusum est, patet itaq́ quod proponebatur.

XXXIII.

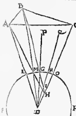
In arcum circuli communis sectionis superficiei reflexionis & superficiei speculi sphærici conuexi interiacentem punctum, ubi diameter uisualis & punctum distans à puncto contingentiæ per quartam circuli inferius secant circulum, non potest cadere kathetus incidentiæ in quo aliquis locus imaginis occurrat.

Omnibus alijs dispositis ut in proxima superiori figura, dico q̄d in arcum h z, nō potest cadere aliqua diameter in qua sit locus alicuius imaginis, qm̄ eñ linea contingens quæ est a g p, æquedistat diametro b h, per 28. primi, tunc patet quod uersus punctum p, nulla diameter cadens in arcum z h, concurrit cum linea contingente quæ est a p, & à quocunq; puncto talium diametrorum ducatur linea ad superficiem speculi conuexam cadit in portionem nō apparentem ipsius speculi, utpote in portionē circuli quæ est g z c, & nulla ipsarum cadit in portionem circuli g d c, uisui oppositam, nisi secando sphæram speculi, nulla ergo forma puncti alicuius talium diametrorum ueniet ad portionem uisui apparentē uel ad uisum, omnia aūt ista quæ in semicirculo d g z, & in eius arcubus in præmissis theorematibus declarata sunt, in arcubus quoq; semicirculi d c z, similiter possunt demonstrari ut in arcubus semicirculi d g z, similibus enim acceptis utrinq; dispositionibus arcuum & similibus factis, peractionibus linearum, eadem in omnibus occurrent passiones, & idem est demonstrādi modus, & similiter etiam quod nec declaratur in circulo c d g z, potest in unoquoq; circulo qui sunt communes sectiones superficierum reflexionis & superficiei conuexi speculi sphærici declarari. Vnde omnes passiones probatæ secundum quoscunq; punctos circuli d g z c, in completis circulis accidunt per totam speculi superficiē, sicut si punctus g, uel aliter punctus signatus moueatur per sphæræ superficiem & circulum describat, passiones uero arcuum circuli d g z c, perueniunt in quædam latera superficie contenta sub terminis æquedistantiū circulorū per totam sphæram speculi; sicut si arcus aliquis æquedistās polo motus speculi aliquā superficiem distinguat, ut patet intuenti. Si itaq; linea b h, moueatur eadem manente angulo h b z, signabit ipsa motu suo secundum punctum z, portionem sphæræ, in cuius diametris nullus erit imaginis locus, & si linea b z, immota existente moueatur arcus o h, descτibetur portio sphæræ, cuius omnes imagines in diametro b o, uel alia protracta existentes sunt extra speculum, moto uero arcu o g, fiet portio speculi, cuius diametrorum quædam imagines sunt in superficie speculi, quædam extra, & quædam intra speculū, uerum uisus non semꝑ comprehendit quæ imagines sunt in superficie speculi, uel quæ sint extra, nec certificatur in istorum comprehensione, nisi intimū, quia sentit quod sunt ultra portionem sphæræ apparentem. Sic ergo ex præmissis 6. theorematibus patet in propositis speculis loca imaginum esse determinata, secundum quod imagines horum speculorum uni tantum uisui offeruntur.



XXXIIII.

Ambobus uisibus à duobus punctis reflexionis suꝑficiei speculi sphærici conuexi forma unius puncti occurrente unicus imaginis est locus, & imago tantum unica uidetur.



Sint centra duorum uisuum a & b, & punctus uisus sit c, sitq; d centrum circuli magni, qui est secans ambos circulos, qui sunt cōmunes sectiones superficierum ambarū reflexiōis & speculi, à cuius punctis fit reflexio, & cuius portio apparens uisui sit e f, sitq; punctus reflexionis & speculi formæ puncti c, ad uisum a, punctus g, & punctus reflexionis formæ puncti c, ad uisum b, sit pūctus h, & ducat kathetus incidentiæ à puncto c, ad centrū speculi, qui sit e d, secans circulū in puncto o, secetq; linea reflexionis quæ est a g, ꝓducta ipsum kathetū c d, in puncto k, & linea b h, in pūcto i, suntq; primo uisus ambo æq̄liter distantes à cētro speculi d, & à pūcto rei uisæ qd᷑ est c, dico qd᷑ ambob9 uisib9 a & b, formæ puncti uisi c, licet duo sint reflexionum puncta quæ g & h, uno tantum imago uidetur, quia unicus est imaginis locus. Ducantur enim lineæ a d & b d,

b d, à centris amborum uisuum ad centrum sphæræ secantes speculum in punctis l & m, & palam, quoniã illæ lineæ sunt æquales, oculis enim æqualiter distantibus à centro speculi quod est d, palam quod linea a b continuans centra oculorum cum ambabus lineis a d & b d, cõtinet angulos æquales argumento 30. tertij huius, ergo per 6. primi, lineæ a d & b d, sunt æquales: si ergo situs puncti c respectu utriusq; uisus a & b sit idem, ita ut linea a t sit æqualis lineæ b c, tunc patet per 8. primi, quod utraq; diametrorum uisualium scilicet a d & b d, cum katheto c d continet angulos æquales, ergo per 25. tertij, arcus speculi l o & m o sunt æquales, quia enim a d & b d, diametri uisuales secant ex circulis cõmunibus superficiebus speculi & reflexionis arcus, & continẽt angulos æquales cum katheto c d in centro d, palã per 25. tertij, quia illi arcus lineas c d & b d ex una parte, & ex alia lineas c d & a d, interiacentes duo puncta reflexionis quæ sunt h & g, & punctum o, sunt æquales per 25. tertij, quoniam perpendiculares ductæ à centro ad puncta reflexionum, quæ sunt d g p & d h q, cum linea c d continent angulos æquales, & quia arcus h o & g o sunt æquales, & semidiametri d h & d g æquales, erunt etiam lineæ reflexionum quæ sunt h b & g a æquales, per 4. primi, quoniam ad uisus æqualiter distantes à centro speculi secundum æquales angulos sunt incidentes, eruntq; similiter lineæ g e & h e æquales, linea uero b h, & a g necessario se secant, quoniam cum anguli sunt minores duobus rectis, palam per 14. primi huius, quia lineæ b h & a g, in aliquo puncto necesse habent concurrere, & quia anguli reflexionis ad ambos uisus propter æqualem distantiam amborum uisuum à puncto rei uisæ, & à centro speculi sunt æquales, erunt & anguli c g a & c h b inter se æquales, palam ergo per 13. & 32. primi, quia trigonũ g c h est æquiangulum trigono h c i, & linea c h est æqualis ipsi lineæ e g, erit ergo per 4. sexti, linea h i æqualis lineæ g k, & linea c k æqualis ipsi lineæ c i, puncta ergo k & i sunt pũctus unus, super idem ergo punctũ katheti c d, erit sectio ambarum linearũ reflexionis, quæ sunt a g & b h, cum katheto incidentiæ qui est c d, & in hoc puncto utriq; uisui apparebit imago, uidebitur ergo una sola imago, quia unus et idem imaginis locus erit, quia uisus non æqualiter distent à speculo uel à re uisa, ad huc tamen unica uidebiẽ imago, licet enim imago pũcti uisi cadat in diuersis pũctis perpendicularis, hoc tamen est imperceptibile, imago ergo cuiuscunq; puncti à quocunq; uideatur oculo, semper seruat identitatem partis, & ob hoc apparet unitas imaginis. Remotio enim pũcti uisi ab uno uisu modico, est maior q̃ ab alio, & ob hoc loca imaginum sunt imperceptibiliter remota, & ob hoc apparent similiter, q̃m ex illis fit una imago compacta, quia loca imaginis nõ taliter à se distant, licet ꝑtialiter aliquãtulũ distent, patet ergo ꝓpositũ. Potest tamen quãdoq; & hoc accidere, ut si forma reflexa ualde obliquæ incidat alteri uisuũ, qđ ꝓpter obliqtatem una forma uideatur duæ, ut cum in una superficie reflexionis sunt centra ambarũ uisuum, tunc enim præmissi anguli in cẽtro speculi fiunt inæquales, & accidit uideri duas formas, sicut & nos in simplici modo uidẽdi diximus in quarto libro huius capitulis de uisione numerali, sed hoc euenit ut raro, & nos de hoc aliqđ diximus in 7. quinti huius.

XXXV.

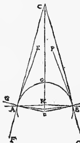
In speculo sphærico cõuexo est ordinatio punctorum imaginũ in ambobus uisibus, sicut ordinatio punctorum rei uisæ.

Ducantur à terminis lineæ quæ est in re uisa duo katheti ad centrum speculi, palã ergo quod tunc erit triangulus in quo cõtinebuntur omnes imagines omniũ punctorũ illius lineæ & si in illa linea sit punctus non eiusdem situs respectu amborum imaginũ puncti remotioris ab illo erit in diametro remotiori ab eius diametro, & ꝓpinquoris in ꝓpinquiori, q̃m semper imago cuiuslibet rei uisæ uidebitur in cõcursu lineæ reflexionis cum katheto incidentię ducto ab illo puncto ad centrũ speculi, ut patet per 11. huius. Si ergo obseruabitur situs partiũ in imaginibus sicut fuerit situs in punctis uisis. Sumpta uero linea in qua est punctum eiusdem situs, quodlibet pũctum illius lineæ eiusdem erit situs respectu oculorum. Si aũt sumaẽ linea quæ angulũ quã continent duæ lineæ à cẽtris oculorum ad punctũ uisum ꝓductæ diuidit per æqualia, situs cuiuslibet puncti illius lineæ quãtumcũq; ꝓductæ est situs cõsimilis utriq; uisui sicut uni, patet ergo propositũ.

XXXVI.

In quibusdam sitibus possibile est à speculis sphæricis conuexis pluribus uisibus rem apparere unicam unamq; imaginem habentem.

Sit communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi circulus a b, cuius centrum sit d, & sit punctum c, punctum rei uisæ, ducaturq; linea c d, à puncto uiso in centrum d, secans speculi periferiã in puncto o, sitq; arcus a o, æqualis arcui o b, & ducantur lineæ c a & c b, quæ per 8. tertij, & ex hypothesi erunt æquales, & à puncto ducatur linea f a e, contingens circulũ per 16. tertij, & à puncto b, linea p b q, & ducatur linea a b, patet ergo per 5. primi huius, quõ anguli c a b & c b a, sunt æquales, sed & anguli a o b & o b a linea curua & recta contenti sunt æquales per 43. primi huius. Sed & anguli contingentiæ o a e & o b p per 15. tertij, sunt æquales: relinquitur ergo angulus c a e æqualis angulo c b p. Itaq; sup puncti a terminum lineæ e a cõstituatur angulus æqualis angulo c a e per 23. primi huius, qui sit g a c, & super b terminũ lineæ c b cõstituatur angulus æqualis angulo p b c, qui sit h b c, eritq; angulus h b c æqualis angulo g a c. Positis itaq; uisibus in punctis g & h, palam per 20. quinti huius, quoniam forma puncti c reflectitur ad ambos uisus existentes in punctis g & h, ad punctũ quoq; h à puncto b producatur quoq; ultra punctũ a linea g a, ad lineã c d, quæ cõcurrent cũ illa per 14. primi huius, ideo quia anguli g a c & a c d sunt minores duobus rectis, cõcurrãt itaq; in puncto k, & producatur linea h b ad lineam c d, quæ similiter cõcurret ꝑpræmissa & in eodem pũcto k, quia enim ut patet ex præmissis linea a c est æqualis lineæ c b, & a d æqualis ipsi b d, quia semidiameter & linea c d cõis est ambobus trigonis a c d & b c d, erũt anguli a c d & d c b æq̃les, per 8. primi, & angulus g a c, est æq̃lis h b c, sed & angulus p b c ostensus fuit æqualis esse angulo e a c, est ergo angulus h b q æqualis angulo g a f, per 13. primi. Sed & angulus e a k est æqualis angulo g a f, & angulus p b k æqualis angulo h b q, per 15. primi, ergo angulus e a k æqualis est angulo p b k, erit ergo totalis angulus c a k æqualis totali angulo c b k, ergo per 32. primi, trianguli c a k & c b k sunt æquianguli, ergo per 4. sexti, cũ a c sit æqualis ipsi b c, erit latus a k æquale lateri b k, cõcurrent ergo in uno puncto k, quõ latus c k est in ambobus trigonis æquale sibijpsi, sed pũctus k est locus imaginis pũcti c, erit ergo ambobus uisibus idem locus imaginis, secundum ergo propriã faciẽ aspicientes uideãt siue res alias à loco puncti c, à punctis a & b reflexas ad uisus in pũctis g & h existentes. Idem accidit utrobiq;, idem q̃q; accidit in toto circulo transeunte pũcta b & a, quõ in quolibet pũcto illius circuli modo prædicto dispositis uisibus eadem est demonstratio, palã ergo propositũ. Si aũt anguli reflexionũ sunt diuersi, tunc res una diuersis uisibus in locis uidebit̃ diuersis, & plura idola obtinebit, & hoc est notandũ, & satis patuit per præmissa, quia illæ reflexionũ lineæ in diuersis punctis diametri speculi concurrũt, & ob hoc loca imaginum constituunt diuersa, ut patet per 11. libri huius, patet ergo propositum.



XXXVII.

In speculis sphæricis conuexis minor est distantia imaginis à speculi superficie, quàm ipsius rei extra.

Esto circulus, qui est cõis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici cõuexi h k, cuius centrum z, & linea uisa oblique incidens speculo sit e f, sitq; centrum uisus b, & reflectatur punctus e, à puncto speculi h ad uisum b & f, à puncto q, ducanturq; lineæ e h, h b, f q, q b, & ducant̃ perpendiculariter super superficiẽ speculi katheti e z, f z, per 72. primi huius. seceturq; linea e z circulum speculi in puncto r, & f z in puncto k, & b h producta intra speculum secet e z in puncto a, & b q secet f z in puncto g, & producatur li

tur linea a g, quæ per 11. huius, erit imago lineæ e f, ducaturq́ue à puncto h linea circulum contingens per 16. tertij, quæ sit h t, & hæc producta secet lineam e z in puncto t, eritq́ue punctus t finis contingentiæ lineæ h t, secetq́ue linea t h producta ultra h, lineam b g in puncto l, & à puncto t ducatur perpendicularis super lineam e z per 11. primi, quæ producta secet e h lineam in puncto d, & sit d t, quia itaque angulus b h l est æqualis angulo e h t per 20. quinti huius. Sed & angulus t h a æqualis est angulo b h l, per 15. primi, ergo angulus e h t est æqualis angulo t h a, ergo per tertiam sexti erit proportio lineæ e h ad h a, sicut lineæ e t ad lineam t h. Sed linea e h est maior quàm linea h a, ergo & linea e t est maior, quàm t a. Quòd autem linea e h sit maior quàm linea h a, patet: cum enim angulus e t d sit rectus, erit angulus e t h maior recto: est ergo per 13. primi angulus e t h maior angulo a t h. Sed angulus e t h maior est angulo e h t, p 13. primi. Item angulus e t h maior angulo a t h. Sed & angulus e h t est æqualis angulo a h t, ut patet ex præmissis, quia itaque anguli trigoni e t h, omnes simul sumpti sunt æquales angulis trigoni a t h, oibus simul sumptis per 22. primi. Relinquitur ergo angulus t a h trigoni t h a maior angulo t e h trigoni h e t. In trigono itaque a e h, angulus e a h maior est angulo a e h, ergo in trigono e a h, latus e h maius est latere h a, per 18. primi; maior est ergo linea e t, quàm linea t a, multo magis ergo linea e r est maior quàm linea r a. Sed linea r a est distantia imaginis puncti a, à superficie sphæræ speculi intra speculum, & linea e r est distantia puncti uisi, qui est e, à superficie speculi extra speculum, & si à puncto q ducatur linea contingens circulum, quæ producta ad kathetum f z, secet ipsum in puncto m, & à puncto m ducatur perpendicularis super f z, quæ producta ad f q sit m n, patebit similiter, quoniam linea f k est maior quàm linea k g, hoc est ergo propositum, quoniam si à medijs punctis lineæ e f, ducantur lineæ sicut ab extremis, patebit idem in omnibus imaginibus ipsorum, quæ per 11. huius cadunt omnes in lineam a g, patet ergo hoc quod proponebatur.

XXXVIII.

Re conspecta à tali longitudine, quod eius certa quantitas uisu comprehendi non possit, nonnunquã uidebitur imago rei uisæ in speculo sphærico conuexo æqualis, quandoque maior quàm forma per se uisui occurrens.

Sit a centrum speculi sphærici conuexi, & circulus qui est communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi sit e d b, & sit e d diameter illius circuli, & ducatur diameter e d ultra d, usque ad z, taliter, ut illud quod fit ex ductu e z in z d, sit æquale quadrato a d, semidiametro per 127. primi huius, ac si e d & a d sint duæ lineæ datæ. Diuidaturq́ue linea z d per æqualia in puncto h, per 10. primi, erit igitur a h medietas lineæ e z, ergo per 1. sexti, istud quod fit ex ductu a h in d z, est æquale medietati quadrati lineæ a d. Ergo per eandem primam sexti illud quod fit ex ductu a h in h d, æquale est quartæ parti quadrati a d, & quia illud quod fit ex ductu a h in h d, maius est quadrati h d, per 3. secundi. Sit illud quod fit ex ductu a h in h t, æquale quadrato h d, erit ergo h t minor quàm h d, fiat ergo circulus secundum quantitatem lineæ a h, quæ necessario æquedistabit circulo priori, quoniam ipsorum est idem centrum punctum a, & ipsorum semidiametri sunt æquales, & à puncto h ducatur corda æqualis medietati lineæ h d, per primam quarti, quæ sit h q, & producantur lineæ q a, q t, & super punctum q lineæ h q, fiat angulus æqualis angulo q a h per uicesimamtertiam primi, qui sit h q n, ducta linea q n super lineam a h, & quoniam trianguli h q a, angulus q a h æqualis est angulo h q n, trigoni h q n, & angulus a h q utrique cõmunis, erũt tertius tertio æqualis,

lis per 32. primi.s. angulus a q h, angulus h n q, ergo per 6. tertij, erit ꝓportio h a ad q h, sicut q h ad h n, ergo per 16. sexti, illud qđ fit ex ductu a h, in h n, æquale erit quadrato h q, sed quadratũ h q est 4. pars quadrati h d, ꝑ 4. secũdi, est enĩ h q medietas lineæ h d, ductus ergo a h in h n, est æqualis 4. parti quadrati d h, ergo & 4. ductus a h in h t, est ergo linea h n, æqualis 4. parti lineæ h t, per 1. sexti, cadit ergo punctũ n, inter pũcta h & t, remanetq́ꝫ linea t n, tres quartæ lineæ h t, restat ergo ut ductus h t in t n, sit tres quartæ q̃drati h t, per 2. secundi. Sed & per 1. sexti, erit ductus lineæ a h in t n, tres quartæ quadrati h d, quĩ aũt angulus a q h, est acutus ꝑ 42. primi huius, & ipse est æqualis angulo q h a per 5. primi, quĩ latera a h & a q, sunt æqualia, patet ergo, quia angulus q h a, est æqualis angulo h n q, in minori triangulo, ergo per 6. primi, latus n q, est æquale lateri h q, & angulus h n q est acutus, ergo ꝑ 13. primi, angulus q n t est obtusus, ergo quadratum lineæ t q, amplius est quadraro lineæ q n, & quadrato lineæ t n, in illo qđ fit ex ductu t n in n h, ꝑ 12. secundi. Si enĩ à puncto q, ducat̃ perpẽdicularis suꝑ h n, palam per 31. primi huius, cũ latera q h & q n, sint æqualia qđ ipsa cadet in medio pũcto lineæ h n, ex prima uero secundi ductus n t, in h n, æquipollet illi qđ fit ex ductu t n, in medietatẽ h n bis. Sed ductus t n in n h, cũ quadrato n t, æqualis est ductui h t in t n, per 3. secundi, igitur ductus h t in t n, est excessus quadrati lineæ t q, suꝑ quadratũ lineæ n q, ergo & suꝑ quadratum h q, cũ h q, sit æqualis ipsi n q, si uero quadratũ t q, est maius quadrato h q, & linea t q, erit maior linea h q, sit ergo per 3. primi huius, ꝓportio a i ad a h, sicut t q ad q h, quia ergo linea q t, est maior q̃ꝫ linea q h, erit linea a i, maior q̃ꝫ linea a h, erit quoq́ꝫ per 18. sexti, ꝓportio quadrati lineæ a i, ad quadratũ lineæ h q, quĩ sicut simpli ad simplũ, sic dupli ad duplũ, proportio uero quadratoꝝ dupla est ꝓportioni lateꝝ ex 18. sexti, erit ergo per 17. quinti, excessus quadrati a i, super quadratũ a h, ad quadratũ a h, sicut ductus h t in t n, ad quadratũ q h, & quĩ ex 4. secũdi, & ex p̃missis quadratũ lineæ q h, quater sumptum, efficit quadratũ lineæ h d, & ductus h t in n t, quater sumptus efficit triplum quadrati h t, ideo qđ ductus h t in t n, est tres quartæ quadrati h t, ut p̃missum est, quater uero tria sunt 12, in quibus tria integra continent̃, erit ergo per 15. quinti, ductus h t in t n, ad quadratũ q h, sicut tripli quadrati h t, ad quadratũ h d, Sit aũt h o, linea tripla ad lineam h t, erit ergo per primã sexti ductus o h in t h, triplus quadrati h t, sed quĩ ductus a h in h t, est æqualis quadrato h d, erit per 16. sexti, ꝓportio h a ad h d, sicut h d ad h t, erit ergo h t ad h a, sicut quadrati h t, ad quadratũ h d, ex corollario 17. sexti. Verũ, ꝓportio lineæ o h, ad lineam h a, est sicut ductus o h in h t, ad ductũ a h in h t, ex prima sexti, & ita per 11. quinti, est ꝓportio lineæ o h, ad lineam h a, sicut tripli quadrati h t, ad quadratum h d, sed hoc erat ꝓportio excessus quadrati lineæ a i, super quadratum lineæ a h, ad quadratũ a h, est ergo coniunctim per 18. quinti, ꝓportio lineæ o a, ad lineam h a, sicut quadrati lineæ a i, ad quadratũ a h, excessus enĩ quadrati a i, super quadratũ a h, cũ quadrato h a, efficit quadratũ a i, igit̃ ex 17. sexti, erit linea i a, medio loco ꝓportionalis inter lineas o a & h a, est. n. ut in corollario 17. sexti, ꝓponit̃, triũ lineaꝝ continue ꝓportionalium, proportio primæ ad tertiã, sicut quadrati constitutæ super primã ad quadratum constitutum super secundam. igitur ꝓportio lineæ o a ad i a, est sicut lineæ i a ad h a, erit ergo per 19. noni, eadem ꝓportio residui ad residuum. s. o i ad i h, cũ itaq́ꝫ i a, sit maior q̃ꝫ a h, erit o i, maior q̃ꝫ i h, ergo linea i h, est minor medietate lineæ o h.

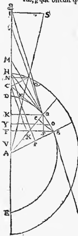
Item ut prius ostensum est ductus lineæ a h, in lineam h d, est æqualis quartæ parti quadrati lineæ a d, sed linea a d, est minor quàm a h, ductus ergo a d in h d, est minor quarta parti quadrati lineæ a d, linea ergo h d est minor quarta parti lineæ a d, quoniam si esset lineæ h d æqualis quartæ parti lineæ a d, tunc per 1. sexti ductus a d in h d esset æqualis quartæ parti quadrati lineæ a d, cum ambo sint altitudinis lineæ a d, est ergo linea h d minor quintæ parti lineæ a h, cũ itaq́ꝫ linea a h sit maior q̃ꝫ quintupla lineæ h d, ductus uero lineæ a h in lineã h t, sit æqualis quadrato lineæ h d, ut patet ex præmissis, erit per 16. sexti, linea h d maior q̃ꝫ quintupla lineæ h t, quoniã quæ est proportio lineæ a h ad lineã h d, eadẽ est proportio h d ad h t, est ergo h t minor quinta parte lineæ h d, & h d est minor quinta parte lineæ a h, ergo h t est minor 25. parte lineæ a h: est aũt

ex

ex præmissis ꝓportio lineæ o i ad i h, sicut lineæ i a ad h a, ergo per 18. quinti erit cōiunctim ꝓportio lineæ o h ad i h, sicut lineæ i a cū linea a h, ad lineā a h. ergo per 15. quinti, erit proportio tertiæ partis primæ lineæ ad secundam, sicut tertiæ partis ipsius tertiæ lineæ ad quartā: quia uero linea h o assumpta tripla lineæ h t, patet ꝙ linea h t est tertia pars lineæ o h, est ergo proportio lineæ h t ad i h, sicut tertiæ partis lineæ i a cum tertia parte lineæ a h ad lineā a h. Est igitur ꝓportio lineæ h t ad i a, sicut duarū tertiarū lineæ a h cū una tertia lineæ i h ad lineā a h, quia enim linea a h bis accipitur, semel per seipsam & semel in linea i h, ergo & eius tertia bis accipitur: linea uero i h accipitur semel in linea a i, unde & eius tertia est tantū semel accipienda, quia uero linea o i est maior quàm linea i h, ut supra patuit, & linea i h est minor medietate lineæ o h, ergo tertia pars lineæ i h erit minor sexta parte lineæ o h per 15. sexti. Sed cū linea h t sit tertia pars lineæ o h, ergo medietas lineæ h t est æqualis sextæ parti lineæ o h, est ergo tertia pars lineæ i h minor medietate lineæ h t, ergo duæ tertiæ lineæ a h cū minore parte lineæ ꝙ sit medietas lineæ h t, habuit ꝓportionem ad lineam a h, illā quam habet linea h t, ad lineā i h, ergo econtrario per 5. primi huius, erit proportio lineæ i h, ad lineā h t, sicut linea a h, ad duas sui tertias, cum linea minore medietate lineæ h t, est aūt linea h t, ut patet per præmissa minor 25. parte lineæ a h, & eius medietas minor est medietate 25. partis lineæ a h Sed linea a h in 25. partes diuisa, duæ eius tertiæ cū medietate 25. partis nō efficiunt 18. partes ipsius, qm̄ duæ tertiæ de 24. sunt 16. & remanet unū, cuius duæ tertiæ cū illo qd' est minus dimidio, fortè est plus ꝙ unū integrum, minus autē ꝙ duo integra. Igitur ꝓportio lineæ i h ad lineā h t, est maior ꝙ 25. ad 18. per 8. quinti. Item cū linea h t sit minor 25. parte lineæ a h, erit linea a t, maior 24. ptibus illarū partiū, quarū linea a h, est 25. Sed linea i h, est minor medietate lineæ o h, est aūt o h, tripla ipsi h t, ergo linea o h, est minor una & dimidia partiū ex ptibus, quarū a h, est 25. ergo multo magis linea i h, est minor una parte & dimidia illarū 25. ptium lineæ a h: est ergo ꝓportio lineæ a i, ad lineā a t, sicut lineæ minoris ꝙ 26. partes & dimidiæ ad lineam maiorē ꝙ 24. partes partium earundem. Est ergo proportio lineæ a i ad lineam a t minor proportione 26. & dimidij ad 24. per 8. quinti. Proportio uero lineæ i h ad lineā h t, est maior ꝙ 24. partiū ad 18. quoniā ex præmissis ipsa est maior ꝙ 25. partiū ad 18. Igitꝰ ꝓportio lineæ i h ad lineā h t, est maior ꝙ ꝓportio lineæ i a ad lineam a t, qm̄ minor est ꝓportio 26. & dimidij ad 24. ꝙ 24 ad 18. quæ est sesquitertia. Fit quoq; per 3. primi huius, ꝓportio lineæ i m ad lineā m t, sicut lineæ i a ad a t. Est ergo maior ꝓportio lineæ i h ad h t, ꝙ i m ad m t. cadit ergo pūctus m inter puncta i & h, per 9. primi huius, linea ergo m t est maior ꝙ h m. ergo p 8. quinti, maior est ꝓportio i m ad h m, ꝙ ad m t, ergo maior i m ad m h, ꝙ lineæ i a ad a t, ergo maior ꝓportio i m ad m h, ꝙ i a ad a h, qm̄ per 8. quinti maior est ꝓportio i a ad a t, ꝙ ad a h, cū a t sit minor quàm a h. Sit ergo per 3. primi huius ꝓportio lineæ i l ad l h, sicut lineæ i a ad a h, cadet ergo ut prius pūctus l inter duo puncta m & i, quod potest ostendi sicut prius. Et his sic præmissis innouabimus figurā.

Fiat itaq; omnimoda dispositio ut in præmissa figuratione, & in demōstratione ulterius ꝓcedatꝰ. A pūctis itaq; l & m ducantur duæ lineæ cōtingentes circulū d b e, p 16. tertij, quæ sint l b & m g, & copulentur lineæ i h, h b, i g, t g, a b, a g, & educātur lineæ a b, a g, ad circulū exteriorē quælibet in punctū z, quia itaq; ex præmissis est ꝓportio lineæ i l ad lineā l h, sicut katheti i a ad sui partē a h, patet per 12. huius, qm̄ punctus h est locus imaginis formæ puncti i, reflexæ à puncto speculi, quod est b, quia danti oppositum accidit conn arium proportionis prædemonstratæ lineæ i a ad lineam a h, erit enim tunc proportio lineæ i a, ad lineam ductam ad locum imaginis à puncto a, sicut lineæ i l ad lineam ductam à pūcto l ad locū imaginis, & quia ut præostensum est, ꝓportio lineæ i l ad lineā h l, est sicut lineæ i a ad h a: erit ergo punctus h locus imaginis, erit quoq; angulus i h z contentus sub linea incidentiæ i b, & super perpendiculari a b z, ducta à centro speculi ad punctum reflexionis æqualis angulo h b a, quem continet linea reflexionis cum eadam perpendiculari a b z, quoniam ut patet per 9. huius, illa linea reflexionis concurrit cum katheto incidentiæ, quæ est a i: uterq; enim illorū angulorum est æqualis cui-

dam angulo reflexionis, qui exempli causa sit z b x, ita ut centrũ uisus sit in puncto x, uel in aliquo puncto illius lineæ: angulo itaq; z b x æquat᷑ angulus i b z, p 20. quinti huius, p quẽ ostẽdit᷑ q angulus incidẽtiæ est æqualis angulo reflexionis, & angulus h b a æquatur angulo x b z, per 15. primi. Et similiter cũ pũctus h sit locus imaginis, & linea l b sit cõtingens circulũ in pũcto b, erunt anguli l b z & a b l recti, per 17. tertij. Sed angulus i b z est æqualis angulo h b a, relinquitur ergo angulus i b l æqualis angulo l b h. Similiter quoq; erit angulus i g z æqualis angulo t g a. & cũ linea m g sit cõtingens circulũ in pũcto g, & perpendicularis super diametrum a g, erit secundum præmissa angulus i g m æqualis angulo m g t. est enim secundũ præmissa punctus t locus imaginis formæ puncti i reflexæ à puncto speculi quod est g. Item ducatur à puncto h ad lineam a b, per 31. primi, linea æquedistans lineæ i b, quæ sit h p, & à puncto c ducatur super lineam a g æquedistans lineæ i g, quæ sit t k, erit ergo p 29. primi, angulus i b z æqualis angulo h p b. Sed angulus i b z ex præmissis est æqualis angulo h b a. Duo ergo anguli h b a & h p b sunt æquales; ergo per 6. primi duo latera h b & h p sunt æqualia: & similiter sequitur, quod duo latera t g & t r, sunt æqualia: quia itaq; in trigono h p b, duo anguli h p b & h b p sunt æquales, patet p tricesimã secundã primi, quoniam uterq; ipsorum est acutus, angulus ergo h p a est obtusus, ergo per decimamnonam primi, in trigono h a p, latus a h est maius latere h p. ergo & linea a h est maior quàm linea h b, & similiter erit linea a t maior quàm linea t g. Amplius quoniam linea h p est æquedistans lineæ i b, erit per uicesimam nonam primi, & per quartam sexti, proportio lineæ a i, ad lineam a h, sicut lineæ a b ad lineam a p; & similiter cum linea t r sit æquedistans lineæ i g; erit proportio lineæ a i ad lineam a t, sicut lineæ a g ad lineam a r; ergo erit econtrario per quintam primi huius, proportio lineæ a h ad lineam a i, sicut lineæ a p ad lineam a b. Sed linea a g est æqualis lineæ a b, per diffinitionem circuli: ergo per septimam quinti, eadem est proportio linearum a g & a b ad lineam a r: est ergo proportio lineæ a i ad lineam a t, sicut a b ad a r. Ablatis ergo hinc inde eisdem medijs, quæ sunt a i & a b, erit per uicesimam secundam quinti, proportio lineæ a h ad lineam a t, sicut lineæ a p ad lineam a r. Verum cum angulus h p a sit obtusus, palam per duodecimam secundi, quia quadratum lineæ a h excedet ambo quadrata linearum h p & a p, in eo quod fit bis ex ductu lineæ a p in lineam ductam à puncto p usq; ad locum perpendicularis ductæ à puncto h super lineam a p. Sed perpendicularis ducta à puncto h, super lineam a p productam, necessario cadet in medio lineæ p h, per tricesimam primam primi huius, quoniam lineæ h b & h p sunt æquales; ergo per primam secundi, quadratum lineæ a h, excedit ambo quadrata linearum h p & a p; in eo quod fit ex ductu lineæ a p in lineam p b. Sed per primam secundi, illud quod fit ex ductu lineæ a b in lineam a p, est æqualis ei quod fit ex ductu lineæ a p in lineam p b, & quadrato lineæ a p. Quadratum ergo lineæ a h excedit quadratum lineæ h p, in eo quod fit ex ductu lineæ a b in lineam a p. Eodem quoq; modo demonstrandum, quod quadratum lineæ a t, excedit quadratum lineæ t r, in eo quod fit ex ductu unius linearum a g uel a b in a r, cum linea a g sit æqualis ipsi a b: ducatur ergo linea a b in ambas lineas a p & a r, & prouenient duo præmissi excessus, quorum alterius ad alterum proportio per primam sexti, est sicut lineæ a p ad lineam a r, cum ipsorum sit eadem altitudo, quæ est lineæ a b, est autem ex præmissis proportio lineæ a p ad lineam a r, sicut lineæ a h ad lineam a t; erit ergo proportio excessus quadrati a h super quadratum h p, ad excessum quadrati a t super quadratum t r, sicut lineæ a h ad li-



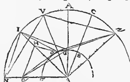
neam

neam a t:& cum h p sit æqualis ipsi h b,& t r sit æqualis ipsi t g, erit proportio excessus quadrati a h super quadratum h b,ad excessum quadrati a r,super quadratum t g, sicut lineæ a h,ad lineam a t,quia uero per 25. tertij, illud quod fit ex ductu lineæ c h, in h d, est æquale quadrato lineæ contingentis ductæ à puncto h,ad circulum d b c,q per 60. primi huius,& per 8. erit minor quàm linea h b,illud quod fit ex ducto lineæ c h, in lineam h d,est minus quadrato lineæ h b,patet ergo quod illud qđ fit ex ductu a h,in b d, minus est quadrato h b,fiat ergo per 127. primi huius,ut illud quod fit ex ductu a h in h u,minorem linea h d,æquale sit quadrato lineæ h b,& quoniam linea a h est maior q̃ linea h b,erit quoq; a h maior quàm h u,abscindatur ergo h n à linea a h, per tertiã primi in puncto u,patet itaq; per 2. secundi,quia quadratum lineæ a h,est æquale ei quod fit ex ductu lineæ a h, in h u,& in a u,illud quod fit ex ductu a h in a u, est excessus quadrati a h super quadratum h b. Est ergo proportio lineæ a h, ad lineam a t, sicut eius quod fit ex ductu a h in a u,ad excessum quadrati a t,super quadratũ t g. Si itaq; duæ lineæ a h & a t,ducantũ in lineam a u,erit per 1. sexti proportio eius quod fit ex ductu a h in a u,ad illud quod fit ex ductu a t in a u,sicut lineæ a h ad lineam a t, ergo per nonam quinti,illud quod fit ex ductu lineæ a t in a u,est æquale excessui quadrati a t super quadratum t g. Sed per secundam secundi, quadratum lineæ a t est æquale ei quod fit ex ductu a t in a u, & a t in t n,est ergo illud quod fit ex ductu a t in t n æquale quadrato t g,palam ergo quoniam ductus lineæ a h in h u,est æqualis quadrato h b,& ductus a t in t u,est æqualis quadrato t g. Item arcus b g diuidatur per æqualia in puncto o, per uicesimam nonam tertij,ducaturq; linea a o,& à punctis b & o & g ducantur tres perpendiculares super lineam a h per duodecimam primi,scilicet b f,o y,g k,& à puncto g ducatur linea æquedistans lineæ a h,per tricesimam primam primi,quæ sit g s,& à puncto b ducatur perpendicularis super lineam a g,quæ sit b t,& hic quidem b c si produceretur ad periferiam circuli,diuideret ipsam linea a g in duo æqualia per tertiam tertij, & similiter diuideret arcũ cuius corda esset producta b c per æqualia in puncto g, & ita secaretur alius arcus æqualis arcui b g,quoniam in illum arcum caderet angulus c b g & ita angulus c b est medietas anguli qui super centrum a caderet in illum arcum, per decimam nonam tertij. Sed ille angulus per uicesimam sextam tertij est æqualis angulo g a b,quoniam cadunt in arcus æquales super centrum a,igitur angulus c b g est medietas anguli g a u. est ergo per uicesimam sextã tertij, angulus c b g æqualis angulo o a g, Duo autem anguli b s g & b c g sunt recti,ergo per tricesimam tertij,si imaginetur circulus,cuius diameter sit b g,transiens per punctum s, ille necessario transibit per punctum c,& fiet arcus c s,in quem cadent duo anguli c b s & c g s, ergo hi duo anguli per uicesimam sextam tertij sunt æquales. Sed angulus g a y æqualis est angulo c g s, per uicesimam nonam primi,quoniam lineæ g s & a y æquedistant:est ergo angulus g a y æqualis angulo c b s,ut autem prius ostensum est,angulus c b g est æqualis angulo o a g ergo totalis angulus o a y æqualis totali angulo g b s,sed anguli a y o & g s b sunt recti,est ergo trigonum b a o æquiangulum trigono g b s,ergo per quartam sexti,est ꝓportio lineæ g b ad lineam b s,sicut lineæ o a ad lineam a y,& proportio g b ad g s,sicut a o ad o y. Item quia angulus a h b est acutus per quadragesimam secundam primi huius,palam per decimam tertiam secundi,quia quadratum lineæ a b minus est ambobus quadratis linearum a h & h b,in eo quod fit ex ductu lineæ a h in lineam h f bis,igitur quadratum lineæ a h cum quadrato lineæ h b,maius est quadrato lineæ a b, uel quadrato eius æqualis,quæ est a d,in eo quod fit ex ductu lineæ a h in lineam h f bis. Sed illud quod fit ex ductu a h in h f bis,est per primam secundi æquale ei quod fit ex ductu a h,in h d bis,& ex ductu a h in d f bis: illud autem quod fit ex ductu a h in h d bis, cũ quadrato lineæ a d,est æquale quadrato lineæ a h cum quadrato lineæ h d,per septimam secundi;quadratum ergo lineæ a d,cum eo quod fit ex ductu a h in h d bis, quia est commune utrobiq;,auferatur:remanet ergo quadratum lineæ d h, quod cũ eo quod fit ex ductu lineæ a h in f d bis,æquale quadrato lineæ h p. Sed ex præmissis patet, quod illud quod fit ex ductu a h in h t,est æquale quadrato h d,& illud quod ex ductu a b in h u,est

æquale quadrato h b, erit ergo ductus a h in h u æqualis ductui a h in h t semel & his in d f, ablato ergo ductu a h in h t, qui communis ponitur utrobiq;, relinquitur ut illud qđ fit ex ductu a h in t b semel, sit æquale ei quod fit ex ductu a h in d f bis, ergo per 1. sexti erit linea t u duplata linea d f. Item cũ angulus a t g sit acutus, erit secundũ prædictũ modum quadratũ lineæ a t cum quadrato lineæ t g æquale quadrato lineæ a d, & ei qđ fit ex ductu a t in t h bis, & ita ei qđ fit ex ductu a t in d t bis & in d k bis. Remanebitq; ut prius quadratũ lineæ t g æquale quadrato lineæ t d, & ei quod fit ex ductu a t in d k bis. Si autem per nonam sexti, ut quæ est proportio a t ad t d, eadem sit ipsius t d ad t ø; ergo per 16. sexti, illud quod fit ex ductu a t in t ø, est æquale quadrato t d; sed ex præmissis illud quod fit ex ductu a t in t u, est æquale quadrato t g; ablato ergo utrobiq; eo qđ fit ex ductu a t in t ø, restat ut illud qđ fit ex ductu a t in in ø u semel, sit æquale ei qđ fit ex ductu a t in d k his, igitur per primam sexti, linea ø n est dupla lineæ d k. Sed iam ostensum est, quod t u est dupla ipsi d f. Restat ut linea ø t sit dupla lineæ k f. Item quia ex præmissis illud quod fit ex ductu a h in h t, est æquale quadrato h d, ergo per decimã sextam sexti erit proportio a h ad h d, sicut h d ad h t, est ergo proportio lineæ a h ad h t proportio duplicata lineæ a h ad h d: & similiter per eandem rationem proportio a t ad t ø est duplicata proportio a t ad t d. Sed maior est proportio a t ad t d, quàm a h ad h d, per quartam primi huius, quoniam eiusdem lineæ quæ t h prioribus antecedenti & consequenti fit additio, ergo maior est proportio lineæ a t ad lineam t ø, quàm lineæ a h ad lineam a t, ergo per decimam primi huius, erit permutatim maior proportio lineæ a t ad lineam a h, quàm lineæ t ø ad lineam h t. Sed a h est maior quàm a t, quoniam totum est maius parte, ergo h t est maior quàm t ø ad h t. Sed t ø est dupla ad f k, ut patet superius, ergo h t est magis quàm dupla ad f k. Item ut supra demonstratum est, proportio b g ad g s, est sicut o a ad o y, ergo permutatim per decimam sextam quinti, erit proportio b g ad o a, sicut g s ad o y. Sed o a est æqualis ipsi b a per circuli diffinitionem, & g s est æqualis ipsi f k per tricesimam quartam primi, erit ergo per septimam quinti proportio b g ad b a, sicut f k ad o y. Item quia ut prius quasi in principio patuit, linea i h est minor medietate lineæ o h, & linea o h est tripla lineæ h t: erit ergo linea i h minor quàm linea h t, & quàm ipsius medietas. Sed linea h t est minor quinta parte lineæ h d, ut prius declaratum est, ergo linea i h est minor quàm linea c d: sed linea n d est maior quàm c d, ergo i h est multo minor quàm n d: est autem m i minor quàm i h: ergo m i est multo minor quàm n d, & quoniam z h est æqualis ipsi h d, ut præmissum est: patet quod punctum i cadet inter duo puncta h & z, ergo & punctum m cadit inter duo puncta h & z. Item illud quod fit ex ductu e z in z d, suppositum est æquale esse quadrato semidiametri a d, igitur illud quod fit ex ductu e m in m d, est minus quadrato a d, est autem id quod fit ex ductu e m in m d æquale quadrato lineæ contingentis circulum, qui m g, per tricesimam quintam tertij, quadratum ergo lineæ m g, est minus quadrato lineæ a d, ergo linea a d est maior quàm linea m g. Igitur linea m g est minor quàm linea a g, æqualis ipsi lineæ a d, cum sint semidiametri eiusdem circuli. Et quia duo trigona a g m & m g k, habent unum angulum a m g communem. Sed & angulus a g m est rectus per decimam septimam tertij, & angulus m k g est rectus per diffinitionem perpendicularis, ergo per tricesimam secundam primi, illa trigona sunt æquiangula, ergo per quartam sexti est proportio lineæ m k ad lineam k g, sicut lineæ m g ad lineam g a sed linea m g est minor quàm linea a g, ut iam patuit, ergo linea m k est minor quàm linea k g. Sed linea k g est minor quàm linea o y, per decimam quartam tertij, & linea h d est minor quàm linea m k, erit ergo linea h d minor quàm linea m k, erit ergo linea h d minor quàm linea o y, & quia per præmissa & per decimam sextam sexti est proportio lineæ a h ad lineam h d, sicut lineæ h d ad lineam h t. Cum itaq; linea h q sit medietas lineæ h d, erit per decimam quintam quinti proportio lineæ a h ad lineam h q, sicut lineæ h d ad medietatem lineæ h t, patuit autem supra quod linea h t est magis quàm dupla lineæ k f: & linea h d est minor quàm linea o y, est ergo maior proportio medietatis lineæ h t, ad lineam h d, quàm lineæ f k ad lineam o y, per nonam primi huius,

ius, est ergo per undecimam quinti, & per 5. primi huius, proportio q h ad a h, maior q̃ f k ad o y. Item linea a q, secat circulũ e b d, sit punctus sectionis x, & ducat̃ corda d x, quæ ꝓpter æquedistantiã arcuũ h q, d x, erit æquedistans cordæ h q, per 43. primi huius, & per 28. primi, erit per 29. primi, & per 4. sexti, ꝓportio h q ad a h, sicut d x ad a d, sed ꝓportio h q ad h a, est maior q̃ f k ad o y, erit ergo proportio d x ad d a, maior q̃ f k ad o y, est autẽ ex p̃missis f k ad o x, sicut g b ad a d, est ergo maior ꝓportio x d ad d a, q̃ b g ad g a, sed d a est æqualis ipsi g a, quia semidiameter, ergo per 10. quinti, corda x d est maior q̃ corda b g, ergo per 27. tertij, erit arcus d x, maior arcu b g, ꝓducatur item linea a q, extra circulum ad punctũ s, donec per 3. primi, fiat a s æqualis lineæ a i, & copulentur lineæ s i, quæ per 7. quinti, & per secundã sexti, erit æquedistans lineæ h q, ergo per 29. primi, & per 4. sexti erit ꝓportio s i ad h q, sicut i a ad a h, est autẽ præostensum q̃d est proportio i a ad a h, sicut t q ad q h, ergo per 9. quinti, linea s i est æqualis lineæ t q, cum ipsarũ ambarũ ad lineam q h, eadẽ sit proportio quæ lineæ i a ad lineam a h. Quia uero numerus assumendarũ linearũ excedit multipliciter numerum literarũ latinarũ, ne forte fiat intricatio in nominibus ipsarũ literarũ, mutetur figura, & q̃m linea nouiter assumpta, quæ est a s, posita est æqualis lineæ a i, fiat circulus super centrũ a, secundũ ipsarum quantitatẽ, & loco s, ponatur litera n, sitq; circulus d g b, similis priori circulo qui d b e, & ꝓducantur lineæ a b & a g, usq; ad circulũ exteriorem in puncta c & r, & sint lineæ a b c, & a g r, permutenturq; lineæ a i & a s, ita ut linea a d i, sit loco lineæ a x s, & loco lineæ a d i, sit linea a f n, ponaturq; loco literæ s, litera n, & loco literæ x, ponatur f eritq; ut præostensum est arcus d f, maior arcu g b. Sit ergo arcus b m æqualis arcui d f, quod fiet per ultimã sexti, si prius per 23. primi, super a terminũ lineæ a b, fiat angulus æqualis angulo d a f, qui sit b a m, ꝓducatur quoq; linea a m, ad exteriorẽ periferiam in punctum u, & sit a m u, ducant̃ etiã lineæ i b, i g, i m, n m, quæ producantur usq; ad exteriorẽ circulũ, & cadit in punctũ z, & ducant̃ lineæ z a, z g, cũ itaq; arcus b m, sit æqualis arcui d f, addito cõmuni arcu d m, erit arcus m f, æqualis arcui d b, ergo per 46. tertij, erit angulus n a m, æqualis angulo i a b, quia itaq; trigonorũ n a m, i a b, duo latera unius sunt æqualia duobus lateribus alterius, & angulus angulo, ergo per 3. primi, erit linea n m, æqualis lineæ i b, & angulus m n a, æqualis angulo i b a, remanet ergo per 13. primi, angulus n m u, æqualis angulo i b e. Et cũ in præmissa proxima figuratione linea a h, fuerit posita æqualis ipsi lineæ a q, erit trigonorũ q a m, & a h b, duo latera a q & a m, æqualia duobus lateribus a h & a b, & angulus q a m est æqualis angulo h a b, erit ergo p 4. primi, linea q m, æqualis lineæ h b, & angulus q m a, æqualis angulo h b a, remanet ergo angulus q m n, æqualis angulo h b i, & angulus q m u, æqualis angulo h b c, per 13. primi, & quia lineæ a n & a i, sunt æquales per diffinitionẽ circuli, & linea a q est æqualis ipsi a h, ex hypothesi. Remanet linea n q, æqualis lineæ i h, quia itaq; angulus n m u, est æqualis angulo i b c, & angulus i b c, ut p̃ostensum est, æqualis est angulo h b a, angulo uero h b a, est æqualis angulo q m a, erit angulus n m u, æqualis angulo q m a, patet autẽ quod linea m z, tota est extra circulũ, q̃a cum linea contingens circulũ ducta à puncto b, cadet inter puncta i & h, ut præostendimus, & quia est eadem remotio puncti b, à puncto h, quæ puncti m, à puncto q, q̃m ostensum est, quod linea b h, est æqualis lineæ q m, & linea i h, est æqualis lineæ n q, patet q̃d contingens ducta à puncto m, cadet inter puncta n & q, igit̃ cũ linea q m, cadat sub linea contingente, patet per 15. tertij, q̃m ipsa secat circulũ, est ergo tota linea m z, extra circulũ, q̃m linea q m z, posita est esse linea una recta, propter q̃d etiã erit per 15. primi, angulus q m a, æqualis angulo u m z, sed angulus n m u, ostensus est esse æqualis angulo q m a, erit ergo angulus n m u, æqualis angulo u m z, ergo per 8. huius, forma puncti n, reflectit̃ à pũcto speculi m, ad uisum existentem in puncto z, & erit per 11. huius, locus imaginis punctus q. Item quia angulus n m u, est æqualis angulo u m z, erunt per suppositionem primi huius lineæ n m, z m, æqualiter distãtes à diametro a u, ergo per 7. tertij, ipsæ sunt æquales. Ducantur itaq; lineæ n u & z u, quæ per 4. primi, erunt æquales cõmuni existente linea m u, ambobus trigonis n m u, & z m u, ergo per 27. tertij, arcus n u, est æqualis arcui u z, ergo per

26. tertij, angulus n a u, est æqualis angulo u a z. Sed ex p̃missis patet qđ angulus n a u, est æqualis angulo i a c, erit ergo angulus i a c, æqualis angulo u a z, angulus uero b a g, aut erit æqualis angulo g a m, aut minor aut maior, sit primo æqualis, si igitur ab angulo i a b, subtrahatur angulus b a g, & ab angulo z a u angulus g a m, remanebit angulus i a g, æqualis angulo z a g, & quia duo latera i a & a g sunt æqualia duobus lateribus z a & a g, ergo per 4. primi, erit linea i g, æqualis lineæ z g, & angulus i g a, æqualis angulo z g a, ergo per 13. primi, angulus i g r, est æqualis angulo z g r, fiat itaq; sup g terminũ lineæ a g, angulus æqualis angulo i g r, per 23. primi, qui sit angulus t g a,



ducta linea g t, super lineã i a, erit ergo angulus t g a, æqualis angulo z g r. Si igitur linea t g, ꝑducatur ad periferiam circuli, palam per 15. primi, quõ ipsa perueniet ad punctum z, linea enim z g & t g, coniunctæ in puncto g, fiunt linea una per 14. primi, est ergo t g z linea una recta, forma ergo puncti i, reflectitur à puncto speculi g, ad uisum existentem in puncto z, & locus imaginis eius est punctum t, palam itaq; quõ ad uisum existentem in puncto z, reflectuntur formæ duorum punctorum n & z, à duobus punctis speculi sphærici conuexi quæ sunt m & g, & loca imaginum sunt puncta t & q, igitur per 11. huius, linea t q, erit imago totius lineæ m: ꝓbatum est autẽ supra, quod linea t q est æqualis lineæ y i, palam ergo, quõ accidit in his speculis imaginem esse æqualẽ rei uisæ, quod est unum ꝓpositorum. Quod si angulus b a g, fuerit maior angulo g a m, abstrahatur b a g ab angulo i a b, & angulus g a m, ab angulo z a u, æqualis angulo i a b. Remanebit ergo angulus z a g, maior angulo i a g. Sic ergo angulus k a g, æqualis angulo i a g, erit quoq; angulus k a g, minor angulo z a g, per 23. primi, ducta linea à centro ad circumferentiam in punctum k, & copuletur linea k g, punctum ergo k, erit altius puncto z, & punctum m, altius puncto g, linea ergo k g, secabit lineam z m. Sit ut secet ipsam in puncto l, & producatur k g, super lineam i a, in punctum t, fiat quoq; deductio ut statim in proxima linea t g, palam ergo qđ uisui existente in puncto l, reflectetur ad ipsum forma puncti n, à puncto m, & locus imaginis q, & similiter ad ipsum reflectetur forma puncti i, à puncto g, & locus imaginis erit t, secundũ priorem probationem, erit quoq; linea t q, imago lineæ y i, quæ est æqualis ipsi, ut supra ostensum est, & sic sequitur idem ꝓpositum quod prius. Si uero angulus b a g, fuerit minor angulo g a m, erit ut supra angulus z a g, minor angulo i a g. Sic ergo angulus o a g, ducta linea a o, ad periferiã circuli æqualis angulo i a g, erit ergo angulus o a g, maior angulo z a g, est ergo punctum o inferius puncto z, & producatur linea o g, quæ incidat lineæ i a, in puncto t, palã itaq; quod forma puncti reflectitur ad uisum existentem in puncto o, à puncto speculi g, linea itaq; o g, aut secabit lineam z m q, extra circulum speculi, aut non, si sit possibile secet ipsam extra circulũ, si in puncto sectionis fuerit uisus, reflectentur ad ipsum duæ formæ punctorum n & i, à punctis speculi m & g, & loca imaginum erunt puncta q & t, & tota linea q t, imago totius lineæ y i, & erit per præmissa æqualis ei, patet itẽ hoc qđ prius quõ imago rei uidebitur in hoc situ æqualis ipsi rei. Si forte linea o g, secet lineam z m q, intra circulum speculi, tunc non potest accedere probatio præmissa, sed extra totalem hanc superficiem est possibile inueniri punctum, in quo posito uisu reflectantur ad ipsum formæ duorum punctorum n & i, à duobus punctis speculi, & ipsorum imagines erunt puncta q & t, quõ enim ut patet ex prius præostensis, angulus n a z, est duplus angulo n a u, æquali angulo i a b, ut patet ex p̃missis, & angulus i a o, est duplus angulo i a g, est autẽ angulus i a b, maior angulo i a g, in angulo g a b, & quia angulus g a b, est ex hypothesi minor angulo m a g, patet quod angulus g a b, est minor medietate anguli m a b, totus uero angulus m a b, est per ultimam sexti, æqualis angulo n a i, quõ arcus d f, est æqualis arcui m b, ergo angulus g a b, est minor medietate anguli n a i, angulus ergo n a z, excedens

dens angulum i a o, in duplo anguli g a b, non excedet ipsum in angulo maiori q̃ sit an
gulus n a i, duo ergo anguli n a i, & n a z, sunt maiores tertio, qui est i a o, & duo anguli
n a z, & i a o, sunt minores tertio, qui est n a i, & duo anguli i a o, & n a i, sunt minores ter
tio, q est n a z, sunt ergo isti tres anguli n a i, n a z, & i a o, quorũ quilibet duo sunt mino-
res tertio, omnes aũt tres simul 4. rectis sunt minores, q̃m anguli super centrum a, 4. re-
ctis sunt æquales, ipsos impossibile est euacuare, ut patet, igitur per 23. undecimi, possi-
bile est ex illis fieri unum angulum solidũ, fiat ergo ille super cẽtrum a, per eandem 23.
undecimi, & sit linea s a, eleuata super superficiem circuli in puncto a, taliter ut angulus
i a s, sit æqualis angulo i a o, & angulus n a s, sit æqualis angulo n a z, angulus uero n a i
maneat ut est in superficie circuli immotus, fiat itaq; linea a s, æqualis alicui linearum a
n, uel a a, uel a o, quæ oẽs sunt æquales, quia sunt semidiametri eiusdem circuli, & pro
ducantur lineæ t s, q s, quia itaq; angulus t a s, est æqualis angulo t a o, ut patet ex p̃miſ-
ſis, & duo latera t a & a o, sunt æqualia duobus lateribus t a & a s, & angulus t a o, est æ-
qualis angulo t a s, ut patet ex præmissis, erit per 4. primi, basis t s, æqualis basi t o, & to-
tus triangulus toti triangulo, erit ergo angulus o t a, uel g t a, æqualis angulo s t a. Simi
liter q̃q; angul9 q a s, est æq̃lis angulo q a z, & duo latera duob. laterib. erit ergo, ut pri9
angulus z q a, qui est m q a, æqualis angulo s q a, diuidat̃ itaq; angulus t a s, per æqualia
per lineam a y, ex 9. primi, & sit y punctus, in quo linea diuidens angulũ, secat lineam t
s, palã cũ angulus i a g, sit medietas anguli i a o, ut patet ex p̃missis, erit angulus t a g, æ-
qualis angulo t a y, sed & angulus g t a, ostensus est æqualis angulo y t a, & quia duob9
trigonis y t a, & g t a, latus t a, est cõmune, erit per 26. primi, trigonus y t a, æqualis trigo
no g t a, q̃m latus t y, erit æquale lateri t g, & latus a y, æquale lateri a g, erit ergo pũctus
y, in sup̃ficie speculi sicut & punctũ g, cũ ambo æqualiter distent à centro speculi, qđ est
a, & quia angulus t a g, est æqualis angulo t a y, erit angulus i a g, æqualis angulo i a y,
& latera lateribus sunt æqualia, q̃m i a est cõmune, & a y est æquale ipsi a g, ergo p 4. pri-
mi, erit angulus a g i, æqualis angulo a y i, & linea i y, p̃ducta erit æqualis lineæ y g. &
p̃ducatur a y, extra speculũ usq; ad punctũ p, restat ergo angulus i g r, æqualis angulo i
y p, uerum cũ linea t s sit æqualis lineæ t o, ut supra patuit, & t y æqualis ipsi t g, restat li-
nea g o, æqualis lineæ y s, duo ergo latera a y & y s, sunt æqualia duobus lateribus a g, &
g o, & basis a s, est æqualis basi a o, ergo p 8. primi, trigonorũ a y s, a g o, anguli æq̃s late-
ribus cõtenti sunt æquales, angulus ergo a y s, est æqualis angulo a g o. Restat ergo per
13. primi, angulus s y p, æqualis angulo o g r, igit̃ duo anguli i g r, & o g r, æquales sunt
duob9 angulis i y p, s y p, uerũ linea a s, secat sup̃ficiẽ cõuexã speculi, sit pũctus sectiõis
e, tria ergo puncta q̃ sunt e y d, sunt in sup̃ficie cõuexi speculi, lineæ ergo à centro speculi
qđ est a, ad illa tria pũcta, p̃ductæ sunt æquales, qa uero trigonũ t a s, est p secundã 11.
totũ in eadẽ sup̃ficie, patet qđ ista tria puncta d y e, q̃ sunt in laterib9 illius trigoni sunt
in eadẽ sup̃ficie, ergo linea e y d, est p 9. tertij, arcus circuli magni sphæræ speculi, cuius
cẽtrũ est a cẽtrũ speculi, est aũt i sup̃ficie reflexiõis cõmunis sectio sup̃ficiei speculi & refle
xiõis t s p, p primã huius, ergo forma pũcti i, reflectit̃ ad uisum existẽtẽ i pũcto à pũcto
speculi y, & locus imaginis est punctũ t. Similiter diuisio angulo n a s, p æq̃lia p lineã a
z, ductã sup q s, in punctũ x, & p̃ductã extra speculũ sup̃ficiẽ in punctũ o, demonstrabit̃
p̃dicto mõ, qa linea q x, erit æq̃lis q m, & a x æ q̃lis a m, & liea x s, æq̃lis m z, & duo angu
li n x o, & s x o, erũt æq̃les duob9 angulis n m u, & z m u, & ita forma pũcti n, reflectet̃
ad uisum existentẽ in pũcto s, à pũcto speculi x, & locus imaginis est punctũ q, & ita ut
prius formæ duorũ punctorũ n & i, reflectunt̃ à duob9 pũctis speculi x & y, ad uisum ex-
istentẽ in pũcto s, & erit linea t q, imago lineæ i n, est aũt linea t q, æq̃lis lineæ i n, patet
ergo p̃positũ, ut prius. Itẽ si à pũcto i, ducat̃ p̃pendicularis sup lineã n a, illa cadet īter
pũcta n & q, nõ extra punctũ n, qa cũ p 42. primi huius, angul9 i n a, sit acutus, si caderet
extra punctũ n, fieret acutus extrinsecus recto, & ita maior p 16. primi, qđ est īpossibi-
le, cadet ergo illa p̃pendicularis circa punctũ n, faciet ergo illa p̃pendicularis angulũ re
ctũ, sup lineã n q, quã respiciet linea i n, ergo p 46. primi, erit linea i n, maior illa p̃pẽdicu
lari, ergo illa p̃pẽdicularis erit minor q̃ linea t q, q̃ est æqualis lineæ i n, pũctus itaq; li-
neæ n q, i quẽ cadit illa p̃pẽdicularis, q sit k, reflectit̃ ad uisum i pũcto s, existentẽ ab aliq̃
puncto

puncto ſpeculi,& locus imaginis ſuæ erit in linea n a, per 11. huius, erit remotior à centro ſpeculi, qđ eſt a, ultra punctū q, ꝙ ſit ipſum punctū q, ut patet per 17. huius, quanto eñ remotiora ſunt puncta quorꝫ formæ reflectunẽ à ſpeculis ſphæricis conuexis, tanto loca imaginū magis accedunt ad centrū ſpeculi, ſed punctus i, illius perpendicularis reflectitur ad uiſum à puncto ſpeculi y, & locus ſuæ imaginis eſt punctū t, quæcunqꝫ uero linea ducitur à puncto t, ad aliquod punctum lineæ n q, ultra q, propius ad punctum n, ut linea t k, illa cū opponaẽ angulo obtuſo, ut patet, erit per 19. primi, maior ꝙ linea t q, ergo etiā erit maior ꝙ linea i n, quæ eſt maior illa perpendiculari, cuius imago uiſui occurrit, patet ergo ꝙ imago illius ꝑpendicularis erit maior ipſa perpendiculari, & idē accidit, quæcunqꝫ linea ducatur à puncto i, ad lineā n q, inter illam perpendicularē i k & linea i n, erit eñ ſemꝑ linea i n, maior illa linea per 46. & per 19. primi, & imago illius lineæ ſemꝑ erit maior ꝙ linea q t, & ita ſemper erit imago ipſius maior ꝙ ipſa, quod eſt ꝑpoſitum. Poſſunt aūt hæc clarius pateſieri, quia eñ forma puncti n, reflectitur ad uiſum exiſtentē in puncto z, à puncto ſpeculi m, & locus imaginis eſt punctū q, patet qđ linea reflexionis quæ eſt z m q, ſecat circulum, ſit punctū ſectionis e, patet ergo quod contingens ducta à puncto z, ad circulū qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, nō poteſt cadere in punctū m, quia per 21. huius, angulus a m z, oportet qđ ſit maior recto, quod eſſet contra 17. tertij, ſi linea z m, eſſet circulum contingens, non poteſt cadere in punctum e, quia ibi ſecat & nō contingit, cadet ergo in aliquod punctū arcus m e, & ꝑducta ad lineam n a, cadet altius ꝙ punctū q, quoniam punctus in quem cadit, diciẽ finis contingentiæ, qui ſit n, & eſt meta imaginum, ut patet per diffinitionē, & puncta ſub illo puncto l, qui eſt meta imaginum exiſtentium non poterunt reflecti ad uiſum, ſuperiora uero illa poterunt reflecti, igiẽ perpendicularis ducta à puncto i, ſuper lineā n q, ſi ceciderit altius puncto n, qui eſt meta imaginū, poteſt reflecti ad uiſum punctus ille lineæ n q, in quē ipſa perpendicularis cadit, & erit ut ꝑmiſſum eſt imago perpendicularis maior ipſa perpendiculari. Si uero perpendicularis cadat in ipſum pūctum ii, qui eſt meta imaginū, uel inferius illo, tunc forma puncti nunꝙ cadit perpēdicularis nec reflecteẽ, quare nulla erit imago ipſius perpendicularis, ueruntamē qm̄ ii finis contingentiæ eſt inferior ꝙ linea i n, & plus ad centrum, erunt inter punctū, qui eſt finis contingentiæ ii, & punctū n, infinita puncta, quorꝫ quodlibet reflectitur ad uiſum, & imago cuiuslibet erit ſuper lineā n q, & cuiuslibet lineæ ductæ à puncto i, ad quodlibet illorum, erit imago maior illa linea, cuius eſt imago, patet ergo propoſitum longis ambagibus certius perquiſitum.

XXXIX.

In omni diſtantia qua certa quantitas rei à uiſu poteſt comprehendi, imago cuiuslibet rei uiſæ in ſpeculo ſphærico conuexo minor uidetur quàm forma rei extra.

Sit a b linea uiſa, & ſit z x, arcus circuli qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi, cuius centrum d, ſitqꝫ e centrum uiſus, & reflecteẽ forma puncti a, ad uiſum e, à puncto reflexionis h, arcus z x, & forma puncti b, à puncto n, intelligaturqꝫ linea a b, ꝑduci intra ſpeculū, aut ergo ipſa tranſit centrū ſpeculi, aut non. Sit aūt primo qđ tranſeat, & ducatur linea a b d, ducaẽ quoqꝫ à puncto n, linea contingens circulū, quæ ſit n l, & à puncto h ducatur cōtingens, quæ h m, & ducantur lineæ incidentiæ & reflexionis, quæ ſint b n, e n, a h, e h, ꝑducanturqꝫ lineæ reflexionis e b & e n, donec cadant in ꝑpendiculare a d, & incidat linea e h, in punctum t, & linea e n, in punctum

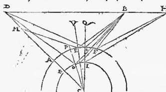
ctum q, palam ergo per 11. huius, quoniam t est locus imaginis formæ puncti a, & q est locus imaginis formæ puncti b, dico quod linea a b est maior quàm linea q t, patet enim ex 12. huius, quia proportio a d ad d t, est sicut a m ad m t. Similiter per eandẽ proportio b d ad d q, est sicut proportio b l ad l q, sed a d est maior quàm b d, & d t est minor quàm d q, ergo per 9. primi huius, maior erit proportio a d ad d t, quàm b d ad d q, ergo per 11. quinti, maior erit proportio a m ad m t, quàm b l ad q l, secetur ergo linea a m, in puncto f, per 3. primi huius, ita ut proportio f m ad m t, sit sicut b l ad l q, & ita cum m t sit maior quàm l q, erit per 14. quinti, f m maior quàm b l, ergo per 8. quinti, erit f m ad t m maior proportio quàm b l ad t m, erit ergo minor proportio b l ad m t, quàm b l ad l q & multo magis erit minor proportio b l ad m t, quàm b l ad q l, secetur ergo m t in puncto k, taliter ut proportio b m ad m k, sit sicut b l ad l q, palam ergo per naturã proportionis, & per 8. quinti, quoniam punctus k necessario cadet ĩtra pũcta m & q, linea enim l q, minor est quàm m q, & linea b l est maior quàm linea b m, cũ igitur sit proportio f m ad m t, sicut b l ad l q, & sicut b m ad m k, erit per 19. quinti, proportio f b ad k t, sicut b l ad l q, sed b l est maior quàm l q, ergo f b est maior quàm k t, sed f b est minor quàm a b, & k t est maior quàm q t. Si ergo f b est maior quàm k t, ergo multo fortius a b est maior quàm q t, & hoc est propositũ. Si uero linea a b, producta nõ perueniat ad centrum d, ducatur à puncto a, linea ad centrũ d, quæ sit a d, & à puncto b ducatur b d, & locus imaginis a, sit punctus g, locus imaginis b, sit punctus p, & ducatur linea p g, erit ergo linea p g, imago lineæ a b, dico quia a b est maior quàm p g, aut enim p g est æquedistans lineæ a b, aut nõ, si fuerit æquedistans, palã quia p g est minor quàm a g, per 29. primi, & per 4. sexti, cũ enim sit proportio a b ad p g, sicut a d ad d g & a d, sit maior quàm d g, erit a b maior quàm p g. Si uero linea p g, nõ sit æquedistans ipsi a b, producatur usque quo cõcurrat cũ a b, & sit punctus cõcursus z, & à puncto p ducatur æquedistans a b, quæ sit p h, angulus ergo p g h, si sit rectus uel maior recto, erit per 18. primi, latus p h, maius latere p g, sed p h est minus quàm a b, per 4. sexti, ergo p g est minus quàm a b, si angulus p g h fuerit acutus, maior tñ angulo p h g, ad huc sequitur idem quod prius: quod aũt angulus p g h, sit minor angulo p h g, hoc non potest accidere, nisi cũ tanta fuerit rei à speculo distantia, quòd illa distantia ipsi etiam uisui uideretur minor quàm sit secundum ueritatem, tunc autẽ potest imago uideri maior quàm forma per se uisui occurrens, ut patet per præmissam, patet ergo propositum.

XL.

In minoribus speculis sphæricis cõuexis eiusdẽ rei apparẽt idola minora.

Sint duo puncta specula sphærica conuexa super idem centrum t, collocata, exempli causa quoque maioris circulus cõmunis sibi & superficiei reflexionis sit a g, minoris uero sit e i, fiat quoque reflexio formæ alicuius uisibilis ut ipsius h d, ab utroque illorum speculorum ita ut forma pũcti d reflectatur à puncto g, circuli speculi maioris. s. ipsius a g, ad uisum qui sit b. Si itaque idem uisibile d reflectatur ad uisum b ab aliquo puncto circuli e, speculi minoris ut à puncto o, non est possibile ut linea reflexionis, quæ sit o b, cadat in pũctum g speculi circuli maioris: detur enim ut cadat in punctũ g, & reflectatur ad uisum b, & ducatur linea d g, ut prius, manifestum itaque per 8. huius, quoniam linea à centro speculi t, ad punctũ g producta diuidit angulũ d g b, per duo æqualia, quæ producta sit t g q, & quoniam forma puncti d, incidit pũcto speculi minoris quod est o, ducatur linea t o, à centro speculi, hæc diuidet angulum d o b, per æqualia, & produ-

cta sit t o p, quia itaq; angulus d g b, extrinsecus est ex hypothesi angulo d o b, in trigono d o g, palam per 16. primi, q̄m ipse est maior illo, ergo medietas anguli d g b, est maior medietate anguli d o b & ita angulus q g b, maior est angulo p o g, sed angulus o g t est æqualis angulo q g b, per 15. primi, ergo angulus p o g, extrinsecus erit æqualis angulo o g t, intrinseco in trigono t o g, quod est contra 16. primi, & impossibile; nō ergo transibit linea reflexionis o b punctū g, sed neq; ultra punctum g, uersus punctum a ad aliquod aliud punctum speculi maioris incidere potest, si em̄ hoc sit possibile sit ut ad punctum r incidens reflectat̄ linea d o ad b, palam autē per 17. huius, cum a pūctis lineæ d a, cadat in superficie speculi & reflectat̄ ab illo puncto cui incidit, & punctum d, reflectitur a puncto g, quia quodlibet ipsorū lineæ d a, reflectitur ab aliquo punctorū arcus a g, & fiunt ꝓpinquiora centro speculi, quod est t, quia reflectuntur à puncto remotiori à centro uisus, quod est b, aliquod ergo punctorū lineæ d a, reflectetur à puncto r ad b, sit illud m, & accidet idem impossibile q̄d prius, ductis lineis m r, r b, t r, uel sit forma puncti d, reflectitur à puncto speculi maioris quod est g, & item per reflexionem à puncto speculi minoris quod est o, incidet puncto speculi maioris, quod est r, à duobus ergo punctis maioris speculi quæ sunt g & r, reflectitur forma unius puncti ad uisum b, conciduut ergo radij à duobus punctis huius speculi reflexi, quod est contra 15. huius, & impossibile; non cadet ergo radius reflexionis à pūcto o, speculi minoris in aliquod punctum arcus a g, speculi maioris, à quo fit reflexio formarū punctorū lineæ a d, sed directe peruenit ad uisum in punctū b, trans aliquem punctorū arcus circuli speculi maioris, circa punctum g. Similiterq; sit ut punctus b, lineæ d a, ex alia parte uisus b, q̄ sit punctū d, reflectat̄ ad uisum b, a b aliquo puncto speculi maioris quod sit f, eritq; f per 17. huius, ex alia parte puncti g, reflectaturq; forma puncti h, à puncto i, minoris speculi ad punctum b, fiet quoq; reflexio à pūcto i ad b, similiter ut prius, quia ergo angulus g b f, sub quo apparet idolū in maiori speculo est maior q̄ angulus o b i, patet per 40 quarti huius, q̄m in maiori speculo maius apparet idolum q̄ in minori, formæ em̄ magnæ coangustant̄ circa centra minorum speculorū, q̄ circa centra maiorum, unde fiunt



semp maiores in speculis maioribus, uniuersaliter autē in omni situ proportionato rerū ad specula potest patere ꝓpositum per 46. primi huius, q̄m partes diametrorū circuli maioris sunt maiores & minoris minores, & fiunt ex consequenti imagines maiores & minores ut patet per 11. huius, patet ergo propositum.

XLI.

In eodem speculo sphærico conuexo centro uisus immoto existente imago rei approximatæ superficiei speculi uidetur maior, & secundum eandem lineam elongatæ minor.

Quoniam em̄ ut patet per 11. huius, imagines punctorū rei uisæ uidentur in kathetis suæ incidentiæ & imagines rerum uisarū inter kathetos incidentiæ suorū terminorū katheti uero punctorū terminalium rei à speculi superficie elongatæ cōtinent angulum minorē, & approximatæ maiorē per 34. primi huius, linea em̄ æqualis & æquedistans basi trigoni uicinior angulo supremo maiori angulo subtenditur, & q̄m mutata re secundum locum, mutat̄ ipsius imago in omni speculo, ut patet per 28. quinti huius, patet q̄d imago rei elongatæ fit minor, unde & uidetur minor, & approximatæ superficiei speculi fit maior, unde & uidetur maior, quod secundum præmissa in proxima præcedente uidetur sub maiori angulo contento in centro uisus sub lineis reflexionum ipsorū punctorum

ctorum terminalium illius rei, ut patere potest per 34. primi huius, & per 23. huius, patet ergo propositum, & per hæc & per præmissam potest patere, quòd si sit proportio elongationis rei uisæ à superficie speculi maioris ad elongationem à superficie speculi minoris, sicut excessus imaginum quæ proueniunt in illis speculis excedentes se secundū proportionem diametrorum speculorum, possibile est in speculo maiori plus elongato à re uisa, & in speculo minori plus approximato eidem rei æqualem imaginem uideri eiusdem rei quæ aliâs in speculo maiori appareret maior, & in speculo minori minor, ut patet per præmissam, & hoc est notatu dignum.

XLII.

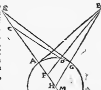
In speculo conuexo sphærico dextera rei uisæ apparent sinistra, & sinistra dextra.

Hæc non requirit aliam demonstrationem ab illa quæ similem passionem declarat in speculis planis, unde eodem modo demonstrandum, nec aliter oportet in maiori.

XLIII.

Altitudines & profunditates perpendiculariter incidentes à speculis sphæricis conuexis, reuersæ apparent.

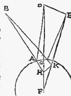
Esto speculum sphæricum conuexum a d g, cuius centrū m, incidatque superficiei speculi perpendiculariter altitudo quæ sit e a, cuius altius punctum sit e, & sit centrum uisus u, reflectaturque punctus a, à puncto speculi qui sit a, & sit linea reflexionis quæ a b, reflectatur quoque forma puncti altitudinis e, à puncto speculi g, sitque linea reflexionis g b, & alter punctus lineæ e a, qui sit t, inferior puncto e, reflectatur ad uisum b, à puncto speculi d, & sit linea reflexionis d b, producatur itaque linea altitudinis e a, ultra punctū a, palamque ex hypothesi, et per 72. primi huius, quòd ipsa transibit centrū m, & producatur linea reflexionis u g, intra speculū, & quia lineæ e a & b g, sunt in eadem superficie reflexionis per 24. quinti huius, palā cum non sint æquedistātes, ut patet per 9. huius, quia concurrent, concurrant itaque in puncto h, sed & b d linea reflexionis concurrat cum linea e a, producta in puncto f, & quoniā per 11. huius puncta h & f, sunt loca imaginum punctorum e & t, palā quod linea h f est imago lineæ, & similiter quoque de alijs punctis lineæ e a demonstrandū.



Eritque imago lineæ e a, linea a h, reuersa ergo uidetur altitudo, quod enim supremū est uidetur infimum & e conuerso, patet enim per 23. huius, quoniā super unum kathetum incidentiæ signatis duobus punctis, erit locus imaginis puncti à centro speculi propinquioris remotior à centro speculi, & remotioris propinquior, remotior itaque uidebitur à centro m imago puncti t, quæ est f, quàm imago puncti e, quæ est h, palam itaque est propositū primum, & eodem modo est de profunditatibus demōstrandū. Infimum enim punctum reflectitur ad punctum imaginis supremum, & e conuerso. Media quoque puncta modo medio reuerse disponuntur, propositum autem est hoc.

XLIIII.

Obliquarum longitudinum idola à conuexis speculis reflexa apparent suæ propriæ dispositionis.



Esto longitudo d e, oblique incidens speculo sphærico conuexo quod sit a g, & eius centrum f, & sit altius punctū d quàm e, punctum à superficie speculi dati. Sitque centrum oculi b, & reflectatur punctus d ad uisum b, à puncto speculi a, & punctus e, à puncto g, & à puncto d ducatur perpendicularis super superficiem speculi, quæ per 72. primi huius, necessario transibit centrum speculi quod est f, quæ sit d f, & similiter ducatur kathetus e f, ducanturque lineæ reflexionum b a & b g, & producantur intra speculum, concurratque b a cum d f, in puncto h & b g, cū e f, in puncto k, & ducatur linea

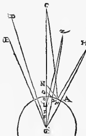
 h k, erit

h k, eritq́ per 11. huius, linea h k imago lineæ d e, est autẽ linea k h, oblique se habens ad uisum b, sicut linea d e ad speculũ, quoniam per 23. huius punctũ e, quod est propinquius centro speculi, imago quæ est k, remotior fit à centro speculi f, & punctũ h, quod est imago puncti d, remotioris à cẽtro speculi fit propinquius centro speculi, quod patet per hoc, quoniam alicuius puncti katheti d f, tantũ distantis à puncto f, quãtũ punctũ e, locus imaginis est remotior à cẽtro f, quàm locus imaginis pũcti d, per 23. primi huius, est itaq́ h remotius à cõuexa superficie speculi apparens, & punctum k propinquius eidem superficiei. Sic autẽ & punctus d fuit remotior à superficie speculi, & punctus e propinquior, patet ergo propositum, quoniam obliquæ longitudines apparent illius distantiæ à superficie speculi, cuius sunt secundum ueritatem in sua propria dispositione.

XLV.

Duobus punctis rei uisæ æqualiter distantibus à centro speculi sphærici conuexi, & inæqualiter à centro uisus in eadem supèrficie uel diuersis, erunt imago & finis contingentiæ puncti remotioris à centro uisus remotiora à centro speculi, quàm imago & finis contingentiæ puncti propinquioris: ex quo patet quod punctorum æqualiter distantium à centro speculi & à centro uisus, imagines à centro speculi æqualiter distabunt.

Sint t & d duo puncta æqualiter à puncto g, centro speculi remota, & sit e centrum uisus, & sit cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi, circulus a b, cuius centrum erit punctum g, per primam huius. Sitq́ punctũ d, propinquius uisui, quàm est e, quàm punctum t, & ducantur duo katheti incidentiæ à punctis t & d, ad centrum circuli g, qui sint t g & d g, secetq́ kathetus t g, superficiem speculi in puncto b, fiatq́ angulus e g d, super lineam t g, æqualis angulo qui sit t g z, & angulus e g t, æqualis angulo qui sit t g h, per 23. primi, secetq́ linea h g circulum in puncto a, & sumatur per 20. uel 22. huius, in circulo punctũ a, quo forma puncti t, reflectatur ad punctũ z, quod sit punctum q, palã ergo quod forma puncti t nõ refertur ad punctũ h, ab aliquo puncto arcus b q, non enim à puncto b, quoniã cum ille sit in katheto incidentiæ, palã per 10. huius, quia reflectitur in seipsum & nõ ad punctũ h. Sed neq́ à puncto q, quoniam ab illa forma puncti t reflectitur ad punctum z, quocunq́ uero puncto sumpto in arcu b g q, linea à puncto h, ad illud punctũ ducta secabit lineã q z, igitur ad illud punctũ sectionis reflectitur forma puncti t, à pũcto aliquo arcus b q, & ad idem punctus sectionis reflectitur à puncto q, ergo forma puncti t, reflectitur à duobus punctis superficiei speculi ad unum punctũ quod est impossibile, & contra 16. huius, restat ergo ut forma puncti t, reflectatur ad punctum h, ab aliquo puncto arcus q a. Sit illud punctum m, & à puncto m ducatur linea cõtingens circulũ per 16. tertij, & producatur usq́ ad kathetũ g t, & sit m n, eritq́ punctus n, finis contingentiæ puncti t, respectu puncti h, & à puncto q ducatur linea cõtingens circulum, quæ producta ad kathetum t g, sit q o, hoc ergo necessario cadet sub linea n m, per 60. primi huius, & producatur linea z q, donec cadat super kathetũ g t, in puncto p, cadet autem per 9. huius, & erit per 11. huius, punctus p locus imaginis formæ puncti t, erit quoq́ per 12. huius, proportio g t ad p g, sicut t o ad o p, ergo per 16. quinti, erit permutatim proportio g t ad t o, sicut g p ad p o, sed maior est proportio g t ad t n, quàm ad t o, per 8. quinti, cum t n sit minor quàm t o, ut patet ex præmissis, maior erit proportio g t ad t n, quàm g p ad p o, est autem per 8. quinti, maior proportio g p ad p o, quàm ad p n, ergo multo maior est proportio t g ad t n, quàm g p ad p n, quoniam p o minor est quàm p n, diuidatur ergo per 119. primi huius, linea g n in pũcto l, taliter ut sit proportio t g ad t n, sicut g l ad l n, eritq́ g l maior quàm g p, nõ æqualis neq́ minor per 8. quĩti, eritq́ per 16. quinti, proportio t g ad g l, sicut t n ad l n, ergo per conuersam 13. huius

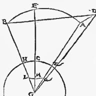


huius, erit punctũ l, locus imaginis puncti h. Sint ergo lineæ h g, e g, z g, æquales inter se, & g f sit æqualis s p, & s p æqualis lineæ g o, cũ igitur angulus e g d, sit æqualis angulo t g z, erit ex principio primi huius, remotio puncti d, à puncto e, sicut remotio puncti z, à puncto t, quoniam cum puncta d & t sunt eiusdem distantiæ à cẽtro speculi quod est g, erũt lineæ d g & t g æquales, erit ergo per 23. huius, imago formæ puncti d, respectu uisus e, tantum eleuata in katheto g d, quantũ imago puncti t, eleuata est respectu puncti z, in katheto g t, erit ergo locus imaginis formæ puncti d, in puncto f, sicut locus imaginis formæ puncti t, est in puncto p, cũ lineæ g f & g p, sint æquales, & similiter finis contingentiæ puncti d, respectu puncti e, erit eiusdem altitudinis cuius est finis contingentiæ puncti t respectu puncti z, erit ergo per præmissa finis contingentiæ puncti d, in puncto s. Verum quia angulus e g t, æqualis est angulo t g h, & linea h g æqualis est lineæ e g, erit per ultimam sexti, propter æqualitatem angulorum æqualitas arcuum interiacentiũ kathetum t g, & lineas h g & e g, erit ergo per præmissa punctus l, locus imaginis puncti t, respectu e, sicut est respectu h, & erit punctus n, finis cõtingentiæ respectu puncti e, sicut & respectu puncti h, imago ergo pũcti remotioris ab e, centro uisus, remotior est à cẽtro speculi quàm imago puncti propinquioris, & finis contingentiæ puncti remotioris remotior est ab eodem centro quàm finis cõtingentiæ propinquioris, & hoc est propositum. Ex quo patet quod si puncta uisa in speculo sphærico conuexo æqualiter distent à centro speculi, & à centro uisus, quod imagines ipsorum à centro speculi æqualiter distabunt, nec enim ut patet ex præmissis fit diuersitas in locis imaginum, cum fines contingentiarum semper sint æqualiter à centro speculi distantes secundum quos accidit distantia imaginum à centro speculi, quod est g, patet ergo quod proponebatur.

XLVI.

Imago arcus concentrici speculo sphærico conuexo diametro uisuali erecta super superficiem incidentiæ uidetur curua, & semper æquedistans arcui cuius est imago.

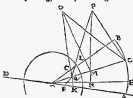
Esto a b arcus oppositus speculo sphærico conuexo, in quo cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sit circulus h t z, & sit g centrũ illius arcus a b, & similiter centrum speculi, quoniam ex hypothesi arcus uisus & speculũ sunt concentrici, sitque d centrum uisus, & ducãtur lineæ d g, a g, b g, & sumatur in arcu a b, punctus e, quocunque modo & ducatur linea e g, erit itaque superficies a g b, superficies incidẽtiæ in qua erit linea e g, & linea d g, est diameter uisualis quæ ex hypothesi est erecta super superficiem a g b, erit ergo per diffinitionem lineæ super superficiem erectæ anguli d g a, d g b, d g e, recti & oẽs æquales. Sed & latera lateribus æqualia sunt, quoniam d g est æquale sibiipsi, & alia latera sunt æqualia per diffinitionẽ circuli, ergo per 4. primi, bases illorum triangulorum sunt æquales, omnia ergo puncta arcus a b, eiusdem distantiæ sunt à centro uisus, quare imagines omnium illorum punctorum eiusdem distantiæ erũt à cẽtro speculi per corollariũ præmissum. Sitque q m l, imago arcus a e b, erit igitur linea g q, æqualis lineis g m & g l, quare per 9. tertij, linea q m l, erit arcus circuli cuius centrũ erit punctũ g, erit ergo cõuexitas ipsius respectu centri g, nõ respectu superficiei cõuexæ speculi siue loci reflexionis, & quoniam curuitas arcus a b, respexit cõuexitatẽ superficiei speculi ut cõcentrica ipsi ex hypothesi, patet quod idẽ arcus est concentricus suæ imagini, ergo per 73. primi huius, patet quod imago æquedistat arcui uiso quoniam est semper in superficie incidentiæ, est enim semper imago cuiuslibet puncti in katheto suæ incidentiæ per 11. huius, oẽs autem katheti illius sunt in superficie incidentiæ, patet ergo propositum.



XLVII.

Imago arcus concentrici speculo sphærico conuexo diametro uisuali superficiei incidentiæ oblique incidente uidetur curua, non æquedistans arcui cuius est imago, nisi perpendiculari ducta à uisu super aliquem punctum uisu arcus incidente.

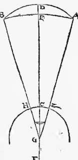
Disponantur omnia ut in pcedente theoremate, nisi quod diameter uisualis quae est d g, nõ sit erecta sed oblique incidens superficiei a b g, dico qđ imago arcus a b, uidetur curua, ducatur eñ perpendicularis à puncto d, super hanc superficiem per 11. undecimi, cũ itaq; illa perpendicularis sit minor omnibus lineis ductis à puncto d, ad hanc superficiẽ per 21. primi huius, erit angulus rectus quẽ continet haec ppendicularis uersus punctũ g, minor quolibet angulo uersus punctũ g, imaginato, quẽ continet alia linea à



puncto d ad supficiem illam ducta per 16. primi, & linea à puncto d, ad supficiem illam ducta quanto remotior erit ppendiculari, tãto maior erit & maiorem angulum continebit uersus g, quia minorem continet uersus ppendicularem p 21. primi, si ergo haec ppendicularis nõ cadat in arcum a c b, sed ultra ipsum, tunc erunt oẽs lineae ductae à puncto d, ad hunc arcum declinatae in ptem unã, & remotiores maiores & minorem angulũ contingentes uersus punctum g, q̃ ppinquiores perpendiculari. Si ergo sumantur tria puncta in arcu a b, quae sint a c b, & finis contingentiae puncti b, sit l, & finis contingentiae puncti b c, sit m, palam p 44. huius, quia ex eo q punctum c, est ppinquius uisui d, q̃ punctus b, erit punctus m ppinquior centro g, q̃ punctus l, sunt autẽ lineae g b & g t, aequales ex hypothesi, & per diffinitionẽ circuli, est ergo linea t m, maior q̃ b l, sit autem q imago puncti c, & sit t imago puncti b, & ducat̃ linea q t, & ducant̃ lineae t b & m l, quae quidẽ pductae concurrent, quia si à puncto m ducat̃ linea aequedistans lineae c b, illa secabit ex linea g b, lineam aequalẽ ipsi m r, p secundam sexti, est autẽ c m maior q̃ b l, concurrant, ergo lineae t b & m l, in puncto o, & qm̃ per 9. huius, pportio est lineae g t ad g q, sicut lineae c m ad q m, erit per 16. quinti, permutatim pportio g t ad c m, sicut g q ad q m, & similiter erit g b ad b l, sicut g t ad t l, ergo per 134. primi huius, cũ lineae g c & g b, angulariter coniunctae sint proportionaliter diuisae, & à punctis sectionũ ducant̃ lineae concurrentes, qui c o & m o, palã qđ linea q t, cõcurret cũ linea c b, m l, & erit ipsarum concursus in puncto o: finis contingentiae uero puncti e, sit o, & quoniam punctus n, per 44. huius, demissior est puncto m, erit ut prius e n, linea minor q̃ linea e m, productis ergo lineis e o & n m, patet ut prius quod concurrent, sit ergo punctus concursus p, & ducantur linea q p, & procedat donec secet lineam e g, in puncto f, & producatur linea o q, usq; ad lineam e g quã secet in puncto k, palã quoq; propter hoc quod punctus n, est demissior puncto m, quia punctum k erit superius q̃ punctum f, & linea g q, minor erit q̃ f g, patet aũt per 123. primi huius, quoniam proportio lineae g e ad e n, est sicut lineae g f ad f n. Sed finis cõtingentiae est punctus n, locus ergo imaginis erit punctus f, per 12. huius, igitur linea f q t, erit imago arcus circuli e t, erit linea curua non recta, ut pote arcus illis tribus punctis p 5. quarti, circũscriptus, nõ erit aũt ille arcus aequedistãs arcui speculi neq; arcui uiso, qm̃ ut patet lineae t b & q t, & f e, sunt inaequales, ppter qđ remanent lineae g t, g q & g f, inaequales. Similiter q̃q; demonstrandum si ppendicularis ducta à puncto d, cadat ex alia pte arcus a b, citra ipsum, tũc eñ similis erit pportio, patet ergo ppositũ primũ. Si uero ppendicularis ducta à puncto d, sup supficiem incidentiae cadat in medio arcus a b, lineae à puncto d, ex diuersis partibus ad arcũ ductae aequaliter distantes à ppendiculari erũt aequales, & aequales angulos cõtingentes uersus punctum g, & imagines ipsarũ aeq̃liter distabũt à centro g, & fines contingentiarũ, similiter imago itaq; aeq̃distabit arcui a b, & arcui speculi, qm̃ imago figurabitur sup centrũ speculi qđ est g, & erit illis concentrica p 73. primi, hoc potest pbari p̃dicto modo de utraq; parte arcus p se secundũ qđ diuidit̃ à ppendiculari, q eius imago sit linea curua modo p̃dicto aeq̃distans arcui uiso ppter aeq̃litatẽ linearũ à centro speculi & arcus uisui ad loca imaginũ pductarũ, qđ est ppositũ. De imagine eñ arcus a c potest secũdũ p̃missa idem patere.

XLVIII.

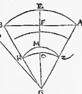
Imago arcus ecentrici circulo, qui est cõis sectio superficiei incidentiæ & speculi sphærici conuexi secundũ mediũ eius punctũ propinquioris cẽtro speculi uisu existente extra superficiem incidentiæ, uidetur maioris curuitatis quàm arcus eidem circulo speculi æquedistantis.



Esto arcus uisus b e a, circulusq́ cõis superficiei reflexionis & speculi arcus sit h z, cuius centrũ sit g, sitq́ arcus b e a ecentricus arcui h z, sint tñ isti arcus in eadẽ superficie, & sit e medius pũctus arcus b e a, propinquior centro g, sitq́ uisus extra superficiem incidentiæ. Dico quòd imago arcus b a erit curua, & maioris curuitatis quàm alterius arcus concentrici ipsi speculo. Ducatur enim linea à centro speculi quod est g, ad centrũ arcus b a, quod sit f, productaq́ linea g e, palam per 7. tertij, quoniã ipsa est breuior oĩbus lineis à cẽtro g ad cẽtrũ a d b productis, & quoniam arcus b e est æqualis arcui e a, palam per eandem 7. quoniam linea g a æqualis est lineæ g b, ductisq́ lineis g a, g b, secundũ ipsarum quantitatẽ describatur arcus à centro g, palamq́ per præmissa, quoniam arcus descriptus secundũ sui pũctum mediũ magis distabit ab arcu h z, quàm arcus b e a. Sit ergo descriptus arcus b d a, & ducatur linea g a, ad mediũ punctũ illius arcus, qui erit æqualis g b, excedit ergo arcus b d a, arcum b e a. Manifestum autem ex præcedentibus, quia imago arcus b d a est curua uisu qualitercunq; se habente ad superficiem reflexionis: puncta ergo cõia istis duobus arcubus, quæ sunt a & b, habebunt imagines suas sitas uniformiter prioribus: sed tñ punctum d sit remotius à centro g quàm punctũ e, eius imago erit propinquior centro speculi quàm imago puncti e. & ita cuiuslibet puncti arcus g d a imago, est propinquior centro imagine puncti sibi correspondẽtis in arcu g e a, quare uidebitur imago arcus a e b curuior imagine arcus a d b, & hoc est propositum. Et secundũ hunc modum in alijs sitibus arcuũ & speculorum potest fieri demonstratio, quando uisus nõ fuerit in superficie incidentiæ, sed extra illam.

XLIX.

In speculis sphæricis conuexis uisu nõ existente in superficie lineæ rectæ æquedistantis speculo, imago uidetur curua.



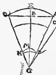
Sit linea recta uisa a b, & sit speculi sphærici conuexi centrũ g, erit ergo superficies incidentiæ a g b, extra quã sit centrũ uisus quod sit d, sitq́ linea a b æquedistãs speculo, hoc est lineæ contingenti arcũ circuli, qui est cõmunis sectio superficiei incidentiæ & superficiei speculi secundum medium punctũ illius arcus. Dico quòd imago lineæ rectæ a b curua uidetur, ducantur enim lineæ rectæ d g, à centro uisus ad centrũ speculi, & lineæ g b, g a, à centro speculi ad terminos lineæ a b. Hæ autem lineæ a g & b g cum linea a b æquedistant speculo, palã quòd sunt æquales per 26. tertij, & per 4. primi, fiat ergo circulus concentricus speculo secundũ quãtitatem illarũ linearum, quæ sit a e b, cadet ergo linea a b intra illum circulum, eritq́ per 45. uel 46. huius imago arcus a e b curua. Sit ergo imago arcus a e b arcus z t h, ita quòd imago puncti a sit z, & imago puncti e sit t, & imago puncti b sit h, & ducatur linea g e secans rectã a b in puncto f, palã ergo quòd punctus e est in eadem linea cũ puncto f, sed remotior à centro g, erit ergo per 23. huius imago puncti e propinquior centro speculi, quàm imago puncti f, cõmuni utroq; punctorum quæ sunt a & b, imagines sunt eædem. Sit itaq; punctus m imago puncti f, erit ergo z m h imago a b lineæ rectæ. patet autem quòd linea z m h est linea curua, cũ linea z t h sit curua, & omnium punctorum lineæ rectæ quæ a f loca imaginũ or

dinen

dinentur secundum conuenientem sibi proportionem inter puncta h & m, respectu arcus h m, patet ergo propositum, resectisq́ lineis a f & b f æqualiter, eadē est demōstratio.

L.

Lineæ rectæ nō æquidistantis speculo, quæ producta non contingeret uel secaret superficiem speculi sphærici conuexi uisu non existente in superficie incidentiæ, imago uidetur curua.

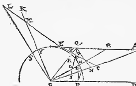


Disponantur omnia ut in præcedente, nisi q̃ linea a b nō æquedistet speculo, nec contingat nec secet speculū, sed tantū obliquetur super ipsum, palam ergo q̃ lineæ g b & g a productæ sunt inæquales. Sit ergo a g minor q̃ g b, & fiat circulus super centrū g, ad quantitatē lineæ a g, minoris, q̃ sit a e q, & ducatur g b ultra b, usq; quo cadat in circulū in punctū e, patet autem ex 45. uel 46. huius, q̃m imago arcus a e est curua, pūctus autem imaginis a sit z, punctus uero imaginis e sit m, erit quoq; z m. imago arcus a e, & quoniam imago puncti b, est remotior à centro imagine puncti e, per 23. huius, patet q̃ erit imago lineæ a b, curua, quod etiā p pūcta media arcus a e & a b, faciliter poterit ostēdi, patet ergo propositum, resecta quoq; linea a b, ex quacunq; sui parte semper eadē est demōstratio quæ prius.

LI.

Imago lineæ rectæ, quæ producta contingeret speculum sphæricū conuexum, uisu non existēte in superficie incidentiæ, semper uidetur curua.

Sit dispositio quæ prius, ita tamen, ut linea a b producta contingat speculum in pūcto e, & ducantur à centro speculi, quod sit g, lineæ g b & g a, sitq; ut supficies incidentiæ, quæ sit a b g secet speculum in arcu, e h, & sit d centrum uisus, sitq; sectio communis supficiei reflexiōis in qua sunt lineæ g a & g d, & superficiei speculi arcus z p. Cōmunis uero sectio superficiei reflexionis in qua sunt lineæ g h & g d, & superficiei speculi sit arcus h p. Palā ergo per ea quæ demōstrata sunt in 16. huius, quod forma puncti b reflectitur, ad uisum d ab aliquo puncto arcus h p. Si ergo à puncto illo ducatur linea contingens arcum h p, illa secabit lineam b g, & finis contingentiæ erit punctus illius sectiōis Sit punctus ille m, palam est, quod si à puncto m ducatur linea contingens arcum e h, quod illa cadet circa punctū e, per 16. primi huius. Quoniā linea a b producta, est cōtingens circulum in pūcto e, et punctus b, est altior pūcto m. Cadat ergo cōtingens à pūcto m ducta inf, & hæc contingens producta in continuum & directū, per eandē 60. primi huius secabit lineā a e, ergo secet in pūcto t, & ex alia pte secabit



lineā g a, per 14. primi huius. Cū illæ omnes lineæ erāt in una supficie, secet ergo ipsam in puncto t, fiat quoq; supra g terminum lineæ b g, angulus æqualis angulo b g d, per 23. primi, qui sit angulus b g s, cadēte pūcto s in periferiā circuli, & pducat̃ linea g s, ad æqualitatem lineæ g d, quæ sit g l. Erit ergo per 25. tertij arcus s h æqualis arcui h p, sicut ergo reflectitur forma puncti b, ad uisum in puncto d, ab aliquo puncto arcus h d, sic reflectetur ad punctum l, ab aliquo puncto arcus h s, & erit reflexio a puncto f, sicut in arcu h p. sit reflexio à puncto, à quo ducitur contingens ad punctum m, quoniā illi arcus necessario sunt æquales, ut patet per 59. primi huius. Et quoniam à puncto m, uenit utraq; illarum linearum contingentium, palam quod ipsæ ambæ sunt æquales per 5. octaui primi huius. Ducantur ergo lineæ b f, & l f. Similiter quoq; forma puncti a, reflectitur per 16. huius ad uisum d, ab aliquo puncto arcus z p. Verum in triangulo curuilineo h z p, duo arcus h z & z p, sunt minores tertio, per 27. tertij, & per 20. primi. Sed arcus

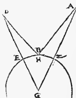
eus h p, est æqualis arcui h s. Igitur arcus z p, est minor arcui z s. Rescindatur ergo arcus z s, ad æqualitatem arcus z p, quod potest fieri auxilio 33. tertij, sit ergo factũ in puncto y, & ducatur linea g y, quæ producta ad æqualitatẽ lineæ g s, secabit necessario line am f l, ideo quia linea g d, est æqualis lineæ g b, quia itaq; linea illa secat angulum l g z, ergo secabit etiã basem ei subtensam per 29. primi huius. Secet ergo in puncto y, & sit linea g y k æqualis lineæ g d, palam ergo, quoniã sicut forma puncti a reflectitur ad uisum d, ab aliquo puncto arcus z p, similiter eadem forma puncti a, reflectitur ad k, ab aliquo puncto arcus z y, sed non reflectetur a ad k, nisi ab aliquo puncto quod est circa pũctum f, ex parte puncti z. Si non dicatur quod a puncto f, uel ab alio puncto arcus f x, reflectitur forma puncti a, ad punctum k, sit ut fiat illa reflexio à puncto f, palam ergo quod tunc linea ducta à puncto reflexionis f, secabit in aliquo puncto lineam b f. Quia linea contingens circulum in puncto e, trãsit per punctũ b, ad illud ergo punctũ cõmunis sectionis illarũ linearũ a f & b f, reflectetur pũctus k, & ad idem punctũ à pũcto f, reflectetur pũctus l, & ita duo puncta in his speculis reflectẽtur ad idem punctũ ab eodem puncto f, & ex eadem parte diametri uisualis, quod est contra 19 huius. Sed neq; ab alio puncto arcus f y, quoniã nũc ut prius linea ducta à puncto a ad punctũ reflexionis secabit lineam b f, sit punctũ sectionis u, ad illud ergo punctũ u, reflectetur forma pũcti k & forma puncti l, & ita duo puncta eiusdem distantiæ à centro propositi speculi q̃d est pũctũ g, quoniã ambæ l g, k g, sunt æquales ipsi g d, ex hypothesi, & reflectẽtur ad idem centrũ uisus ex eadem parte diametri uisualis, quæ ab illo puncto sectionis lineæ b f, quæ est u, est ducibilis ad punctũ g cẽtrũ speculi. Erunt ergo p 18. huius angulus l g u æqualis angulo k g u, totũ suæ parti, quod est impossibile, non ergo reflectitur forma puncti a ad punctũ k, ab aliquo puncto arcus f y, restat ergo ut pũctus a, reflectatur ad punctum k, ab aliquo puncto arcus z s, alio quàm punctum f, si igitur ab illo puncto ducatur linea cõtingens circulum, illa producta necessario secabit lineam a z, & cadet intra puncta z s c per 60. primi huius, ideo quod punctus s, respectu diametri g a demissior est quolibet puncto arcus z s, & ita linea contingens à puncto s, quæ est f o, altior est alijs contingentibus à punctis arcus z f, ductis. Cadat ergo contingens illa in punctum n, & ducatur linea m n, quæ quidem linea cum transeat per arcũ trianguli b m t, & producta diuidat angulum b m t, per 15. primi. Quoniã & ipsa diuidit angulum g m t, ut patet ex præmissis, q̃a ergo diuidit b m t, ergo necessario secabit basem b t, per 29. primi huius. Secet ergo ipsum in puncto q, & ducatur linea g q, sit autem y imago puncti a, et sit o imago puncti b, & r sit imago puncti q, palam autem ex 43. huius. Cum punctum b sit propinquius puncto g, cẽtro speculi quàm punctũ a, erit ergo imago puncti b remotior a puncto g q̃ y imago puncti a, ducatur ergo linea o z, quæ per 11. huius, erit imago lineæ a b, palam etiam per 12. huius, & per 16. quinti, quod proportio a g ad a n, est sicut g i, ad i n, & proportio b g ad b m, per eandem, est sicut g o ad o m, cum ergo lineæ a g & b g, diuidantur secundum proportionem similem utraq; ipsarum in duobus punctis, & a punctis diuisionum ducantur lineæ, quarũ scilicet g q & m n concurrant ad idem punctum q, tertia quæ est i o, necessario concurret ad idem punctum per 124. primi huius. Linea ergo i o producta cadet super punctum q, est ergo linea i o q linea recta. Igitur linea i o r, non erit recta, sed linea i o r, est imago lineæ a q, quare palã quod imago lineæ a q, erit curua. Posito autẽ b loco puncti q & alio puncto lineæ a b, posito loco puncti b, eodem modo penitus probatur. Quoniam imago lineæ a b est curua, & hoc est propositum.

LII.

Imago lineæ rectæ, quæ producta secaret circulũ, qui est cõmunis sectio superficiei incidentiæ, & superficiei speculi sphærici conuexi, non tamen per centrum uisu non existente in superficie incidentiæ uidetur curua.

Manente priori dispositione, sit ut linea a b, producta circulum e b z, qui est cõmunis sectio superficiei incidentiæ & speculi, secet in pũcto e, & punctus reflexionis formæ pũcti b, ad punctum i, sit punctũ f, & sit m finis contingentiæ, lineæ cõtingẽtis circulum e

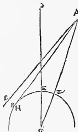
b z, in puncto f productæ ad lineã b g. Reflectetur itaq; b ad d, ab aliquo pũcto arcus h p, sicut in præcedente propositiõe præmissum est. Arcus quoq; ab illo puncto reflectionis usq; ad punctum h, aut est æqualis arcui h e, aut maior aut minor. Si æqualis, cum per præmissa in præcedẽti arcus ille sit æqualis arcui h f, ideo quia à puncto m, productæ lineæ cõtingentes pertingũt ad arcus æquales per 58. primi huius. Sit ergo q punctus ipsius circuli, in quem cadet contingens ducta à pũcto m ex parte e, igitur linea a e transit per punctũ q, & ita linea m q, secat lineam a e, trans punctum e, quoniam utrũq; punctorũ e & q, est in periferia circuli, & est punctũ unũ. Si uero arcus ille sit minor arcu h e, secabit linea q m lineam e a, ultra pũctũ q, sicut secet ipsam in puncto t, ut efficiatur triangulus ducta linea e q. Si uero arcus ille fuerit maior arcu h e, secabit linea m q lineam a e, circa punctũ q, quodcũq; istorũ accidit iteretur probatio præmissæ, & eodem modo penitus probabitur, quod imago lineæ a b est curua, quod est propositum.



LIII.

Imago lineæ rectæ, quæ producta trãsiret centrũ circuli, q est cõmunis sectio superficiei incidentiæ & speculi sphærici conuexi, cẽtro uisus existente in eadem superficie, uel extra illã, non tamen in illa linea, semper uidetur recta.

Disponentur omnia ut in præcedẽtibus, nisi quod hactenus locuti sumus de passionibus harũ linearũ uisu non existente in superficie incidentiæ, & nunc uisum supponimus quoq; esse in superficie incidẽtiæ, qui sit ut prius in pũcto d, & ducatur linea g d, cõcurratq; linea a b protracta cũ circulo e h z, transiens ipsius centrũ g, palã ergo quod angulus illarũ linearũ a g, et d g, cadet super g, centrũ speculi, uidebiturq; imago lineæ a b, una linea recta. Imago enim cuiuslibet puncti illius lineæ a b, cũ ipsa sit in kateto suæ incidentiæ disposita, apparebit in ipsa linea a b producta ad centrum g, per 11. huius, erit ergo imago illius totius lineæ rectæ, sicut et ipsa linea a b producta, est linea recta, patet ergo propositum.

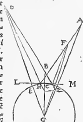


LIIII.

Lineæ rectæ declinatæ à cẽtro circuli, qui est cõmunis sectio superficiei incidentiæ, & speculi sphærici conuexi, centro uisus existente in eadẽ superficie incidentiæ, ita quod declinatio lineæ sit ad partem aliam à uisu, & sit tangens superficiem speculi, tantum imago unius puncti uidetur.

Ordinentur omnia ut prius in 51. huius, & sit linea a b declinata super circulum e h z ita quod non contingat centrũ eius. Sitq; uisus d in superficie incidentiæ, & sit declinatio lineæ ad partẽ aliam, ab illa in qua est uisus, ut si uisus sit in parte dextra, declinet punctum a ad sinistrũ, uel econtrario, & linea pertingat ad superficiem speculi, dico quod tantum unius puncti lineæ a b, imago uidebitur. Sumatur enim per auxilium 16. huius, pũctus circuli, à quo reflecti possit aliquid ad uisum, qui sit h, & sumatur aliqua linea reflexionis punctorum a b, lineæ declinatæ, ut puncti b, & illa cadat forsitan super hanc lineam reflectionis d h, quod si fuerit, non uidebitur quædam imago lineæ huius declinatæ quæ a b, nisi secundum solum illũ punctum b, quod patet ducto katero incidentiæ à pũcto a, qui sit a g, tunc enim arcus interiacens punctum h a, quo reflectitur forma pũcti b, & punctum sectionis circuli e h z, per katetum a g quod sit z, continet omnia pũcta reflexionis formarum punctorum lineæ a b, ut ostensum est in propositione 50. huius, producta ergo à centro uisus ad centrum speculi linea quæ sit g d, secans circulũ e h z

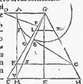
e h z, in puncto e, si sumatur in arcu circuli, qui e h, circa hanc lineam d h punctus, à quo reflectitur ad uisum aliquis punctus lineæ declinatæ a b, sed ille pũctus reflectitur à pũcto aliquo arcus h z prius assignati, qui est terminus lineæ suæ reflexionis, cum linea suæ reflexionis sit ultra lineã reflexionis formæ puncti b, & ita ille punctus lineæ declinatæ reflectitur ad eundem uisum à duobus punctis arcus speculi, quod est impossibile, & contra 16. huius, non ergo reflectitur ad uisum ab aliquo puncto arcus e h, interiacentis lineam d g, & punctum reflexionis formæ puncti b, qui arcus non impeditur per lineam interpositam uisui & speculi. Item si aliquis punctorum lineæ a b, præter punctum b, reflectetur ad uisum ab aliquo puncto arcus e h, interiacente lineam d g, & punctum reflexionis formæ puncti b, cum illa puncta, omnia sint in eadem superficie incidentiæ, sicut & centrum uisus, tunc patet per primam 11. quod omnes lineæ reflexionum sunt in eadem superficie linea ergo incidentiæ ipsius pũcti secaret lineam incidẽtiæ formæ puncti b, forma ergo puncti illius sectionis reflecteretur ad eundẽ uisum d, à duobus punctis, scilicet, à puncto h. s. puncto reflexionis formæ puncti b, & ab alio puncto dato, quod totum est impossibile, & contra 16. huius: non ergo reflectitur aliquis punctorum lineæ a b, præter punctum b, ad uisum d ab aliquo puncto arcus e h discooperti, licet autem reflectatur quilibet punctus lineæ a b, ab aliquo puncto arcus h z, prius sumpti, non tamen uidebitur, cum sit in linea reflexionis quæ occultatur uisui, per præcedentia puncta lineæ solidæ, & ita linea adiacens lineæ reflexionis formæ puncti b, non uidetur uisu sic dispositio, ut præmissum est, patet ergo propositum.



LV.

Lineæ rectæ declinatæ à centro circuli, qui est communis sectio superficiei incidentiæ & speculi sphærici conuexi, centro uisus existente in eadem superficie incidentiæ, ita quod declinatio lineæ sit ad partem uisus, siue sit tangens superficiem speculi siue non, nullius puncti imago uidetur.

Sit dispositio quæ supra, & sumatur a b linea declinata ut proponitur, & eius declinatio sit ex parte uisus d, dico quod nullus punctus illius lineæ uidebitur. Detur enim quod aliquis punctorum illius lineæ possit reflecti ab aliquo puncto arcus interiacens lineam reflexionis non impeditam per corpus lineæ interiacentis uisum & speculum & lineam d g, à cẽtro uisus ductam ad centrum speculi, & ducatur linea ab illo puncto ad punctum arcus sumptum, hoc unum secabit lineam reflexionis, & punctus sectionis reflectitur ad uisum à duobus punctis speculi, quod est impossibile. Si uero dicatur quod punctus sumptus in linea a b, reflectitur à puncto arcus circuli, qui est sub illa linea a b, hoc erit impossibile, quia totus ille arcus occultatur per lineam interpositam uisui, & speculo abscindente oẽs lineas reflexionum suorum punctorum, & præterea secundum hanc dispositionem uisus est ex parte anguli minoris lineæ oblique speculo incidentis, reflexio uero solum fit ex parte anguli maioris, ut patet per 33. quinti huius, non est ergo possibile aliquod punctorum illius lineæ reflecti ad uisum sic situatarum, nullius ergo puncti illius lineæ a, imago uidetur, quod est propositum.



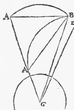
LVI.

Lineæ rectæ obliquæ nõ tangentis superficiem speculi sphærici conuexi

 uisu

uisu existente in superficie incidentiæ, ita quod obliquatio lineæ fit ad partem aliam à uisu, modicum imaginis uidetur, & erit imago semper curua.

Disponantur omnia ut in præcedentibus, sitq́ꝫ linea a b, obliquata super superficiem speculi, ita q̃ producta centrum eius non transeat nec tangat superficiem speculi, sed distat punctus b aliqualiter ab illa in aere existens, sitq́ꝫ uisus d, incidentis illius lineæ a b, dico quod modicum imaginis lineæ a b, uisui occurret, ducatur enim linea d b, super superficiem speculi incidens in punctum c circuli e h z, quæ est communis sectio superficiei incidentiæ & superficiei speculi: à puncto quoq; c, ducatur linea contingens circulum per 16. tertij, quæ sit l o y, & super c tantum lineæ m c, fiat angulus æqualis angulo d c l, secans lineam a b, in puncto f, & à puncto f ducatur kathetus f g ad centrum speculi, & ducatur kathetus b e, palam itaq; quod forma puncti f, reflectitur ad uisum d, à puncto c per 20. quinti huius, eritq́ꝫ locus imaginis in linea f g, similiterq́ꝫ forma puncti b, cum non habeat aliquod obstaculum reflectetur ad uisum ab aliquo puncto speculi, & locus imaginis erit in linea b g per 11. huius, & quia propter interpositionem lineæ solidæ quæ f b, alia puncta lineæ a b, non possunt reflecti ad uisum, nisi puncta lineæ b f, quorum omnium imago cadit in linea ducta, à punctis sectionũ linearum reflectorum punctorum b & f, & kathetorum b g & f g, quæ est res modica, patet quod imaginis lineæ a b, pars modica uidetur, quod est propositum. Augetur tamen illa quantitas imaginis secundum quod centrum uisus in eadem superficie declinat plus ad superficiem speculi, unde si uisus perueniat inter superficiem speculi & punctum b, totius lineæ a b uidebitur imago, tunc enim cadit hæc linea a b inter lineam reflexionis formæ puncti a, & inter productum katetum a ultra lineam a b, & si taliter situetur hæc linea a b, ut cadat inter lineam reflexionis d c, & inter lineam per punctum reflexionis puncti b, transeuntem ad centrum speculi, poterit uideri imago totius lineæ. Videbitur autem imago totius lineæ a b, uel partis eius semper curua, quod potest ostẽdi per modũ 50. huius, & minuitur curuitas imaginis huius lineæ, secundum quod magis accesserit ad lineam transeuntem ad centrum per punctũ reflexionis formæ puncti b, uniuersaliter uero quidquid interpositum uisui & speculo, impedit peruentum formarum punctorum speculi ad uisum, illius imago nõ uidebitur in his speculis. Hæc autem quæ hic proposita sunt, intelligenda sunt de lineis occurrentibus uisui in arcu circuli, qui apparet uisui, utpote in arcu qui interiacet duas contingentes ductas à centro uisus ad speculum, quoniam ille solum opponitur uisui per 5. huius, linearum uero concurrentium cum speculo in parte circuli occulta uisui in aliqua potest esse equedistans lineæ contingenti, & illa non uidebitur, similiter est conterminalis illi æquedistanti, & illa non uidebitur, similiter & conterminalis illi æquedistanti, quæ cadet sub æquedistante penitus occultabitur uisui, sed linea terminali æquedistanti cadens super ipsam ex parte illa, poterit uideri, & hæc experimentantium industriæ ex præhabitis principijs relinquimus demonstranda, erunt tamen hoc modo uisarum linearum rectarum imagines semper curuæ.



LVII.

Visu existente in superficie incidentiæ lineæ rectæ non concurrentis cum superficie speculi sphærici conuexi, sed æquedistantis lineæ interiacenti centrum speculi & uisus, uel concurrentis cum illa extra speculum ex parte uisus, imago uidebitur curua.

Sit

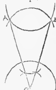
Sit d centrum uisus, & g centrum speculi, & h e, sit linea uisa, quæ quidẽ linea nõ cõcurrat cum circulo qui est cõmunis sectio superficiei incidentiæ & speculi, sed sit æquedistans lineæ d g, uel secet eam ex parte d, sit quoq; a b circulus qui est cõmunis sectio superficiei incidentiæ uel reflexionis, in qua sunt lineæ d g & h e, & superficiei speculi ꝑpositi, & producaĩ linea h g, in qua sit punctus z, imago puncti h, punctus quoq; circuli à quo reflectitur forma puncti h, ad uisum d sit b, ducaturq; à puncto b, linea circulũ cõtingens, quæ secet lineã h g, super punctũ t, eritq; punctus t finis contingentiæ, ducatur etiã linea g b, quæ producta necessario continet cũ linea h e. Si enĩ h e fuerit æquedistans d g, concurret quidam per secundã primi huius. Si uero d g concurrat cũ h e, multo fortius g b cõcurret cũ eadem ꝑ 29. primi huius, cõcursus quoq; ille aut erit in linea h e, aut ultra hanc lineam, si ultra concurrat in puncto m. Ducaĩ quoq; linea m g, quæ erit kathetus incidentiæ puncti m, erit imago puncti m, sitq; q imaginata quoq; linea à puncto reflexionis formæ puncti m, ad lineam g m, producta, finis contingentiæ sit punctus g, & ducatur linea z q, copulans loca imaginũ. Similiter ducatur linea t s, copulãs fines contingentiarum, sit quoq; ut linea d g, secet circulum a b, in puncto a, & producatur à puncto a, linea contingens circulum quæ sit a b, palã itaq;, qm̃ arcus a b, est minor quarta circuli, cũ uisus d uideat ex circulo minus medietate ꝑ 3. huius, q̃re angulus a g b, est acutus per ultimam sexti, & angulus u a g est rectus per 17. tertij, igiĩ linea a u cõcurret cum linea g b, per 14. primi huius, cõcurrat ergo in puncto u. Dico quia punctus u, cadet ultra punctum s, quia cũ per 17. huius, punctus m reflectiĩ ab aliquo puncto arcus a b, & punctus a, sit demissior illo puncto reflexionis formæ puncti m, erit finis contingentiæ lineæ ductæ à puncto a contingentis circulum altior fine contingentiæ illius puncti, per 60. primi huius, & ita erit punctus s, demissior puncto u. Protrahaĩ ergo linea t s, donec cõcurrat cũ linea u a, cõcurret aũt per 14. primi huius, & sit concursus in puncto k, & ducatur linea g k, quæ producta cõcurret cum h m, per secundã, uel per 29. primi huius, sit concursus in puncto c, pũctus itaq; c reflectiĩ ad uisum d, ab aliquo puncto arcus a b, quod patet per 47. quæ demonstranda sunt in 16. huius, sit lineæ punctus f, à quo ducatur linea contingens speculũ usq; ad kathetum g c, quæ quidem erit demissior ꝙ linea a k, & sit f o, secans lineam g c, in puncto o, qui sit finis contingentiæ g d, per 60. primi huius, erit punctus o demissior pũcto k, sunt enĩ puncta k & o, fines contingentiæ, producaĩ quoq; linea d f, usq; quo cadat super g c kathetũ, cadet aũt per 9. huius, sit ergo ut cadat in punctũ r, & producatur linea z q, usq; ad lineam g c, & cadat in punctum l, dico qm̃ punctum l, est altius ꝙ punctũ r, linea enim h c & c k, & z l, aut sunt æquedistantes aut concurrunt, sint primo æquedistantes, cum ergo hæ lineæ æquedistantes secent lineam c g l, super tria puncta c k l, & secent utrãq; lineam m g & h g, & cũ sit proportio lineæ h g ad h c, sicut lineæ g z ad z c, per 9. huius, & per 16. quinti, & similiter cũ sit ꝑportio lineæ m g ad m s, sicut g q ad q s, erit eadẽ ꝑportio g c ad c k, ꝙ g l ad l k, per 2. sexti, sed palam per 11. huius, qm̃ r est imago puncti c, linea enĩ d f, est linea reflexionis concurrens cum katheto c g, in puncto r & o, est finis contingentiæ, est ergo per 12. huius, & per 16. quinti, proportio g c ad c o, sicut g r ad r o, sed minor est proportio g c ad c k, ꝙ g c ad c o, per 8. quinti, & ita erit minor proportio g l ad l k, ꝙ g r ad r o, erit ergo e contrario conuersim per 6. primi huius, minor proportio l k ad g l, ꝙ r o ad g r, est ergo minor proportio linea o r ad g r, ꝙ k l ad g l, ergo coniuncti m ꝑ 15. primi huius, minor ꝑportio est o g ad r g, ꝙ k g ad l g, sed k g est minor ꝙ o g, ergo per 8. quinti, l g est minor ꝙ r g, est ergo punctus r demissior puncto l, sed z q l est linea recta, ergo linea z q r, est linea curua, ergo imago lineæ h e, est curua, erit ergo probare quod, imago lineæ

h e, rectæ sit curua. Si uero lineæ h m, t z, & z q, non sunt æquedistantes, concurrãt ergo, & erit cõcursus, aut ex pte d, aut ex parte h, sit ex parte d, & concurrat in puncto c, erit ergo per 5. huius z q t, linea recta, quæ e z q r erit curua, est ergo imago lineæ h e, rectæ curua, demonstratione completa ut prius, hoc ergo est propositum.

LVIII.

Omnis arcus circuli in cuius superficie incidentiæ fuerit centrum uisus imago sensibiliter apparens intra speculum sphæricum conuexum uidetur semper curua.

Sit arcus uisus a b, & sit centrum speculi punctum g, & centrũ uisus pũctum d, sitq; hoc centrum uisus in superficie incidentiæ, quæ est a b g, dico qđ imago arcus a b, uidet̃ semper curua, qa sensibiliter intra speculũ uidet̃, ducatur em̃ corda a b, palamq; ex præmissis ꝓpositionibus, qm̃ imago cordæ a b, secundum omnem sui sitũ, respectu speculi uidet̃ semper curua, nisi solũ tunc qñ ipsa fit in katheto incidentiæ unius suæ extreminatis, ut cum ipsa est perpendicularis super speculi superficiem pertransiẽs eius centrum, tunc em̃ ipsius imago uidetur recta, ut patet per 52. huius, arcũ uero a b, esse ĩ katheto incidẽtiæ suarũ extremitatum est impossibile, cũ quilibet suorũ punctorum diuersum habeat incidentiæ kathetũ, ergo nunq̃ uidebit̃ imago arcus taliter dispositi in linea recta, qm̃ semꝑ loca imaginũ diuersorũ punctorũ in diuersis sunt kathetis, curuitas uero imaginis potest faciliter concludi secundum modum quo in præcedentibus in lineis rectis usi sumus, & coadiuuabir ad hæc 44. huius, patet ergo propositum.



LIX.

Conuexitas imaginum quorumlibet arcuum cum locus ipsarum est intra speculum sphæricũ cõuexũ uel extra ipsum, conuexitati arcuum sit contraria secundum situm.

Esto qđ arcus a b respiciat secundũ sui concauũ uel conuexum centrum speculi sphærici conuexi, qđ sit punctum g, dico quod cõuexitas ipsius imaginis erit contraria secundum situm conuexitati ipsius speculi, qm̃ imago totaliter est intra speculum, uel totaliter extra, uel secundũ partem intra, secundũ partem extra, & secundũ partem in ipsa superficie speculi, loca em̃ imaginum punctorũ remotiorũ à sũpficie speculi fuerint ꝓpinquiora centro speculi, & loca pũctorũ ꝓpinquorũ speculi superficiei fuerint remotiora à centro speculi, ut patet per 23. huius, & quia imagines accipiunt continuitatem situs suarum partium à continuitate rerum; quarũ ipsæ sunt imagines, patet qđ conuexitas ipsarum imaginũ conuexitati ipsorum uisorum arcuum sit contraria secundum sitũ, prout etiã ostendimus per 43. huius, patet ergo propositum.

LX.

Imaginum curuarũ eiusdem arcus uisi remotioris à centro speculi sphærici conuexi curuior uidetur.

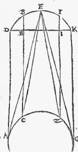
Sit a b arcus, cuius punctus medius sit e, & cuius arcus imago sit curua, & eius corda sit a b, linea recta, sitq; centrum speculi g, dico quod accedente linea a b ad speculum, imago eius sit minoris curuitatis, & recedente ipsa sit maioris, ducantur enim katheti a g & b g, in quibus erunt loca imaginum punctorũ a & b, per 11. huius, quia itaq; accedente linea recta a b, ad superficiem speculi, angulus a g b, fit maior. & recedente ipsa angulus a g b, fit minor, per 34. primi huius, imago uero puncti e, plus elongari à centro speculi fit propinquior centro speculi, & imago eiusdem approximantis speculo fit remotior à centro, extrema uero puncta illius imaginis semper sunt

in

in kathetis a g & a b, patet ergo quod imago arcus a b, remotioris à centro speculi plus coangustatur, & approximatis plus ampliatur, & secundum hoc ipsius curuitatis modus uariatur modo proposito, quoniam ipsius remotioris à centro speculi imago fit curuior, & propinquioris fit minus curua, quia ipsa semper fit pars circuli maioris in accessu ad centrum speculi, & fit pars circuli minoris in recessu à centro, & secundum quantitatem accessus illius & recessus uariatur quantitas dictarum imaginum, patet ergo propositum.

LXI.

Omnis imago in superficie speculi sphærici conuexi uisui occurrens semper apparet conuexa.

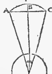


Esto speculum sphæricum conuexum a g, sit centrum uisus e, & sit linea recta uel curua uisa d h, in qua signentur puncta b & q, sitque ut loca imaginum istorum punctorum sint in superficie ipsius speculi lineis incidentiæ existentibus ipsis, quæ d a, b c, i z, k g, lineis quoque reflexionis existentibus a e, c e, z e, & g e. Si itaque aliqua illarum linearum reflexionis sit perpendicularis super superficiē speculi, palam per 72. primi huius, quoniam ipsa transibit centrum speculi, ergo per 8. secundi, uel per 21. primi huius, illa erit breuissima omnium linearum illarum reflexionis, & illi propinquiores sunt remotioribus breuiores, patet ergo, quoniam illa imago uidetur curua, quoniam aliqua pars ipsius propinquior est uisui, & aliqua remotior: idem quoque accidit, si nulla illarum linearum reflexionis sit perpendicularis super speculi superficiem, quoniam ducta perpendiculari linea à puncto e, super superficiem speculi per 11. undecimi, palam quod omnes lineæ reflexionis illi perpendiculari remotioribus sunt longiores, & sic iterum imago lineæ rectæ uel curuæ, quæ est d k, occurrens uisui in superficie speculi uidetur semper curua, & quoniam eodem modo est demonstrandum de qualibet imagine apparēte in superficie speculi, patet ergo propositum.

LXII.

Imago lineæ curuæ secundum eius concauitatem respicientis superficiē speculi sphærici conuexi nonnunquam uidetur recta.

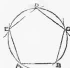
Sit linea curua a b c, opposito speculo sphærico conuexo secundum sui partem concauam, dico quod nonnunquam imago ipsius potest uideri linea recta, ducatur enim eius corda recta linea quæ sit a b, palam per plures præmissarum propositionum lib. huius, quoniam in aliquo situ imago ipsius lineæ rectæ uidetur curua conuitate respiciēte centrū speculi, quia cum extremitates lineæ curuæ a b c, quæ sunt a & c, uidētur in extremitatibus imaginis lineæ rectæ a c, imaginetur ipsi curuæ imagini lineæ rectæ sic subtendi corda intra speculum. Si itaque hoc accidit, quod est possibile, sicut curuitas ipsius arcus quæ est a b, sit similis curuitati imaginis ipsius cordæ, ita quod eius situs uersus hinc inde sint similes, palā per 23. & per 43. huius, quod imago lineæ curuæ quæ a b c, erit in linea recta subtensa per modum cordæ ipsi imagini curuatæ, uidebitur ergo linea recta imago ipsius curuæ lineæ a b c, quod est propositum. Patet hoc etiam aliter, quia enim ut in præmissa proxima dictum est, omnis imago in superficie speculi sphærici conuexi uisui occurrens, semper uidetur conuexa centrum speculi respiciens secundum eius concauitatem, & eiusdem arcus imago cadens intra speculum respiciat centrum speculi secundum sui concauum, e ergo non eatur ab extremo in extremum sine medio in huiusmodi reflexionibus & superficiebus parium eiusdem imaginis, palam quod illa imago in aliquo situ habeat dispositionem rectitudinis, et quia omnia loca imaginum punctorum illius arcus cadent in unam lineam rectam, quem situm tamen & uisus & rei uisæ & speculi perquirere esset



esset longum & inutile, patebit tñ simpliciter ex præmissis uia illud perquirere uolenti, per hunc itaq; modum accidit circulum quandoq; uideri ad modū semicirculi & diametri, & ex portione circuli sit portio circuli, ita quod imago rectæ lineæ sit curuæ, & curuæ lineæ sit recta, & quandoq; ambæ uidentur curuæ ad eandem partem, si curuitas arcus uisi sit minor curuitate imaginis suæ cordæ, & q̄nq; ad partes diuersas, sicut intersectione duo circulo inæqualium superficies inclusa, & harum imaginum & multa diuersitas, quā ex præmissis principijs diligenti solertiæ relinquimus exquirendam. In his itaq; speculis imago lineæ rectæ apparet curua, & lineæ curuæ imago semper uidetur curua, & q̄nq; apparet uisui curua: & qđ ostendimus de lineis, accidit etiā in ipsis superficiebus planis cōcauis et conuexis per lineas quæ insunt illis superficiebus, & idem penitus est in lineis longitudinis & latitudinis ipsaꝝ. Si autē ꝓponatur uisui in his speculis corpus curuum longum, modicum habens latitudinis, apparebit illius corporis curuitas manifeste, cū ipsa discerni possit, per ea quæ sunt supra corpus, aut circa illud aut intra, nō eñ bene discernit curuitas nō magna, q̄ñ occultæ fuerint extremitates longitudinis & latitudinis, unde in corpore conuexitatis modicæ, & quantitatis magnæ nō bene discernitur eius conuexitas, licet imago ipsius sit conuexa, cū non appareant termini corporis in longitudine uel latitudine, qui termini coadiuuant non modice comprehensionem conuexitatis.

LXIII.

A superficie speculi sphærici conuexi ex diuersis superficiebus sphæraꝝ opposita, formæ reflexæ monstruosæ imaginis uidentur.



Quia eñ diuersaꝝ sphæricaꝝ superficierū diuersa sunt centra, & locus imaginis cuiusq; puncti in speculis sphæricis conuexis per 11. huius, est in katheto suæ incidentiæ ducta à puncto uiso ad centrum speculi, hæc autē centra diuersificant in huiusmodi speculis irregularibus, patet ergo quod formæ diuersoꝝ punctoꝝ in partes diuersas protrahantur, & q̄ñ à tota superficie fit reflexio, & pūcta reflexa, secūdū loca diuersificant, nō secundum eundem situm, patet quod imago tota quæ ex locis talium punctoꝝ aggregaꝝ & unit suaꝝ ptium recipit inordinatū situm, uidet ergo imago in talibus speculis monstruosa, & sit extensio uniformis aliquaꝝ suaꝝ partium secundum uniformem extēsionem illarum superficierum, & aliarum partium fit desormitas ab alijs, unde quædam imaginis partes trahuntur in longum, quædam in latum, quædam in transuersum, secūdū q̄d partes aliquæ superficiei speculi respiciunt diuersa centra diuersarum sphærarum, patet ergo propositum.

LXIIII.

Possibile est per plura quotcunq; quis uoluerit conuexa sphærica specula eiusdem puncti imaginem uideri.

Fiat hæc dispositio quæ in 58. quinti huius, de speculis planis dicta est, sitq; a centro uisus, & punctus uisus b, & describatur exempli causa polygonium æquilaterum & æquiangulum, quod sit a b g d e, & ad puncta g d e, sint specula sphærica conuexa contingentia puncta angulorum æqualium, & imaginentur lineæ contingentes specula in eisdē punctis, ut in puncto g, linea s k, & q̄m angulus b g k, est æqualis angulo d g l, palam per 20. quinti huius, q̄m forma puncti b, reflectetur à puncto g, ad punctum d, & eadem ratione à puncto d, ad punctum e, & à puncto e, ad punctum a, hoc aūt est qđ ꝓponebat.

LXV.

A superficie unius speculi sphærici conuexi ignem impossibile est accendi, ex plurium tamen compositione possibile.

Quoniam eñ ut ostensum est in 15. huius lineæ reflexionis formæ eiusdem puncti à diuersis punctis eiusdem speculi sphærici conuexi non sunt æquedistantes, attamen in centro unius uisus non concurrunt, ergo neq; radij solares uel alij superficiei huius speculi

culi incidentes in aliquo unquam puncto possint concurrere, sed dispergũtur in ipso medio, non ergo illi aggregati radij unquam corpus aliquod quodcunque uel ipsum sit combustibile possunt incēdere, ut reflectũtur à superficie speculi unius, ex plurium tñ speculorum cõpositione posset aliqd huiusmodi effici, ita ut à quolibet illorum speculorum uno puncto reflectetur unus radius ad unum punctũ, cũ aliorum speculorum radijs concurrens, & sic fortificaretur actio radiorum in illo puncto, & secundum numerum speculorum fieret numerus radiorum, & unio uel aggregatio radiorum uirtutis. Hæc aũt speculorum compositio plus esset difficilis quàm utilis, unde tali operi nos nõ dignum credimus insisti, patet itaque propositum.

LIBER SEPTIMVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS.



ORdinis realis series nos ammonet, ut qui planorum speculorum & sphæricorum conuexorum passiones proprias prout potuimus transcurrimus, nunc ad speculorum columnariũ & pyramidalium proprietates diuertamus. Sunt eñ speculorum istorum aliquæ passiones, ex passionibus præmissorum speculorum constantes uel compositæ, sicut & figuræ istorum speculorum ex figuris illorum præmissorum speculorum aliqualiter cõponunť. Speculũ eñ columnare est sit pars columnæ rotundæ, sicut in octaua & in decimaquarta, & in decimaquinta quinti huius declarauimus. Palam ex præmissis in primo libro huius scientiæ, & in principijs undecimi Euclidis, quoniam pyramis fit ex transitu rectanguli, quod uno suorum laterum fixo motis alijs circumducitť, quousque redeat ad locum unde motus accepit principium. Speculum quoque pyramidale causatur ex motu trigoni rectanguli, cuius unum laterum rectum angulũ continentium figitur, & alia duo modo præmisso quousque ad locum unde moueri cœperũt circũducuntur. Vtrumque ergo istorum speculorum, quia ex motu linearũ rectarum ortum habet, palam quia rectarum passiones proprias non euadit. In quantum uero illæ lineæ causant speculorum figuras cũ circulariter circũferuntur, in tñ hæc specula passiones circulares, hoc est sphæricas, quarum origo est circulus, cõmuniter cõsequũtur, & hoc maxime in speculis colũnaribus euidentius apparet, prout manifestabimus in processu. Proprie uero istorum speculorum passiones ut illæ quæ secundum oxigonias sectiones accidunt, quæ solis his speculis, siue sint conuexa, siue concaua conueniunt, ex quadam cõmuni natura linearum rectarum, & motus accidũt in illis, hæc ergo specula posteriorē ordinē recipiunt à plana specula & sphærica conuexa. Prius uero de his speculis columnaribus & pyramidalibus conuexis prosequemur quàm de quibuscunque cõcauis & sphæricis, propter simplicitatē passionũ speculorum cõuexorum respectu concauorum, ut illarum quæ in alias descendunt, quæ uero præmittimus sunt ista.

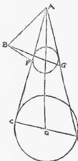
Maius speculum columnare uel pyramidale conuexum uel concauum dicimus, quod est pars maioris columnæ uel pyramidis & maius quàm est pars minoris. Axem speculi columnaris uel pyramidalis, dicimus axem illius columnæ uel pyramidis cuius pars speculum existit. Bases speculorum ꝑpositorum dicimus bases suarum columnarum uel pyramidum quarumcũque. Diametrum usualem dicimus lineam à centro uisus perpendicularem, super superficiem speculi, & ad axem productam, & eadem dicitur kathetus reflexionis. Kathetus incidentiæ dicitur ut prius linea perpendicularis ducta à puncto rei uisæ super lineam quæ est cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi, utpote super lineam rectam, quæ est linea longitudinis speculi, uel super circulum, uel super oxigoniam sectionem, secundum quod ab aliqua istarum linearum reflexio ꝓcedit. Finis cõtingentiæ dicitur punctus in quo alter kathetorum secat lineã in puncto reflexionis speculum secundum circulum uel sectionem oxigoniam contingentem.

V Metam

Metam locorum dicimus ut in speculis sphæricis punctum uel lineã ultra quam imagines non uidentur.

THEOREMA I.

Opposito uisui speculo columnari uel pyramidali conuexo orthogonaliter erecto, ita ut uisus non sit in superficie speculi, aut ei continua linea recta à cẽtro uisus ducta cum axe speculi in uertice acutum angulum tenente à parte superficiei speculi interiacente superficies contingentes ductas à centro uisus ad speculi superficiem solum fit reflexio ad uisum.

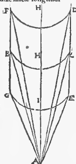


Hoc quod hic proponitur uniuersaliter conuenit speculo columnari conuexo, siue secundum angulum rectum siue secundũ acutum sibi incidat linea uisualis, semper enim sicut per 78, quarti huius ostensum est, minus medietate superficiei columnaris uisui occurrit, & ab illa solum fit reflexio ad uisum, hæc autẽ superficies speculi columnaris contenta est duabus superficiebus à centro uisus productis secundum lineam longitudinis contingentibus columnam, & quoniam huius passionis idem est demonstrandi modus in utroque propositorum speculorum, difficilius uero in pyramidalibus, sufficit exempli causa ꝓpositũ in speculis pyramidalibus demonstrari. Sit itaque speculum pyramidale conuexum, cuius axis sit a d, & uertex a diameter basis c n, centrũ basis d, & sit hæc pyramis erecta super superficiem horizontis, ita quod non inclinetur super illam, & sit centrum uisus b, cõcurratque linea b a, à uisus centro ad uerticem speculi producta cum axe datæ pyramidis continens cum ipso angulum acutum, qui est d a b, dico quod solum à parte superficiei conicæ huius pyramidis quæ interiacet superficies contingentes ductas à centro uisus ad eandem superficiem, fit reflexio ad uisum, imaginentur enim superficiem à centro uisus prodeũtem, quæ secet pyramidem orthogonaliter per axem, & palam per 100. primi huius, quoniam communis sectio illius superficiei, & superficiei pyramidis erit circulus æquedistans basi pyramidis. Sit ergo ille circulus f g, à centro uisus ducant̃ duæ lineæ f g & b g, illum circulum contingentes per 16. tertij, & per 101. primi huius, ducantur à punctis f & g, duæ lineæ longitudinis pyramidis, quæ sint c f a, & n g a, palam itaque quoniam superficies in qua sunt lineæ c f a, & linea b f, continget pyramidem. Si enim dicatur quod secet illam & non contingit, palam quoniam linea b f, quæ est in illa superficie secabit circulum f g, & non continget, ducta autem est ad contingentiam, secare igitur est impossibile. Superficies ergo illa pyramidem cõtinget, & similiter ostendẽdũ est de superficie in qua sunt lineæ n g a, & b g, quoniam & illa pyramidem continget, superficies ergo pyramidis interiacens has duas superficies contingentes uisui occurret, & solum ab hac fiet reflexio ad uisum, quia ut per 16. secundi huius, ostensum est longior radius ad circulum columnæ uel pyramidis rotundarum perueniẽs, quasi linea contingens est, patet ergo propositum, quoniam in speculo columnari est similiter demonstrandum.

II.

Si à centro oculi ad lineas quæ sunt termini superficierum speculorum columnarium uel pyramidalium conuexorum apparentium uisui duæ superficies reflexionis producantur, necesse est per ipsas ambas speculum contingi.

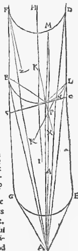
Verbi gratia, Sint conuexo speculo columnari quod sit d f, e g, duæ lineæ longitudinis, quæ sint d e & f g, sintq; illæ lineæ termini superficiei columnæ speculi apparentis uisui, ut patet ex præmissa, & per 78. quarti huius, & sit centrum uisus a, productisq; lineis a d, a f, a g, a e, erunt superficies trigonæ a d e, & a f g, dico qđ illæ superficies cõtingent columnam. Si ẽm dicatur qđ altera ipsarũ secat columnam, ut superficies a d e, planum est quod illa sectio erit super lineam longitudinis d e, in qua cadit illa superficies, & similiter erit procedere si superficies a f g, secet columnam, & sit sectio super lineã f g. Sit ergo ut superficies plana pertransiens centrum uisus secet columnam æquedistanter basibus, eritq; per 100. primi huius, sectio communis illi superficiei & speculi circulus, qui sit b c, hæc ergo transit per duas lineas londitudinis d e, & e f g, ducantur ergo lineæ a b & a c, ad hunc circulum, hæ ergo cum sint in illis superficiebus secantibus superficiem columnæ, secabunt circulum b c, minus ergo uidebitur de arcu b c, q̃ sit, illud quod sub lineis circulum b c, contingentibus à centro uisus puncto. f. a, ductis continetur, qđ est contra ea quæ declarata sunt in 51. quarti huius, & similiter de basibus colũnæ declarandum. Nõ erunt ergo illæ superficies productæ ad terminos superficiei columnæ apparentis uisui, sed citra illas, quod est cõtra hypothesim. Eodem modo quoq; est de speculis pyramidalibus demonstrandum, & sequitur idem impossibile, q̃d prius per 84. quarti huius, quod est contra hypothesim, patet ergo propositum.



III.

Communis sectio omnium superficierum à uisu productarũ cõtingentiũ speculũ columnare conuexum, est linea transiens centrũ uisus æquedistanter axi illius speculi.

Quod hic proponit, esto ẽm axis speculi columnaris conuexi h k i, & basis superior columnæ circulus f d, cuius centrum sit h, & inferior basis circulus g e, cuius centrum i, & communis sectio alicuius superficiei reflexionis & superficiei speculi columnaris sit circulus b l, cuius cẽtrum k, cũ itaq; axis h i, qui orthogonaliter est sup bases, ut patet per 95. primi huius, sit etiã orthogonalis sup circulũ b l, per 100. & p 23. primi huius, & per eadẽ sint lineæ longitudinis columnæ d e & f g, orthogonales sup circulũ b l, superficies ergo contingentes columnam secundũ illas lineas d e & f g, erectæ erunt sup circulum b l, per 18. undecimi, ergo & super superficiem reflexionis secantẽ columnam secundũ illum circulũ b l, ergo per 19. undecimi, cõmunis sectio illarũ superficierũ contingentium columnã orthogonaliter erit super illam superficiẽ reflexionis, ergo per 6. undecimi, illarum superficierũ cõmunis sectio æquedistans erit axi columnæ q̃ super eandẽ superficiem est orthogonaliter erecta, secant aũt illæ superficies se in centro uisus, qm̃ centrum uisus in omnibus illis existit, ut patet ex hypothesi de superficiebus planis speculum propositum cõtingentibus, & de superficie reflexionis ex 27. quinti huius, patet ergo propositum.



IIII.

Ad quodcunq; pũctum signatũ in superficie apparente speculi columnaris uel pyramidalis conuexi à centro uisus ducatur linea recta, illa producta necessario speculũ secabit.

Sit dispositio omnimoda pmissæ, signeturq; in apparente uisui pportione speculi, qđ est e d, f g, punctus q, & pducatã linea a q, di-

eo quod linea a q, ꝓducta necessario speculũ secabit, ꝓducatur eñ à puncto q, linea longitudinis colũnæ quæ sit q m, per 101. primi huius, hæc itaq; linea erit æquedistans ambabus lineis longitudinis d e & f g, per 31. primi. Sit quoq; ut superficies aliqua reflexionis secet colũnã ultra punctũ q, secũdũ circulũ b l, per 100. primi huius, linea ergo q m necessario transibit per circulũ sectionis, qui est b l, secans ipsum in pũcto, sit ergo illud punctum p, ducaturq; linea a p, hæc ergo quia cadit intra lineas à centro uisus a, ad circulum b l, ꝓductas illũ cõtingentes, quæ sunt a b & a l, palã q̃a secabit circulũ, ergo etiã supficies à cẽtro uisus ad speculi superficiem ꝓtensa, in qua sunt lineæ a p & a q, secabit speculũ, q̃a illa superficies secabit supficiem columnaris speculi secundũ lineã longitudinis, quæ est m q, palã ergo q̃m linea a q, ꝓducta secabit speculũ: eodẽ modo patet de q̃libet alio dato puncto in speculis q̃q; pyramidalibus cõuexis eodẽ modo demonstrandum, ducta linea à uertice pyramidis ad punctũ quẽcunq; in illius speculi supficie datũ, palã est ergo ꝓpositũ.

V.

Omnis superficies plana in aliqua linea longitudinis superficiei apparentis uisui speculi columnaris uel pyramidalis conuexi contingens speculum, secat superficies à uisu productas, quæ contingunt portionis apparentis extremitates, omnesq; illæ superficies inter uisum & speculi supficiẽ extendunt.

Maneat superior dispositio, cõtingatq; aliqua supficies plana supficiẽ apparentẽ speculi secundũ lineã longitudinis, q̃ est m o, p 95. primi huius, ducaturq; supficies reflexionis quæ sit a b l, & in ea ꝓducat̃ linea cõtingens circulũ b l, in puncto p, quæ sit s p t, palã ergo q᷈ linea s p t, secabit lineas a b & a l, ducat̃ eñ linea p l, quia ergo linea s p t, secat angulũ a p l, patet p 29. primi huius, q̃m ipsa secabit lineã a l. Similiter ducta linea p b, patet q᷈ linea s p, secabit lineã a b, palã ergo, q̃m lineæ a l & p t concurrent. Sed linea p t, est in superficie cõtingente columnã secundũ lineã longitudinis m o, linea uero a l est in supficie cõtingente columnã secundũ lineã longitudinis d e, quæ est extremitas portionis apparentis, patet ergo ꝓpositũ primũ. Sed & oẽs tales supficies, qualis est supficies in qua est linea s t, inter uisum & speculi supficiẽ, & nõ extendunt, & de speculi quidem supficie patet, q᷈ sint illæ supficies cõtingentes ipsam speculi superficiẽ, & non secantes illã, sed & patet de centro uisus. Sit eñ punctũ n, ꝓximũ punctũ signabile sub pũcto l, in arcu l b, & imaginet̃ aliqua supficies cõtingens supficiẽ columnæ in linea longitudinis, in q̃ sit pũctus n, hoc ergo necessario secabit supficiẽ reflexiõis q̃ est a b l, q̃m est orthogonalis super illã per 18. undecimi Sit itaq; per tertiã undecimi supficiei reflexionis, q̃ a b l, & dictæ superficiei cõmunis sectionis linea recta, q̃ sit n r, palam ergo per p̃missã, q̃m linea n r cõtingit circulũ b n, in puncto n, sed punctũ n demissius est puncto l, ergo cõtingens linea quæ n r, erit demissior linea cõtingente q̃ est a b, per 60. primi huius. Nõ ergo ꝑtinget linea n r, ad punctũ a centrum uisus. Eodẽ modo demonstrandũ in aliis quibuscũq; superfciebus taliter cõtingentibus supficiem apparentẽ speculi colũnaris. Similiter q̃q; demonstrandũ est de supfciebus cõtingentibus specula pyramidalia quæcunq;, patet ergo propositum.

VI.

Omnis superficies reflectionis in qua sunt linea contingens basem speculi columnaris uel pyramidalis conuexi & linea longitudinis eiusdem speculi idẽ speculũ secundũ lineam suæ longitudinis necessario est cõtingens.

Hoc patet per modũ secundæ huius, q̃m eadem huius & illius est demonstratio. Sit eñ resumpta figura p̃cedẽtis supficies reflexiõis g a f, in qua sit linea z f, cõtingens columnam uel pyramidẽ in puncto f, & linea longitudinis columnæ uel pyramidis quæ est g f, dico q᷈d illa superficies reflexionis continget columnam uel pyramidem, Si deñ q̃ illa superficies columnam uel pyramidem speculi secet, tunc et linea z f, basem illius speculi secabit, quod est contra hypothesim, palam ergo propositum.

Oppsito

VII.

Opposito uisui speculo columnari uel pyramidali conuexo, ita ut centrum uisus non sit in superficie columnæ uel pyramidis, & punctus rei uisæ sit cum uisu in eadem superficie speculum secundum axem secante, cōmunis sectio supficiei reflexionis & superficiei apparentis speculi erit linia longitudinis speculi, & si illa communis sectio sit lineæ lōgitudinis superfiices reflexionis secat speculum per axem.

Sit speculū columnare conuexū, cuius axis sit h i, cuius superficies apparens uisui sit e d f g, sitq́; a centrū uisus, & b punctū uisum, secetq́; supficies reflexionis in qua per 27. quinti huius, necessario sunt pūcta a & b, ipsum speculū secūdum axem h i, dico qđ cōmunis sectio illius superficiei reflexionis & supficiei e d f g, est linea longitudinis speculi, qm̄ enim per 93. primi huius, cōmunis sectio illius superficiei planæ & supficiei totius colūnæ speculi est quadrangulū rectangulum sub duabus lineis longitudinis & duabus diametris basiū columnæ contentū, cum superficies reflectionis transeat per centrum uisus, cui directe in speculo opponitur superficies apparēs uisui, per primā huius, patet quod cōmunis sectio illarū duarū superficierū, erit linea una longitudinis, quæ est unū latus illius trianguli, quod est cōmunis sectio illius superficiei planæ, & superficiei totius columnæ. Sic quoq; patet per 90. primi huius, de speculo pyramidali, qm̄ cōmunis sectio superficiei reflexionis, & superficiei conicæ speculi uisui apparentis, sit unum latus illius trigoni, quoniā est communis sectio huius planæ superficiei, & totius superficiei ipsius pyramidis speculi, quod est una linearum longitudinis pyramidalis, patet ergo propositum.

VIII.

Omnium superficierum planarum superficiem speculi columnaris uel pyramidalis conuexi contingentium unica super superficiem reflexionis speculum secundum axem secantē, est erecta, ut quæ secundū cōmunem sectionem illius superficiei & speculi lineam, scilicet longitudinis superficiem apparentem speculi per æqualia diuidentem speculum est contingens.

Sit speculum columnare conuexū, cuius apparens uisui superficies sit, e d f g, & axis h i, sitq́; centrum uisus punctum a, & communis sectio superficiei reflexionis speculum secundū axem secantis & speculi, sit linea longitudinis quæ m o, per æqualia diuidēs supficiē e d f g, cōtingātq́; supficiē speculi supficies planæ q̄tcūq;, dico qđ unica illa quæ secūdū lineā longitudinis m o speculū cōtingit, erecta est sup illā supficiem reflexiōis, & qđ oēs aliæ super ipsam sunt obliquatæ, ut enim patet p 92. primi huius, linea m o, rectos est angulos cōtinens cū semidiamitris basiū colūnæ & simul cū semidiametris oīm circulorū basibus illis æquedistantiū secantiū columnā, ut patet per 100. & per 23. primi huius, palam quoq; per 96. primi huius, quoniā omnes perpendiculares, quæ intra columnam ducibiles sunt semp ipsam supficiē cōtingentē speculū necessario trāseūt per axē speculi, oēs uero illæ ppendiculares cadunt in superficie speculū secundū axē secante, ergo per diffinitionē illa superficies contingens est erecta sup superficiē illā reflexionis, omnes ergo aliæ superficies dictā superficiē speculi secūdū alias lineas longitudinis cōtingentes super illam superficiem reflexionis sunt obliquæ, aliter enim illæ superficies contingentes se necessario intersecarent, si ab abliquo puncto lineæ, quæ per 3. undecimi, est communis sectio illarum superficierum, duæ lineæ in illis superficiebus contingentibus ad superficiem reflexionis perducantur, quarum extremitates in ipsa superficie reflexionis per lineam tertiam coniungantur, erūt protracti illius trigoni duo anguli recti, quod est impossibile, non est ergo aliqua illarum superficierum speculum contingentium super illam superficiem reflexionis erecta, nisi unica in illa communi sectione speculum contingens, & eodem modo in speculis pyramidalibus potest demonstratio formari, patet ergo propositum.

IX.

Opposito uisui speculo columnari conuexo, ita ut uisus non sit in ipsa superficie columnæ, & punctus rei uisæ sit cum uisu in eadem superficie æquedistanti basibus columnæ, communis sectio superficiei reflectionis & speculi erit circulus æquedistans basibus columnæ.

Esto columnare speculum conuexum, cuius axis sit h i, & basis superior circulus f d inferior basis circulus g e, & sit cẽtrum, uisus punctum a, & punctum rei uisæ sit b, sitq́ꝫ speculum directæ uisui oppositum, ut proponitur, dico quod quoniam superficies reflexionis quæ sit a b c z, secabit superficiẽ propositi speculi, taliter quod communis sectio quæ sit c z, erit circulus æquedistanter basibus speculi, hoc enim patet ex hypothesi, & per 100. primi huius, uel etiam hoc modo; Ducantur enim duæ lineæ productæ à uisu contingentes speculum, quæ sint a z & a c, sintq́ꝫ z & c puncta contingentiæ opposita adinuicem in eadem superficie, & ab utroqꝫ illorum punctorum ducantur lineæ secundum longitudinem columnæ, quæ sint d c e & f z g, & quoniam linea d c, est æqualis lineæ f z, & linea c e, æqualis lineæ z g, ex hypothesi & per 25. primi huius, propter æquedistantia basium speculi & superficiei reflectionis, palam quia linea z c, quæ est communis sectio superficiei reflexionis & superficiei & speculi, æquedistabit arcubus basiũ, quæ sunt d f & g e. Ductis enim rectis lineæ d f, c z, g e, erunt illæ lineæ rectæ æquedistantes per 33. primi huius, ergo & hæ curuæ, quæ in eisdem sunt superficiebus, erunt æquedistantes & sunt circulares, quoniam sunt æquedistantes in eadem superficie columnari, patet ergo propositum.

X.

Opposito uisui speculo columnari uel pyramidali conuexo, ita ut uisus non sit in superficie columnæ uel pyramidis superficie reflexionis oblique axi speculi incidente, communis sectio superficiei reflectionis & speculi erit oxigonia sectio.

Esto ut in præmissis speculum columnare uel pyramidale conuexum, cuius axis sit linea h i, & superficies eius apparens uisui sit e d & f g, sitq́ꝫ centrum uisus punctum a, & punctus rei uisæ b, secetq́ꝫ superficies reflectionis speculum oblique transaxem, scilicet non æquedistanter basibus columnæ, dico quod communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi uisui apparentis est pars oxigoniæ sectionis, quoniam enim ut patet per 103. primi huius, patet ꝙ omnis superficiei secantis columnã uel pyramidem transaxem non æquedistanter basibus & superficiei totius pyramidis uel columnæ communem sectionem circulum esse, est impossibile, uel etiã lineã longitudinis per 7. huius, cum talis superficies plana nõ secet pyramidẽ uel columnam, secũdũ axis longitudinem, patet ꝙ communis sectio superficiei reflexionis, quæ plana est & partis superficiei speculi pyramidalis uel columnaris oppositæ uisui, non poterit esse arcus circuli, neqꝫ linea longitudinis, erit ergo pars sectionis oxigoniæ, quia totam talem sectionem totius superficiei pyramidis uel columnaris, & superficiei planæ secantis pyramidem uel columnam diximus oxigoniam sectionem in 98. primi huius, patet ergo propositum.

Com-

XI.

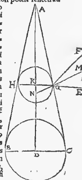
Communi sectione superficiei reflectionis & speculi columnaris circulo existente, omnes superficies planæ speculum cõtingentes super superficiem reflexionis sunt erectæ.

Remaneat dispositio quæ præcessit in 9. huius, & quia per 95. primi huius, omnes planæ superficies columnam contingentes secundum lineam longitudinis contingunt, patet per 92. primi huius, cum omnes lineæ longitudinis rectos angulos cum semidiametris basium contineant, quoniam omnes super illas bases sunt erectæ, ergo per 100 & 23. primi huius, illæ lineæ omnes sunt erectæ super circulum æquedistantem basibus columnæ. Hic autem est circulus, qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi, per 9. huius, ergo per diffinitionẽ superficierũ erectarum superficierum sunt superficies, omnes illæ superficies contingentes columnam super præfatam superficiem reflexionis eriguntur, quod est propositum.

XII.

Communem sectionem superficiei reflexionis & speculi pyramidalis cõuexi, circulum impossibile est esse.

Sit pyramidale speculum conuexum a b c, cuius uertex a diameter basis b c, sitq; axis speculi linea a d, est ergo per 89. primi huius, punctum d centrum basis, sitq; centrum uisus e, & punctus rei uisæ sit f, dico quod forma puncti f, non potest reflecti ad uisum e, ab aliquo pũcto speculi propositi, ita ut communis sectio superficiei reflectionis & speculi, cuius centrum sit k, sit circulus. Si enim hoc sit possibile, esto quod reflectatur forma puncti f, ad uisum e à puncto speculi g, sitq; circulus g h communis sectio superficiei reflexionis & speculi, cuius centrum sit k, eritq; per 100. primi huius, circulus g h æquedistans basi b c, producatur ergo à puncto g extra speculum linea g m, perpendiculariter super superficiem contingentem pyramidem in puncto g, per 12 undecimi, quia uero superficies basis non est orthogonalis super superficiem contingentem pyramidem in puncto g, ideo quod omnis superficies contingens pyramidem secundum lineam longitudinis est contingens, ut patet per 95. primi huius, & linea longitudinis oblique superstat superficiei basis, palam quod superficies circuli h g æquedistantis basi nõ orthogonalis super superficiem speculum contingẽtem in puncto g, producta ergo linea perpendiculari, quæ est g m, intra pyramidem, palam quod ipsa non pertingat ad centrum circuli, quod est k, sed cadet sub illo in aliq̃ puncto axis, qui sit puncto n, & continebit linea m g n, acutum angulum cum axe uersus punctum uerticis, scilicet angulũ g n a, qui necessario est acutus per 32. primi, ideo quod angulus g k n est rectus per 39. primi, cum angulus a d c, sit rectus, & quoniam ut patet per 27. quinti huius, punctum m, qui est terminus lineæ perpendicularis super superficiem speculi, qui perpendiculariter est linea n a m in superficie reflexionis consistere est necesse, linea ergo h k g, non est in illa superficie, palam ergo quod formæ puncti f ad uisum e, non fiet reflexio à puncto speculi e, ut à puncto circuli. Si enim fieret reflexio à puncto g, ut à puncto circuli g h, oporteret necessario superficiem circuli g h, perpendiculare esse super superficiem planam contingentem speculũ in puncto s, & perpendicularem m g produci ad centrum circuli k, quod est impossibile per præmissa, patet ergo propositum.



XIII.

Opposito uisui speculo pyramidali conuexo, ita ut uisus non sit in superficie pyramidis aut ei continua, punctusq; rei uisæ sit cum centro uisus in

eadem

eadem superficie æquedistanti basi pyramidis, impossibile est reflexionē fieri ad uisum.

Existente enim tali dispositione centri uisus & punctus rei uisæ respectu speculi pyramidalis conuexi, ut proponitur, palam per 100. primi huius, cum superficies reflexionis sit superficies plana, quia communis sectio sui & superficiei conicæ speculi est circulus, patet ergo propositum per præmissam. Est enim in illa ostensum, impossibile esse ut communis sectio superficiei reflexionis & speculi pyramidalis conuexi sit circulus, quia si sectio illa communis esset circulus, esset ipsa per 100. primi huius, æquedistans basi speculi, & esset superficies illius circuli in superficiei reflexionis, & quia axis a d, est perpendicularis super illū circulū per 23. primi huius, erunt lineæ longitudinis pyramidis declinatæ super illum circulum angulos acutos continentes cum diametris basis, & ita essent illæ lineæ obliquæ super superficiē reflectionis, ergo in illa superficie non posset duci perpendicularis super lineam longitudinis, sed per 27. quinti huius perpendiculariter ducta super superficiem contingentem speculum secundum punctum reflexionis, est in superficie reflexionis & perpendiculariter super lineam longitudinis, cum quælibet superficies contingens pyramidem contingat illam secundam lineam longitudinis, ergo nunquam fiet reflectio ad uisum in hoc situ formæ alicuius pūctorum rei uisæ superficie reflexionis speculum pyramidale, ut pyramidale contingente, si uero sup̄ficies in qua est linea contingens speculi circulum secundum aliquod punctum illius circuli secet superficiem speculi, tunc est possibile ab his speculis, & ab illo puncto circuli reflexionem fieri, non ut à speculis pyramidalibus, sed in quantum ipsorum conuexa superficies communicat cum speculis sphæricis uel columnaribus conuexis, quorum passiones declarauimus in præmissis, ut tunc hæc passio ad proprietatem speculorum pyramidalū accident, patet ergo propositum.

XIIII.

Superficierum reflexionis, quarum communis sectio cum superficie speculi pyramidalis, est linea recta secundum diuersas uisus situationis, quādoq; solū unā, quandoq; plurimas ad eundē uisum possibile est applicari.

Quocunq; enim modo uisu taliter disposito, ut minus medietate superficiei conicæ pyramidis uideatur, per 84. quarti, tūc solū unica superficies reflectionis transit per uisum, cuius communis sectio cum superficie pyramidis sit linea longitudinis, quoniam unica tunc transibit per axem pyramidis, ostensum est enim per 7. huius, quoniam in omni superficie reflectionis factæ à speculis pyramidalibus, quando communis sectio superficiei reflectionis & speculi fuerit linea longitudinis speculi, necesse est esse axem speculi, taliter uero disposito uisui, ut tota pyramis uideatur per 92. quarti huius, non solum plures, sed etiam infinitas superficies reflexionum, quarum communis sectio est linea longitudinis, ut proponitur, possunt ad oculum applicari, quoniam tunc centrum uisus omnibus lineis longitudinis totius speculi est commune, & omnes se æqualiter habent ad uisum, cum enim radius uisualis continuus fuerit axi pyramidis, tota pyramis uidetur per 92. quarti huius, in qualibet ergo superficie reflexionis fit totus axis & linea perpendicularis super speculi superficiem ad axem transiens à puncto reflexionis, eritq; cuiuslibet superficiei reflexionis, & superficiei pyramidalis speculi sectio linea longitudinis in hoc situ, quoniā qualibet superficies, in qua est totus axis, communem habet lineam longitudinis illius pyramidis cum superficie pyramidis per 90. primi huius, patet ergo propositum.

XV.

Omnis superficies reflectionis, cuius communis sectio & superficiei speculi columnaris uel pyramidalis conuexi, est linea longitudinis speculi, per æqualia diuidit superficiem speculi apparentem.

Esto speculum columnare conuexum, cuius apparens superficies uisui, sit e d f g et axis h i, & sit centrum uisus a, ut prius in præmissis, patet itaq; per 6. huius, quoniam su-

perfi-

perficies reflexiõis taliter secans speculũ columnare uel pyramidale secat ipsum secundum axis h i longitudinem. Sit autem linea longitudinis secundum quam illa superficies reflexionis secat speculũ linea m o, dico quod linea m o per æqualia diuidit superficiem speculi e d f g, uisui apparentem, patet enim per 25. quinti huius, qđ illa superficies reflexionis est orthogonalis super superficiem contingentem columnam in linea m o, si ergo in linea m o signetur pũctum p, & ducatur linea a p, & à puncto p ducatur linea t p s, in superficie speculum contingente, taliter ut linea s p t, contingat quẽdam circulũ columnæ æquedistantẽ basibus, qui sit b l, erit quoq; linea a p ppendicularis super lineam t p s, quoniam ducitur in superficie super illam superficiem erectã, ergo per 18. tertij, linea a p, producta transit centrum circuli b l, quod sit x, ducãturq; lineæ a b & a l, quæ sunt æquales per 58. primi huius, copulenẽ quoq; semidiametri x b & x l, erũt ergo trigoni a b x & a l x æquiangula p 8. primi, erit angulus p a t æqualis angulo p a s, ergo per 58. primi huius, linea a p diuidit arcum l p b, per æqualia in puncto p, sed arcus l p b, est æquedistans basibus columnæ, lineæ quoq; rectæ terminantes superficiem speculi uisui apparentem æquedistant lineæ m o, quod patet per 92. primi huius, & p 28. primi, linea itaq; m o diuiditur per æqualia basis columnæ, est autem linea m o in superficie reflexiõis, palam ergo quod illa superficies reflexionis diuidit superficiem speculi apparentem uisui per æqualia, & quoniam in speculo pyramidali siue unica siue plurimæ sint illæ superficies reflexionis, ut patet per præmissam, semper eadem est demonstratio, patet ergo propositum.

XVI.

Omnium superficierum reflexionum ab eodem speculo columnari cõuexo ad eundem uisum factarum unica est, cuius communis sectio & superficiei speculi, est lineæ longitudinis illius speculi.

Sit dispositio figuræ eadem quæ in præcedẽti, & quia nunquam cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi propositi, est linea longitudinis speculi, nisi solum superficie reflexionis columnam per axem secante per 7. huius, in hoc autem situ superficies reflexionis quæ est a h i, secat superficiem e d f g apparentem uisui per duo æqualia ut patet per præmissam huius, aut superficies transiẽs per axem h i, est unica, patet qđ huius solius & superficiei speculi communis sectio est linea longitudinis speculi. Si autem dicatur quod & illa superficies reflexionis est, cuius communis sectio & superficiei speculi est linea longitudinis speculi, ergo per 7. illa superficies secat speculum secundum axem h i, ducatur ergo in illa superficie linea à centro uisus ad axem h i, quæ sit a r k, & ducatur in proposita superficie reflexionis superficiem apparentem speculi per æqualia secante linea a p k, palam ergo quod istæ duæ rectæ includent superficiem, quod est impossibile, patet ergo propositum. Vnica enĩ potest imaginari superficies in qua sunt axes columnæ & centrum uisus & punctus rei uisæ, & non plures.

XVII.

Omnium superficierum reflexionum ab eodem speculo columnari conuexo ad eundem uisum factarum unica est, cuius communis sectio & superficiei speculi, est circulus æquedistans basibus columnæ.

Sit dispositio quæ supra, ita ut communis sectio superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi, sit circulus, quia ergo in omni tali superficie reflexionis linea

perpendicularis erecta sup superficiẽ cõtingentem speculũ in puncto reflexionis est diametro circuli basibus columnæ æquedistantis, & nõ potest esse in superficie columnæ nisi unus circulus æquedistãs basibus colũnæ, quæ cũ centro uisus sit in eadẽ superficie, palam quia omniũ superficierum reflexionum ab eodem speculo columnari cõuexo ad eundem uisum factarum unica eius communis sectio & superficiei speculi, est circulus æquedistans basibus columnæ. Si em̃ dicatur quod sint plures, sit communis sectio unius illarum superficierum & superficiei speculi linea quæ sit b p t, alterius uero x y z, puncta quoq; in quibus axi columnæ incidunt centra illorum circulorum sint k & r, & producantur lineæ a k & a r à centro uisus ad illa puncta, palam ergo per æquedistantiam basium adistas, quoniam in trigono a k r duo anguli ad basem k r, sunt recti, linea enim h r, cum sit pars lineæ h i axis columnæ, sicut est recta super bases columnæ p 92. primi huius, ita & super superficies circulorũ illis basibus æquedistantiũ per 23. primi huius, ergo & super diametros illorum circulorũ est perpendicularis, sunt autem illæ diametri in lineis a k & a r, linea ergo k r est perpendicularis super ambas lineas a k & a r, quod est impossibile, patet ergo propositum.

XVIII.

Superficierum reflexionis quarum communis sectio cum superficie speculi columnaris uel pyramidalis conuexi, est sectio oxigonia, plures ab eadẽ portione apparenti speculi ad eundem uisum est possibile applicari.

Fiat ordinatio figuræ, quæ supra in 15. huius, sitq; communis sectio superficiei reflexionis transeuntis per axem h i, linea m o, & cõmunis sectio superficiei reflexionis æquedistantis axibus columnæ circulus b p l, palam ex præhabitis, quoniam ab omnibus punctis superficiei columnaris m p b & m p l, potest fieri reflexio ad uisum a secundũ partes sectionis columnaris, quia enim ad quodlibet illorum pũctorum potest alius punctus rerum uisarum incidere, patet quod ad quemlibet illorum punctorũ fieri potest reflexio ad uisum per primam huius, manifestum est ergo quod partes illarum sectionum columnarium uel pyramidalium possunt esse infinitæ, quarum quælibet secundum lineam perpẽdicularẽ super axem secat columnam uel pyramidem speculi, ut patet p 104. primi hui9, patet ergo ꝓpositũ.

XIX.

Linea longitudinis existente communi sectione superficiei reflexionis & speculi columnaris uel pyramidalis conuexi, a quocunq; punctorum illius lineæ fiat reflexio ad uisum, semper fit in eadem superficie.

Signata ut in præmissa 15. huius, superficie reflexionis circuli ut proponitur, quæ secet superficiem speculi secundũ lineam m o, dico quod à quolibet puncto illius lineæ fiat reflexio ad uisum, semper omnes lineæ reflexionis erũt in eadem superficie a m o. quoniam enim in superficie a m o, est per 7. huius, axis h i & unica superficies contingens speculum in illa linea m o, erecta est super superficiem reflexionis, ut patet per 8. huius, palam quia quocunq; puncto in illa linea m o, sumpto perpendicularis ab eo ad axem h i ducta, semper erit in eadem superficie axe h i, & erit illa linea orthogonalis super superficiem contingentem superficiem columnæ secundum illam lineam m o, quia per 17. tertij illa linea à puncto contactus ad centrum circuli ducta est perpendicularis super lineam contingentem circulum ductam in superficie columnam contingentem, superficies ergo m o, h i, est erecta sup superficiem in linea m o speculũ contingentẽ, sed centrum uisus est in superficie orthogonali super eandem superficiem, quoniam in superficie una est centrum uisus &

linea

linea m o & axis speculi h i, ut patet per præmissa, una sola autem superficies est orthogonalis super illam superficiem contingentem secundum lineam m o, quoniam dato opposito contingeret duas lineas super punctum unum ad superficiem unam orthogonaliter insistere, quod est impossibile per 13. undecimi, omnes ergo reflexiones à punctis lineæ m o, factæ sunt in una & eadem superficie, quod est propositum.

XX.

Sectione communi superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi, existente circulo, à quocunque puncto illius circuli fiat reflexio, semper fit in eadem superficie.

Fiat figuratio ut in 17. huius, & signetur quodcunque punctũ placuerit in circulo b p t, palam, quoniã semper semidiameter illius circuli, ducta à pũcto k, cẽtro illius circuli b p t, erit perpẽdicularis super superficiem contingentem speculum in illo puncto reflexionis dato, erit ergo quælibet talium perpendicularium producta extra super superficiem contingentem columnam in eadem superficie consistens tota per primã undecimi. Est aũt illa supficies educta extra columnam superficiei reflexionis, quia ergo quælibet talium perpendicularium est in superficie illius circuli, & punctum uisus quod est a, similiter est in eadem superficie, in hac ergo sola superficie erit reflexio cuiuscunque puncti rei uisæ facta à quolibet punctorum totius illius circuli uel portionis suæ uisæ, quod est propositum.

XXI.

Omnis perpendicularis à pũcto reflexionis super speculi columnaris conuexam superficiem erecta producta intra speculum, est diameter circuli æquedistantis basibus columnæ, & econuerso.

Sit dispositio figuræ ut prius, Sitque pũctum reflexionis p, siue communis sectio superficiei reflexionis & speculi sit linea longitudinis uel circulus uel sectio columnaris, & à puncto p, ducatur linea perpendicularis super superficiem contingentem speculum in eodem puncto p, quæ sit p q, dico quod linea p q intelligatur produci intra speculum quod ipsa cadet in punctum k, quod est centrum circuli b p l, & erit diameter illius circuli, quia si detur quod non, cum constet per 17. tertij diametrum k p, perpendicularem esse super lineam s t, cõtingentem circulum b p l, in puncto p, & ex consequenti super superficiem in illo puncto contingentem columnam, in qua per 6. huius, est linea s t, cum & linea q p sit perpendicularis super eandem lineam & superficiem in eodem puncto speculum contingentem, palam quod erunt hæ duæ perpendiculares q p & k p coniunctæ in puncto p, linea una, per 14. primi, ambæ enim illæ lineæ exeunt ab uno puncto p, lineæ s p, & continet quælibet ipsarum angulum rectum cum eadem, & danti oppositum etiam accidit ex eodem puncto p superficiei contingentis duas erigi perpendiculares super illam superficiem, quod est contra 13. undecimi, producta enim diametro k p, extra speculum, si ipsa uero pertingat ad punctum q, sit ut ipsa pertingat ad punctum z, extra speculum super superficiem contingentem, accidit ergo ipsum p z & perpendicularem q p, eandem superficiem ad idem punctum p, productas perpendiculares esse, quod est impossibile, patet ergo propositum primum, conuersa quoque patet per eundem modum.

XXII.

Superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi, communi sectione quacunque linea existente, formæ eiusdem puncti rei uisæ non fit reflexio ad uisum eundem, nisi ab uno tantum illius sectionis puncto.

Communi enim ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculorum propoſitorum exiſtente linea recta per 7. huius, tunc non fiet reflexio, niſi ab uno tantum puncto illius lineæ, ſicut de ſpeculis planis oſtenſum eſt per 45. quinti huius, ſi uero communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris fuerit circulus, ut patet per 9. huius, tunc ab uno tantum puncto illius circuli fiat reflexio, quemadmodũ in ſpeculis ſphæricis cõuexis oſtenſum eſt per 16. ſexti huius, ſi uero illa communis ſectio fuerit oxigonia, ut patet per 20. huius, tunc eſt hoc propoſitum in ſpeculis propoſitis ſpecialiter demonſtrãdum, fiat ergo diſpoſitio figuræ ut in præmiſſa ꝓxima, ſitq́ pars columnaris ſectionis linea, quæ eſt p u, dico quod ab uno tantũ puncto lineæ p u, fiet reflexio ad uiſum in illa ſuꝑficie, dato enĩ quocunq́ pũcto alio, palam quoniã perpẽdicularis ab illo puncto reflexiõis erecta ſuper ſuperficiẽ colũnæ, orthogonalis, eſt ſuꝑ lineã lõgitudinis columnæ per illũ punctũ tranſeuntis, quare & ſuper axẽ perpendicularis erit per 29. primi, & erit illa perpendicularis diameter circuli æquediſtãtis baſibus ſpeculi ꝑ præmiſſam, et ſuꝑficies reflexionis & circulus ille ſecat ſe, & linea eis communis eſt diameter illius circuli ꝑ 104. primi huius, & diameter illa eſt perpẽdicularis ſuꝑ ſuꝑficiẽ ſpeculũ in illo pũcto cõtingentẽ, & ſuꝑficies reflexiõis eſt ſecãs illã lineã lõgitudinis colũnæ, ſuꝑ quã fit cõtingẽtia, & eſt declinata ſuꝑ eã, ergo & ſuꝑ axẽ erit illa ſuꝑficies reflexionis declinata, ſed in ſuꝑficie plana ſuꝑ aliquã lineã declinata, ut ſpecialiter patet de ſectione oxigonia per 112. primi huius, non poteſt intelligi niſi una linea orthogonaliter cadens in ipſam lineã uel in ipſum axẽ, quũ linea terminãs illã ſuꝑficiẽ, in uno tantũ puncto ſecat illã lineã ſuꝑ quã ſuꝑficies declinatur: ab uno itaq́ puncto tantũ illius ſectiõis fiet reflexio. Si enĩ à duobꝰ punctis illius ſectiõis daretur fieri reflexio ad eundẽ uiſum, ſequeretur q̃d in eadẽ ſuꝑficie illius reflexionis, eſſent duæ lineæ illius ſuperficiei orthogonales ſuꝑ axẽ columnæ, qđ eſſe non poteſt, cum illa ſuperficies ſit declinata ſuper ipſum axẽ, perpendicularis enim ducta à puncto reflexionis cadit in circulum æquediſtantem baſibus columnæ in punctum axis, & eſt cõmunis ſectio ſuperficiei circuli & huius ſuperficiei reflexiõis per 104 primi huius. Si itaq́ fieret reflexio etiam ab alio puncto, tunc iterum perpendicularis ducta à puncto illo reflexionis, eſſet per proximam propoſitionem diameter alterius circuli illi primo circulo æquediſtantis & caderet in punctum axis, in quod non cadet ſuperficies reflexiõis. In omnibus ergo huius reflexionũ ſuperficiebus ab uno tantũ puncto lineæ communis fit reflectio in eadem ſuperficie reſpectu eiuſdem uiſus, quamuis reſpectu duorum uiſuum poſſit fieri reflexio à duobus punctis ſuperficiei ſpeculi, ut à duobus diametris circuli terminis, quæ eſt perpendicularis ſuper ipſam ſectionem, ita tamen ſi diameter illa ſit æqualis diſtãtiæ circulorum, uel minor, ab uno uero uiſu hæc fieri non poteſt, quoniam ab illo ſemper uidetur minus medietate columnæ ſpeculi per 78. quarti huius, patet ergo propoſitum, quod nos demum particularius proſequemur, oſtendentes quod in his ſpeculis quacunq́ linea cũ ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi exiſtente, ab uno tantum puncto totius ſpeculi fiet reflexio ad uiſus.

XXIII.

Linea uiſa non exiſtente in eadem ſuperficie in qua eſt centrum uiſus & axis ſpeculi colũnaris uel pyramidalis cõuexi, ſi linea uiſa reſpectu baſis ſpeculi fuerit altior uel baſſior cẽtro uiſus, ſiue reflexio fiat à linea longitudinis ſpeculi ſiue à circulo, ſemper fiet ſecundum oxigonias ſectiones ſuperficiem ſpeculi ſecundum puncta illarum linearum continua ſecantes.

Sit linea uiſa ſiue ſit recta ſiue curua, quæ b c, & ſit centrũ uiſus a, ſitq́ axis ſpeculi columnaris uel pyramidalis cõuexi d e, ducanturq́ lineæ a d & a c, cõtinẽtes cũ axe de trigonũ a d e, in cuius ſuperficie nõ ſit linea b c, ſed extra illã, ſiue ſecet trigonũ a d e ſiue nõ, ſecet ipſum, fiatq́ lineæ b c reflexio ad uiſum a, à ſuꝑficie ſpeculi propoſiti, palã aũt quod ab uno puncto ſpeculi tota linea b c ad uiſum a reflecti nõ poteſt ꝑ 29. quinti huius, dico quod ſi linea b c reflectatur ad uiſum a, à linea longitudinis ſpeculi, quæ ſit s g, ut ſi linea b c æquediſtet axi d e, & ſuperficies in qua eſt linea b c ſecet ſpeculum

tranſaxem

transaxem orthogonaliter super basem speculi. Secetq; superficiem in qua sunt centrum uisus & axis speculi qui est d e, ita φ cõmunis sectio illarũ superficierũ sit axis d e, fiet tñ reflexio ad uisum secundũ oxigonias sexiones, quæuis fiat à linea longitudinis speculi, quæ est s g, palam enĩ per 27. quinti huius, qm̃ in omni superficie reflexionis oportet ut sit centrum uisus, & pũctus cuius forma reflectitur ad uisum, & punctus speculi, qui est pũctus reflexionis. Sit ergo ut punctus d, reflectatur ad uisum r, à puncto speculi f, & punctus a, à puncto h, & ducantur lineæ a f, h f, a b, c h quia itaq; punctus b, lineæ b c, non est in superficie a d e, ex hypothesi, patet quod superficies suæ reflexiõis quæ est a f b, secat superficiem a d e, super punctum a, & super punctum speculi f, secat ergo ipsam secũdũ lineam a f, & secat speculum transaxem d e, nõ aũt æquedistat basi ex hypothesi, qm̃ illa linea uisa quæ b c, nõ est in superficie a d e, sed extra illam. superficies ergo b f a, quæ est superficies reflexionis transuersaliter secat axem d e, qm̃ linea uisa est altior uel bassior cẽtro uisus ex hypothesi, cõmunis ergo sectio superficiei reflexionis & speculi per 10. huius, est oxigonia sectio. Similiterq; est de puncto c, & quolibet medio puncto lineæ b c, licet itaq; omnia puncta lineæ b c, reflectantur ad centrum uisus a, à linea longitudinis speculi, cuiuslibet tñ puncti reflexio ad uisum fiet secundum oxigoniam sectionẽ. Similiterq; demonstrandũ, si superficies incidentiæ lineæ b c, orthogonaliter secet axem speculi, & superficiem a d e, tunc enĩ cõmunis sectio superficiei incidentiæ lineæ b c, & superficiei speculi, fiet circulus æquedistans basi speculi, p 100. primi huius, unde si fiat reflexio ad uisum fiet ab arcu circuli æquedistantis basi speculi, quælibet tñ superficies reflexionis transiens centrum uisus secabit oblique axem speculi secundũ aliquod punctũ illius arcus, licet itaq; omnia puncta lineæ b c, reflectantur ad uisum a, ab arcu circuli speculi, fit tñ cuiuslibet puncti illius lineæ reflexio secundum oxigoniam sectionem. Si tñ aliquis punctorũ lineæ b c, fuerit cum centro uisus in eadem superficie æquedistanter basi speculũ secante, illius solius reflexio fiet secundũ circulũ aliorum uero omnium punctorũ reflexio fiet secundũ oxigonias sectiones, & sic puncta illius superficiei diuersas afferunt uisui passiones, patet ergo propositum.

XXIIII.

In omni superficie reflexionis à speculis columnaribus uel pyramidalibus conuexis centrum uisus, punctum uisum, punctum reflexionis, punctũ axis, in quem cadit perpendicularis ducta à puncto reflexionis super superficiem speculi consistere est necesse.

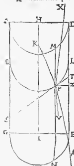
Quod centrum uisus & punctum reflexionis & punctum reflexum sint in superficie reflexionis, patet per 27. quinti huius. In omni enim superficie reflexionis necessario sunt linea incidentiæ & reflexionis, quæ continent tria puncta prædicta, etsi superficies reflexionis secet speculũ secundum lineam suæ longitudinis, palã per 7. huius, qđ totus axis & punctum in quod cadit perpendicularis à puncto reflexionis ducta sunt in hac superficie. Si uero cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sit circulus palam, quia centrum illius circuli, qui est punctus axis, ad quod per 21. huius, omnes perpendiculares à puncto reflexionis totius circuli productæ concurrunt, est in superficie reflexionis, qm̃ tunc totus circulus est in superficie reflexionis. Si aũt cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sit sexio oxigonia, palam per 10. huius, quia hæc sectio declivis est super axem columnæ, interse cans axem in puncto cui incidit ppendicularis, à ducta à puncto reflexionis super supficiem contingentem columnam in puncto sectio-

nis, patet ergo propositum secundum omnium diuersitatem ductarum sectionum.

XXV.

In superficie apparente speculi columnaris conuexi siue communis sectio superficiei reflexionis & speculi sit linea longitudinis speculi, siue circulus, siue oxigonia sectio, à quolibet puncto potest fieri reflexio ad uisum.

Signentur termini apparentis portionis columnæ ut prius, & sit illa portio d f g, & sit p punctus datus in superficie illa apparente, sitq́ x punctus rei uisæ. Dico q̃d à puncto p, potest fieri reflexio formæ puncti x, ad centrum uisus quod sit a. Sit eñ primo ut superficies reflexionis in qua sunt puncta uisa, quod est x, & centrum uisus a, & punctũ à quo fit reflexio quod est p, secet columnam speculi secundũ axem h k i, erit ergo per 7. huius, cõmunis sectio illius superficiei & speculi linea longitudinis columnæ quæ sit m p n, ducat̃ itaq́ linea x p, & à puncto p, erigatur linea perpendicularis sup lineam m n, per undecimã primi, quæ sit p r z, & super pũctũ p, termini lineæ z p, fiat angulus æqualis angulo x p z, quæ sit z p q, Si itaq́ centrum uisus quod est a, fuerit in linea p q palam per 20. quinti huius, cũ angulus incidentiæ sit æqualis angulo reflexionis, qm̃ à puncto p fiet reflexio formæ pũcti x, ad uisum a, existentẽ in linea p q. q̃d si supficies reflexiõis secet colũnã speculi æq̃distanter basib9, palã, q̃a cõis sectio erit circul9 p 9. huius, fietq́ iter à pũcto p, reflexio ad uisum, ducat̃ eñ p 102. primi huius, circulus æq̃distãs basib9 columnæ transiens per punctum p, qui sit b p l, cuius centrũ sit k, in cuius superficie extensa extra speculũ si fuerit punctũ uisum, & ducatur linea x p, quæ p̃ducta si transeat centrum circuli k, palam cũ axis columnæ h k i, sit orthogonalis super superficiem illius circuli, sicut & super bases columnæ per 100. & per 23. primi huius, qm̃ & ipse axis h k i, orthogonalis erit super lineã x p, ergo & linea longitudinis columnæ quæ est m p, erit orthogonalis super lineam x p, per 29. primi, reflectetur ergo per 21. quinti huius, linea x p, in seipsum, & in ea existente uisui forma puncti x uisui occurret. Si uero linea x p, p̃ducta non transeat centrum circuli k, sed obliquetur ab illo, tunc copuletur semidiameter, quæ k p, quæ ut patet ex p̃missis erit orthogonalis super axem h i, erit ergo linea k p, perpendicularis sup lineam longitudinis, quæ est m p, & per 29. primi, erit ergo k p p̃pendicularis super superficiem contingentẽ columnam super lineã longitudinis m p, in qua ducatur linea contingens circulũ b p l, in pũcto p, quæ sit s p t, educaturq́ linea k p, perpendiculariter super illam superficiẽ in punctũ u, sitq́ ut prius centrũ uisus qđ est a, in linea q p, in eadẽ superficie circuli, & qm̃ in illa superficie circulũ contingente est linea s t, erit angulus k p t rectus, ergo & angulus s p u est rectus per 15. primi, palã ergo quia angulus a p s, est minor recto z, ergo est acutus, ergo per 13. primi, angulus a p t est obtusus, rescindat̃ ergo ab angulo u p t recto angulus æqualis angulo a p u, p 27. primi huius. Si ergo linea x p, illum angulum contineat, palã per 20. quinti huius, qm̃ à puncto p reflectet̃ forma puncti x, ad punctũ a, centrum uisus, quod si linea x p, illum angulum nõ contineat, tunc ut prius sup punctũ p, tm̃ lineæ u p, fiat angulus æqualis angulo x p u, per 23. primi, in linea q̃q́ illum angulum continentẽ posito centro uisus a, patet p̃positũ, & qm̃ perpendicularis k p u, & cũ puncto a, in eadem superficie, per p̃missam erit linea a p, in eadem superficie cũ linea x p, & erit hæc superficies ipsa superficies reflexionis & orthogonalis super superficiem speculum contingentem secundũ lineam m n, qm̃ perpendicularis p u, quæ est in superficie reflexionis erecta est sup supficiem secundũ lineam m n, speculũ cõtingentem, & est in ea circulus b p t, æquedistans basibus columnæ, & similiter potest demonstrari de alijs punctis datis in dicta superficie



ficie speculi. Idem quoq; patet si cōmunis sectio superficiei reflexionis & speculi columnaris, fuerit sectio oxigonia per 10. huius, quā ut ostendimus in 21. huius, patet quòd sem per perpendicularis ducta à puncto reflexionis cadit in aliquod punctum axis, & est se midiameter circuli eiusdem secantis superficiē speculi æquedistātem basibus columnæ, ductaq; linea in pūcto dato speculo secundū oxigoniam sectionē contingentem, & perducta illa perpendiculari, si punctus rei uisæ est centrū uisus, cadant in eandem perpendicularē, uel in lineas in eadē superficie cū perpendiculari existentes, & æquales angulos cū ipsa continentes, fiet secundum pmissa reflexio ad uisum, patet ergo uniuersaliter propositum in omni sectione, cū superficiei reflexionis & supficiei speculi columnaris.

XXVI.

Superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi communi sectione linea longitudinis speculi existente formæ eiusdem puncti rei uisæ ab uno tantum puncto totius superficiei speculi ad unum uisum fit reflexio.

Esto speculum columnare conuexū, cuius axis sit c e. sitq; superficies reflexionis a b g, ita ut forma puncti b, reflectat ad a centrum circuli à puncto g supficiei speculi, & sit cōmunis sectio superficieꝶ istarum linea f g n, quæ est linea longitudinis speculi, dico quod forma puncti b, non potest reflecti ad centrum uisus a, ab alio puncto speculi, quā à puncto d, ducatur enī à puncto g perpendicularis super superficiem contingentem columnā secundū lineam f g n, per 12. undecimi, quæ sit linea g q secans lineam a b, pductam in ter punctū uisum & centrū uisus in pūcto q, palam p 21. huius, quā hæc linea g q, producta intra speculū secat ipsum transaxem c d, secet ergo in puncto e, & quia linea longitudinis quæ est f n, est in superficie reflexionis, palam, quā axis c d. erit in eadem per 7. huius, ergo & punctū e, erit in illa superficie, cū itaq; una sola superficies possit intelligi in qua sunt simul omnia puncta a b g & e, & lineæ n f, & c d, palam quòd à superficie totius speculi non potest reflecti forma puncti b, ad centrū uisus, nisi à linea longitudinis f n, sed per 45. quinti huius, ostensum est quod in speculis planis ab uno solo puncto fit unius puncti reflexio ad uisum, ergo & in his speculis nō potest fieri reflexio ab alio puncto, quā ab uno solo puncto. lineæ f n, forma ergo puncti b, reflectitur ad uisum a, ab uno solo puncto superficiei totius speculi, quod est propositum.

XXVII.

Superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi cōmuni sectione existente circulo basibus speculi æquedistante ab uno solo puncto superficiei totius speculi formæ eiusdem puncti rei uisæ fit reflexio ad uisum.

Sit dispositio quæ in præcedente, palamq; per 17. huius, quā hac hypothesi existente superficies reflexionis a b g, erit æquedistans basibus columnæ, et circulus quoq; qui est cōmunis sectio superficiei a b g, & columnæ cuius axis est c d, qui est æquedistans basibus columnæ sit g h, cuius centrū sit punctum e, dico quod à circulo g h, quæ est cōmunis sectio superficiei a b g, nō potest fieri reflexio formæ b ad a uisum, nisi ab uno tantū puncto g, patuit enī per 16. sexti huius, quia in speculis sphæricis conuexis à circulo super quem fit reflexio, nō potest fieri reflexio nisi ab uno tantū puncto, ergo nec in istis speculis columnaribus fiet reflexio formæ unius puncti rei uisæ ad uisum, nisi ab uno tantum puncto quod sit g. Si uero datur quod ab alio puncto speculi huius, ut à puncto l, similiter fiat reflexio sicut à puncto g, producatur à puncto dato l, linea l k, per 12. undecimi, perpendicularis super superficiē columnæ, hæc ergo pducta cadet orthogonaliter super axem c d, per 21. huius, cadat in punctū axis, quòd sit l. Similiter quoq; linea l k,

ut patet ex præmissis secabit lineam a b, productam inter punctũ rei uisæ & centrum uisus, secetq́ ipsam in puncto k, quod siue fuerit idẽ cũ puncto q, siue aliud à puncto q, ducatur semper linea k e, ad centrum circuli g h, eritq́ linea k e, orthogonalis super axem c d, quoniam est in superficie reflexionis orthogonaliter axem c d secantem, duæ ergo lineæ k e & k l, cũ linea e l, parte axis continent triangulũ, cuius duo anguli sunt recti, quod est impossibile, palam ergo quod in tali dispositione non reflectitur forma puncti h, ad uisum a, ab aliquo pũcto superficiei totius circuli alio quàm à puncto g, & hoc est propositũ.

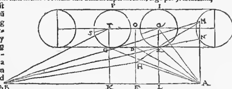
XXVIII.

Superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi communi sectione existente oxigonia, formæ eiusdem puncti rei uisæ ab uno solo puncto totius superficiei speculi fit reflexio ad uisum.

Sit superficies reflexionis a b g, cuius cõmunis sectio cũ superficie speculi columnaris sit oxigonia sectio transiens in superficie speculi punctũ g, & sit b punctus rei uisæ, & a centrum uisus, & g punctus reflexionis, dico quoniam forma puncti b, nõ reflectitur ad centrum uisus a, ab aliquo pũcto totius superficiei speculi, nisi à pũcto g, ducatur enim à pũcto a superficies æquedistans basibus columnæ secans speculũ secundum circulũ, qui sit e z l, quod si fiet, producta enim à puncto a, linea perpendicularis super axem columnæ, per 12. primi, erit hæc linea perpendicularis erecta super superficiẽ columnæ, quia erit perpendicularis super lineam longitudinis columnæ cui ipsa incidit per 29. primi, ducatur item ab eodẽ puncto axis quod sit q, alia linea rectum continens angulũ cũ axe quæ sit linea q e, ergo per 18. undecimi patet, quoniam superficies plana lineas illas a q & q e, imaginata pertransire super superficiẽ speculi erit orthogonaliter erecta, & quoniam per 4. undecimi, axis speculi erectus est super illam superficiem, patet per 14. undecimi, & per 92. primi huius, quoniam illa superficies æquedistat basibus speculi, ergo per 100. primi huius, cũ ipsa secet superficiem columnæ æquedistanter basibus, patet quod ipsa secat secundũ circulũ qui sit e z l, cuius centrum erit punctũ q, & eodem modo à puncto g, ducatur superficies æquedistans basibus speculi quæ secet speculũ secundũ circulũ s g p, cuius centrum sit t, & in illo circulo ducatur ab axe linea ad punctũ g, quæ sit t g, & hæc per 21. huius, erit perpendicularis super superficiem contingentẽ columnã in linea longitudinis, in qua est punctus g. Linea quoque t g, producta cõcurrat cũ linea a b, in puncto k, cõcurret autẽ per 29. primi huius, ideo quia diuidit angulũ a g b, & puncta g a b, sunt in eadem superficie reflexionis per 24. huius, ducatur etiã à puncto g, linea longitudinis speculi per 102. primi huius, quæ sit g z, cadens inter duas sectiones æquedistantes basibus speculi nunc ductas, & erit per 25. primi huius, pars axis æqualis lineæ g z, linea t q, & à puncto b, rei uisæ ducatur linea perpendicularis super superficiẽ secãtem speculũ secundũ circulum e z l, per 11. undecimi, quæ sit b h, & ducantur duæ lineæ a z & h z, & ducatur à puncto z, in superficie illa ad axem speculi linea z q, eritq́ hæc linea z q, perpendicularis super axem q t, per 21. huius, sicut & superficies e z l, in qua protrahitur, & erit per eandem 21. huius, eadem linea z q, perpendicularis super superficiem cõtingentẽ speculũ in puncto z, quia ergo linea q z, educta extra speculi superficiẽ necessario diuidit angulum h z a, eo quod cõcursu linearum h z & a z, orthogonaliter producatur super superficiẽ contingentem, cui superficiei lineæ a z & h z, oblique incidunt, palam per 29. primi huius, quia producta linea z q, cõcurret cum linea a h, quæ subtendit angulo l z h, cõcurrat ergo in puncto l z, dico quoniam forma puncti h, lineæ b h, reflectitur ad uisum a, à puncto speculi z, ducatur enim à puncto a, linea æquedistans k g, lineæ quæ sit a m, hoc utique per secundã primi huius, cõcurret cũ linea b g, cum qua sua æquedistans cõcurrit, sunt enim lineæ a b, b g, k g, omnes in eadem superficie reflexionis, sit ergo punctus cõcursus linearum b g & a m, punctus m, palam quoque per 6. undecimi, quoniam linea g z, æquedistat lineæ b h, cũ utraque ipsarum orthogonalis super superficiem e z l, æquedistantẽ basibus columnæ, est ergo per 7. undecimi, linea b g m, in eadem superficie, cũ secet illas duas lineas æquedistantes. In superficie ergo reflexionis quæ est a b g, sunt tria puncta m z h, item quia linea a n l, est æquedistans lineæ k g, sed & linea z l,

est

est æquedistans lineæ b g, per 33. primi, sunt eñ lineæ g z & t q, æquales & æquedistantes, ut patet ex pmissis, & linea t g pducitur in punctũ k, & linea q z æquedistans lineæ a m, Sunt ergo per secundã primi huius, lineæ l z & a m, in eadem superficie, & in eadem est linea h a, per 7. undecimi, igit̃ tria puncta m z h, sunt in eadem superficie in qua sunt lineæ l z & a m, & h a, quæ est superficies h l, z m, sed iam patuit supra quod sunt in superficiem b h, igitur sunt in linea cõmuni illis duabus superficiebus, ergo per 3. undecimi, linea z q m, est linea recta. Cũ itaq; punctus g sit punctus reflexionis ex hypothesi, erit per 20. quinti huius, angulus a g k, æqualis angulo k g b, sed angulus k g b, per 29. primi est æqualis angulo a m g, cũ sit extrinsecus ad illũ, & linea k g æquedistet lineæ a m, sed & angulus a g k, est æqualis angulo m a g, per eandem 29. primi, quia est illi coalternus, ergo anguli a m g & m a g, sunt æquales, ergo per sextã primi, duæ lineæ a g & m g, sunt æquales, quia uero linea g z, est erecta super superficiem a h z, ut patet ex pmissis, erit linea g z, orthogonalis sup quãlibet lineã superficiei a h z, ductam à puncto z, ergo erit ppendicularis super lineam z m, angulus ergo m z g, erit rectus, erit quoq; per penultimã primi, quadratũ lineæ m g, æquale quadratis duabus linearũ m g & g z, & similiter quadratum lineæ a g, est æquale quadratis linearũ a z & g z. Sed quadratum lineæ m g, æquale est quadrato lineæ a g, quoniam lineæ m g & a g, sunt æquales, ablato ergo utrobiq; quadrato cõmuni, qđ est quadratũ lineæ g z. Relinquitur quadratũ lineæ m z, æquale quadrato lineæ a z. Esto igitur linea m z, æqualis lineæ a z, ergo per 5. primi angulus a m z est æqualis angulo z a m, sed per 29. primi, angulus l z h, extrinsecus æqualis est angulo a m z intrinseco, & angul9 z a m, est æqualis angulo l z a, per eandẽ 29. primi, quia illi anguli sunt coalterni, ergo angulus a z l, est æqualis angulo l z h, forma ergo puncti h, incidens speculo in puncto z, reflectit̃ ad a centrũ uisus à puncto speculi, qđ est z, ut patet per 20. quinti huius. Si uero dicat̃ quod ab illo puncto g, potest forma pũcti b, reflecti ad uisum a, illud aliud punctũ aut erit in linea longitudinis quæ est g z, aut in alia, Si est linea g z, ducat̃ à dato puncto lineæ g z, qđ sit d, linea perpendicularis super lineã g z, quæ ad utramq; partẽ pducta sit linea o d f, & copulent̃ lineæ a d & b d, linea itaq; o d f, per 29. primi huius, necessario secabit lineã a b, & erit æquedistãs lineæ a m, per 28. primi, & linea ducta à puncto b, ad illud punctũ d, necessario cõcurret cũ linea a m, per 2. primi huius, & erit punctus d, & punctus m, in eadem superficie, qm̃ lineæ d f & a m, cum sint æquedistantes sunt in eadem superficie per 1. primi huius: linea ergo b d, aut cadet super punctum m, aut supra aliud punctum lineæ a m, si cadat super punctũ m, est ducere à puncto b ad punctum m, duas rectas lineas, ut lineã b g m, & lineam b d m, quod est impossibile, qm̃ tunc duæ rectæ lineæ superficiem includerent. Si uero ad aliud punctum lineæ a m, q̃ ad punctum m, incidat linea b d, sit illud punctum n, & ducatur à puncto n, linea n z, ad punctum z, & potest pbari quod hæc linea n z, cum linea h z, facit lineam rectam sicut prius pbatum est de linea m z, qm̃ eñ puncta n z h, sunt in duabus planis superficiebus, ergo sub nullarum cõmuni sectione, ergo per 3. undecimi, erit linea h z n, linea recta, & ita à puncto h, erit ducere duas lineas rectas per punctum z transeuntes, & in diuersa puncta lineæ a m, cadentes, quod est impossibile per primã undecimi, palam ergo quod à nullo puncto lineæ g z, potest forma puncti b reflecti ad



uisum a, nõ à solo puncto g, si dicatur quod extra hanc lineam sumpto puncto in superficie speculi ab illo possit flecti forma pũcti b ad a uisum, ducatur sup illud punctũ speculi linea longitudinis speculi per 101. primi huius, & à puncto circuli e z i, in quẽ cadit hæc linea, pbabitur forma puncti h, reflecti ad uisum a, secundũ pdictã pbationẽ, sed iam pbatum est, quod forma puncti h, à puncto speculi z, reflectitur ad uisum a, & ita formæ eiusdem pũcti h, ad eundem uisum a, à pũctis duobus unius circuli fiet reflexio, qđ est contra 16. sexti huius, et impossibile. Superest ergo ut à solo puncto speculi propositi reflectatur forma puncti b, ad uisum a, palam em̃ quia si communis sectio superficiei reflexionis & speculi columnaris fuerit oxigonia sectio, quia tunc non fiet reflexio nisi ab uno tm̃ puncto, qm̃ ut patet per 24. huius, in omni superficie reflexionis factæ ab his speculis de necessitate oportet ut sit punctus axis in quẽ cadit perpendicularis ducta à puncto reflexionis, quæ orthogonalis est super lineã longitudinis speculi per punctum illud transeuntem, ergo & super axem speculi per 28. primi, qm̃ linea longitudinis columnæ & axis semper æquedistant per 92. primi huius, est autẽ illa perpendicularis cõmuni sectione oxigoniæ à cuius puncto fiet reflexio & cuidam circulo æquedistanti basibus speculi per 104. primi huius, est ergo semidiameter illius circuli, superficies itaq; reflexionis, & ille circulus secant se in illa perpendiculari semidiametro circuli super periferiã circuli per 21. huius, & superficies reflexionis in qua est illa sectio oxigonia est declinata super superficiem circuli, & super illam semidiametrũ, quæ est perpendicularis à puncto reflexionis ducta super axem per 109. primi huius. Si uero ab eadem oxigonia sectione fieret à duobus punctis reflexio, esset necessariũ, ut ĩ illa sectionis superficie possent duci duæ perpendiculares super axem speculi, quod est impossibile, cũ unus uisus semper uideat minus medietate columnæ, & similiter patet per 79. quarti huius, φ duo uisus uident minus medietate columnæ, quando diameter basis columnæ maior est φ distantia oculorum, hoc autem planius declaratum est in 22. huius, patet itaq; propositum.

XXIX.

Oxigonia sectione existente cõmuni supficiei reflexiõis & speculi colũnaris cõuexi dati pũcti uisi, ad datum centrũ uisus punctũ reflexiõis inueniri.

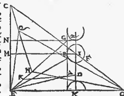
In omnĩ sectione superficiei reflexionis & speculi propositi existente linea longitudinis speculi, punctus reflexionis poterit faciliter inueniri, sicut in speculis planis p 46. quinti huius, ostensum est. Si uero illa communis sectio fuerit circulus, tunc punctus reflexionis poterit faciliter inueniri, sicut in speculis sphæricis conuexis ostensum est per 20. uel 22. sexti huius. Si autem illa communis sectio sit oxigonia qualis proponitur, sit rei uisæ datus punctus b, qui reflectatur ab aliquo puncto sectionis oxigoniæ ad a centrum uisus, dico quod possibile est inueniri punctum reflexionis, ducatur em̃ à puncto a, ut in præcedenti propositione superficies æquedistans basibus columnæ, quæ secabit columnam super circulum qui sit e 3 i, & ducatur à puncto b, perpendicularis sup hanc superficiem per 11. undecimi, quæ sit b h, & per 20 uel 22. sexti huius, sicut in speculis sphæricis cõuexis ostensum est, inueniatur in hac superficie punctus à quo reflectitur forma puncti h, ad uisum a, qui sit punctus 3, & à puncto 3, per 101. primi huius, ducatur linea longitudinis quæ sit 3 g, & ducatur linea h a, & à puncto 3, ducatur perpendicularis super lineam h a, per 12. primi, quæ sit 3 l, & huic ducatur æquedistans à puncto a, per 31. primi, quæ sit a m, & linea h 3, producatur usq; quo concurrat cum linea a m, & sit concursus in puncto m, & à puncto m, ducatur linea ad punctum b, quæ necessario secabit lineam 3 g, cum sit in eadem superficie cum illa, quoniam cum linea b h, sit æquedistans lineæ g 3, & per 6. undecimi, eo quod ambæ lineæ b h & g 3, sunt perpendiculares super eandem superficiem e & i, æquedistantẽ basibus columnæ, erit ergo linea h m, in superficie illarũ per septimã undecimi, & ita linea m b, erit in eadẽ superficie, quæ si secat lineam 3 g, in puncto g, palam ex his quæ in præcedenti propositione præmissa sunt, quod punctus g, erit punctus reflexionis formæ puncti b ad a uisum, hæc omnia pluraq; alia patent p ea φ dicta sunt in pcedenti demonstratione, & hoc est ppositũ, qm̃ secũdũ hũc modũ cuiuslibet dati pũcti ad datũ uisum pũctus reflexiõis poterit ĩueniri.

Lineæ

XXX.

Lineæ rectæ æquedistantis axi speculi columnaris conuexi uisu non existente in eadẽ superficie, reflexio fit à linea longitudinis speculi ad uisum.

Esto axis speculi colũnaris conuexi, linea 3 k, & sit linea uisa axi æquedistans, quæ t h, eritq́ centrũ uisus e, extra superficiem t h, 3 k, dico quod forma lineæ t h, reflectitur ad uisum e à linea longitudinis speculi, quæ est cõmunis sectio superficiei t h, 3 k, & superficiei speculi, & quia uisus e, nõ est i supficie t h, 3 k, sit superficies per ipsum uisum transiens secans columnã speculi æquedistanter basibus, eritq́ hæc superficies secans colũnam secundũ circulum per 106. primi huius, qui circulus sit b f, palam ergo cũ linea h t ex hypothesi æq̃distanter axi 3 k, qđ aliquis eius pũctus reflectiť ad uisum e, ab aliquo puncto circuli b f, sit ergo hoc à puncto b, punctus quoq́ lineæ t h, qui reflectitur ad uisum e, à puncto speculi b, sit q, & ducantur lineæ q b, e b, q e, & ducatur per 100. primi huius, à puncto b, linea longitudinis columnæ quæ sit a b g, & ducatur à puncto b, ꝑpendicularis cadens super axem 3 k, in punctum l, quæ ꝓducta ad lineam q e, secabit ipsam ꝑ secũdã primi huius, qm̃ illæ duæ lineæ æquedistant, ut patet ex præmissis, qm̃ supficies e q b, est supficies reflexionis, patet qđ punctũ b cũ linea e q, est in eadẽ supficie, secet ergo linea b l, ꝓducta ipsam lineam q e, in puncto m, & sit linea m l, ducaturq́ à puncto



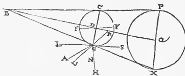
e, linea æquedistãs lineæ m l, ꝑ 31. primi, quæ sit e o, & ꝓducať linea q b, ultra punctũ b, q̃ quia cõcurrit cũ linea m l, palã per secundã huius primi, quia ipsa concurret cum eius æq̃distante, q̃ est linea e o, sit ergo punctus cõcursus o, palã aũt per 20. quinti huius, qm̃ angulus incidentiæ, q̃ est q b g, est æqualis angulo reflexionis, qui est e b a, anguli uero m b g & m b a, sunt æquales, q̃a recti. Relinquiť ergo angulus q b m, æqualis angulo reliquo, q̃ est e b m, sed per 29. primi, angulus q b m, est æqualis angulo b o e, qñq́ extrinsecus intrinseco est æqualis. Sed & angulus m b e, æqualis est angulo b e o, quia coalternus est, ergo angulus b o e, æqualis angulo b e o, ꝑ 6. primi, in trigono b e o, latus b e, æq̃le lateri b o. Sumať aũt & alius punctus in linea t h, qui sit punctus c, & ducať linea c a, quia ergo linea t h, æquedistat lineæ longitudinis speculi, quæ est a g, per 30. primi, ideo qđ utraq́ illarũ est æquedistans axi 3 k, palã ergo per 1. primi huius, qđ lineæ t b & a g, sunt in eadẽ supficie cum linea t h & 3 k, axis sint in eadem supficie, ergo per 7. undecimi, linea q b o, secans illas lineas æquedistantes, quæ sunt t h & a g, est cũ illis in eadem superficie, & similiter linea t o, est in eadẽ supficie cũ illis, per 1. undecimi, sunt eñ puncta t & o, in dicta supficie, secabit ergo linea t o, lineã a g, sit pũctus sectionis g, & ducať linea e g & e t, q̃a itaq́ a g, q̃ est linea lõgitudinis speculi est ꝑpẽdicularis sup supficiẽ circuli b f, per 8. undecimi, ideo qđ axis 3 k, cui æquedistat linea a g, perpendicularis est super eandẽ circuli superficiẽ per 23. primi huius, cũ ipsa sit perpendicularis super basem columnæ, ꝑ 92. primi huius, superficies aũt circuli b f, est pars superficiei e o b f, hæc eñ superficies secat columnã æquedistantẽ basi, ut patet ex p̃missis. ergo ꝑ diffinitionem lineæ sup supficiem erectæ angulus g b o, est rectus, & angulus g b e rectus, ergo ꝑ penultimam primi, quadratũ lineæ g o, ualet ambo quadrata linearũ g b & b o, & quadratum lineæ g e, ualet ambo quadrata linearũ g b & b e, & qm̃ ostensum est qđ lineæ b e & b o, sunt æquales, erunt ipsarũ quadrata æqualia, & quadratũ b g utriq́ est commune, erit ergo quadratũ lineæ g e, æquale quadrato lineæ g o, & erit igiť per 6. primi, trigono e g o, linea g e, æqualis lineæ g o, ergo ꝑ 5. primi, erit angulus g e o, æqualis angulo g o e, à puncto itaq́ g, ducať ꝑpendicularis super axem speculi, qui est 3 k, per 12. primi, quæ sit linea g 3, & hæc ꝓducta ultra punctũ g, ad lineã t e, sit 3 g n, eritq́ linea 3 n, æquedistans lineæ l m, per 28. primi, qm̃ lineæ n 3 & l m, ambæ sunt perpendiculares super axem 3 k, sed & linea e o, æquedistat lineæ l m, ut patet ex p̃missis, linea ergo 3 n, æquedistat lineæ

e o,per 30.primi,erit ergo per 29.primi,angulus t g n,exiſtens extrinſecus æqualis angulo g o e,intrinſeco,& angulus n g e,æqualis angulo g e o,quia ſunt coalterni. Sed angulus g e o, oſtenſus eſt eſſe æqualis angulo g o e,ergo angulus t g n,eſt æqualis angulo n g e. Cum ergo linea t g o,& linea n g z,ſint in eadem ſuperficie in qua eſt punctus g,puncta ergo a g t, erunt in eadem ſuperficie, ergo in eadem ſuperficie ſunt lineæ e g, o g,t g,per 1.undecimi, forma ergo puncti t,reflectitur ad uiſum e,à puncto ſpeculi g,ut patet per 20.quinti huius,ꝓpter æqualitatem angulorum t g n,& n g e. Sumpto aũt in linea t h,puncto h,eiuſdẽ diſtantiæ à puncto q,& à centro uiſus e,cuius eſt pũctus t,& dicta linea h o,tranſibit hæc per lineã longitudinis ſpeculi, quæ eſt a g,ſit punctum tranſitus a,& ducta à puncto a,linea ꝑpendiculari ſuper axem z k,quæ ſit a d, & q̃ ꝓducta ad lineam h e,ſit d k,& ducta linea e a penetrabit ſicut prius,q̃a duo anguli a b e & a b o,ſunt recti, & latera a e & a o,ſint æqualia,fiuntq́ ut prius duo anguli h a k,& e a k,æquales,forma ergo puncti h,ut ſupra paruit,reflectit̃ ad uiſum e,à puncto ſpeculi a.Similiter quoq; ſumpto quocũq; puncto lineæ t h,erit ꝓbare qđ ille punctus reflectit̃ ad e,ab aliquo puncto longitudinis ſpeculi, quæ eſt a g,tota linea ergo t h, reflectitur ab una linea longitudinis ſpeculi,quæ eſt a g,ad uiſum e,qđ eſt ꝓpoſitũ. Et notandum eſt,qđ in hac diſpoſitione figuræ punctum q,lineæ t h, eſt medius punctus illius lineæ, & eſt in eadem ſuperficie cum centro uiſus e,ꝓpter qđ puncta t & h,æqualiter diſtant à uiſu,& ſimiliter puncta reflexionis quæ ſunt g & a,ꝓpter quod patet, quod lineæ g b & g a,ſunt æquales,& tota diſpoſitio figuræ ſit ſecundũ illũ,quod ſi uiſus ſit inferior tota linea t h,quod fit reflexio à linea a g,prout ſecat plurimas oxigonias ſectiones,ut patet per 13.huius,alias uero qñq; ab aliquo puncto circuli neceſſe eſt fieri reflexionem.

XXXI.

Linea longitudinis exiſtente communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi pyramidalis conuexi,à quolibet pũcto ſuperficiei ſpeculi apparentis uiſui poteſt fieri reflexio ad uiſum.

Eſto ſpeculũ pyramidale conuexũ b x p, cuius uertex ſit b,& diameter baſis x p,ſitq́ centrũ baſis q,erit ergo linea b q,axis ipſius ſpeculi. Sit quoq; q̃cunq; datus punctus in ipſius ſuperficie apparente punctus g,& ſit centrũ uiſus a,& punctus rei uiſæ ſit n,dico qđ forma puncti n,reflecti poteſt à puncto g,ad uiſum a:ſi fuerit in ſitu cõuenienti reflexiõi,circũducat̃ eñ p 102 primi huius,à pũcto g circulus pyramidi ſpeculi æquediſtans baſi x p, cuius cẽtrũ ſit d,& cuius diameter ſit g c,ſemidiameter g d,q̃ neceſſario erit ꝑpendicularis ſup axem b q p 29.primi, eo qđ e x q, ſemidiameter baſis ſpeculi eſt ꝑpẽdicularis ſuper eandẽ axẽ b q,ſicut & alia ſemidiameter baſis in eadẽ ſupficie



exiſtẽs cũ diametro g c æq̃diſtat illi,eſt eñ axis b q ꝑpẽdicularis ſup ſuperficies amborum circulorum x p & g t,p 23.primi huius,& ꝓducat̃ linea g b,à dato puncto g,ad uerticẽ pyramidis b,palã ergo p 32.primi,qm̃ angul9 g b d eſt acutus,& ſimiliter angul9 b g d,eſt acutus,cũ angul9 b g d,ſit rectus,in ſupficie q̃q; trigoni g b d, ſit linea reflexiõis, q̃ eſt a g,p 7 huius,& ex hypotheſi erũt lineæ reflexionis a g,& longitudinis b g, & axis b d q in eadẽ ſuperficie,& qm̃ angulus b g d eſt acutus,fiat p 23.primi, angul9 b g k, rect9 ꝓducta linea g r,ad axẽ,eritq́; r g linea perpẽdicularis ſup lineã longitudinis, q̃ eſt b x, eritq́; g r lĩea in eadẽ ſuperficie cũ alijs laterib9 trigoni b g r,p 2.undecimi, à pũcto q̃q; g,ducat̃ lĩea cõtingẽs circulũ p 16.tertij,q̃ ſit lĩea l g s,eritq́; p 27.tertij,linea l g s perpẽdicularis ſup diametrũ g c, ducaturq́; alia diameter circuli g c, perpendicularis ſuper

diametrum

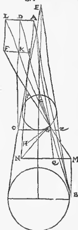
diametrum g r, quæ extrahatur à puncto d, per undecimã primi, & sit f k, eritq́ sicut prius diameter f k perpẽdicularis super axẽ b q, erit ergo per 4. undecimi diameter f k perpẽdicularis super superficiem in qua sunt lineæ g c & b q, eritq́ diameter f k æquedistãs lineæ contingenti circulum, quæ est l g s, per 17. tertij, & per 28. ergo per 8. undecimi, linea contingens circulum g c, quæ est s g l, perpẽdicularis est super superficiẽ in qua sunt diameter g c & axi e l q, ergo per diffinitionẽ lineæ erectæ, angulus l g r, est rectus: si ergo imaginemur superficiẽ contingẽtem pyramidẽ, in qua sit linea l g s, contingens circulũ b c, palam quoniã linea r g, erecta est super illã superficiẽ, si ergo linea reflexionis quæ est a g, transiens pyramidem, fiat una linea cũ linea g r, erit ipsa orthogonalis super superficiem contingentẽ speculũ in pũcto g, fiet ergo per 21. quinti huius, formæ secundũ illã lineam superficiei speculi incidentis reflexio per eandẽ, & si punctus n sit in illa linea, poterit forma eius reflecti ad uisum a, à puncto speculi g, per lineã a g, si uero linea a g nõ fiat una linea cũ linea g t, palã per conuersam 14. primi, quod angulus a g l, est minor recto uel maior, quoniã si erit rectus, tunc lineæ a g & g r, ambæ coniunctæ sunt linea una per eandem 14. fit ergo angulus a g l acutus, & producatur linea r g, in continuum & directum usq; ad punctum u, eritq́ linea u g perpendicularis super superficiem cõtingentem speculum in puncto g, & erit angulus u g l rectus per 15. primi, erit ergo angulus u g a acutus, ducatur ergo in eadẽ superficie linea g h, æqualem continens angulum cum linea u g, angulo u g a, per 23. primi. Si ergo punctus rei uisæ, qui positus est esse n, fuerit in linea h g, palã per 20. quinti huius, quoniã possibile est à puncto g, fieri reflexionem ad uisum a, eruntq́ lineæ incidentiæ, quæ est n g cũ linea reflexionis quæ est g a in eadẽ superficie orthogonali super superficiem contingentem pyramidem in puncto reflexionis quod est g, reflecteturq́ forma puncti rei uisæ secundũ punctum n ad uisum, qui est in puncto a, à puncto speculi quod est g, & eodem modo de quolibet alio dato pũcto superficiei speculi demonstrandum, patet ergo propositum.

XXXII.

Dato puncto speculi pyramidalis conuexi, à quo fiat reflexio dati puncti rei uisæ ad datum centrum uisus à puncto oxigoniæ sectionis, uel à linea lõgitudinis speculi, possibile est loca inueniri, in quibus centro uisus & puncto rei uisæ collocatis, fiat reflexio ad uisum ab eodem dato puncto speculi prout est punctus circuli æquedistantis basi.

Sit a centrum uisus, b punctus rei uisæ, & sit g pũctus reflexionis superficiei speculi pyramidalis cõuexi, cuius uertex sit e, dico quod possibile est inueniri id quod proponit̃, ducatur enĩ prout docuimus in 28. huius, super punctũ g superficies æquedistans basi secans pyramidem super circulũ basi æquedistantem per 100. primi huius, quæ sit p g, cuius centrũ sit t, & ducatur linea a g & b g, a b, & à puncto g ducatur ad centrũ circuli linea g t, & uertice pyramidis, qui est pũctus e, ducatur axis e t, & quoniã superficies reflexionũ semper est erecta super superficiem speculũ in puncto reflexionis contingentẽ, ut patet per 15. & per 8. huius, uel per 25. quinti huius, ducatur in superficie reflexionis linea perpẽdicularis super superficiem contingentem speculũ in puncto reflectionis, quod est g, quæ sit h g, & palã per 26. quinti huius, quoniã hæc diuidit angulũ a g b, per æqualia, ipsa ergo producta secabit lineã a b per 29. primi huius, sitq́ ergo ut secet eam in pũcto z, ducatur quoq; à puncto e, uertice pyramidis linea lõgitudinis speculi, quæ sit e g, & huic lineæ e g ducatur æquedistãs à pũcto a, centro uisus, quæ necessario secabit superficiem circuli p g, secet ergo ipsum in pũcto n, & sit a n, & similiter à pũcto b, ducatur linea æquedistans eidem lineæ e g, quæ sit b m, secans superficiẽ circuli g p in puncto m, quia itaq; ambæ lineæ a n & b m, æquedistant eidẽ lineæ longitudinis speculi, quæ est e g, patet per 30. primi, quia ipsæ adinuicem æquedistant, s. lineæ a n & b m, à pũcto ergo n ducatur per 31. primi, linea æquedistans semidiametro circuli, quæ est g r, sitq́ illa æquedistans linea n s, & ducantur lineæ n g, m g, n m, palam itaq; per 29. primi huius, quia linea t g producta secabit lineam n m, ideo quia secat angulum m g n, est ei transuersim

ducta in eadem superficie & lineæ n f & g t sunt æquedistantes, sed linea n m secat lineã n f, ergo & ipsa secabit per secundam primi huius, lineam g r, secet ergo in puncto q, palam ergo per eandẽ secundam primi huius, quod linea m g producta secabit lineam n f, cũ secet linea g t, æquedistantẽ ipsi n f, sitq́ punctus sectionis f, & à puncto a ducatur linea æquedistans lineæ perpendiculari super superficiem contingentem speculum in puncto g, quæ est linea h z, & sit illa æquedistans linea a l, palam ergo per secundam primi



huius, quod linea b g concurret cum linea a l, quia secat eius æquedistantem lineam h z, sit ergo punctus cõcursus l, ducatur quoq; linea quæ est sectio communis superficiei contingẽti speculi in puncto g, & superficiei circuli p g, quæ sit linea g o, palam quod linea g o erit orthogonalis super semidiametrũ circuli, quæ est g t per 17. tertij, ideo quia linea g o est contingens circulũ p g, quoniã ipsa ducta est in superficie plana contingẽte speculũ in puncto g, & quoniã lineæ n f & g t æquedistant, erit per 29. primi, linea g o orthogonalis sup lineam n f æquedistante lineæ g t, sumatur etiam linea quæ est cõmunis sectio superficiei reflexionis & superficiei contingentis speculum in puncto g, palam per secundã primi huius, qa ipsa secabit lineam a l æquedistantẽ lineæ g h, sit ergo pũctus sectionis d, & erit linea g d perpẽdicularis super lineam a l, per 29 primi, est enim linea g d perpendicularis super lineã g h, quia cum linea h g, sit perpendicularis super superficiem cõtingentẽ in puncto g, erit perpendiculariter necessario perpendicularis super lineã g d, productã ab eodem puncto in illa superficie per diffinitionẽ lineæ super sup̃ficiem erectæ, palam autẽ ex prædictis, quoniã linea n f, est æquedistans semidiametro circuli p g & g c, similiter quoq; linea a l, est æquedistans lineæ g h. igitur per 15. undecimi superficies in qua sunt lineæ n f & a l, quæ productæ ultra puncta l & f, necessario concurrent per 14. primi huius, quoniam anguli f n a & l a f, ut patet sunt minores duobus rectis, est æquedistans superficiei g t h, sed & linea e g, æquedistat lineæ b m, ut patet ex præmissis, ergo per primam primi huius, ipsæ sunt in eadem superficie secante prædictas duas superficies æquedistantes unã ipsarum super lineã e g, aliã uero super lineã f l, ergo per 16. undecimi, communes ipsarum sectiones erunt æquedistãtes, erit ergo linea f l æquedistans lineæ e g, sed linea a n est æquedistans lineæ e g, ut patet ex præmissis, ergo per 30. primi, erit linea f l æquedistans lineæ a n: uerum superficies contingens speculũ in puncto g, secat easdem superficies æquedistantes quæ sunt g t h & n f, & a l, unã earũ sup lineam e g, secundum quam ipsa est speculũ contingẽs, & aliam ipsarũ super lineam o d, ergo per 16. undecimi, linea o d æquedistat lineæ e g, igitur per 20. primi, erit linea o d, æquedistans lineis a n, & l f æquedistantibus lineæ e g, & quia linea n f & a l inter quas ducantur lineæ n a, o d, f l, sunt in eadem superficie, per secundam 11. patet quod lineæ a n, q d, f l, sunt in eadem superficie. ducatur itaq; à pũcto f linea æquedistãs lineæ l a, per 31. primi, secãs lineã o d in pũcto k, & linea a n in pũcto l, eritq́ linea f r, æq̃lis linea l a per 34. primi, & similiter erit linea f k æq̃lis l d, & k i æqualis ipsi d a. Est autem per secundam 6. proportio i k ad k f, sicut n o ad o f, ergo per 7. quinti, erit proportio lineæ a d ad lineam d l, sicut lineæ n o ad lineã o f, & quoniam ex præmissis angulus b g z, est æqualis angulo a g z, quoniã linea g z diuidit angulum a g b per æqualia per 26. quinti huius, sed angulus b g z, est æqualis angulo g l a, per 29. primi, extrinsecus em̃ intrinseco est æqualis, & lineæ h z & a l, sunt æquedistãtes, similiter angulus z g a per eandẽ 29. primi, æqualis est angulo g a l, qa coalternus, angulus

ergo

ergo g l a æqualis est angulo g a l, ergo per 6. primi, lineæ g n & g l sunt æquales, & linea g d est perpendicularis super lineā a l, ut patet ex præmissis, trigonū ergo a g l, diuisum est in duos trigonos æquiangulos & similes p 31. primi huius, est ergo proportio lineæ a d ad lineā d l, sicut lineæ g a, ad lineā g l. sed linea a g, ut patet ex præmissis, est æqualis lineæ g l, est ergo linea a d æqualis lineæ d l, ergo & linea n o est æqualis lineæ o f, & linea g o est per 29. primi, perpēdiculariter super lineā u f, quoniā linea g o, est perpēdicularis super lineā g t, ut patet ex præmissis per 17. tertij, & lineæ g t & n f æquedistāt ut præmissum est, quia itaq; angulus g o f, est æqualis angulo g o n, & linea o f æqualis lineæ o n, & linea g o, communis, erit ergo per 4. primi, angulus o f g æqualis angulo o n g, sed angulus q g m, æqualis est angulo o f g, per 29. primi, cum sit ei extrinsecus, & angulus q g n, æqualis est angulo o n g, cum sit ei coalternus, et lineæ e q & n f æquedistant ut patet ex præmissis, erit ergo q g n angulus æqualis angulo a g m. ergo per 20. quinti huius, à puncto g circuli p g, potest forma punctum, reflecti ad uisum existentem in puncto n, non tamen quod secundum circulum fiat reflexio ab his speculis pyramidalibus conuexis, sed sit scilicet quod punctus g cōmunicat circulo, qui est sectio sphæræ uel columnæ intra speculum pyramidale, imaginare, quoniam superficies contingens circulum p g, est erecta super superficiem reflexionis, propter quod necesse habet pyramidem speculi in sui parte ampliorem, ut in ea quæ est uersus basem secare secundum æquedistantiā axis pyramidis speculi, & sit superficies reflexionis, in qua sunt centrum uisus & punctus rei & circulus p g, erecta est super illam superficiem contingentem & punctan & m, se respiciunt in superficie illius circuli secūdum angulos æquales contentos cum diametro ipsius collocato ergo centro uisus in puncto n, & puncto rei uisæ in puncto m uel econuerso, reflectetur semper forma ad centrum uisus corpore speculi pyramidalis non præstante impedimentum, ut si forte lineæ a n & b m, cadant in ipso circulo basis, & propter corpus pyramidis speculi non ualeant à puncto g, ad uisum aliquod reflecti, & hoc est propositum.

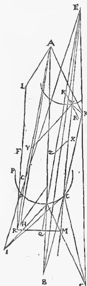
XXXIII.

Communi sectione superficiei reflexionis & speculi pyramidalis conuexi existente linea longitudinis speculi, ab uno tantum puncto superficiei speculi fit formæ unius puncti rei uisæ reflexio ad uisum.

Sit dispositio omnino quæ est in proxima præcedente, & reflectatur forma puncti b ad uisum existentē in puncto a, à puncto speculi pyramidalis cōuexi quod sit g, ita quod cōmunis sectio supficiei reflexiōis & speculi sit linea longitudinis speculi, quæ est e g, dico quod forma puncti b reflectitur ad uisum a, à solo puncto superficiei speculi, quod est g: si enim dicatur quod potest reflecti ab alio puncto superficiei speculi, tunc illud punctū aliud aut erit in linea longitudinis speculi, quæ est e g, aut non, si sit in linea longitudinis speculi, quæ est e g, sit illud punctum x, & ab eo ducatur perpendicularis super supficiē contingentē speculū in illo pūcto p 12. undecimi, hæc ergo ꝑpēdicularis sit x i, eritq; linea x z per 6. undecimi æquedistās lineæ z g, quæ prius ducta est perpēdicularis sup eandem superficiem, tamen punctū g & x sint in eadē linea longitudinis secundū quā superficies illa pyramidē contingit, & quia linea h z & a l, sunt æquedistātes, ut patet per illa quæ dicta sunt in præmissa, erit ergo per 30. primi illa perpendicularis x z æquedistans lineæ a l, & quia linea e z æquedistās lineæ a l, & quia linea x z sicut & linea z h est in supficie reflexionis, quæ per 15 & per 6. huius, est erecta super superficiem contigentē speculū in linea e g, erit ergo ꝑ secundā primi hui9, linea a l in supficie reflexionis huius lineæ perpēdicularis, quæ est x z, & erit similiter in supficie reflexiōis lineæ ꝑpēdicularis q̄ est z g, igiť illæ duæ supficies reflexiōis lineæ ꝑpēdiculariter secāt se sup lineā a l per 19 primi hui9, sed secāt se etiā sup punctū b, q̄m illud est q̄d reflectiť ꝑ utrāq;, hoc aūt est impossibile, quoniā punctū b nō est in linea a l, ostēsum est em̄ prius lineā f l æquedistātē esse lineæ b m, q̄ duæ lineæ uel cōcurrēt si pūctū b esset in linea a l, uel sequereť pūcta m et n cadere ex una ꝑte lineæ g q, nō ergo fiet reflexio pūctorū m & n adinuicē à pūcto g, q̄d est cōtra demōstrata in p̄missa, restat ergo ut à nullo pūcto lineæ lōgitudīs, q̄ e g, p̄terq; a pūcto g, forma puncti b, possit reflecti ad centrū uisus existens à pūcto a, si aūt possibile est

ut refle

ut reflectatur forma puncti b ad uisum a, ab aliquo puncto speculi extra lineam longitudinis g e, sit illum punctum u, & per 101. primi huius, ducatur linea longitudinis speculi, quæ sit linea e u c. quæ in puncto c, secet periferiam circuli g p, & sumatur superficies æquedistans basi transiens per punctum m, palam ergo per 8. undecimi, quoniam linea a n secat hanc superficiem, ideo quia linea e g, cui æquedistat linea a n secat eandem superficiem, sunt autem per secundam primi huius lineæ a n & e g in eadẽ sup̃ficie, cũ sint æquedistãtes. sicut ergo in linea a n secat illã superficiẽ in puncto y, similiter quoq; linea b m æquedistãs lineæ e g, secabit eandem superficiẽ, sit quoq; punctus sectionis k, & ducantur lineæ k u, y u, a k, & cum illa superficies per 100. primi huius, secet pyramidem secundum circulum transeuntem per punctum u, ducatur à puncto u linea ad centrum huius circuli, quæ sit r u, & producatur extra speculum, & sit illud u r, & à uertice pyramidis speculi pũcto scilicet e, ducãtur lineæ e k, e y, quæ necessario secabunt superficies circuli p g, & sint puncta sectionũ i & s, & ducantur lineæ i a & s c, sicut ergo per præcedentem probatum est de forma puncti m, quod non impediente pyramide potest reflecti ad uisum existentem in puncto n à pũcto speculi g: eodem modo probari potest de puncto k, quod reflectetur ad uisum existentem in puncto y, â puncto speculi u, angulus ergo r u y, erit æqualis angelo r u k, & quoniã linea b h æquedistat lineæ e g, & linea communis superficiei b g, e k, & superficiei circuli p g, est linea m g per 19. primi huius, quoniã linea m g, est in utraq; illarum superficierum, patet quod linea e k, cum sit in hac superficie b g e k, & secet superficiẽ circuli p g, cadet super lineam communẽ, quæ est m g, cadet autem in punctũ superficiei quod est o s ut præmissum est, qũ iam linea e k o, est linea una, erit igĩ linea s m g linea recta, eodem modo cum superficies n y e g secet superficiem circuli p g, super lineam n g linea e i concurrat cum linea n g in puncto i per modum præmissum, ergo linea i n g, est una linea recta, palam quod superficies i c e secabit superficiem circuli p g super lineam i t, secat autem superficiem huic superficiei æquedistantem, quæ transit per punctũ u super lineam i u, ergo per 16. undecimi, linea i c æquedistat lineæ y u, similiter superficies u c e secet superficies illas æquedistãtes scilicet sup̃ficies g p t & u y super duas lineas s c & k u, ergo per eandem 16. undecimi lineæ s c & k u sunt æquedistantes: similiter si sumatur superficies secãs speculum super lineam longitudinis, quæ est e o in superficie sunt puncta r & u: sunt enĩ puncta r u, c m in eadem superficie cum puncto r u t, & aliquis punctus lineæ s g, sunt in eadem superficie, quia eadem est demonstratio dato alio quocunque puncto lineæ c m.



semper enim superficies hoc modo secans speculũ secundum lineã e c, secabit illas superficies æquedistantes super duas lineas m c & r u, igitur ut prius illæ duæ lineæ m c & r u, sunt æquedistantes, igitur per 10. undecimi, angulus s c m, æqualis est angulo k u r, & angulus m q æqualis angulo r u y, sed iam patuit quod angulus k u r, æqualis est angulo r u y, ergo angulus s c m, æqualis est angulo m q, quare forma pũcti s potest reflecti ad uisum existentẽ in puncto i, à pũcto speculi c, non impediẽte corpore pyramidis speculi sed iam probatum est per præmissa, quod forma puncti m, reflecti potest ad uisum existentem in puncto h à puncto g circuli p g, quoniam potest reflecti ad punctum n, &

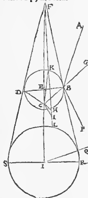
puncta

puncta n & l sunt in eadē linea recta consistentia, ut præostensum est, poterit ergo forma puncti m à pūcto speculi g reflecti ad uisum existentē in pūcto l, & ita punctum s, quod est in linea s m g, potest reflecti ad uisum existentē in puncto l, à pūcto g, igiť forma punctis s reflectitur ad uisum in punctū l, à duobus punctis circuli p g, quod est impossibile, & contra sedecimā sexti huius, & cōtra 27. huius septimi, restat ergo, ut primū sit impossibile, scilicet qđ forma pūcti b reflecti possit ad uisum existentē in pūcto a, ab aliquo alio pūcto speculi, quàm à pūcto g, ab uno solo ergo puncto fiet reflexio formæ eiusdem puncti communi sectione superficiei reflexionis & speculi pyramidalis conuexa existente linea longitudinis speculi, quod est propositum.

XXXIIII.

Communi sectione superficiei reflexionis & speculi pyramidalis conuexi existente oxigonia, à quolibet puncto superficiei speculi apparentis uisui potest fieri reflexio ad uisum, & ab uno uel à duobus punctis tantum.

Esto speculū pyramidale conuexum f k s, cuius uertex f, diameter basis k s, centrūq; basis n, erit ergo axis speculi linea f n, sitq; centrū uisus punctus a, dico quod cōmuni sectione superficiei reflexiōis & speculi existēte linea oxigōia, quæ sit b l, possibile est à qlibet pūcto speculi ꝓpositi fieri reflexionē, alicui9 pūcti uisi ad pūctū a, qđ est cētrū uis9, sit enim pūct9 b dat9 in supficie speculi, de quo dubitamur utrū ab eo possit fieri reflexio formæ alicui9 pūcti rei uisæ ad cētrū uisus qđ est a, ducať ergo à pūcto b linea lōgitudinis pyramidis speculi per 101. primi huius, quæ sit b f, ducaturq; à puncto b ꝑpendicularis super illam lineā longitudinis extra speculū, quæ sit b g, & super punctū b terminū lineæ b g fiat per 23. primi, angulus æqualis angulo a b g, quæ sit g b p ducta linea b p, in eadem superficie reflexionis, pateťq; per 20. quinti huius, quia omnis pūctus rei uisæ existens in linea b p, reflectetur ad uisum in punctum a, sed à solo puncto b uel duobus tantū fiet reflexio ad uisum existentē in puncto a, palā em̄ per 96. primi huius, quod si perpendicularis g b, producatur intra pyramidem, quoniā concurret cū axe f n, sitq; punctus concursus e, palam ergo quoniam angulus g e f cū sit in supficie sectionis uersus uerticē pyramidis est acut9 ꝑ 23. primi, qm̄ in trigono b e f angul9 c b f, est rect9, circūducať ergo per 102. primi huius à pūcto reflexiōis quod est b circulus speculo pyramidali, cuius diameter sit b d, et eius cētrū c, secans axē f n in puncto c, & quia ille circulus per 100. primi huius, est æquedistans basi speculi, palam quia perpēdicularis g c acutum angulum tenens cum axe f n, declinata erit super circuli illius superficiem, quia linea æquedistans lineæ g c, si producať à puncto n cētro basis speculi, patet quod declinata est super basem pyramidis, ut sit linea n q producta, ergo linea c d, à puncto axis c, ad circuli periferiam, cum angulus b c sit æqualis angulo d e c, quoniam uterq; ipsorū est rectus, omnes enim anguli cōtenti sub semidiametris circuli & axe f e sunt æquales, & lineæ à centro ad circumferentiam æquales, è c uero linea est cōmunis per 4. primi, palam quoniā latus b c, æquale est lateri c d. & omnes anguli factorum trigonorum sunt æquales, quia idem est de omnibus lineis à pūcto c ad circuli b d, circumferentiam productis, secans speculū secundum oxigoniā sectionē, fiet ergo noua pyramis, cuius basis est circulus b d, uertex c, & axis c e, super



ficies ergo reflexionis secans speculum secundum oxigoniam sectionem, aut cōtinget hanc pyramidem c b d, aut secabit, si contingat dico quod à solo puncto b, quod est punctus reflexionis tantum fiet reflexio secundum illam superficiem eandem, palam enim quod superficies reflexionis contingat pyramidem super lineam longitudinis illius pyramidis per 95. primi huius, hæc autem erit linea b c, in qua est punctum b, à quo duci-

tur linea b c perpendicularis super superficiem speculi, & linea reflexionis b a, à puncto quoque f, quod est uertex pyramidis speculi ducantur lineæ plures ad sectionem oxigoniã, quæ est cõmunis sectio superficiei reflexiõis & pyramidis speculi, quæ est f k s, omnes itaque illæ lineæ cadent in superficiem circuli b d, quæ est basis pyramidis intellectæ, quã cadant in ipsam sectionem præter unam solam, quæ cadet in punctum reflexionis b, quæ est linea f b, à solo itaque puncto b, fiet reflexio ad uisum. Si enim detur quod ab alio puncto dictæ sectiõis oxigoniæ, ut à puncto l fiat ad uisum a reflexio, tunc linea ab illo puncto l ad punctum c, quod est uertex pyramidis intellectæ ducta quæ sit l c, erit ut prius perpendicularis super superficiem speculi per 96. primi huius, cum enim illa perpẽdicularis necessario sit in superficie reflexionis in qua est sectio, oportet quod ipsa cadat in punctum c, ergo erit perpendicularis super lineam longitudinis pyramidis speculi per illud punctum i transeuntem, quæ sit f i l, sit quoque punctus in quo linea f i, secat circulũ b d, punctus r, patet aũt per præmissa & per 65. primi huius, quoniam linea c r à uertice pyramidis intellectæ ducta ad illam lineam longitudinis necessario est perpendicularis super illam, sicut linea c b est perpẽdicularis super lineã longitudinis speculi, quæ est f b, quoniam ut patet per 89. primi huius anguli omnium linearum longitudinis cum semidiametro basis & cũ axe ad uerticẽ sunt æquales, erũt ergo in triangulo c i r duo anguli recti, quod est impossibile & contra 32. primi, non ergo fiat reflexio ab alio pũcto sectionis oxigoniæ quæ est b i, quàm à puncto b superficie reflexionis pyramidem c b d contingentem.

XXXV.

Dato speculo pyramidali conuexo, centroque uisus & puncto rei uisæ existentibus inter superficiem æquedistanter basi speculum in uertice contingentem & inter ipsum basem possibile est inueniri punctum reflexionis.

Esto datũ speculum pyramidale, cuius uertex sit punctus g, & fiet super ipsum uerticem superficies æquedistãs basi pyramidis, quæ sit m n g, quod fiet ductis à puncto g uertice speculi tribus lineis perpẽdicularibus super axem speculi per undecimã primi, & imaginata plana superficie inter illas lineas extensa, Sitque a punctus rei uisæ, & b centrum uisus, quæ sint ambo sub illa superficie m n g, inter ipsum scilicet & basem speculi, sitque exempli caussa punctum b, propinquius uertici b speculi g, quàm punctum a, quoniam si positum fuerit esse econuerso semper eadẽ est demonstratio, dico quod est possibile punctum reflexiõis inueniri, ducatur enim à puncto a, quæ est pũctus rei uisæ superficies secãs pyramidẽ æquedistãter basi ut prius, & ducatur à uertice speculi q est punctũ g, linea ad pũctũ b, quod est cẽtrũ uisus, quæ sit g b, hæc itaque linea producta cadat in superficiẽ à pũcto a rei uisæ ductã æquedistãter basi pyramidis, cũ illa linea g b, sit inter superficies æquedistãtes ducta à uertice axis ambas illas superficies transeuntis, pũctus ergo in quẽ cadit hæc linea g b, sit pũctus h, ergo per modũ demõstrãdi quo usi sumus in 32. huius demõstrari potest quod forma pũcti a reflectetur ad uisum existẽtẽ in pũcto h ab aliquo pũcto circuli, quod efficit superficies secãs pyramidẽ ducta à punctis a & h, cuius circuli cẽtrũ sit pũctũ axis speculi quod est t, & sit punctus reflexiõis inuentus in illo circulo pũctus e, & ducatur inter a punctũ rei uisæ & cẽtrũ uisus .s. linea a b, & linea lõgitudinis speculi, quæ sit g e & axis pyramidis speculi sit g t, & ducatur à puncto e linea ad centrum sui circuli quæ sit e c, hæc enim cadat super axẽ g c perpẽdicularis per 100. & per 89. primi huius, uel per 21. huius, & ideo quod axis g c cũ sit perpẽdicularis super basem pyramidis speculi & etiã erectus super superficiẽ circuli æquedistantis illi basi per 23. primi huius, est ergo per diffinitionẽ lineæ super superficiẽ erectæ axis g c perpẽ

gẽ perpendicularis super semidiametrũ e c,& erit linea e c erecta super lineam contingentem illũ circulũ in pũcto e per 17. tertij, et hæc linea c e, producta extra circulum ductis lineis h e & a e, secabit angulum ab eis contentum per æqualia, scilicet angulum h e a, per 16. quinti huius, ergo per 29. primi huius eadem linea c e producta, lineam h a ductã secabit, cum sit cum illa in eadem superficie reflexionis, ut patet per 24. huius, sit ergo linearum c e & h a punctus sectionis r y, & quia lineæ g e & e c efficiunt superficiem secantẽ lineã a h, sit pũctus sectionis f, & ab illo pũcto f ducatur per 12. primi linea perpẽdicularis sup lineã lõgitudinis g e, q̃ sit f q, eritq; linea f q per diffinitionẽ lineæ super superficiẽ erectæ pperpẽdicularis sup superficiẽ cõtingẽtẽ pyramidẽ sup lineã g e, deinde à pũcto a ducatur linea æqdistãs lineæ f q, q̃ sint linea a l, pducaturq; linea f q, donec cõcurrat cũ axe g e, in pũcto k, ducatur itẽ à puncto a linea æquedistans lineæ r c, quæ sit a s, & ducatur à puncto e linea quæ sit communis sectio superficiei reflexionis, quæ est a e h, & superficiei cõtingentis pyramidẽ speculi in linea lõgitudinis quæ est g e, & sit hæc linea e o, quæ cum sit perpendicularis super semidiametrum circuli, quæ est e t, ut patet per 17. tertij, cõtingit enim linea e o circulum, cuius est centrum punctum t, palam quod ipsa est perpendicularis super lineam e r, ergo per 29. primi, erit linea e o perpendicularis super lineam a s, quoniam linea a s æquedistat lineæ t r, ut patet ex præmissis, ducatur quoq; linea b q, quæ producta necessario concurrat cum linea a l, per 2. primi huius, quia concurrit cum eis æquedistante. s linea f q, sit punctus concursus l, & ducatur à puncto q linea quæ est communis sectio superficiei contingentis speculum secundum lineam longitudinis g e, & superficiei a b l, quæ sit q p, quæ per secundam primi huius secabit lineam a l, quæ secat eius æquedistantem, quæ est f k, sit punctus sectionis p, producaturq; linea h e, donec cõcurrat cum linea a s, concurrit autem per secũdam primi huius, sit punctus concursus s, & ducantur duæ lineæ l s & p o, quia itaq; linea r t est perpendicularis super axem g c, & linea f k acutum angulum cõtinet cum axe g c, angulus enim f q g per 32. primi, est acutus, ideo quia angulus f q g, ut patet ex præmissis est rectus, ergo per 14. primi huius lineæ r t & f k concurrunt in aliq̃ puncto ultra axem g c, sed illarum æquedistãtes lineæ quæ sunt a l & a s concurrunt in puncto a, suntq; in alia superficie quàm lineæ r t & f k, quæ sunt in superficie g e k per primam undecimi, palam ergo quoniam superficies g a l s est æquedistãs superficiei g e k, per 15. undecimi, lineæ quoq; q e & p o sunt in superficie contingente speculum in linea longitudinis g e, & secãte illas duas superficies æquedistãtes super duas lineas, quæ sunt q e & p o, igitur linea q e æquedistat lineæ p o per 16. undecimi. & quia linea h e producta cõcurrit cum linea a s in puncto s, erit ergo linea e s in superficie h e g per primam undecimi, & in eadem superficie est linea b l, & hæc superficies secat prædictas superficies æquedistãtes, q̃ sunt a l g & g e b, in duabus lineis e q & l s, igitur per 16. undecimi linea e q est æquedistans lineæ l s, ergo per 31. linea p o quæ est æquedistans lineæ q s, ut supra patet, erit æquedistãs ipsi lineæ l s, erit ergo per secundam sexti, proportio lineæ a o ad lineam o s, sicut lineæ a p ad lineam p l. sed quoniam per 20. quinti huius, angulus h e r est æqualis angulo r e a, & angulus s e a æqualis angulo h e r, per 29. primi, quoniam extrinsecus intrinseco est æqualis, & angulus e a s, æqualis angulo r e a, quia coalternus, palã quia angulus e s a est æqualis angulo e a s, ergo per 6. primi erit linea e a, æqualis lineæ e s, quia linea e o est perpendicularis super lineam a s, erunt per 31. primi huius, trigonia e o & s e o similes, ergo p diffinitionem ipsorum latera æquos angulos respicientia sunt proportionalia, sed ex præmissis patet quod latus a e est æquale lateri e s, ergo & latus a o erit æquale lateri o s, ergo & linea a p est æqualis ipsi lineæ p l, & linea p q est per 29. primi, perpendicularis super lineam a l, cũ ipsa sit perpendicularis super lineam f k æquedistantem lineæ a l, in trigonis ergo q p a & q p l, anguli a d p sunt æquales, quia recti, & latus l p est æquale lateri p a, latusq; p q ambobus trigonis q p l & q p a est cõmune, ergo per 4. primi, erit linea a q æqualis lineæ q l, & angulus q l a æqualis est angulo q a l, sed angulus q l a æqualis est angulo b q f, per 29. primi, cum sit ei extrinsecus, & angulus q a l, æqualis est angulo a q f, cum sit ei coalternus, erit ergo angulus b q f, æqualis

 angulo

angulo a q f, igitur per 20. quinti huius, forma puncti a reflectitur ad uisum b, à pũcto speculi q, quod est propositum.

XXXVI.

Dato speculo pyramidali conuexo, centroq́ uisus & puncto rei uisæ existentibus in superficie speculum æquedistantem basi in uertice contingente, possibile est inueniri punctum reflexionis

Fiat dispositio ut proximæ præcedentis, sitq́ uertex speculi pyramidalis punctus g, in quo ipsum cõtingat superficies plana, quæ sit m n g æquedistãs basi ipsius, & sint centrum uisus & punctus rei uisæ in superficie m n g, ita quod unum sit in pũcto m, aliud in puncto n, dico quod possibile est punctum reflexionis inueniri, ducantur enĩ lineæ m g, n g, m n, & diuidatur angulus m n g per æqualia per lineam a g, palã ergo, per 20. quinti huius, quoniam forma puncti n à puncto speculi g reflectitur ad uisum o y, palam est quod linea m g & axis pyramidis speculi quæ sit g b, sunt in superficie secante pyramidem, super lineam longitudinis pyramidis, quæ sit g e, & à puncto q, ducatur perpẽdicularis super hanc lineam lõgitudinis, quæ est g e, per 22. primi, quæ sit q e, super punctũ e ducatur superficies æquedistans basi speculi, quæ secabit pyramidem uel circulum, per 100. primi huius, linea uero communis superficiei u e g, & huic circulo sit linea e c, palam ergo quoniam hæc linea cadat super axem speculi in centro circuli, quod sit c, deinde à puncto m centro uisus ducatur linea æquedistans lineæ lõgitudinis speculi, quæ est e g, per 31. primi huius, quæ producta in superficiem illius circuli cadat in punctum b, & similiter a puncto n, qui est pũctus rei uisæ ducatur linea æquedistãs lineæ g e, quæ producta in dictam superficiem cadat in pũctum a, & ducatur linea b a in superficie plana secante speculum secundum prædictum circulum, & producatur linea c e, extra speculum, quæ secabit necessario lineam b a, per 29. primi huius, cum illæ ambæ lineæ in eadem sint superficie circuli, secet ergo ipsum in puncto r, quia uero linea m b, æquedistat lineæ e g, palam per primã primi huius, quia est cũ ipsa in eadem superficie, quæ superficies secat superficiẽ m n g, & superficiẽ b e a, super duas lineas m g & b e: superficies uero m g n & b e a sunt æquedistantes per 24. primi huius, quoniam ipsæ ambæ æquedistãt basi speculi, ergo per 6. undecimi, linea m g est æquedistans lineæ b e: similiter quoq́ lineæ a n & g e sunt in superficie secãte illas æquedistãtes superficies super lineas n g & e a, igitur per 16. undecimi, linea n g, æquedistat lineæ a e, similiter superficies q g e secat easdẽ superficies æquedistãtes secũdũ duas lineas r e & q g. igitur ut prius lineæ r e, & q g æquedistãt, igitur duæ lineæ q g & m g æquedistãt duabus lineis b e & r e, ergo per 10. undecimi angulus m g q, est æqualis angulo b e r, & angulus q g n eadẽ ratiõe est æqualis angulo r e a, ergo per 20. quinti huius, forma puncti a potest reflecti ad uisum b à puncto speculi e, si ergo à puncto a ducatur linea æquedistãs ductæ lineæ q e, & aliæ æquedistãs lineæ r e, & copulentur lineæ m e & n e, & producatur linea m e donec cõcurrat cũ linea æquedistãte lineæ ducto à pũcto q, & ducantur lineæ cõmunes, ut in proxima præcedẽte, & iteretur probatio, ut in illa, patebit quoniam forma puncti n, potest reflecti ad uisum m à pũcto speculi e, igitur punctus e, erit punctus reflexionis, quod est propositum.

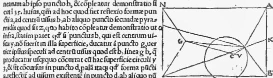
XXXVII.

Dato speculo pyramidali conuexo, & cẽtro uisus & puncto rei uisæ existentibus ultra superficiem æquedistantem basi speculum in uertice contingentem, possibile est punctum reflexionis inueniri.

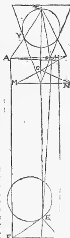
Sit dispositio quæ prius, & sit b centrũ uisus, & a pũctus rei uisæ ultra superficiẽ m g n, speculum in pũcto g, uertice pyramidis cõtingẽte, dico quod est possibile inueniri pũctũ reflexionis, fiat enim pyramis huic opposita, & est hæc pyramidis per 91. primi huius possibile lineis omnibus longitudinis speculi imaginatis protrahi ultra ipsarum communem sectionem, quæ sit in uertice g, eritq́ basis huius pyramidis æquedistans basi pyramidis primæ, ducatur itaq́ à puncto a, qui est punctus rei uisæ, superficies secans hanc secundam pyramidem æquedistanter basibus unius et alterius pyramidum, & quoniam illæ bases ad inuicem æquedistãt, palã per 23 & 24. primi huius, quoniam illa superficies

æquedi-

æquidistat ambabus pyramidib9, palã aũt per 100. primi huius, qm̃ illa superficies secabit pyramidẽ illam secundã secundũ circulum qui sit y 3, centrum itaq; uisus, quod est b, aut erit in hac superficie pyramidẽ secante, aut nõ, si fuit in illa superficie, fiat ductio linearum ab ipso puncto b, & cõpleatur demonstratio sicut 35. huius, qm̃ ad hoc quod fiet reflexio formæ puncti a, ad centrũ uisus b, ab aliquo puncto secundæ pyramidis quod sit z, quo habito cõpleatur demonstratio ut infra, statim patet qđ si punctus b, qui est centrum uisus, nõ fuerit in illa superficie, ducatur à puncto g, uertice ipsius speculi ad centrũ uisus quod est b, linea g b, q̃ producatur usq; quo cõcurrat cũ hac superficie circuli y 3, & sit cõcursus in puncto d, palã itaq; qđ forma pũcti a, reflectit̃ ad uisum existentẽ in puncto d, ab aliquo pũcto circuli y 3, arcus sui interioris, ut patuit per 31. huius.



Sit ergo ille punctus 3, & ducantur lineæ a 3, d 3, a d, angulum quoq; a 3 d, diuidat linea p 3 per æqualia, cadet'q; punctus p, in linea a d, & ducatur linea a b, & à puncto 3 ducatur linea 3 g, per 101. primi huius, quæ sit linea longitudinis secundæ pyramidis, palã q; p 91. primi huius, qm̃ eadẽ linea ꝓducta transuerticẽ pyramidis speculi, erit lĩea lõgitudinis primi pyramidis ipsius speculi, q̃ sit lĩea 3 g e, palã ergo qm̃ sup̃ficies p 3 e, secabit lineã a b, secet ergo ipsam ĩ pũcto q, & à pũcto q, p 12. primi, ducat̃ linea ꝑpẽdicularis sup̃ lineã g e, & cadat in punctũ e, & erit linea q e, perpẽdicularis super superficiẽ cõtingentem pyramidẽ secundũ lineã g e, qm̃ linea q e, est perpendicularis super curuam sphæram pyramidis, ut patet supra, punctũ quoq; e fiat per 102. primi huius, superficies æquedistans basi, qui sit f e h, & ducat̃ à puncto b, centro uisus linea æquedistans lineæ 3 e, longitudinis speculi, quæ sit b q, cõcurrens cũ superficie illa f e h, in puncto h, & eidẽ lineæ 3 e, ducatur à puncto a, rei uisæ, linea æquedistans quæ sit a f, secans superficiem f e h, in puncto sui, qui est f, palã itaq; per 1. primi huius, cũ linea b h, sit æquedistans lineæ 3 e, qm̃ illæ lineæ sunt in eadem superficie, sed & puncta b & d, sunt in eadẽ linea, quia per 1. undecimi, lineæ d 3 & h e, sunt in eadẽ superficie, quæ secat superficies illas æquedistantes. f. y 3 & f e h, super duas lineas d 3 & h e, igit̃ per 16. undecimi, illæ duæ lineæ d 3 & h e, sunt æquedistantes, & similiter qm̃ superficies ducta per punctũ a, secat pyramidẽ secundã æquedistantẽ ambabus basibus præmissæ pyramidũ speculi. f. & pyramidis imaginatæ secundũ circulum y 3, & superficies ducta per lineã quæ est superficies f e h, secat pyramidem speculi secundũ circulũ æquedistantem basi speculi, patet quod superficies in qua sunt lineæ a 3 & f e, sunt æquedistãtes per 24. primi huius, lineæ ergo a 3 & f e, sunt æquedistãtes, patet ergo quod duæ lineæ d 3 & a 3, æquedistant duabus lineis h e & f e, ergo p 10. undecimi, angulus d 3 a, est æqualis angulo h e f, copulet̃ quoq; linea h f, & qm̃ linea p 3, est diuidens per æqualia angulũ d 3 a, & erit ipsa per 26. quinti huius, perpendicularis super lineã circulũ y 3, cõtingentẽ in puncto 3, ergo per 18. tertij, linea p 3, ꝓducta trãsibit centrũ circuli y 3, superficies ergo p 3 e, secat speculum transaxem, secat ergo speculum ductum per punctum e transeuntem, sit ergo cõmunis sectio superficiei p 3 e, & illius circuli linea r e, sicut ergo linea r p 3, transit centrũ circuli y 3. Similiter linea r e, diuidens angulũ h e f, transibit centrũ alterius circuli sup̃ quẽ superficies f e h, secat pyramidẽ speculi æquedistanti basi, & quia superficies in qua sunt duæ lineæ p 3 & e r, secat illas duas superficies æquedistantes super duas lineas p 3 & r e, igit̃ per 16. undecimi, lineæ p 3 r e, sunt æquedistantes, duæ ergo lineæ a 3 & 3 p, sunt æq̃distantes

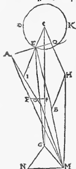


duabus lineis f e & e r, ergo per 10. undecimi, angulus a 3 p, æqualis est angulo f e r. Similiter & angulus d 3 p, est æqualis angulo r e i, quoniam sicut totus angulus d 3 a, est æqualis toti h e f, sic medietas medietati, ergo angulus f e r, æqualis est angulo h e r, patet ergo per 20. quinti huius, quoniam forma puncti f, ad uisum existentem in puncto h, à puncto speculi e, ergo si à puncto f, protrahatur linea æquedistans lineæ q e, & alia linea æquedistans lineæ r e, & lineæ aliæ cõmunes, ut in 35. huius, reiterata demonstratione illius patebit, quoniam forma puncti a, reflectitur ad uisum b, à puncto speculi e, quod est propositum, quod si à puncto q, nõ possit duci linea perpendicularis super lineam g e, nulla fiet reflexio formæ puncti a, ad uisum b, in tali dispositione constitutum, aliàs autem semper fiet reflexio ut præostensum est, & patet per 14. huius, & per 90. quarti huius.

XXXVIII.

Dato speculo pyramidali conuexo, punctoque rei uisæ existente sub superficie speculum æquedistanter basi in uertice cõtingente, & cẽtro uisus in eadem superficie, possibile est punctum reflexionis inueniri.

Permaneat prior dispositio præmissæ, & sit a punctus rei uisæ, qui sit sub superficie n m g, cõtingente pyramidẽ speculi in uertice g, æquedistanter basi, & sit centrum uisus in illa superficie, dico quod ad hoc possibile est inueniri punctum reflexionis, sit n centrũ uisus in puncto m, superficiei m g n, quæ posita est super superficiẽ cõtingens speculũ in puncto uerticis g, æquedistanter basi speculi, à puncto a, rei uisæ, ducatur superficies æquedistans basi pyramidis, quæ per 100. primi huius, secabit pyramidem super circulũ qui sit d e k, cuius centrum sit punctum c, & ducatur axis speculi, qui sit g c, & à puncto m, centro uisus ducatur ad a, punctum rei uisæ linea m a, & linea perpendicularis super ductam superficiem circuli quæ sit m h, & à puncto h, ad centrũ circuli ducatur linea h t, & à puncto rei uisæ, quæ est a, ducatur ad lineam h t, linea a e q, intra circulũ secans periferiam circuli in puncto e, est producta taliter ut pars ductæ lineæ intra circulũ qui est e q, sit æqualis lineæ q t scilicet parti diametri interiacente punctum sectionis & centrũ, quod potest fieri per 136. primi huius, & ducatur linea t e i, & à puncto h, ducatur in eadẽ superficie speculũ secante secundũ circulũ d e k, linea æquedistans & æqualis lineæ t e, quæ sit h b, & ducantur lineæ m b & b e, & g s, eritque g e, linea longitudinis speculi, palam quoniam superficies g t e, secans speculum trans axem, secat & lineam a m, sit ergo punctus sectionis f, & ducatur à puncto f, perpendicularis super lineam longitudinis speculi, quæ est g e, cadens in punctũ o, & producatur ad axem g t, & sit f o p, secans axem g c, in pũcto p, & ducantur lineæ m o & a o dico quoniam punctus o q, est punctus superficiei speculi, cũ sit in linea suæ longitudinis, quæ est g e, & punctus reflexionis formæ puncti a, ad centrũ uisus, pũctum m, palam enim ex præmissis, quoniam linea h b, est æqualis & æquedistans lineæ t e, patet per 33. primi, erit linea h t æqualis & æquedistans lineæ b e, sed linea m h, est æqualis & æquedistans m t, axi g t, per 25. primi huius, eo quod ipsæ sunt lineæ æquedistantes inter superficies æquedistantes productæ, ergo per 33. primi, linea h t, æquedistat lineæ m g, ergo per 30. primi, linea m g, æquedistat lineæ b e, & est æqualis illi, palã etiã, quod angulus q t e, est æqualis angulo q e t, per 5. primi, ideo quia lineæ e q & q t, ut patet ex præmissis sunt æquales, Sed angulus q e t, æqualis est angulo a e i, per 15. primi, angulus ergo q t e, est æqualis angulo a e i, sed angulus q t e, per 29. primi, est æqualis angulo i e b, propter hoc quod lineæ e b & t h, æquedistant, ergo angulus i e b, est æqualis angulo i e a, patet ergo per 29. quinti huius, quoniam forma puncti a, reflectitur ad uisum existentẽ in puncto b, à puncto speculi e, & cũ linea b m æquedistans sit lineæ g e, si à puncto a, ducatur linea æquedistans lineæ f o p, & linea æquedistans



distans lineæ i t, & iteretur figura supra dicta 35. huius, & probatio eiusdem, palam quia forma puncti a reflectitur ad centrum uisus existens in puncto m, a puncto speculo quod est, proximum, nec refert quemadmodum demonstratum hoc in sequenti proxima, siue punctum rei uisæ, siue centrum uisus sit in superficie m g n, quoniam idem est modus & ratio reflexionis hinc & inde.

XXXIX.

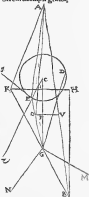
Dato speculo pyramidali conuexo punctoque rei uisæ existente ultra superficiem speculum æquedistanter basi in uertice contingentem & centrum uisus in eadem superficie, possibile est punctum reflexionis inuenire.

Remanente dispositione figuræ præcedentis, sit centrum uisus in puncto m, superficiei, g m n, & sit a punctus rei uisæ ultra illam superficiem, fiatque pyramis alta, huic opposita, & fiat super punctum a, superficies æquedistans basi huius pyramidis, & per proximam præcedentem, & inueniatur in circulo huius superficiei punctus reflexionis ex punctis interioribus, & ducatur a puncto illa linea ad punctum g, & producatur taliter in superficie ipsius, ut ipsa fiat linea longitudinis pyramidis ipsius speculi, inuenieturque punctus reflexionis secundum ea quæ præmisimus in 37. huius, eiusque probandi modus penitus, qui prius in eadem 37. & hoc est propositum.

XL.

Dato speculo pyramidali conuexo punctoque rei uisæ existente sub superficie pyramidem æquedistanter basi in uertice contingente, & centro uisus super eandem, uel econuerso, possibile est punctum reflexionis inuenire.

Dispositione priori remanente, sit punctus a, rei uisæ sub superficie m n g, & punctus b, centrum uisus ultra eandem superficiem speculum in uertice g, contingentem, uel econuerso, a punctus rei uisæ sit ultra superficiem m n g, & b centrum uisus sub superficie m n g, dico quod adhuc possibile est punctum reflexionis inuenire. Sit enim exempli gratia, punctum a, sub superficie m n g, & b, ultra illam, ducaturque à puncto a, superficies æquedistans basi speculi secans per 100. primi huius, pyramidem speculi super circulum qui sit d e, cuius centrum sit t, & ducatur axis speculi qui sit g t, & ducatur linea b g, à puncto ulteriori, in quo est centrum uisus ad uerticem pyramidis, quæ producta cocurret necessario cum superficie a e d, quoniam concurrit cum axe super ipsam erecto. Sit concursus punctus k, in circulo d e, inueniatur per 135. primi huius, punctus qui sit e, ita ut linea circulo contingens à puncto e, ducta quæ sit e s, diuidat per æqualia angulum quem continent ductæ lineæ k e & a e, consequenter, et lineæ longitudinis quæ sint g e & g d, & à puncto b, ducatur linea æquedistans lineæ g e, quæ necessario concurret cum linea k e, concurrente cum eius æquedistante quæ est g e, per secundam primi huius, sit concursus in puncto h, palam itaque per primam undecimi, quia punctus h est in superficie g e k, quoniam est in linea k g b, quæ ducta est in illa superficie, & linea b h, est in eadem superficie per 1. primi huius, quoniam ipsa linea b h, est æquedistans lineæ g e, & ducatur linea t e, à centro circuli t, per punctum contactus e, palam itaque quoniam superficies g t e, secans speculum transaxem g t, secat etiam lineam b a. Secet ergo ipsam in puncto u, & à puncto u, ducatur perpendicularis super superficiem contingentem speculum secundum lineam longitudinis speculi, quæ est g e, hæc enim superficies continget circulum d e, in puncto e, quæ linea sit u o, secans superficiem speculi in puncto o, & axem g t in puncto p, & ducantur lineæ a o & b o. Cum itaque ut patet ex præmissis, angulus a e s, sit æqualis angulo s e k, & cum angulus i e s, sit rectus per 17. tertij, & angulus g e t, rectus palam quod angulus i e a, est æqualis angulo t e k, Sed & angulus t e k, æqualis est angulo



ich

e i h, p 15. primi, ergo angulus a e i, est æqualis angulo i e h, potest ergo forma puncti a reflecti ad uisum existentem in puncto h, à puncto speculi quod est e, per 20. quinti. Si ergo à puncto a ducatur linea æquedistans lineæ u p, & linea æquedistans lineæ i t, & iteretur ꝓbatio 35. huius, palam quoniam forma puncti a, reflectetur à puncto speculi quod est o, punctum lineæ g e, ad uisum existentē in puncto b, quod est ꝓpositū, & quoniam semper est eodem modo demonstrandū quodcunque punctorum a uel b fuerit ex quacunque altera parte superficiei m n g, patet idem quod ꝓponebatur, & imaginendū est ita quod in figura solida punctum b, cadat in lineam e g, quod in plano non potuimus taliter figurare. Palam itaque ex p̄missis sex theorematibus, cū non sit possibile alio modo se habere punctū rei uisæ secundū sitū reflexibilitatis à speculis pyramidalibus conuexis ad centra uisus nisi modis ꝓpositis, quoniam aut ambo erunt sub superficie m n g, aut ambo ultra illam, aut ambo in illa, aut unū in illa, aliud sub illa uel ultra illam, aut unum sub illa, aliud ultra illam, & omnibus his modis reflexionis punctū est inueniri, uniuersaliter ergo in tota superficie speculi pyramidalis cōuexi quocunque modo se habente rei uisibilis puncto ad centrum uisus, punctum reflexionis est possibile inueniri, quod principaliter quærebatur.

XLI.

Speculo pyramidali conuexo super ipsius basem erecto possibile est rectam lineam rei uisæ & centrum uisus sic sisti, ut ab una linea longitudinis speculi fiat formarū cum omniū punctorum illius lineæ reflexio ad uisum.

Sit speculum pyramidale conuexum, cuius uertex sit a, axis uero a h, linea longitudinis a z & à puncto z ducatur linea perpendicularis super superficiem contingentē speculum in linea longitudinis, quæ ꝓducta necessario concurret cū axe a h, per 96. primi huius, sitque linea h z t secans axem a h in puncto h, & eius punctus t, sit extra superficiē speculi, & erit angulus a z h, rectus, ergo per 32. primi, angulus a h z, est acutus, ducatur quoque à puncto a, uertice speculi linea extra pyramidē ultra superficiē contingentē pyramidē in linea a z, continens angulū acutū cum speculi axe quæ est a h, & cū linea longitudinis a z, quæ sit a n, lineæ quoque a h & a z, aut nō sunt in eadē superficie, sed in diuersis, & in superficie h a n, à puncto h, ducatur linea cum axe cōtinens angulū acutū æqualem angulo a h z, quæ linea cōcurret cū linea a n, per 14. primi huius, cū anguli h a n & a h z, sint acuti ut patet ex p̄missis, concurrant ergo in puncto o, & sit linea h o, & facto super punctum z, circulo æquedistante basi per 102 primi huius, palā quoniam linea h o, transibit superficiem illius circuli, sicut etiā linea h z c, transit per superficiē eiusdem circuli. Sit enim punctus h, polus illius circuli, ideo quod semidiameter illius circuli cū axe a h, cōtinet angulum rectum & anguli a h z, & a h o, sunt acuti, ut patet ex præmissis, secet itaque linea h z c, superficiem illius circuli in puncto z, & linea h o, in puncto u, ducaturque linea longitudinis speculi quæ sit a u s, ducatur quoque linea o z, quæ ꝓducatur usque ad punctū f, & quoniam linea o z, est ultra superficiē contingentē pyramidē in linea a z, cū linea h z, sit perpendicularis super illam superficiē, palam quia angulus o z h, est maior recto, cū angulus a z h, sit rectus igitur per 13. primi huius, angulus f z h, est minor recto, à puncto ergo z, ducatur linea contingens circulū per 16. tertij. qui sit z m, cadetque linea z m, in superficie contingente speculum secundū lineam longitudinis quæ est a z, est ergo linea h z perpendicularis super lineam m z, & à puncto f ducatur linea perpendicularis super lineam a z, per 12. primi, quæ sit linea f e, cōcurrens cū linea a z, ꝓducta in puncto e, quæ linea f e, ꝓducta

concurret

concurret cũ linea a n, ꝑ 14. primi huius, quia cum angulus a e f, sit rectus, angulus e a n est acutus, concurrant ergo in puncto n, & à puncto e, ducatur linea æquedistans lineæ t h, quæ sit e q, per 31. primi. Item'q; ab eodẽ puncto e, ducatur linea æquedistans lineæ m z, quæ sit e l, palam aũt qđ linea m z, est perpendicularis super lineã a e, per 22. primi huius, qm̃ ipsa est perpendicularis super lineã t h, ut super diametrum circuli quem ipsa est cõtingens in puncto z, igitur linea l e, cũ ipsa sit æquedistans lineæ m z, est per 29. primi, perpẽdicularis super lineam a e. Sunt quoq; lineæ m z & a e, in eadem superficie per 1. primi huius, cũ ipsæ sint æquedistãtes, ꝓducatur'q; linea q e, ultra punctũ e, & hoc per 2. primi huius, secabit axẽ a h, cũ ipsa sit in eadẽ superficie cũ linea h t per 1. primi huius, secet ergo axẽ in puncto d, erit'q; angulus h d q, acutus æqualis angulo a h t, per 29. primi, fiat q̃q; superficies l e d q, secãs pyramidẽ, erit ergo illius superficiei & superficiei pyramidis cõmunis sectio oxigonia per 103. primi huius, cũ ergo linea a e, sit ꝑpendicularis sup lineã f n, & super lineã d q, & sup lineã l e, patet per diffinitionẽ lineæ erectæ sup superficiẽ, qm̃ linea longitudinis pyramidis, q̃ est a e, erecta est super superficiẽ illius sectionis oxigoniæ, quæ est l e d q, & quia linea a e, est ꝑpendicularis super lineã f e n, erit ergo linea f n, in superficie illa secante pyramidẽ secundũ illam sectionẽ, fiat ergo ut in illa superficie sectionis à puncto f, ducaĩ linea f p, per 31. primi, æquedistans lineæ e q, ergo per 9. undecimi, erit linea f p, æquedistans lineæ z t, uerũ cũ angulus o z t, est acutus, ideo qđ angulus o z h, est obtusus, erit ꝑ 13. primi, angulus t z f, obtusus, ducaĩ itaq; à puncto z, linea faciens t z, angulũ æqualẽ angulo o z t, q̃ quidẽ linea ꝓducta necessario secabit lineã f p, per 2. primi huius, cum linea f p, sit æquedistans lineæ z t, secet ergo ipsam in puncto p, & ducaĩ linea p e, quæ per 1. undecimi, erit in superficie l d q, erit ergo angulus a e p, rectus, ut patet ex p̃missis per diffinitionẽ lineæ sup superficiẽ erectæ, cũ ergo lineæ p z & o z, ut patet ex p̃missis, in eadẽ superficie pyramidẽ secante, & angulus o z t, æqualis sit angulo t z p, palã per 20. quinti huius, q̃a forma puncti o, reflectitur ad uisum existentẽ in puncto p à puncto speculi z, uerũ q̃a angulus o z t, per 29. primi, est æqualis angulo z f p, quia est extrinsecus illi, & angulus h z f, æqualis est angulo o z t, per 15. primi. Sed angulus z p f, æqualis est angulo p z t, per 29. primi, quia est coalternus, palã quia angulus z f p, æqualis est angulo z p f, ergo ꝑ 6 primi, latus z f, æquale est lateri z p, & quia angulus f e z est rectus, ideo q̃a linea a e est perpendicularis sup lineã f n. palã per penultimã primi, q̃a quadratũ lineæ f z, ualet ambo quadrata linearũ e f & e z. Sed eadẽ ratiõe quadratũ lineæ z p, ualet ambo quadrata linearũ e z & e p, qm̃ ut patet ex p̃missis, angulus p e z, est rectus, quadratũ uero lineæ est æquale q̃drato lineæ z f, qm̃ ut patet ex p̃missis lineæ z f & z p, sunt æquales, illa ergo duo quadrata hinc inde sunt æqualia, ergo ablato cõmuni quadrato lineæ z e, remanet quadratũ lineæ e p, æquale quadrato lineæ e f, igiĩ latus f e, æquale est lateri p e, ergo ꝑ 5. primi, angulus e p f, est æqualis, angulo e f p. Sed angulus n e q, est æqualis angulo e f p, ꝑ 29. primi, qm̃ extrinsecus est illi, & angulus q e p, æqualis angulo o p f, q̃a coalternus est illi, angulus ergo n e q, & q e p, sunt æquales, qm̃ cũ sint in eadẽ superficie q̃ est p e n, palã per 20. quinti huius, qm̃ forma puncti n, reflectiĩ ad uisum existentẽ in puncto p, à puncto speculi qđ est e. Similiter'q; diuidaĩ à puncto f, q̃cũq; linea ad aliq̃d punctũ lineæ z e, & ꝓducaĩ usq; ad lineã o n, sempꝫ ꝓbabiĩ de pũcto lineæ o n, in quã cadit ꝓducta linea qđ ipsa reflecteĩ ad punctũ p, à pũcto aliq̃ lineæ z e, quẽ secat illa linea, simili modo & omnium huius linearũ ꝓbatio sumet initiũ à linea ꝑpẽdiculari, q̃ est f e, & à pte lineæ e z, q̃ erit cõmunis oibus illis triãgulis, & ita q̃dlibet punctũ lineæ reflectiĩ ad uisum existentẽ in pũcto p, ab aliq̃ puncto lineæ z e, q̃a de oibus est eadẽ demonstratio, qđ & patet ꝑ 34. quinti huius. Si itaq; q̃cũq; linea recta cuiuscũq; rei uisæ, ponaĩ in loco lineæ a o n, & centrũ uisus sistaĩ in puncto p, sempꝫ fiet reflexio ad uisum ab aliq̃ puncto lineæ a z e, q̃ est linea longitudinis speculi, & hoc ꝓponebaĩ faciẽdũ, patet ergo ꝓpositũ. XLII.

Cum superficiei reflexionis & speculi columnaris uel pyramidalis cõuexi communis sectio fuerit linea longitudinis, erunt loca imaginum & distantia ipsarum à uisibus, quæ & in speculis planis.

Quando causa in diuersis subiectis uniuocat, & passio uniuocabitur, ob hoc non repetimus illa hic quæ in speculis planis dicta sunt in quinto libro huius scientiæ, quia utrobiq; in planis. s. & ꝓpositis speculis lineæ incidentiæ & reflexionis incidunt & reflectuntur à lineis rectis, erit utrobiq; locus imaginis in perpendiculari à puncto uiso ducta super superficiem speculi tm̄ distans à superficie speculi quantū punctus rei uisæ distat ab eadem speculi superficie, ideo quod semper imago rei uisæ uidetur in concursu lineæ reflexionis cū katheto incidentiæ in oībus his speculis, ut patet per 37. qnti hui9, patet ergo ꝓpositum.

XLIII.

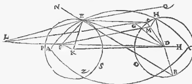
Cum superficiei reflexionis & speculi columnaris cōuexi cōmunis sectio fuerit circulus, erunt puncta reflexionum & loca imaginum, quæ est in speculis sphæricis conuexis.

Erit eñ aliqñ locus imaginis intra speculum columnare cōuexū, aliqñ in superficie speculi, aliqñ extra speculū, secundum modum quē kathetus incidentiæ & linea reflexionis in diuersis punctis concurrunt, cuius qui causam & demonstrationem quæsierit, recurrat ad ea, quæ in sexto huius scientiæ libro de speculis sphæricis conuexis demonstrata sunt, nam eadē penitus est ratio hinc inde, quia & fines contingentiarū & metæ imaginū & loca & eædem ꝓportiones linearū sunt in illis speculis & in istis, patet itaq; per illa ꝓpositū, nec uisum est nobis dignum in his amplius immorari.

XLIIII.

A puncto sectionis columnaris cui incidit kathetus incidentiæ ad perpendicularem ductam à puncto reflexionis super superficiem speculi columnaris conuexi ducta recta ad axem continente angulum acutum cum eadem erit concursus katheti incidentiæ cum illa perpendiculari sub axe.

Hoc quod hic ꝓponitur demonstrandum patet per 114. primi huius, ut autē huic nostro ꝓposito concluso Mathematica sensibiliter applicetur, eandem demonstrationē duximus imitandam. Sit ergo a e b c, columnaris sectio, & sit e datus punctus, cui incidit kathetus incidentiæ formæ puncti n, qui sit punctus rei uisæ 3 b, sit punctus reflexionis à quo ducta sit linea b d, perpendicularis super axem speculi qui sit h k, secetq; kathetus incidentiæ ductus à puncto n, qui est punctus rei uisæ ipsum speculum secundum punctum ꝓpositæ sectionis, qui est e, dico uerum esse qđ proponit, ducat eñ linea e d, sitq; ita, ut fiat e d b angulus acutus, sit ergo q e l, linea cōtingens sectionem in puncto e & super punctum sectionis b, fiat circulus æquedistans basibus speculi per 102. primi huius, quæ sit b t o, cuius centrū sit d, ducatur à puncto e, linea longitudinis speculi per 101. primi huius, quæ sit e t, à puncto quoq; d per 11. primi, ducat linea d g, perpendicularis super lineam b d, in ipsa circuli superficie, palam ergo quod superficies h d g, cum per axem h k, transeat, qui per 92. primi huius est erectus super circuli superficiem per 18. undecimi. Superficies uero cōtingens speculum in puncto b, erit æq̄distans superficiei h d g, speculū secāti, ideo eñ quia linea longitudinis speculi ducta à pūcto b, est æq̄distans axi h k, & linea h t o, circulum contingens super punctū b, est æq̄distans lineæ g d, per 29. primi, angulus eñ g d b, est rectus, ut patet ex p̄missis, & angulus cōtentus sub linea d b, & sub linea contingente circulū in puncto b, rectus, p 17. tertij, ergo ille superficies æquedistant per 14. undecimi, igitur superficies, in qua sunt lineæ



neæ l e & t e, non est æquedistans superficiei h d g, quod patet per 24. primi huius, q̃m superficies contingens sectionem oxigoniam in puncto b, nõ est æquedistans superficiei contingẽti eandem sectionem in puncto e, in quo sunt lineæ l e q, contingens sectionẽ & linea longitudinis quæ est e t, angulus em̃ e d b, ut patet ex hypothesi est acutus, superficies ergo h e g, non æquedistat superficiei l e t, ergo concurret cũ illa, concurrat ergo in linea l g, & ducatur linea g t, quæ necessario erit contingens circulũ b t o, cũ sup̃ficies in q̃ ducit̃ linea g t, ipsum speculũ sit contingens, ducta autẽ linea t d, erit angulus g t d, rectus, per 17. tertij, q̃m linea t d, est diameter circuli, & linea g t, contingit illum circulum in puncto t, fiat quoq; ut prius super e, punctum sectionis circulus æquedistans basibus speculi q sit e s 3 p, & centrũ huius circuli sit punctus axis, q k, & ducat̃ lĩea k e, & ducat̃ etiam linea d l, quæ quidem secabit superficiem circuli e l p, secet ergo illam in puncto f, quia itaq; punctum d, est in superficie sectionis per 24. huius, cũ ipsa sectionis superficies sit superficies reflexionis, & punctum l, qđ est punctũ lineæ contingentis sectionẽ est in eadem sup̃ficie sectionis, ergo per primã undecimi, tota linea d l, est in superficie sectionis, punctum ergo f, est in sup̃ficie sectionis, sed ipsum est in superficie circuli e 3 p. Est ergo in cõmuni sectione illarũ sup̃ficierũ circuli & sectionis, sed & punctum e, est in ambabus eiusdem superficiebus, ergo itẽ per 1. undecimi linea e f, ducta erit in ambabus illis sup̃ficiebus, ergo per 19. primi huius, secundũ lineam e f, secant se superficies sectionis & circuli e 3 p, ducatur itaq; linea k f, & à puncto f, ducatur perpendicularis sup̃ficiem circuli b t o, per 11. undecimi, qui sit f m, cadet'q; punctus m in linea d g, ut patet, & ducat̃ linea t m, palam q̃m linea k d, æquedistans e t, æqualis est lineæ f m, per 25. primi huius, sunt em̃ lineæ k d & f m, ambæ p̃pendiculares super sup̃ficiem circuli b t a, quã illi circuli æquedistant per 24. primi huius, utraq; em̃ ipsarũ æquedistat basibus columnæ per 100. primi huius, q̃m ergo linea f m, est æqualis & æquedistans lineæ d k, quæ est pars axis, ergo per 33. primi, linea k f, æqualis & æquedistans est lineæ d m, & similiter erit m f, linea æqualis & æquedistans lineæ longitudinis quæ est e t, per 37. primi, q̃m linea e t, est æqualis & æquedistans axi k a, per 92. primi huius, cũ sit linea longitudinis speculi, & erit ut prius linea k e, æqualis & æquedistans lineæ d t, & linea e f, æqualis est & æquedistãs lineæ t m, per eandẽ 33. primi, uerũ etiã superficies k d l g, quia transit axẽ columnæ, & angulus g d b, est rectus, orthogonalis est super superficiẽ sectionis oxigoniæ, quæ est a e b c, per diffinitionẽ superficiei erectæ, & eadem superficies k d l g, orthogonalis est super superficiẽ circuli e s p, q̃m illa superficies k d l, transiens per axem, per 18. undecimi, erecta est super bases columnæ, ergo & super sup̃ficiem circuli e l p, æquedistans basibus erecta est in eadem superficie k d l, quia itaq; ducta superficies k d l, est erecta super superficiẽ sectionis oxigoniæ & circuli e s p. Est ergo orthogonalis super lineam communem dictæ sectionis & circuli quæ est linea e f, per 19. undecimi, & quia linea e f, est erecta super superficiẽ k d l, in qua ducta est linea k f, igitur per diffinitionẽ lineæ super superficiẽ erectæ angulus e f k, est rectus, ergo & angulus t m d, est rectus per 19. undecimi, latera em̃ illos angulos cõtinentia in æquedistantibus circulorũ superficiebus p̃tracta æqualia sunt & æquedistantia, ut patet ex p̃missis, cũ ergo angulus d m t, sit rectus, & angulus g t d, sit rectus per 17. tertij, in trigono ergo orthogonio d t g, ducta est ab angulo ad basem perpendicularis t m, ergo per 8. & 16. sexti, idem quod fit ex ductu lineæ d m, in g m, est æquale quadrato lineæ m t, & q̃m linea g t, contingit circulum b t o, cum sit in superficie cõtingente ducta ad punctum contingentiæ quod est t, palã quod linea l g, est æquedistans axi k d, q̃m enim superficies secundum lineam longitudinis speculũ cõtingentes sunt erectæ super basem columnæ, superficies ergo per 19. undecimi, earũ cõmunis sectio quæ in p̃posito est linea l g, super eandẽ superficiem basium perpendicularis erit, æquedistabit ergo axi h k, per 6. undecimi, ergo etiã æquedistabit lineæ f m, per 30. primi, quia ergo in trigono l g d, linea f m, æquedistat basi l g, patet per secundã sexti, q̃m secat alia latera illius trigoni p̃portionaliter. Est ergo proportio lineæ d f ad f l, sicut lineæ d m ad m g, ergo permutatim per 16. quinti, erit proportio lineæ d f ad d m, sicut lineæ f l ad m g, sed linea d f, maior est q̃ linea d m, p̃ 19.

primi,quũ in trigono f d m, angulus f m d,est rectus per 8.undecimi,ergo & linea f l,est maior q̃ linea m g, ergo idem quod fit ex ductu lineæ f d in f l,maius est illo quod fit ex ductu lineæ d m in m g ,ergo & quadrato lineæ t m,sed linea t m,est æqualis lineæ e f,ut patet ex p̃missis,ergo illud qđ fit ex ductu lineæ d f i l f,maius est quadrato lineæ e f. Est ergo in trigono d e l,angulus l e d,maior recto p 30 primi huius,qa si esset rectus, tunc cum linea e f,sit perpendicularis super lineam d l,esset per 8.&per 16.sexti, idem qđ fit ex ductu lineæ d f in f l,æquale quadrato lineæ e f Restat ergo ut linea perpendicularis super lineam contingentẽ sectionẽ a e b c,quæ est linea q l,ducta à puncto e, cadat sub linea e d,nõ perueniens in punctum d,sit ergo illa ꝑpendicularis linea e b,& quia angulꝰ e d b, est acutus,& angulus d e u,acutus,quũ angulus u e q est rectus,ergo per 14.primi huius,lineæ e u & b d,productæ concurrent in puncto aliquo sub axe h k, & sub concursu lineæ e d, cum linea b d,quod est euidens,patet ergo propositum.

XLV.

Perpendicularem ductam à puncto reflexionis sectionis pyramidalis super superficiem speculi pyramidalis conuexi cum katheto incidentiæ puncto remotiori à uertice speculi q̃ sit punctus reflexionis incidentiæ sub axe speculi concurrere est necesse, dum tantum linea à puncto incidentiæ katheti ducta ad perpendicularem super axem angulum contineat acutum.

Hæc quoq; ꝓpositio patet per 113.primi huius,ut iam facilius pyramidalibus speculis applicetur. Sit speculum pyramidale cõuexum a b g, cuius uertex sit a, & axis a k, cadatq; in ipsum sectio oxigonia,à cuius circũferentia formæ punctoꝝ lineæ uisæ reflectantur ad uisum,quæ sit b f e z,punctũ q̃q; reflexionis sit e, & sit linea e d,existens à puncto e,qđ est punctũ reflexionis ꝑpẽdicularis sup̃ sup̃ficiẽ cõtingentẽ speculũ,q̃ ꝓducta in superficie sectionis, concurrat quidẽ cũ axe a k,per 14.primi huius,angulus eñ e a k, est acutus,& angulus a e d est rectus,cõcurrat ergo in puncto d, sitq; kathetus incidentiæ formæ puncti alicuius reflexi à puncto speculi e z, q̃ sit h z,dico qđ kathetus h z,cõcurret cũ perpendiculari e d,ultra punctũ d,sub axe speculi,ducat̃ eñ linea t z q,quæ cõtingat sectionẽ b e f,in puncto z,cum sit punctũ z, remotius à puncto a,uertice speculi,q̃ sit punctum e, ducta quoq; linea z d,angulũ acutum contineat cũ perpendiculari e d,super ipsum axem speculi,in quo cadit punctũ d,transeat quoq; super punctũ z, sup̃ficies æquedistans basi speculi,quæ secando speculum faciat circulũ r z g,per 100.primi huius,iste ergo circulus secat sectionẽ b e f,in duobus tñ locis per 104.primi huius,quũ circulus est ꝑpendicularis super axẽ a d,& sectio est obliqua super eandem axem,& ducantur lineæ a z & a e,linea quoq; a e,quæ ex hypothesi est breuior q̃ linea a z ideo quod punctum z,remotius est à uertice pyramidis q̃ punctum e,ꝓtrahatur ultra punctum e, donec concurrat cum circũferentia circuli r z g,& sit concursus punctus o,ergo punctus o,est remotior à puncto a,uertice speculi q̃ sit punctus e,eritq; linea a o,æqualis lineæ a z, per 89.primi huius,ideo quia ambæ à uertice pyramidis ducantur ad circuli circũferentiã. Cum ergo exient à puncto o, perpẽdicularis sup̃ superficiẽ cõtingentẽ speculũ secundum lineam a d,cõcurret illa linea cum axe a k,ultra punctum d,cui prius data est incidere perpendicularẽ e d,per 2.primi huius. Sit ergo punctus cõcursus k, erit eñ linea o k,æquedistans lineæ e d,ꝑ 6.undecimi,ducant̃ ergo lineæ k z & d z, & quia linea k z, est æqualis lineæ k o,ꝑ 65.primi huius,est eñ k polus circuli,sed linea a d,est æqualis lineæ a z,ꝑ 89.primi huius,cũ sint lineæ lõgitudinis unius pyramidis,& linea a k, cõis est

ambobus

ambobus illis trigonis, erunt ergo per 8. primi trianguli a o k & a z k æquianguli, sed angulus a o k est rectus, ergo & angulus a z k est rectus, est ergo linea k z perpendicularis super lineam lōgitudinis speculi a z, quæ est in superficie contingente speculum, est ergo linea k z erecta super superficiem contingentem speculum secundum lineam a z, ergo per 18. undecimi, & superficies z k o est erecta super illam superficiem contingentem, & quia à puncto z ducta est linea contingens sectionem quæ est c z q, cum ergo ut patet linea k z sit erecta super superficiem speculum contingentem secundū lineā a z & cōmunis sectio superficiei sectionis, & illius superficiei speculū contingentis sit linea t z q cōtingēs sectionē, erit linea k z ꝑpēdicularis super lineā t z q, erit ergo angulus k z q rectus per diffinitionē lineæ super superficiē contingentē, & quia ut patet ex præmissis, angulus k z q est rectus, trigonū q z a z k erectū est super superficiē speculū secundū lineā a z cōtingentē, & linea b z est similiter perpēdicularis super hāc superficiē cōtingentē. Extrahamus ergo à pūcto z cōmunē sectionē superficiei circuli r z g, & sup̄ficiei pyramidē secūdum lineā a z contingētis, hoc aūt per 3. undecimi est linea recta, sit ergo hæc linea z y, est palā per præmissa ꝙ linea z y cōtingit circulū r z g, sit quoq; cētrū huius circuli c, & producatur linea c ʒ angulus e z y, est rectus per 17. tertij, & ducatur à puncto c, q̄d est centrū circuli r ʒ g, linea continens cum linea ʒ c angulum rectum per 11. primi, & sit linea c f, linea ergo c r, est æquedistās lineæ ʒ y per 28. primi, linea uero c r, est perpēdicularis super superficiē a ʒ c per 4. undecimi, ideo quia angulus z c r est rectus ex præmissis, & angulus ʒ e a, est rectus, ideo quia axis a c est perpendicularis sup superficiē circuli r ʒ g, per 89. primi huius, & quia etiam axis est perpendicularis sup basem pyramidis, cui circulus æquedistat, ergo & axis erit erectus super circulum per 23. primi huius, linea ergo ʒ y æquedistans lineæ c r est perpendicularis super superficiem a ʒ c per 8. undecimi, ergo linea a q contingens sectionem est obliqua super superficiem a ʒ c, ergo & super lineam c ʒ, producatur ergo à puncto ʒ in sectionis superficie extra ipsam sectionis periferiam linea recta continens cum linea t q angulum rectum per undecimā primi, quæ sit ʒ b, & quia punctus d per 24. huius est in superficie sectionis in aliquo puncto axis, palam quod ipsum aliud est à puncto k, qui est punctus axis inferior puncto d extra superficiem sectionis, sed punctus z est in ipsius superficie patet ergo quoniam linea k ʒ est extra superficiē sectionis, linea ergo k ʒ secat lineam ʒ h, nec cōtinuatur cum ipsa, quoniam linea ʒ h est in superficie sectionis, & linea k ʒ est extra illam. & quoniam lineæ k ʒ & h ʒ secant se in puncto ʒ, patet quod ipsæ sunt in aliqua superficie una per 2. undecimi, sint ergo lineæ ʒ k & ʒ h in alia superficie præter superficiem sectionis, quæ secet superficiem sectionis super lineā p ʒ h in ambabus illis superficiebus existentem per 19. primi huius, & sit ʒ p eadem linea cum ʒ h, quæ est producta in superficie sectionis, linea uero d ʒ, quæ est in superficie sectionis, est extra superficiem in qua sunt lineæ k ʒ & ʒ h, sed linea ʒ k continet cum linea ʒ q, angulum rectum ideo quia ut prædictum est linea k ʒ est perpendicularis super superficiem contingentem pyramidem quæ transit lineas a ʒ & ʒ q, & superficies k ʒ h secat superficiem d ʒ h super lineam illis duabus superficiebus cōmunem, per 19. primi huius, quæ est h ʒ, una linea d ʒ est in superficie sectionis ut supra patet. & secatur à linea k ʒ in pūcto ʒ, & pūcta c & q sunt à lateribus superficiei k ʒ p h, ergo & superficies h ʒ k, secat superficiem d ʒ q, differētia ergo cōmunis sup̄ficierū h ʒ k & d ʒ q, & in sup̄ficie h ʒ k est q̄q; illa cōmunis sectio linea recta per 3. undecimi, cōtinet ergo illa linea cū linea ʒ q angulū rectū, nā linea ʒ q cū sit ꝑpēdicularis sup lineā ʒ h, & sup lineā ʒ k, patet per 4. undecimi, q̄m ipsa est erecta super superficiē h ʒ k, ergo & super lineā ʒ p, & q̄m superficies h ʒ k, secat superficiē d ʒ q & declinatio superficiei h ʒ k à superficie sectionis, cuius pars est superficies d ʒ q fit ex parte semidiametri ʒ t, erit linea quæ est differentia communis his duabus superficiebus media inter duas lineas q ʒ & ʒ d, ergo angulus q ʒ d est obtusus, & h ʒ est in superficie in qua sunt lineæ d ʒ & ʒ q, quæ est superficies sectionis, & continet cum linea ʒ q angulum rectum, linea ergo ʒ h producta intra sectionem ultra punctum ʒ, secabit angulum d ʒ q, & linea h ʒ, concurret cum linea e d sub puncto d, puncto axis per 14.

primi huius, angulus enim y d e est acutus ex hypothesi, & angulus d z p acutus, kathetus itaq; incidētiæ qui est h z, cum perpendiculari e d, quæ ducitur à puncto reflexionis super supficiem speculum contingentem, concurret sub axe & sub puncto ipsius axis, qui est d, sit itaq; punctum concursus p, & hoc est propositum.

XLVI.

Perpendicularem ductam à puncto reflexionis sectionis pyramidalis super supficiē speculi pyramidalis conuexi, cū katheto incidentiæ puncto propinquiori à uertice speculi quàm sit punctus reflexionis incidentiæ sub axe speculi cōcurrere est necesse, altioris quoq; puncti kathetus cum eadem perpendiculari concurret remotius sub axe, dum tamē linea à puncto superiori cū ppēdiculari ducta à puncto inferiori super axem angulū cōtineat acutū.

Sit ut in præmissa speculum pyramidale conuexum a b g, cuius uertex sit a, & axis a d, sitq; in ipso sectio pyramidalis, quæ b f e z, punctum quoq; reflexionis sit e, sitq; linea e d perpendicularis super superficiem speculi concurrens cum axe a k in puncto d in superficie sectionis, sitq; kathetus incidentiæ formæ puncti alicuius reflexi à pūcto z, qui sit h z, cuius punctum z sit propinquius uertici speculi quàm pūctum e, ita tamē quod linea z d, cum linea e d in puncto d contineat angulum acutum, dico quod uerū est quod ꝓponitur, circūducatur enī à puncto z, ipsi speculo circulus per 102. primi huius r g z, & ducantur lineæ a z & a e, linea quoq; a e ex hypothesi est longior quàm linea a z, patet per 100. & 89. primi huius, quoniam abscinditur per superficiem circuli r z g, ideo quia pūctum z propinquius est uertici pyramidis, quæ est a, quàm punctum e sit ergo ut abscindatur in puncto o, est ergo pūctum o propinquius uertici ipsius speculi, quàm e punctum, eritq; linea a o æqualis lineæ a z per 89. primi huius, cum ergo exierit à puncto o, perpendicularis super lineam a o, quæ sit o k, secans axem a d in puncto k, erit per 28. primi huius, linea o k æquedistans lineæ e d, ducantur ergo lineæ k z & d z, & quia linea k z est æqualis lineæ k o per 65. primi huius, est enī pūctus k polus circuli k z b g, sed linea a o est æqualis lineæ a z p 89. primi huius, & linea a k, est cōmunis ambobus illis trigonis, erūt ergo p 8. primi trigoni a d k & a z k æquianguli, sed angulus a o k, est rectus per 29. p[r]imi, ideo quia angulus a e d est rectus, & linea e d & o k æquedistans, ergo & angulus a z k est rectus, est ergo linea k z perpendicularis super lineam longitudinis speculi a z, quæ est in superficie contingentem speculum, est ergo linea k z erecta super superficiem contingentem speculum secundum lineā a z, ducta quoq; à puncto z linea cōtingentem sectionem in puncto z, quæ sit t z q. Perficiaī demonstratio, ut in proxima præmissa, patetq; propositum nunc ut prius, cadat enim pūctus p, quæ sit communis sectio katheti incidentiæ ducti à puncto z cum perpēdiculari e d sub axe a d & sub puncto d, & si in periferia ipsius sectionis signetur punctus ꝓpinquior uertici quàm sit punctum z, qui sit punctus x, ab eo quoq; ducatur kathetus incidentiæ qui sit x y, qui eodem modo si angulus x d e, fuerit acutus, demonstrabitur cōcurrere cum perpendiculari e d sub axe a d, sit concursus in puncto y, dico quod pūctum y remotior erit sub axe a d, quàm punctum p, non enim secabit linea x y angulū a z p, neq; lineam z p, quoniam kathetus ductus à puncto altiori ulterius protenditur sub axem, & kathetus angulum rectum cōtinens cum ꝑpēdiculari e d concurret cum illa in puncto axis d, reliqui uero katheti horū medij, à quorum punctis incidētiæ ductæ lineæ ad punctum d, angulos continent acutos, cum perpendicularis e d non secabit lineam d p, patet ergo propositum.

LXVII.

Kathetum incidētiæ linea reflexionis intra sectionem oxigoniam secāte, & à puncto reflexionis ducta cōtingente, quæ secet kathetum, erit totius katheti proportio ad partē sui resectam intra sectionem oxigoniam, sicut partis extrinsecus resectæ ad eam quæ utrasq; interiacet sectiones.

Esto

Esto a b c sectio oxigonia, cuius punctus b, sit punctus reflexionis, & sit e punctus rei uisæ, d centrum uisus, à puncto quoq; reflexionis quod est b, ducatur linea perpendicularis super superficiem contingentem speculum in puncto b, qui sit g b q, ducta intra speculum propositum in punctum q, & ducatur à puncto e, linea e k perpendicularis super ipsam sectionem, aut super lineam sectionem contingentem, ut fuerit possibile, ducatur quoq; linea cōtingens speculum in puncto b, quæ sit t b u, & alia contingens sectionem in puncto k, duæ itaq; perpendiculares, quæ sunt g b q & o k, concurrent intra sectionem sub axe speculi per tres præcedentes, sit ergo punctus cōcursus illarum perpendicularium pūctum q, sed hoc in proposito aliter declarandum. Ducātur enim lineæ e b o b, k b, palam per 29. primi huius, & ex præmissis, quoniam linea k m, cadet intra superficiem e k b, & linea b t, cadet intra eandem superficiem, igitur linea b t, secabit lineam e k, sit ut secet ipsam in puncto t, & linea k m secabit lineam b e, & sit ut secet ipsam in pūcto m. Cū ergo angulus e k m sit rectus, ut patet ex præmissis, palā quod angulus e k b maior est recto, & similiter quod angulus g b t est rectus, erit angulus g b k maior recto, palam ergo per 14. primi huius, quoniam duæ perpendiculares g b & e k concurrent in aliquo pūcto superficiei reflexionis, cū sint in eadem superficie, sit ut prius earum cōcursus in puncto q, similiter quoq; angulus d b k, est maior angulo recto, qui est g b t, qui est rectus, ut patet ex præmissis, ergo per 14. primi huius lineæ d b & e k cōcurrēt, sit ipsarū concursus punctus h, igitur per 37. quinti, huius, punctus h, est locus imaginis formæ pūcti e, dico itaq; quod erit proportio lineæ e q, quæ est kathetus incidētiæ formæ pūcti e, ad lineā q h, sicut lineæ e t ad lineā t h, quia enim lineæ e k & b e cōcurrunt in puncto e, ducatur à puncto h linea h f æquedistans lineæ e b, per 31. primi, & quoniam angulus e b t, est per 20. quinti huius, æqualis angulo d b u, & per 15. primi, angulus d b u, est æqualis angulo t b h, palā quod angulus e b t, erit æqualis angulo e b h, Restat ergo ut angulus e g b, sit æqualis angulo h b q, ideo quia anguli e b q & e b g, sunt recti & æquales, cū igitur linea e b diuidat angulū e b h per æqualia, erit per 3. sexti, proportio lineæ e t, ad e h, sicut lineæ e b, ad b h, sed per 29. primi, angulus e b g, est æqualis angulo h f b, angulus ergo h f b, est æqualis angulo h b f, quoniam ut postēsum est angulus e b g, est æqualis angulo h b f, ergo per 6. primi, lineæ h b, est æqualis lineæ h f, ergo per 7. quinti, proportio lineæ e b ad lineā h f, sicut ad lineā h b. est autē proportio lineæ e b, ad h f, sicut lineæ e q ad q h, per 4. sexti, quia per 29. primi, trigona e q b & h q b, sunt æquiangula, erit ergo proportio lineæ e b ad h b, sicut lineæ e q ad q h, erit ergo per undecimam quinti, proportio lineæ e t, ad lineā t h, sicut lineæ e q, ad lineā q h, quod est propositum.

XLVIII.

In omni speculo columnari uel pyramidali conuexo, communi sectione superficiei reflexionis & speculi oxigonia existēte linea recta interiacens pūctum concursus duarum præmissarum perpendicularium & locū imaginis maior est linea recta interiacente locum imaginis & punctum reflexionis.

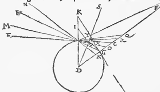
Sit omnimoda dispositio & probatio, ut in præcedente proxima, & quia est proportio lineæ e q ad lineam q h, sicut lineæ e b ad lineam h f, per 4 sexti, & proportio lineæ e b ad h f, est sicut lineæ e b ad lineam h b, per 6. primi, & 7. quinti, erit proportio lineæ e b, ad lineā b h, sicut lineæ e q ad lineā q h, per 11. quinti, ergo permutatim per 16. quinti, proportio lineæ e q ad e b, sicut q h ad h b, sed linea e q maior est quàm linea e b per 19. primi, eo quod angulus e b q maior est recto, ut patet ex præmissis, quia angulus t b q, est rectus, ergo linea q h est maior quàm linea h b, quod est propositū, est enim pūctū q illud in quo concurrūt duæ perpēdiculares g b q & e b

& e b, quæ est kathetus incidentiæ & punctus h locus imaginis formæ puncti e, et punctus b est punctus reflexionis formæ puncti e ad centrum uisus existens in puncto d.

XLIX.

Communi sectione superficiei reflexionis & speculi columnaris uel pyramidalis conuexi existente oxigonia, formaq; rei uisæ oblique speculo incidente, locus imaginum formarum uisorum punctorum quandoq; erit in superficie speculi, quandoq; intra speculum, & quandoq; extra ipsum.

Quod hic proponitur locum habet, cum punctus rei uisæ non fuerit in diametro uisuali perpendiculari super superficiem speculi, tunc enim unius solius forma pũcti super lineam perpẽdicularem accedit ad speculum, & secũdum eandem lineam reflectetur ad uisum, utpote pũctus ipsius ppendicularis lineæ, quæ est in superficie oculi uidentis, punctus eñ ultra superficiem oculi sumptus non potest reflecti super hanc ppendicularem, quia non potest accedere ad speculum super lineam perpendicularem propter rationẽ assignatam in 32. quinti huius, & similiter non potest reflecti forma illius puncti ad uisum ab alio puncto speculi, quàm à puncto illo cui incidit linea perpẽdicularis, si enim daretur hoc posse fieri, tunc accideret duas perpendiculares ductas à superficie speculi cõcurrere in cẽtro eiusdem uisus, quod esset contra 6. undecimi, & contra 20. primi huius, & duo anguli trianguli fierent recti, quod est contra 33. primi, & impossibile, in tali ergo situ perpendicularis reflectitur tantũ in seipsam, sit autem nunc ut forma rei uisæ incidat superficiei speculi non perpenpicula riter, sed oblique, & esto ut superficies reflexiõis secet speculũ columnare conuexum, & communis eorum sectio sit oxigonia sectio, quæ a b g, à cuius punctum a sumatur linea cõtingens sectionem, quæ sit c a t, & ducatur perpẽdicularis à puncto a per undecimã primi, super lineam, e t, intra sectionem quæ sit a d, cadatq; pũctus d intra sectionem, palam ergo per 115. primi huius, quod linea d a diuidit sectionem in duas partes, in quarum utraq; est pũctus unicus in quo pũcto linea sectionem contingens erit æquedistans lineæ d a, sit ergo citra unum illorum punctorum alius, qui sit pũctus g, cuius puncti contingens concurrat cũ linea d a in puncto h extra sectionem, & ducatur linea perpendicularis super hanc lineam contingentem, quæ est g h per undecimã primi, perpendicularis sit g q, secans lineam aliam contingentẽ quæ est e a t, in puncto t, erit ergo punctum t, finis cõtingentiæ per diffinitionem, & hæc quidem perpendicularis, quæ g q, necessario concurret cum linea h d per 14. primi huius, ideo quod angulus q g h est rectus, & angulus g h d acutus, sit ergo in puncto d ipsarum concursus, & ducatur linea g a, quæ producatur extra sectionẽ usq; ad punctum p, & ducatur linea q a, igitur angulus q a h, aut est æqualis angulo h a p, aut maior, aut minor, si sit æqualis, incidit ergo forma pũcti q speculo in pũcto a, & reflectetur ad centrum uisus existens in puncto p per 20. quinti huius, & locus imaginis punctus g, qui est punctus sectionis oxigoniæ & superficiei columnæ speculi per 37. quinti huius, quoniam in illo puncto cõcurrit kathetus incidentiæ ductus à puncto rei uisæ, quæ est q, super lineam contingentem sectionem in puncto g, cũ linea reflexionis, quæ est p a, & quia punctus g est in superficie speculi, patet q̃d tunc uidebitur imago formæ puncti q in superficie speculi, si uero in linea g q supra punctum a, sumatur alius punctus ut f, & ducatur linea f a, erit quidem angulus f a h minor angulo h a p. Est enim angulus f a h minor angulo q a h, qui est æqualis angulo h a p, fiat ergo angulus f a h super a terminum b e h a æqualis angulo qui sit h a n, per 23. primi, & producatur linea a



intra

intra sectionem, concurretq; cum katheto f q g d, & sit punctus concursus k, palam ergo per 20. quinti huius, quod forma puncti f, reflectitur à puncto speculi, quod est a, ad uisum existentē in pūcto n, & locus imaginis formæ puncti f, erit in puncto k, & imagines omnium punctorum lineæ q f, quæ sunt ultra punctum q, erunt intra columnam speculi, ut patet per 34. quinti huius, & ex præmissis, si non inter punctum q & punctum t, qui est finis contingentiæ, ponatur punctum aliquod, ut r, & angulus r a h maior angulo q a h, ergo & angulo h a p, fiat ergo ei æqualis angulus, qui sit h a m, palam quod linea m a producta cadet super lineam g q extra sectionem, ideo enim quia linea p a cōtinens cum linea a h, angulum p a h æqualem angulo q a h, cadit in ipsum sectionem in punctum g, patet quia linea m a, secabit lineam g q, extra sectionem, sitq; ut cadat in punctum o, erit ergo per 37. quinti huius, imago formæ puncti k, in puncto o, & omnium punctorum lineæ r q, excepto puncto q, imagines erunt extra speculum intra puncta o & g, si autem angulus q a h, fuerit minor angulo h a p, secetur ex angulo h a p, angulus h a n, æqualis angulo q a h, per 27. primi huius, palam ergo ut prius quod formæ pūcti q, imago erit in puncto k, & omnium superficierum punctorum lineæ q f, imagines erunt intra sectionem, si uero punctus r, sumatur inferior puncto q, ita ut angulus r a h sit æqulis angulo h a p, tunc erit imago formæ puncti r in sectionis puncti g, quod est in superficie speculi & omnium punctorum inter r & q, imagines erunt intra speculum & omnium punctorum inter puncta k & d, imagines erunt extra speculi superficiem, si uero angulus q a h fuerit maior angulo h a p, fiat angulus h a m æqualis angulo q a h, palam quod linea m a producta secabit sectionem, linea enim e a t, est cōtingens sectionem in puncto a, propter quod linea m a producta necessario sectionem secabit, secet ergo in puncto b, & ducatur linea contingens sectionem in puncto b, qui concurrat cum linea d h in puncto l, concurret autem per 14. primi huius, angulus enim d b l est rectus, & angulus l d b acutus, ducta linea d b, eritq; angulus d l b acutus per 32. primi, cum angulus d b l sit rectus, est ergo per 13. primi, angulus h l b obtusus, linea ergo l b concurret cum linea h g, ut patet per 69. primi huius, ex parte punctorū b & g, quia quantum ad hoc eadem ratio est in circulis & in sectionibus, facietq; cum ipsa angulum acutum, ducatur ergo perpendicularis super lineam l b à puncto b, et per undecimā primi, quæ sit g s, hæc ergo coniuncta cū linea d b, fiat linea una per 14. primi, quoniam utraq; ipsarum cum linea l b, in eodem puncto qui est b, continet angulum rectum, & linea b s, secabit lineam h g, sit ut secet ipsam in puncto x, & quoniam linea l b protracta concurrit cum linea h g, & angulus s b l, est rectus, patet quod linea b s cum linea h g ex parte puncti h, continet angulum acutum per 14. primi huius, erit quoq; angulus s x h acutus, ergo & angulus g y b illi contrapositus similiter est acutus per 15. primi, quia uero linea h g, secat lineam q a, sit punctus sectionis u, & quoniam angulus h g d, est rectus, & linea q a concurrit cum linea f d g in puncto q, quoniam omnes hæ lineæ sunt in una superficie, palam per 14. primi huius, quod linea h g cum linea, q a, continet angulum acutum super punctum u, qui est angulus h u a, quia ergo angulus s x h est acutus, & angulus q u g, contrapositus angulo h u a, per 15, primi, est acutus, patet per 14. primi huius, quod lineæ s b & q u concurrunt, sit ergo concursus ipsarum in puncto z, forma itaq; puncti z, mouebitur ad speculum per lineam z a, & reflectetur per lineam a m, ad uisum existentem in puncto m, & locus imaginis erit punctus b, & loca omnium imaginum punctorum lineæ z s, ultra punctum z, erunt intra sectionem & omnium punctorum lineæ z b, quæ sunt circa z, loca imaginum erūt extra sectionem, quod est propositum.

L.

Lineæ rectæ æquedistantis axi speculi columnaris conuexi, centroq; uisus existente in eadem superficie, reflexionem possibile est fieri à tota lineа longitudinis speculi ad uisum, imagoq; eius uidebitur recta æqualis rei uisæ.

Esto speculum columnare, ut in 30. huius, cuius axi z h, æquedistat linea recta quæ sit t h, erit ergo per 30. primi huius, & per 92. primi huius, linea t h æquedistans lineæ lõgitudinis speculi columnaris, quæ existens in eadem superficie t h z k, sit linea a g, dico quod si uisus, cuius centrũ sit e, fuerit in eadem superficie t h z k cum linea t h, & cũ axe z k, possibile est, ut omnia puncta lineæ t h reflectãtur ad uisum e, quoniã per 30. huius, possibile est, ut puncta reflexionis omniũ punctorũ lineæ t h, sint in linea longitudinis columnæ, quæ est g a, quia illa linea superficiei reflexionis in qua sunt uisus e, & axis z k & linea t h, & superficiei columnæ est communis, ut patet per 93. primi huius, uidebitur ergo imago formæ lineæ t h recta, ideo quia quælibet perpendicularis ducta à puncto lineæ t h, erit in eadem superficie cum uisu & axe, & probabitur loca imaginum punctorum lineæ t h esse secundum lineam rectam disposita, sicut in speculis planis per 52. quinti huius, existit probatum de lineis rectis uisi, patet ergo propositum.

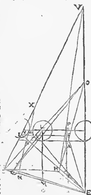
LI.

Lineæ rectæ æquedistãtes axi speculi columnaris cõuexi, uisu nõ existẽte in eadem superficie, imago curua uidetur modicæ curuitatis, & minor re uisa.

Sit dispositio quæ prius in 30. huius, reflectaturq; forma lineæ t h, à linea lõgitudinis speculi, quæ sit a g, dico quod imago lineæ t h, uidebitur aliquãtum curua, forma enim pũcti eius quod est q, ut supra patuit reflectitur ad uisum e, à puncto speculi b, qui est punctus circuli b f, linea ergo à puncto q, ducta ad cẽtrũ circuli b f, quod est l, quæ erit q l, & ipsa est kathetus incidẽtiæ formæ puncti q, quoniam ut patet per 17. tertij, linea q l, est ꝑpẽdicularis super lineã contingentẽ circulum b f, cuius periferia est communis sectio superficiei reflexionis & speculi, hic quoq; kathetus q l, ut patet, concurret cum perpendiculari, ꝑducta à puncto b, quod est punctum reflexionis super ipsam superficiem speculi super axẽ z k, & erit concursus in pũcto axis l, scilicet in centro circuli b f, ꝑ 96. primi huius, cõcurrat ergo linea q l cũ linea m l, in puncto axis l, producatur quoq; linea reflexionis, quæ est e b, quousq; cõcurrat cũ katheto q l, & sit punctus concursus c, uidebitur ergo per 37. quinti huius, imago formæ puncti q in puncto c, & est punctus c, per 1. undecimi, in superficie in qua sunt linea q h, & axis z k, est linea longitudinis a g. Item forma puncti t, lineæ t h, reflectitur à puncto speculi g, q per 10. huius, est punctus sectionis oxigoniæ cũ punctus c sit altior centro uisus, quod est e, nec ipsa sunt in eadem superficie. Est aũt à puncto t, unã tm̃ ducere ꝑpendicularẽ sup ipsam oxigoniã sectionẽ, quæ est cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi, uel super lineã contingentẽ speculũ in pũcto aliq oxigoniæ sectionis per 12. primi, sit ducta, hæc ergo per 114. primi huius, uel per 44. huius, cõcurret cũ perpendiculari ducta à puncto eiusdem sectionis quod est g, super axẽ z k, quæ est linea n g z, eritq; cõcursus sub axe, hoc est sub puncto z, qui est concursus ꝑpendicularis, n z, & axi z k, qm̃ ducta linea t z, erit angulus t z n acutus, ideo quod angulus n z y est rectus, axe k z producta ultra punctum z ad punctum r y, producatur itaq; linea n z ultra punctum z ad punctum x, & ducatur à puncto g, linea concurrẽs cũ linea n z, producta ultra punctum z in puncto x, concurret autem per 14. primi huius, ideo quia angulus x n t, est rectus, uel acutus, & angulus x t n acutus, secetq; linea t x axẽ k z in puncto y, & producatur linea e g, ultra punctum g, donec concurrat cum linea t x, concurrent autem per 29. primi huius, linea enim e g producta secat angulum t g x, ergo & basem t x, quoniam illæ lineæ sunt in eadem superficie ut patet, sit ipsarum sectio in puncto i, erit ergo punctus i, locus imaginis formæ puncti t, per 37. quinti huius, similiter ducta à puncto h, lineæ t h, quæ sit orthogonalis super lineam contingentem speculum in aliquo puncto sectionis oxigoniæ, à qua reflectitur forma puncti h ad uisum e, per decimã huius, illa concurret cum perpendiculari d a r, sub puncto d, qui est punctus axis per 114. primi huius, uel per 44. huius, concurrat ergo in puncto p, & ducatur linea e a, ultra punctum a, donec concurrat cum linea h p,

& sit

& sit secundum præmissos modos punctus concursus s, erit quoq; ut prius pūctus s imago puncti h, ducatur quoq; linea s r, palam ergo cum linea c i concurrat in puncto x cū perpendiculari, n z, quæ est æquedistans lineæ e o, quod eadem concurrat cum linea e o, per secundam primi huius, concurrat ergo in puncto u, similiter linea h s, cum cōcurrat cum perpendiculari d r, quæ est æquedistans lineæ e o, concurrat cum linea e o per eandem secundam primi huius, sed quoniam situs puncti t lineæ t h, respectu puncti e, quod est centrum uisus, idem est cum situ puncti h, & eadem distantia à uisu, q̄m linea t h, æquidistat axi z k, & similiter puncta t & h, æqualiter distant à puncto q, & ut patet ex præmissa 30. huius, situs puncti t & puncti h, ad punctum o, est idem, et punctorum i & s respectu puncti o, est etiam idem situs, ut patet ex præmissis in præsenti demonstratione, ergo per primam undecimi, erit linearum c i & h s respectu lineæ e o, idem situs, lineæ ergo c i & h s concurrent super idem punctum lineæ e o, cōcurrent ergo in puncto u, erit ergo c u h triangulus, & in superficie huius trianguli erit linea i s, axis autem speculi, qui est z k, non est in hac superficie, uerum linea c h, est in eadem superficie cum axe, ut patet ex hypothesi & per secundam primi huius, ergo superficies illa secat superficiem trianguli c b h super lineam cōmunē, quæ est e h, non super aliam, cum ergo punctus c sit in superficie lineæ t h, & similiter axis z k, sit in eadem superficie, & punctus c non sit in linea t h, ergo non est in superficie trianguli t u h, & duo puncta i & s, sunt in superficie illius trianguli, linea ergo i t s erit curua per primam undecimi, & quia ipsa est imago lineæ t h, palam quod imago lineæ rectæ, quæ est t h, est curua, quod est primum propositum, sed eius curuitas modica est, quia perpendicularis ducta à puncto c ad lineam i s ad punctum .f. sectionis lineæ i s, & superficiei circuli est ualde parua, sed quanto maior fuerit linea uisa, quæ est t h æquedistans lineæ lōgitudinis speculi, tanto imago eius erit minus curua, & quanto minor fuerit linea t h, tanto curuitas erit maior, & quoniam linea i t minor est quàm linea t q, & linea s c, minor quàm linea h q, quoniam linea i s, à quo modicum declinat linea i t s, cadit inter lineas t u & h u, concurrentes in puncto u, & est quasi æquedistans lineæ t h, sicut & axi k z, patet ergo, quod linea imaginis quæ est i t s, minor est re uisa, in qua est linea t h, & hoc est secundum propositum, patet ergo totum quod proponebatur.



LII.

Superficie lineæ rectæ uisæ, superficiē in qua est axis speculi columnaris cōuexi orthogonaliter secante, centroq; uisus existente in utraq; superficie à circūferētia circuli, quæ est communis sectio ductarum superficierum & speculi fiet reflexio, lineæq; rectæ uisæ imago erit curua.

Esto linea t h in superficie plana orthogonaliter secante superficiem in qua sunt centrum uisus e, & axis dati speculi columnaris, qui sit d f, sitq; punctum e in superficie cum linea t h, erit ergo punctum e in linea, in qua illæ duæ superficies se intersecant, quod necesse est esse per 19. primi huius, & per primam undecimi, dico quod formæ totius lineæ t h à circumferentia circuli, quæ est communis sectio superficiei, t h e, & superficiei columnæ ipsius speculi, qui sit g b, fiet reflexio ad uisum, aut enim centrum uisus, quod est e, erit retro lineā t h, & tunc cum illa linea sit corporalis est diafona, eius densitas occultabit uisui speculum, & non fiet reflexio, nisi forte solæ formæ capitum lineæ quæ sunt t & h, appareant & reflectantur ad uisum à circulo speculi, qui est b g, & erit formarum horum capitum imago tendens ad curuitatem, sicut per 65. sexti huius patuit

de ſpeculis ſphæricis cõuexis. Si uero fuerit linea t h, diafona groſſæ diafonitatis, ut cri ſtallus, de hoc ſermo alter erit in decimo libro huius ſcientiæ, ſed ſi linea t h ſiue exiſtente diafona ſiue non, fuerit uiſus ſub illa intra ipſam .ſ. et ſpeculum, tunc occultabitur pars lineæ t h, ꝓpter interpoſitionẽ capitis in quo eſt uiſus, pars autẽ illa lineæ t h, quæ uideri poteſt non obſtante capitis impedimento, reflectetur à circulo b g, ad uiſum, eodem penitus modo quem de ſpeculis ſphæricis cõuexis oſtendimus ſuo loco. eſt ergo imago lineæ rectæ t h, taliter uiſæ ſemper curua, quod ſi centrum uiſus e, fuerit extra terminos lineæ t h in eadem ſuperficie ut prius, & fiat reflexio ad formæ lineæ t h ad uiſum, uidebitur imago lineæ t h tota curua, ut patet ſecundum præmiſſa, & hoc eſt propoſitum.

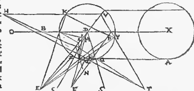
LIII.

Lineæ rectæ uiſæ ſuperficie orthogonaliter axem ſpeculi columnaris conuexi ſecante, centroq́ꝫ uiſus non exiſtẽte in eadem ſuperficie, factaq́ꝫ reflexione ad uiſum æqualiter diſtãtem ab extremis illius lineæ, eius imago uidetur maximæ curuitatis.

Sit ſuperficies plana in qua eſt linea t h orthogonaliter ſecãs ſuperficiem, in qua ſunt centrum uiſus e, & axis ſpeculi columnaris conuexi, quod ſit b k g. Sitq́ꝫ centrum uiſus e, non in eadẽ ſuperficie cum linea t h, cuius extrema t & h, ſicut proponitur æqualiter diſtent à centro uiſus e, palamq́ꝫ per 10. huius, quoniam communes ſectiones omnium ſuperficierum reflexionis & ſpeculi, erunt oxigoniæ, & quõniam ex hypotheſi forma pũcti h, reflectitur ad uiſum e, ab aliquo puncto ſpeculi propoſiti, ſit ergo ut hoc fiat à puncto b per 29. huius, & quia punctus t, eiuſdem eſt diſtantiæ à puncto e quod eſt centrũ uiſus, cuius eſt punctum h, patet quod forma puncti t, reflectitur ad uiſum e, ab aliquo pũcto ſpeculi, ſit illud punctum g, & cum extrema puncta lineæ h t, ſint eiuſdem ſitus & longitudinis à centro uiſus e, erunt etiã puncta reflexionum formarum illarũ punctorum quæ ſunt b & g eiuſdẽ diſtantiæ & ſitus à puncto e centro uiſus, igitur duo puncta b & g, erunt in circulo æquediſtante baſibus ſpeculi, quæ cadet ſemper inter lineam h t & inter ſuperficiem tranſeuntem centrum uiſus e, & ſecantem ſpeculum æquediſtanter baſibus ipſius ſpeculi, quod ideo accidit, quia pũcta reflexionũ quæ ſunt b & g, plus declinant ad centrum uiſus ad quod fit reflexio, quàm ipſa puncta h & c, quorum formæ reflectuntur, ſit ergo ille circulus b z g, cuius centrũ ſit d, ducãtur itaq́ꝫ lineæ incidẽtiæ, quæ ſunt h b & t g, & lineæ reflexionũ quæ ſunt b e & g e, & à cẽtro d ducãtur perpẽdiculares ſuper lineas circulum b z g, cõtingentes in punctis b & g, quæ ſint d g & d b o, palã quia per 21 huius, qm̃ illarũ perpendiculariũ partes, quæ ſunt g d & d b ſunt ſemidiametri circuli b z g, & ducatur linea à pũcto d, centro circuli ad centrũ uiſus quæ ſit e d, & producãtur lineæ incidẽtiæ quæ ſunt h b & t g, donec cõcurrant cũ linea e d, cũ autẽ puncta h & t, ſint eiuſdẽ ſitus & diſtãtiæ reſpectu puncti e, & reſpectu centro d, palã quod lineæ h b & t g, habebũt eundẽ ſitũ reſpectu lineæ e d, concurrent ergo in idẽ punctũ illius lineæ d, eſto ꝙd cõcurrẽt in pũctũ b, ducatur'q́ꝫ linea lõgitudinis columnæ ſpeculi in qua ſit pũctus z, & ſit hæc linea in ſuperficie plana, in qua eſt centrũ uiſus & axis ſpeculi, ſitq́ꝫ linea a z & ducantur lineæ l z n & d z c, & quoniam ſuperficies in qua ſunt centrum uiſus & axis ſpeculi interſecat ſuperficiem in qua eſt linea t h, ſit punctus lineæ t h, in quo hæc ſectio punctus q, & a puncto q, ducatur linea æquediſtans lineæ d z c, cadat quidẽ hæc linea ꝑ 2. primi huius, ſuper axẽ ſpeculi ex una parte & ſuꝑ lineã l z n ex alia, cadat ergo in pũctũ n lineæ l z n, palã autẽ per 20. quinti huius, qm̃ angulus h b o, q eſt angulus incidẽtiæ formæ pũcti h, eſt æqualis angulo o b e, q eſt angulus reflexiõis, ſed angulus

h b o per

hbo,per 15.primi huius,est æqualis angulo l b d,qm̄ est ei contrapositus, & angulus o be,æqualis est duobus angulis b e d, & b d e, per 32.primi, cum in triangulo e b d, ipse sit extrinsecus, angulus ergo l b d,æqualis est eisdē duobus angulis.s.b e d,& b d e, secet itaq; ex angulo l b d,angulus qui sit m b d,æqualis angulo b d e,per 27.primi huius. Remanet ergo angulus m b i,æqualis angulo b e d,quia ergo in triangulo e b m, angulus bem,est æqualis triangulo m b l,& angulus b m e, cōmunis utercß illoꝶ trigonoꝶ erit per 32.primi,angulus m b e,trigoni maioris æqualis angulo m b l, trigoni minoris, est ergo per 46,proportio lineæ e m ad b m,sicut lineæ b m ad m l,ergo per 16. sexti, illud quod fit ex ductu lineæ e m in m l, æquale est quadrato lineæ b m, ducatur quoq; linea m 3,& qm̄ angulus b d m,maior est angulo 3 d m,quia em̄ angulus s d e,est æqualis angulo d e, ꝓpter identitatem situs punctoꝶ reflexionū,quæ sunt b & g, à centro uisus e, quæ causatur ut præostensum est ex identitate situs punctoꝶ uisorum, qui sunt h & t,respectu uisus e, angulus ueros de,maior angulo 3 dm,nec totum sua parte, ergo & angulus b d m, est maior angulo 3 d m. Sed & duo latera 3 d & d m,sunt æqualia duobus lateribus b d & d m,qm̄ d b & 3 d, sunt ex centro ad circūferentiā, & latus d m est cōmune, erit ergo p 24.primi,latus m b,maius latere m 3,illud ergo quod fit ex ductu lineæ e m in l m, maius est quadrato lineæ 3 m, sit ergo ductus lineæ e m, in lineam m i, minor ꝙ sit linea m l,æqualis quadrato lineæ m 3 ,& ducantur lineæ l b,i 3 , e 3 , & quia trianguli e 3 m,& 3 i m,quoꝶ cōmunis angulus est 3 m i,per 6.sexti, sunt æquianguli ꝓpter laterū suoꝶ ꝓportionalitatē ex 16.sexti,quæ continēt illum communē angulum, erit ergo angulus m 3 i,æqualis angulo 3 e i,est ergo angulus m 3 l, qui est maior angulo m 3 i, maior angulo 3 e d. Sed qm̄ angulus m b d,constitutus est æqualis angulo b d m, erit linea m d,æqualis lineæ m b, per 6.primi. Sed linea m b,est maior ꝙ linea m 3 , ut patet ex præmissis,ergo linea m d,est maior ꝙ linea m 3,ergo per 18.primi,erit angulus m d 3, maior angulo m 3 d,igitur angulus d 3 l,maior est duobus angulis e d 3, & 3 e d, angulus enī 3 l,continet angulūm 3 l,maiorem angulo 3 d e,qm̄ angulus m 3 i, qui est pars anguli m 3 l,æqualis est angulo 3 e d,ut supra patuit. Item præter angulum m 3 l, cōtinet angulum d 3 l,& angulū d 3 m,maiorē angulo m d 3,angulus uero n 3 e,est æqualis angulo d 3 l,per 15.primi,& angulus e 3 c,per 32.primi,æqualis est duobus angulis 3 d e & 3 e d,est ergo angulus n 3 o,maior angulo e 3 c,secet ergo ex angulo n 3 c,p 27.primi huius,angulus æqualis angulo e 3 c,qui sit 3 c f,ducta linea 3 f,quæ quidē concurret cum linea n q,per 2.primi huius,qm̄ concurrit in puncto 3,cum linea c d,æquedistante lineæ n q,concurret ergo super punctum f,cū ergo angulus f 3 c,sit æqualis angulo e 3 c,palam per 20.quinti huius,qm̄ reflectetur forma puncti f,ad uisum e,à puncto speculi e,sed forma puncti q,reflectitur ad uisum ab aliquo puncto lineæ longitudinis speculi transeuntis per punctum 3,reflectit̄ ergo à puncto quod est ultra punctum 3,quia si deē ut reflectat̄ à puncto quod sit circa punctū 2,ꝓpinquius puncto e,ꝙ sit punctū 3,tūc linea ducta à puncto q,ad illum punctū reflexionis secabit lineam f 3, ille ergo punctus sectionis reflectet̄ ad uisum e,à duobus punctis lineæ longitudinis speculi, qui est 3 a,s.à puncto 3,& ab alio puncto dato,quod est impossibile, per 26. huius. Sumat̄ ergo punctus reflexionis formæ puncti q,ultra punctū 3, & sit punctus k, à quo reflectat̄ forma pūcti q, ad uisum e,& ducatur linea incidētiæ quæ sit l k,& linea reflexionis quæ e k,& producatur linea e k,donec concurrat cum linea n q,concurret autē linea e k,cum



linea n q, per 2. primi huius, quia concurret cum linea d c, æquedistante lineæ n q, hæc eñ in eadem superficie est inter puncta e & k, cõcurrunt itaq; lineæ e k & n q, & sit punctus concursus p, erit ergo per 37. quinti huius, punctus p, locus imaginis formæ pũcti q, sed punctus h, reflectit̃ ad uisum e, à puncto sectionis oxigoniæ, cũ non sit in eadem superficie cũ uisu e, si ergo à puncto h, ducatur kathetus incidentiæ formæ puncti h, qui erit linea perpendicularis super lineam rectam contingentẽ sectionem oxigoniam in aliquo puncto ipsius sectionis, palam quia kathetus ille concurret cũ perpendiculari b d, sub axe per 44. huius, concurrant ergo in puncto aliquo, similiter à puncto t, est ducerẽ unum kathetum incidentiæ, lineam. f, perpendicularẽ super sectionem oxigoniam, à cuius sectionis puncto reflectit̃ forma puncti 1, ad uisum e, quæ sicut prius cõcurrer cũ perpendiculari s g d, sub axe, & qm̃ semidiameter b d & g d, non possunt esse linea una, ut patet per 78. quarti huius, palam per 112. primi huius, qm̃ reflexio formaꝝ punctoꝝ h & t, fit ex hypothesi, & per 23. huius, à duobus punctis duarum sectionũ columnarum scilicet lineã 3 d, ꝑductam transspeculum se intersecantium per 24. huius, & per 1. undecimi, & 19. primi huius, & qm̃ puncta h & t, lineæ h 1, sunt eiusdẽ situs respectu lineæ e d, ideo eñ quod illa puncta h & t, sunt eiusdẽ situs respectu uisus e, ex hypothesi, linea uero e d, quia diameter uisualis est in eadem superficie cũ axe speculi & centro uisus, habẽt ergo puncta h 3 t, eundẽ sitũ respectu lineæ e d, & puncta sectionis similiter ꝑ quæ transeunt kathetii incidentiæ ducti à punctis h & t, & hæc omnia accidunt ꝓpter identitatem situs punctoꝝ h & 1, respectu uisus e, & respectu lineæ e d, palam ergo quod illi duo katheti à puncto h & t, ducti sup illas sectiones, quoꝝ ut patet ex ꝑmissis quilibet cõcurrit cũ linea e d, ambo cõcurrent in eodẽ puncto lineæ e d, concurrant ergo in puncto u, quia linea e b, ꝑducta cõcurret cũ linea h u, sit punctus concursus r, concurrat'q; linea e g, cũ linea t u, in puncto y, & ducat̃ linea r y, palã ergo per 37. quinti huius, quia punctum r est imago formæ puncti h, & punctũ y, est imago formæ puncti 1, habemus ꝙ triangulũ e r y, & extra superficiẽ huius trianguli est punctum 3, superficies ergo huius, trianguli altior est ꝙ linea e p, si centrum uisus fuerit altius ꝙ linea h t, & est bassior si centrum uisus fuerit bassius ꝙ linea h t, est ergo punctus p, semper extra illã superficiem, linea ergo r p y, est semper curua per 1. undecimi, sed ipsa imago lineæ t h, ut patet per 37. quinti, est ergo imago lineæ h t, modo proposito situatæ respectu centri uisus & speculi columnaris conuexi semper curua curuitate non modica, quod est propositum.

LIIII.

Lineæ rectæ uisæ non æquedistantis axi speculi columnaris conuexi, cuius superficies oblique secat axem, imago uidetur curua diuersæ curuitatis secundum diuersitatem sui situs.

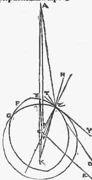
Quia eñ per 51. huius, patet quod linea recta æquedistans axi speculi columnaris conuexi imaginẽ habet non rectam sed curuã, licet modicæ curuitatis, lineæ uero cuius superficies orthogonaliter secat axem speculi uisu non existente in eadem superficie cũ linea uisa, imago semper uidet̃ curua per proximã ꝑmissam, palam per eandem, qm̃ lineæ inter has duas sitæ, quæ magis accedũt ad uisum lineæ æquedistantis lineæ longitudinis columnæ, habebuntur imagines plus accedentes rectitudini, lineæ uero quæ plus appropinquant lineis, quaꝝ superficies orthogonaliter secant axem plus accedũt in suis imaginibus ad curuitatẽ, & augmẽtatur uel minuitur curuitas imaginum secundũ accessum uel recessum lineaꝝ ad alterũ istoꝝ situum, & hoc est propositum.

LV.

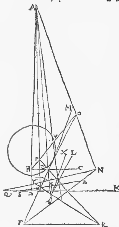
Forma omnis lineæ rectæ incidentis uertici speculi pyramidalis conuexi oblique super axem reflectitur ad centrum uisus intra illam & superficiẽ speculi constitutum à linea longitudinis speculi, imago'q; ipsius uidetur curua modicæ curuitatis cuius conuexitas est ad uisum.

Sit speculum pyramidale conuexũ a b g, cuius uertex sit a, & cuius axis sit a d, signetur'q;

turq; in sũpficie conica eius linea longitudinis utcũq; contingit, quæ sit a 3, per 101. primi huius, ducaturq; punctũ 3, superficies æquedistans basi pyramidis, hæc ergo per 100. primi huius, secabit pyramidẽ speculi secundũ circulũ qui sit 3 u, & ducatur per 11. primi, à puncto 3, ꝑpendicularis super lineam longitudinis 3 a, quæ ꝓducta ad axem speculi, quæ est a d, cadat in punctũ h, concurret autẽ cũ axe per 96. primi huius, uel per 14. primi huius, ideo quia angulus d a 3, est acutus, & à puncto 3 ducatur linea contingens circulũ 3 u, per 16. tertij, quæ sit 3 m, & ducatur à puncto a, linea continens cũ utraq; linearũ a 3 & a h, angulum acutũ, quæ sit extra superficiẽ contingentẽ pyramidẽ super lineã a 3, hoc em̃ est possibile, cũ angulus h a 3, sit acutus. Sit ergo illa linea a n, & in superficie in qua sunt lineæ a n & a h, ducatur à puncto h, linea, continens cum linea a h, angulum æqualem angulo 3 h a, per 23. primi huius, hæc ergo linea concurret cum linea a n, per 14 primi huius, ideo quod ut patet ex p̃missis, duo anguli n a h, & a h 3, sunt acuti. Sit ergo punctus concursus o, linea itaq; h o, secabit circũferentiã circuli 3 u, ideo em̃ quod angulus a h o, est æqualis angulo a h 3, oportet quod lineæ 3 h & o h, sint in eadem superficie, secet ergo linea h o, periferiã circuli in puncto u, & ꝓducatur linea longitudinis speculi quæ a u, & extrahatur linea perpendicularis h 3, extra speculũ ad punctum c, & ducatur linea o 3, & ꝓducatur in continuũ & directum, & sit o 3 f, & producatur linea a 3, ad punctũ e, angulus ergo f 3 h, est acutus, per 15. primi, quia linea o 3, cũ linea t 3, continet angulum acutũ. Est em̃ angulus a 3 c, rectus, & quia linea o 3, secat superficiẽ contingentẽ speculũ super lineã a 3, super quã erecta est linea h 3, ut patet ex p̃missis, angulus itaq; a 3 h, existente recto, angulus o 3 a, est acutus, ergo per 15. primi, relinquitur ut angulus e 3 f, sit acutus, à puncto ergo f, ducatur perpendicularis super lineam a e, per 12. primi, & ꝓducatur in continuũ & directũ donec concurrat cũ linea a o, in puncto n, cõcurret autẽ linea f e, cũ linea a o, per 14. primi huius, ideo quia angulus e a o, est acutus, & angulus a e n, rectus, & ducatur à pũcto e, linea e d, æquedistãs lineæ 3 h, erit ergo per 8. undecimi, linea e d, perpendicularis super sũpficiẽ contingentẽ pyramidẽ secundũ lineam a e, cum linea 3 h, sit perpendicularis super eandẽ superficiem, & ducatur à puncto e, linea e l, æquedistans lineæ 3 m, & imaginetur superficies, in qua sint lĩeæ e l & e d, secare pyramidẽ, erit quoq; cõmunis sectio huius sũpficiei & sũpficiei conicæ ipsius speculi sectio oxigonia ꝑ 103. primi huius, qm̃ illa sũpficies l e d, est obliqua super axem a d. Sit ergo illa sectio d e c, linea uero m 3, quæ est contingens circulũ 3 u, est perpendicularis super lineam a e, ꝑ 22. primi huius. Ideo quia axis a h, erectus est sũp superficiem illius circuli per 89. primi huius, & linea 3 m, est perpendicularis super illius circuli diametrũ per 17. tertij, est ergo linea 3 m, erecta sũp sũperficiẽ a 3 h, ut patuit in 41. huius, qm̃ superficies circuli, & superficies a 3 h, sunt adinuicẽ erectæ, ergo linea l e, æquedistans lineæ 3 m, per 8. undecimi, est perpẽdicularis sũp superficiẽ a d e, ergo angulus a e l, est rectus, quod tñ facilius patet per 29. primi, quia em̃ angulus a 3 m, est rectus, erit & angulus a e l, rectus. Sed angulus a e n est rectus, & similiter angulus a e d, est rectus per 29. primi. Ideo quia angulus a 3 h, est rectus, & linea e d, æquedistat lineæ 3 h, ergo per 5. undecimi lineæ n e, l e, d e, sunt in eadẽ superficie sectionis, & linea a e, est erecta super superficiẽ illius sectionis, cũ omnes illæ lineæ cũ linea a e, cõcurrant ad angulos æquales & rectos, ergo linea f n, est in superficie sectionis, ꝓtrahatur itaq; linea d e, in continuũ & directũ usq; ad punctum k, & extrahatur à puncto f, linea æquedistans lineæ d e k, quæ sit f r, hæc ergo linea æquedistabit lineæ h 3, per 30. primi, & producatur à puncto 3, in superficie o 3 h, linea recta continens cũ linea 3 c, angulũ æqualem angulo o 3 c, qui est acutus per 13. primi, quia ut supra patuit, angulus o 3 h, est obtusus



ausus, hæc ergo linea concurret cũ linea f r, per 2. primi huius, quia secabit lineam 3 h, æquedistantẽ lineæ f r, & est in superficie eius, quia linea 3 f, est in superficie eius. Oẽs autẽ lineæ æquedistantes sunt in eadẽ superficie per 1. primi huius, cõcurrat ergo in puncto r, & sit angulus r 3 c, æqualis angulo o 3 c, & quia angulus o 3 c, est æqualis angulo 3 f r, per 29. primi, quia est extrinsecus illi, & angulus c 3 r, æqualis est angulo sibi coalterno, qui est angulus 3 r f, palã quod angulus z f r, est æqualis angulo 3 r f, ergo per 6. primi, lineæ 3 f & 3 r, sunt æquales. Et quia linea f e n, est in superficie sectionis, & linea f r, est æquedistans lineæ e d, quæ est in superficie sectionis. Est ergo per 2. primi huius, & per 7. undecimi, linea f r, in superficie illius sectionis, producatur quoq; linea r e, erit ergo linea r e, similiter in superficie sectionis per 7. undecimi, & quoniam superius declaratũ est, quod linea longitudinis speculi, quæ est e a, est perpendicularis super superficiẽ sectionis, uterq; ergo angulus a e r, est rectus per diffinitionẽ lineæ sup superficiẽ erectæ, quadratum ergo lineæ f 3, ualet duo quadrata linearũ 3 e & f e, per 46. primi. Similiter quadratũ lineæ 3 r, ualet duo quadrata linearũ 3 e & e r. Sed quadratũ lineæ 3 f, est æquale quadrato lineæ 3 r, quia & linea lineæ est æqualis ex præmissis. Est autẽ amborũ cõmune quadratum lineæ 3 e. Relinquitur ergo quadratũ lineæ f e, æquale quadrato lineæ e r, erit ergo linea f e, æqualis lineæ r e, ergo per 5. primi, duo anguli e r f, & e f r, sunt æquales. Sed angulus n e r, est æqualis angulo e f r, per 29. primi, quia est ei extrinsecus, & angulus k e r, est æqualis angulo e r f, quia est ei coalternus. Sũt ergo anguli n e k, & k e r æquales, ergo per 20. quinti huius, forma puncti n, reflectitur ad uisum existentẽ in puncto r, à puncto speculi e, & forma puncti o, reflectitur ad uisum existentẽ in puncto r, à puncto speculi 3, & omnis linea producta à puncto f, ad aliquod punctum lineæ o n, secabit lineam 3 e, patet quoq; secundũ præmissa quod illa linea erit æqualis lineæ productæ à puncto r, ad idẽ punctũ, quia linea a e, est perpendicularis super superficiẽ, in qua sunt lineæ r e & f e, quæ est superficies sectionis, & duæ lineæ f e & r e, sunt æquales, omnes ergo lineæ extractæ à punctis f & r, ad aliquod unum punctum lineæ 3 e, sunt æquales iterando modũ probandi quo usi sumus prius, patet ergo quod forma omnis puncti, qui est in linea o n, cõuertetur ad uisum existentem in puncto r, ex illo puncto speculi quod secatur in linea 3 e omnis quoq; linea extracta ex uertice pyramidis, qui est a, cadensq; oblique sup axem pyramidis speculi, qui est a d, ita ut angulos acutos cõtineat cũ axe a d, & cũ linea longitudinis quæ est a 3, uel alia quocũq; præmisso modo demonstrari potest, quia aliqua pars ipsius reflectitur ad uisum, tunc dispositũ respectu illius uisibilis ut nunc est dispositũ punctum r, respectu lineæ o n. Similiterq; patet, quod in hac dispositione formæ punctorum totius lineæ a o n, reflectentur ad uisum in puncto r, existentẽ, & si punctus r, ulterius producatur in maiori distantia à puncto 3, & augmentabitur quantitas lineæ a o n, secundũ illud, & huius quidẽ simile demonstratũ est per 41. huius, nunc uero hoc præmisimus in hoc proposito theoremate, ut studiosus indagare ea quæ sequuntur facilius possit. Oĩbus itaq; ex his suo modo dispositis cõtinetur linea n d, secabit ergo linea n d, circũferentiam sectionis, nam duo puncta d & n, sunt in eadem superficie sectionis, & punctũ n, est extra circũferentiã sectionis, d uero est intra illam, secet ergo linea n d, circũferentiã sectionis in puncto e, & quia triangulus a h o, est totus in eadẽ supficie



per

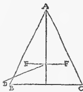
per 21. undecimi, palam quoniam linea n d, erit in superficie trianguli, a o h, per primam undecimi, puncta enim d & n, sunt in lineis a o & a h, ergo & linea n d, est in superficie eadē cum illis, erit ergo punctus c, in superficie trianguli a o h. Similiter etiam duo puncta a & u, sunt in superficie huius trianguli a o h, ut patet ex pmissis, quoniam linea h o, secabat peripheriam circuli 3 u, in puncto u, sic enim notauimus punctum illud, tria ergo puncta quæ sunt a & u & c, sunt in superficie huius trianguli a o h, sed puncta a b c, sunt omnia in superficie speculi, ergo tria puncta a u c, sunt in linea cōmuni, quæ est linea recta per 90 primi huius, fiat enim sectio secundū axem speculi, ergo pūcta a u c, sunt in linea recta, protrahatur ergo linea a u, recta ad punctū c, & pducatur linea r 3, ultra punctū 3, quæ secabit lineā o h, per 29. primi huius, ideo quia lineæ r 3 & h o, sunt in eadem superficie, & linea r 3, quæ secat angulū f 3 c, secat angulū eius contrapositū, qui est h 3 o, ergo & basem illi subtensam quæ est h d, necessario secabit, secet ergo ipsam in puncto p. Est ergo punctus p, in superficie trianguli a o h, pducatur quoque linea a p, & protrahatur ultra p, secabit ergo lineā d n, per 29. primi huius, secat angulū d a n, secet quoque ipsum in puncto g, & quia punctus f, nō est in superficie cōtingente pyramidē speculi transeunte per lineā a 3 e. sed oblique incidit eidē, ut patet ex pmissis. Est autē in superficie sectionis, & quoniam superficies sectionis non est erecta super superficiē a d e, per 103. primi huius patet per 4. undecimi, quia necessario erit angulus a e d, acutus, quoniam angulus a e f, est rectus, angulus ergo d e n, per 13. primi, est obtusus, ergo angulus e d n, est acutus per 32. primi, cadit ergo in triangulo ampligonio qui est d e n, & sit linea e x i, cōtingens sectionē in puncto c: per ea ergo quæ pmissa sunt in demonstratione 4. quinti huius, & etiam ex eo quoniam angulus d e x, est obtusus, palā quod ppendicularis extracta ex puncto c, super lineam c x, cōtingentem sectionē secat angulum d c x, & quod concurret cū linea e d, sub puncto d, hæc ergo perpendiculariter secet lineā e d, producta ultra punctū d, in puncto r, perpendicularis ergo extracta ex puncto n, sup lineā contingentē sectionem secabit lineam e d, ultra punctū s, remotius à puncto d, quam sit punctū s, siue ista perpendicularis cum linea e d, cōcurrant ultra circūferentiam sectionis uel intra illam: perpendicularis enim extracta à pūcto n, super lineam contingentē sectionem non secabit angulū d e x, sicut linea perpendicularis ducta à puncto c, secat angulū illum, ut enim patet per 46. huius, & per 113. primi, erit illa ppendicularis remotior à linea n e, quam sit linea n d e, hæc ergo perpendiculariter secat axem speculi, qui est a d, in puncto altiori quam sit punctum d, sit ergo perpendicularis extracta à puncto n, super lineam contingentem sectionem in puncto suæ incidentiæ linea n q, & linea r e, secat lineam n e, in puncto e, qui est punctus circūferentiæ sectionis, & est in ipsius superficie, & similiter linea n q, est in superficie sectionis. Si ergo linea r e, quæ est linea reflexionis extrahatur motiuū & directum, palam quod ipsa secabit lineam n q, per 29. primi huius, quoniam ipsa protracta secat angulū q e n, secabit ergo basem q n in trigono n e q, sic ergo n t, secet ipsum in puncto x. Item quia punctum e, quod est in supficie sectiōis est extra supficiē trigoni a n d, quod trigonū secabit supficiē sectiōis quia superficies a n d, non est superficies sectionis, cum sicut patet ex pmissis, punctum a, sit extra superficiem sectionis, & linea a e, sit perpendicularis super superficiem sectionis, & punctus e, est in circūferentia ipsius sectionis, est antē linea n c d, communis ambabus illis superficiebus trigoni. s. a n d, & sectionis, ergo per 19. primi huius, linea n c d est communis sectio illarum superficierum. s. trigoni a n d, & sectionis linea n q, concurrit cum ipsa sectione ultra punctū c, ut supra declaratum est, ergo linea n q, est ultra superficiem trigoni a n d, sed linea a p g, est in ipsa superficie trigoni a n d, punctus ergo y, qui per 37. huius, est locus imaginis formæ puncti n, cum ipse sit communis sectio lineæ reflexionis, quæ est r e, & katheti incidentiæ formæ puncti t, quæ est linea n q, erit ultra lineam a p g, uisu itaque existente in puncto r, & forma alicuius rei uisæ reflexa ad centrum uisus in puncto r, à linea longitudinis speculi, quæ est 3 e, ut nunc in præcedentibus ostensum est, quod forma puncti o, reflectitur ad uisum existentem in puncto r, à pūcto speculi 3, & forma pūcti n, à pūcto speculi e, tūc pūctus p, erit locus imaginis formæ pūcti o, per 37. quinti huius, quoniam ipsum pūctum p, est cōis sectio lineæ reflexionis, 3 r,

katheti incidentiæ forma puncti o, qui est linea o h, & punctus y, est locus imaginis formæ puncti n, forma uero puncti a, uidebit in suo loco proprio, quia est in uertice pyramidis, & erit imago lineæ a o n, linea transiens per puncta a p y, sed hæc linea est cõuexa, quia punctũ y, est ultra lineã a p g, fit ergo illa linea imaginis curua, quæ est linea a p y, sicut autem patuit qđ formæ omniũ pũctorũ lineæ a n, reflectunt ad uisum existentem in puncto r, à linea longitudinis speculi, quæ est a e, lineæ ergo reflexionũ per quas reflectuntur illæ formæ sunt omnes in superficie trianguli r a e, omnes ergo imagines punctorum lineæ a n, sunt in hac superficie, ergo linea a p y, quæ est conuexa, est in hac superficie, & punctus p, qui est locus imaginis formæ puncti o, & ppior centro uisus qui est punctus r, q̃ sit punctus y, qui est locus imaginis formæ puncti r, ppter quod erit conuexitas huius imaginis respiciens centrum uisus, eritq; conuexitas parua, & diameter huius imaginis, quæ diameter est linea a y, et si maior q̃ sit linea a n, cuius imaginis est ipsa diameter, erit autẽ illius diuersitatis excessus modica quantitatis, imagines ergo linearum quæ extrahuntur ex uerticibus pyramidaliũ speculorũ conuexorum oblique super axem speculi, comprehendũtur à uisu à talibus speculis secundum lineam longitudinis suæ reflexæ, & apparent conuexæ, & hoc est propositum.

LVI.

Omnis forma lineæ rectæ æquedistantis latitudini speculi pyramidalis conuexi uisu existente extra eius superficiem speculum æquedistanter basi secantem reflectitur ad uisum secundũ oxigonias sectiones, imagoq; ipsius uidetur curua maximæ curuitatis cuius conuexitas est ad uisum.

Esto speculum pyramidale conuexũ, cuius uertex sit a, diameter basis b c, est ergo ipsius latitudo trigonũ a b c, sitq; centrũ uisus d, & linea recta uisa sit e f, æquedistans superficiei trigoni a b c, sitq; centrũ uisus d, extra superficiem, in qua linea e f, existente per ipsam secare t speculũ æquedistanter suæ basi, dico qđ forma lineæ e f, reflectitur ad uisum d, secundũ oxigonias sectiones speculi superficiẽ secantis, nõ enĩ potest reflecti secundum lineã longitudinis speculi, qm̃ tunc oportet ut cõncurret cũ axe speculi uersus uerticem per 41. huius, & quod oblique incidet eidem, cuius oppositum dicit hypothesis, à superficie uero istorũ speculorũ secũdum circulum non fit reflexio per 12. huius, oportet ergo de necessitate ut harum linearũ reflexio cũ sit ad uisum fiat secũdũ oxigonias sectiones, & qm̃ katheti incidentiæ qui sunt perpendiculares super illas oxigonias sectiones, qui sunt perpẽdiculares super lineas illas sectiones contingentes cũ lineis reflexionum, concurrunt enĩ in eadẽ linea æquedistante lineæ uisæ, sed in lineis diuersis, ideo imagines talium linearũ sic dispositarũ respectu superficierũ istorũ speculorũ uidẽt curuæ, sicut de speculis columnaribus ostẽdimus in 53. huius. Sunt autẽ imagines harum linearũ multum curuæ, ita ut ipsarũ curuitas sit manifesta sensui, sitq; centrum illarũ imaginum extra superficies, in quibus est conuexitas formarum harũ linearum, suntq; diametri imaginum harum linearum multo minores ipsis lineis, qđ accidit propter augmentum suæ curuitatis, patet ergo propositum.



LVII.

Linearum rectarum superficiebus speculorum pyramidalium cõuexorũ non secundum concursum cum uertice axis neq; æquedistanter latitudini speculi, sed inter hæc oblique incidentium imagines sunt curuæ diuersæ curuitatis secundum modum quo plus participant situbus extremis.

Quod hic proponi satis euidentẽ habet causam, lineæ enĩ rectæ applicatæ his speculis neq; secundũ lineam longitudinis ut in 41. & 55. huius, neq; æquedistanter latitudini speculi, ut in pmissa medio modo secundũ quod plus approximant uni situi uel alteri participant

participant modos curuitatis,unde illæ quæ plus approximant in suo situ lineis existentibus in longitudine speculi,habent formas minus cōuexas,quæ uero plus approximāt lineis æquedistantibus latitudini speculorum,habent formas magis manifeste conuexas, sed tortuose tñ,quia quæ appropinquant plus uertici speculorum habent formas strictiores & cōuexiores,quæ uero appropinquant plus basi speculi,habent formas ampliores,uetumtñ omnium illorum imaginum conuexitas erit manifesta,patet ergo ꝓpositum.

LVIII.

Omnis forma rei uisæ in speculis pyramidalibus conuexis uidetur pyramidalis similis speculi pyramidalitati.

Quod hic ꝓponitur patet per 40.sexti huius,qm̄ ibidem monstratum est in speculis sphæricis conuexis,quod quanto minus fuit illud speculū,tanto minores erunt circuli cadentes in superficie ipsius,& sic imagines erunt propinquiores centro,& ideo erunt minores,similiter quoq; sectiones cadētes in aliquo speculo pyramidali,illæ quæ sunt ꝓpinquiores uertici sunt minores & strictiores,& sic locus imaginis erit ꝓpinquior puncto in quo cū axe speculi concurrunt perpendiculares ductæ super superficies contingentes ipsa specula in punctis reflexionū oxigoniarum sectionū,à quarum punctis fit reflexio ad uisum,erunt ergo illæ imagines minores,sectiones uero oxigoniæ q̄ sunt ꝓpinquiores basi habent contrariā dispositionem alijs superficiebus,qm̄ ipsæ sunt ampliores,ut patet per 116.primi huius,unde loca imaginū fiunt remotiora à puncto in quo concurrunt p̄dictæ perpendiculares ductæ sup superficies contingentes ipsa specula in punctis reflexionum,fiunt ergo imagines maiores, & ꝓpter hoc accidit,quod imagines formarum uisarū in speculis pyramidalibus cōuexis fiunt pyramidales similes pyramidalitati speculorum, quod enim ex formis fuerit propinquius uertici speculi,erit strictius, & quod fuerit propinquius basi erit latius, omnino enim forma rei uisæ quæ comprehenditur per reflectionem ab aliquo speculorum facta assimilabitur superficiei speculi à qua reflectitur illa forma, ut patet per 38.quinti huius,reliquæ uero oēs fallaciæ quæ accidunt uisui ex speculis colūnaribus conuexis,accidūt etiā istis,unde non est iterū tantis immorandum,econuerso etiam quæcunq; fallaciæ accidunt in speculis his pyramidalibus,accidunt etiā in ipsis columnaribus,excepta pyramidatione imaginum,qm̄ oxigoniæ sectiones columnariū speculorum,quæ sunt eiusdē decliuitatis super axem columnæ,omnes sunt æquales,& pars omnis talis sectionis cacumen speculi respicientis est similis parti sibi æquali in eodē situ respicienti basem speculi,quod non est in sectionibus oxigonijs pyramidū,quæ,ut ostensum est per 116.primi huius, om̄es ad partem basis pyramidū dilatant̄,secundū quod circuli ipsas æquedistāter basibus secantes sunt maiores,qui circuli omnes in columnis sunt æquales,patet itaq; propositum.

LIX.

In speculis columnaribus uel pyramidalibus conuexis maioribus maiora uidentur idola,reíq; uisæ propinquioris imago uidetur maior.

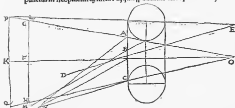
Propositæ passiones aliæq; q̄ plures cōmunes sunt his speculis columnaribus uel pyramidalibus & speculis sphæricis cōuexis,unde istarum passionum sicut & aliarum communiū idem hinc inde demōstrandi est modus,uerū si in ꝓpositis his speculis fiat cōmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sectio oxigonia, quæ non accidit in speculis sphæricis,cū in illis solum sint circuli,tunc in his quæ in hoc nostro libro p̄misimus, hic erit in ipsis sectionibus ut illic in circulis demonstrandum,patebitq; propositum ingenio diligenti.

LX.

Possibile est speculum columnare uel pyramidale conuexum taliter sisti, ut intuens uideat in aere extra speculum imaginem rei alterius non uisæ.

Sit speculū columnare conuexum,cuius linea longitudinis sit a b c,quod erigatur super basem suam in loco aliquo domus cōuenienter amplæ,ita ut linea a c, cuius medius punctus sit b,erecta super pauimentū domus,ducaturq; linea contingens speculum in puncto b,perpendiculariter super lineam a b,quæ sit d b e,quæ secundum puncta d & e tangat parietes domus,& illa pūcta signentur in ipsis domus parietibus. Superficies

itaq; in qua eſt linea d b e, quæ eſt orthogonalis ſup axem ſpeculi, palam q̃m ſecat ſpeculum ſecundū circulū per 100. primi huius, ſup punctū itaq; d, parietis domus ſignato puncto f, ut ꝓpinquius cōuenienter poſſit fieri, ducat̃ à puncto f, linea æquediſtans lineæ ſpeculi, quæ eſt a b c, cuiuſcunq; quantitatis placuerit, quæ ſit g f h, & eius medius punctus ſit f, copuleturq; linea f b, quæ ꝓducatur ultra punctum f, trans murum in puncto k, & perforetur paries ſecundū lineā g f h, itaq; ergo ex alia parte ſupficiei muri maior fiat exciſſio rimæ parietis q̃uerſus ſpeculum, ſicut conſueuit fieri in feneſtris domorum, fiatq; totalis illa exciſſio rimæ ſecundū extenſionē lineæ b f k, ſitq; illa rima f k l, & à puncto ſpeculi, quod eſt b, ducat̃ linea erecta ſup ſuperficiē ſpeculi, quæ erit perpendicularis ſuper lineam d b e, quæ educta extra ſpeculū ſit b m, angulo quoq; k b m, fiat ſuper punctum b, terminum lineæ m b, angulus æqualis, qui ſit m b n, ducta linea b n, à punctis quoq; g & h, quæ ſunt extrema puncta lineæ g f h, ducant̃ lineæ ad ſpeculū quæ ſint g a & h c, quæ ꝓductæ cōcurrant in puncto o, ſuperficiei circuli ſecantis ſpeculū in puncto b, ducaturq; linea b o, facta quoq; tali reſectione lineæ b n, per 3. primi, ut ipſa fiat æqualis lineæ b o, dico quod ſi in puncto n, ponat̃ centrum uiſus, q̃ ad ipſum reflectetur forma lineæ g f h, à linea longitudinis ſpeculi, quæ a b c, hoc autē patet per 30. huius, forma quoq; totius lineæ g f h, uidebit̃ extra ſpeculū. ſ. intra ſpeculū & inter lineam g f h. ſ. citra punctum d, lineæ d e, cōtingens ſpeculū in puncto b, ut patet per 49. huius. Si itaq; lineæ o g & o h, ꝓducantur trans murū in puncta, & copulet̃ linea una quæ ſit p k q, in q̃ tabula aliqua depicta ordinet̃ ultra murū, ita ut media linea formæ ĩ illa tabula depictæ ſituetur ſuper lineam p k q, taliterq; diſponat̃ quod per uiſum exiſtentē in puncto n, uel citra illud uideri nō poſſit forma depicta in tabula, uidebit̃ tñ uiſu ſic diſpoſito imago illius formæ in aere reflexa à ſpeculi ſuperficie columnaris. Simili quoq; modo diligens intuitor poteſt ſiſtere ſpeculū pyramidale conuexū in centrū uiſus per 41. & per 49. huius: à ſpeculis uero ſphæricis cōuexis adeo regularis reflexio nō fiet ut à ꝓpoſitis ſpeculis, patet ergo ꝓpoſitū. Secundū hunc itaq; modū ſtudioſus percuntator inuigilet, q̃m hoc quod hic ꝑmiſimus in præſenti theoremate exempli cauſa fecimus, ut ex huius libri ſeptimi diffuſiore uia perquiſitionis diuerſi artifici pateat animæ diligenti.



LIBER OCTAVVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS.


Otificatis aliqualiter paſſionibus ſpeculoꝝ planoꝝ & conuexoꝝ regulariū ut ſphæricoꝝ columnariū & pyramidaliū, ſupereſt nunc ut de ſpeculorum cōcauoꝝ proprietatibus aliqua conſcribamus, ſicut de illis in quibus plus reſultat reflexionū diuerſitas & mirabilis diffuſio naturaliū formaꝝ, uiſuumq; aſpicientium deceptio multiformis. Specula uero concaua regularia prout in quinto huius ſcientiæ libro propoſitione octaua declarauimus, ſunt tñ tria, ſcilicet

scilicet sphæricum, columnare & pyramidale, inter quæ primo de sphæricis concauis in præsenti libro tractabimus, utpote de illis quorum passiones ueluti simpliciores alijs in reliqua cõcaua specula descendũt. Et qm̃ principia communia his speculis sphæricis concauis & sphæricis conuexis, in principio sexti libri scientiæ huius præmisimus, ideo ipsa, ut ex præmissis supposita, hic non reiteramus, ea tamen quæ propria sunt his speculis duximus explicanda.

Imaginem conuersam dicimus, quæ totalem sinum rei uisæ uariat, ut si caput intuentis, quod est sursum, uideatur deorsum, & secundum hoc totus situs partium imaginis respectu situs partium rei uisæ uarietur.

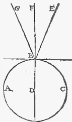
THEOREMA I.

Opposito uisui speculo sphærico concauo, communis sectio basis pyramidis uisionis & superficiei concauæ speculi, erit circulus sphæræ quandoq; magnus quandoq; minor illo.

Quandoq; enim tota sphæræ concauæ superficies uidetur, quandoq; pars eius maior, quandoq; minor, ut patet per 72. quarti huius, secundum hoc ergo illa communis sectio basis pyramidis uisionis & superficiei speculi uariatur, cum autem superficies basis pyramidis sit superficies plana, & superficies concauorum speculorum sit sphærica, patet per 110. primi huius, quod ipsorum communis sectio semper est circulus, hoc ergo quãdoq; est circulus magnus, ut quando transit centrum speculi, quandoq; minor circulo magno, ut cum non transit centrum speculi, sed cadit extra illud, patet ergo propositum.

II.

Communem sectionem superficiei reflexionis & superficiei speculi sphærici concaui necesse est circulum magnum uel arcum circuli magni suæ sphæræ esse, ex quo patet, quod omnis superficies reflexionis secat sphæram speculi concaui per æqualia.



Huius propositi theorematis non est alia demõstratio, quàm quæ facta est supra in primo theoremate sexti libri huius, ubi idem proponitur de sphæricis speculis conuexis, & quia sphæræ concauitas sic respicit centrum, sicut & ipsius conuexitas & superficies reflexionis, est superficies plana erecta super superficiem speculi, per 25. quinti huius, patet propositum, quoniam idem erit modus demonstrandi hic qui supra. Esto enim speculum sphæricum concauum a b c, cuius centrum d, & sit centrũ uisus g, reflectaturq; forma puncti e ad uisum g, à puncto speculi b, dico quod superficiei reflexionis, quæ est e b g & superficiei speculi communis sectio est circulus a b c. Sit enim superficies plana contingens sphæram in puncto b, à quo puncto erigatur linea f b super superficiem speculum in illo puncto b contingentem p 12. undecimi huius, hæc ergo cadet necessario in ipsa superficie reflexionis per 26. quinti huius, & eadem linea f b producta ultra punctũ b, necessario transibit centrum sphæræ per 72. primi, quæ est d, producta quoq; fit diameter sphæræ, ergo & circuli magni illius sphæræ, & qm̃ hæc diameter cõmunis est superficiei reflexiõis & ipsi sphæræ, palã ergo propositũ.

III.

In omni superficie reflexionis, à speculis sphæricis concauis centrum uisus, centrum speculi, punctum reflexionis, punctum uisum, terminumq; diametri uisualis à centro uisus per centrũ sphæræ ducti, ad sphæræ superficiem consistere est necesse.

Cum superficies reflexionis contingat lineam incidentiæ & reflexionis, palã quoniam continet punctum rei uisæ, cuius forma reflectitur in punctum reflexionis à quo reflectitur, & centrum uisus ad quod reflectitur, & quoniam cõmunis sectio superficiei

reflexionis & superficiei speculi sphærici concaui, est circulus magnus per æqualia diuidēs sphæram per præmissam, palam, quia in qualibet superficie reflexionis est centrū speculi, quia quælibet ipsarum transit centrum sphæræ ipsius speculi, cum quælibet illarum superficierum sit erecta super superficiem planam speculum in puncto reflexionis contingentem per 25. quinti huius, & per primam undecimi, producta diametro uisuali per centrum uisus & centrum sphæræ, terminus illius diametri necessario erit in eadem superficie, cum alijs duobus suis punctis, prædicta ergo 5. puncta necessario sunt in omni superficie reflexionis, quæ fit à propositis speculis, & hoc est propositum.

IIII.

Centro uisus uel puncto rei uisæ in centro speculi sphærici concaui existēte, à quolibet puncto fiet reflexio in se ipsum, ex quo patet, quod in hoc situ uisus non comprehendet, nisi se tantum, & quod punctus rei uisæ existens in centro speculi non reflectitur aliqualiter ad uisum.

Esto speculum sphæricum concauum, cuius centrum sit a, & signetur in ipso aliqis suorum magnorū circulorum, qui b c d e, & centrum uisus sit in centro speculi, quod est punctū a, dico quod à quocūq; pūcto fiet reflexio ad uisum, semper oportet ut reflectatur radius in seipsum: dato enim q à puncto b, fiat reflexio ad centrum speculi a, in quo est centrum uisus, palam ergo per 72. primi huius, quoniā linea b a, quæ est linea reflexiōis est perpendicularis super superficiem contingentem speculum in puncto b, sed omnis perpendicularis in se ipsam semper reflectitur per 21. quinti huius, si ergo linea b a est perpendicularis super superficiem speculi, palam quia linea incidens fuit perpendicularis, & eadem cum linea b a, dato enim opposito, sequitur angulum incidentiæ inæqualem esse angulo reflexionis, quod est cōtra 20. quinti huius, & impossibile, linea itaq; a b, reflectitur in seipsam ut ipsa est facta linea b a, & quoniam in hoc situ uisus, omnes lineæ incidētes superficiei speculi, sunt semidiametri ipsius, palam quoniam omnes anguli incidentiæ sunt inter se æquales, per 43. primi huius, quia sunt anguli semicirculorū, reflectūtur ergo necessario in seipsos, uidebiturq; in tota superficie speculi forma aspicientis oculi una forma, & apud superficiem speculi apparebit, & nulla alia forma, tunc uidebitur reflecti ad uisum, & ex hoc patet, cum uisus fuerit in centro a, quod ipse uidebit se à quolibet puncto speculi dati perpendiculariter, & quod nihil aliud uidebit per reflexionē à superficie speculi, quoniā ab uno puncto speculi ad centrum plures perpendiculares duci non est possibile, ut patet per 20. primi huius, similiter neq; punctus rei uisæ existens in centro uisus reflectitur ad uisum, sed solum in se ipsum, quoniam omnes lineæ incidentiæ sunt perpendiculares super superficiem speculi, unde non reflectentur nisi in se ipsas, & hoc est propositum, & hæc quidem dicta sunt non præstante impedimentum uisui capitis densitate. Si ergo centrū uisus hominis uidentis constitutū, fuerit in diametro sphæræ speculi concaui, & in centro eius, cum quælibet linea à uisu ad superficiem speculi ducta sit perpendicularis super ipsam, tunc ut prius demonstratum est, comprehendet uisus se ipsum, & non comprehendetur forma alicuius puncti speculi, nisi puncti portioni circuli interiacentis lineas longitudinis pyramidis uisualis, quæ à centro speculi intelligitū protendi, quoniam forma cuiuslibet alterius puncti cadet in speculis super lineam à uisu declinatam, & necessario reflectetur super illam lineam declinatam, quare linea reflexionis non transibit per centrum speculi, & ita non pertingat ad centrum uisus, patet ergo propositum.



V.

Centro uisus existente in aliqua semidiametro speculi sphærici concaui extra centrum speculi, impossibile est ad uisum reflecti formā alicuius punctorum illius semidiametri oblique speculo incidentē, reliqua uero semidiameter est possibile.

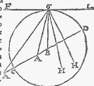
Hoc

Hoc quod hic proponitur euidenter declaratur, si enim centrum uisus fuerit in semidiametro aliqua propositi speculi, sed non in centro, non comprehendet uisus formã alicuius puncti semidiametri, in qua est oblique speculo incidentẽ, quoniam angulus quem efficient duæ lineæ, quarum una ducatur à puncto sumpto in illa semidiametro, & alia à centro uisus in idem speculi punctũ, non poterit diuidi per lineam perpendicularem ab illo puncto speculi ductã, cũ illa perpendicularis tendatur ad centrũ speculi, secũdũ formam alicuius puncti alterius semidiametri coniunctæ semidiametro, in qua est centrũ uisus, ad complendam diametrũ speculi, in qua constitutus est uisus oblique speculo incidentem, percipere potest uisus, utpote formam illius puncti, à quo ducta linea incidentiæ ad aliquod punctum speculi, ab eodem puncto speculi ducta linea reflexionis ad uisum, angulus ab illis lineis contentus diuiditur per æqualia, per lineam ab illo pũcto reflexionis ad centrum speculi productam, hæc enim est proprietas reflexionis in omnibus speculis, ut angulũ à linea incidentiæ & linea reflexionis contentam diuidat perpendicularis à puncto reflexionis ducta per æqualia per 26. quinti huius, illæ ergo punctus poterit in speculo uideri, & non est nisi unicus talis punctus in quibuscunque diametri speculi consistens, qui ab uno circulo speculi ad uisum reflecti possit, quoniã centro speculi ad quod terminatur ꝑpendicularis ducta à pũcto reflexionis & centro oculi existentibus fixis, erit punctus ab uno circulo speculi reflexus semper unus, à diuersis uero circulus speculi diuersa puncta diametri possibile est reflecti, patet ergo propositum.

VI.

Posito uisu extra centrum speculi sphærici concaui à quolibet puncto speculi potest fieri formæ alterius reflexio ad uisum, nisi solum ab illo puncto cui incidit diameter uisualis.

Esto per secundam huius, communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei speculi sphærici concaui circulus magnus, qui sit g d c, cuius centrum sit b, & centrum uisus sit a, & ducatur a b à centro uisus per b centrum speculi diameter uisualis, quæ sit a b d incidens superficiei speculi in puncto d, dico quod à quolibet puncto speculi dati potest fieri reflexio formæ puncti alterius rei uisibilis ad uisum a, nisi à solo pũcto d, sit enim datus alius punctus qui sit g, ducatur ad ipsum semidiameter b g, & continuetur linea reflexionis quæ sit g a, & ducatur linea f g l, contingens circulum magnũ speculi transeuntem puncta g d c, palam p 15. tertij, quia angulus b g f & b g l sunt recti per 42. primi huius, quoniam angulus b g a erit acutus, cadit enim linea a g inter diametrum, & lineam contingentem f g l, quæ est extra speculũ, ubicunque ponatur esse centrum uisus siue intra siue extra circulum g c d, constituatur quoque per 23. primi, in eiusdem circuli superficie super lineam l g ad pũctum g, angulus æqualis angulo f g a quæ sit h g l, erit ergo angulus h g b æqualis angulo b g a, & quoniam angulus cõtingentiæ est minimus angulorum per 15. tertij, palam quod ab angulo b g l, recto absciso quocunque angulo acuto rectilineo, semper linea illum acutũ angulum continens cadet intra circulum g c d, quoniam solus angulus cõtingentiæ cadet extra circulum: posito itaque quocunque puncto uisibili in linea h g, semper fiet reflexio formæ alicuius sui puncti ad uisum a, & eodem modo de quolibet alio speculi puncto extra pũctum d, dato demonstrandum, sed & à puncto d fit reflexio, cum enim linea a d sit perpendicularis sup superficiem contingentem speculum in puncto d, quia linea a d reflectitur in seipsam per 21. quinti huius. Si ergo aliquod interponatur non diafonum inter centrum uisus, quod est a, & punctum speculi d, nulla fiet reflexio ad uisum impediente medio. Si uero nullũ tale interponatur, solus puncti superficiei oculi forma uidebitur ab eodem oculo, nihilque aliud, & hoc est propositum.

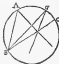


VII.

In speculis sphæricis concauis si supra periferiã uel extra ponatur cẽtrum uisus, oculus non uidetur, nisi per diametrum speculi reflectatur.

Sit

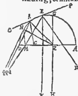
Sit speculi concaui sphærici circulus magnus a b g, sitq; centrum uisus in puncto b super speculi periferiam, & ducantur lineæ b a & b g, non per centrum, & quoniam angulus maioris portionis, ut patet per 43. primi huius, est maior, angulus uero reflexionis semper debet esse æqualis angulo incidentiæ, ut patet per 20. quinti huius, palam quia non fiet reflexio secundam lineam a b, sed fiet ad partē maioris anguli, & similiter est de puncto g, quoniam non fiet reflexio secundam lineam b g, sed ad partem anguli maioris per 23. quinti huius, si enim forma puncti b à punctis a & g, reflectetur in se ipsum, tunc anguli portionum ad punctum a & ad punctum g, essent æquales, quod est impossibile, & contra 43. primi huius, per diametrum tamen cuiuscunq; circuli magni totius speculi sphærici concaui potest uisus incidens reflecti in se ipsum, quoniam omnium semicirculorum eiusdem circuli, anguli sunt æquales per eandem 43. primi huius, sed tūc non fiet reflexio in unius puncti superficiei speculi diametraliter incidentis, ut secundū lineam b c, quæ nō percipitur, quia indiuisibilis est, & omne quod uidetur diuisibile est, quia sub angulo uidetur per 18. tertij huius, alij uero punctum incidentes oblique reflectuntur ad partem anguli maioris, & non perueniūt ad uisum, nisi illi quorum reflexiones lineæ incidunt superficiei uisus, & figurantur in illo puncto rei uisæ situs permutatis, quod autem non reflectitur, non uidetur, in his itaq; speculis sphæricis concauis, si super periferiam speculi uel extra ponatur centrum uisus, nō uidet oculus nisi per diametrum speculi reflectatur, idem enim accidit si extra periferiam speculi propositi oculus ponatur, & eodem modo demonstrandum, quoniam line arum inæqualitas naturā reflexionis nō immutat, patet ergo propositū.



VIII.

Ab altera parte productæ diametri extra circulum speculi sphærici cōcaui uisu posito siue in transuersali diametro, siue extra illam, siue citra illam, nihil rerum in illa parte dispositarum possibile est uideri.

Esto communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici concaui circulus a g d, cuius centrum sit z, & producatur semidiameter z g, extra speculum ad punctum h, ducaturq; à centro z, per undecimā primi, alia diameter perpendiculariter super lineā h g, quæ a z d, & sit centrum uisus in puncto b ab altera parte diametri h g, & à puncto b ducatur linea æquedistans lineæ h g per 31. primi, quæ sit linea b e, incidens superficiei speculi in puncto e, dico quod nulla rerum uisibilium positorum ab illa parte diametri h g, & lineæ b e, in qua scilicet est uisus, potest uideri, detur enim si sit possibile, ut punctus q, ab illa parte positus ad uisum existentem in puncto b reflexus ualeat uideri. Incidatq; forma puncti q ad punctum speculi, quod est e, producta linea incidentiæ, quæ sit q e, & à pūcto e contingens circulum per 16. tertij, quæ sint p e o, & ducatur linea e z, si ergo forma puncti q, à puncto speculi e, reflectatur ad uisum existētem in puncto e, est palam per 20. quinti huius, quoniam angulus q e o, erit æqualis angulo b e p, sed angulus b e p est maior angulo recto, quia per 17. tertij, est angulus z e p, rectus, ergo & angulus q e o, est maior recto, quod est contra 13. primi, palam ergo quod forma puncti q, non reflectitur à puncto e ad uisum b, sed neq; ab aliquo alio puncto, arcus e d, quoniam idem accidit impossibile, sed super terminum lineæ z e per 23. primi, constituto angulo æquali angulo b e z, possibile erit punctorum lineæ productæ, quæ sit r e, formas à puncto e, reflecti ad uisum existentem in puncto b, idem quoq; patet uisu posito in puncto t, citra diametrum a d, producta linea c k, uel posito ipso in pun-



fo in puncto m diametri a d, ducta linea m n, copulatis quoq; lineis z k, z n, & facta deductione ut prius, patet ergo propositum.

IX.

In concauis speculis sphæricis si inter centrum speculi & periferiam fuerit punctum rei uisæ, possibile est ut quandoq; in centro unius uisus à diuersis punctis speculi lineæ reflexionis concurrant.

Sit speculum sphæricum concauum, cuius maior circulus sit a g, centrum quoq; sit punctus d, & sit punctum rei uisæ b constitutũ inter centrum d & periferiam circuli a g, fiatq; reflexio formæ puncti b, à puncto speculi quod sit a, & à puncto speculi quod est g, dico quod lineæ incidentiæ quæ sunt b a & b g, possunt reflecti ad centrum unius uisus in puncto uno existentis, sit enim primo ut linea b g reflectatur ad uisum existentẽ in puncto p, producantur quoq; lineæ incidentiæ à punctis a & g, ad aliam partem periferiæ, quæ sint lineæ a t & g h, hæ ergo lineæ aut sunt æquales aut inæquales, sint primo æquales, erit ergo arcus a g c per 27. tertij, æqualis arcui g c h, erit ergo per 43. primi huius, angulus ꝓportionis qui est t a g, æqualis angulo portionis qui est b g t, sed & angulus h g t est æqualis angulo p g a, per hypothesim, & p 20. quinti huius, quoniã angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis, & angulus t a g sit æqualis angulo l d i, relinquitur ergo æqualibus angulis hinc & inde ablatis, ut angulus h g p sit æqualis angulo c a l. Sit autem punctus in quo linea p g secat lineam c a, punctus i, angulus ergo p r c per 16. primi, maior est angulo p g h, ergo & angulo l a c, quia ergo angulus p r a, cum angulo p r t est æqualis duobus rectis per 13. primi, patet quod angulus p r a cũ angulo r n l minor est duobus rectis, ergo p 14. primi huius, lineæ g p & a l concurrent, sit concursus punctus p. Si itaq; in puncto p, ponatur centrum uisus, palam quod ipse uidebit formam pũcti b reflexum à duobus punctis speculi quæ sunt a & g, est similiterq; demonstrandũ si lineæ a c & g h fuerint inæquales, uel si linea a c sit maior quàm linea g h, tũc enim per 43. primi huius, angulus portionis qui est c a g erit maior angulo portionis qui est h g c, remanetq; per modum quo præcessimus prius angulus h g p maior angulo c a l, fietq; angulus p r b maior angulo h g p & maior angulo l a r, ergo ut prius lineæ g p & a l concurrent, sitq; concursus punctus p, & est idem quod prius, quod si linea a c fuerit minor quàm linea g h, tunc per modum quo usi sumus prius, erit angulus l a c minor angulo p g h, sed & angulus p a b maior est angulo p g h. Si itaq; angulus l a c sit maior angulo p r b, concursus fiet ut prius linearum a b & p g ad punctũ p, per 14. primi huius. Si uero angulus l a c sit maior angulo p a b, fiet idem per 14. primi huius, concursus illarum linearum ultra arcum a g, qui impeditur per corpulentiam speculi, unde tunc non fiet reflexio ad uisum. Similiter quoq; si angulus l a c fuerit æqualis angulo p r b, tunc per 28. primi lineæ a l & p g æquedistabunt. In nullo ergo puncto concurrent, nunquam ergo fiet formæ unius puncti, quæ est u, reflexio ad unum centrum uisus à duobus pũctis speculi sphærici concaui, patet ergo propositum.

X.

Lineæ reflexionis à speculis sphæricis concauis puncto rei uisæ existente in periferia speculi uel extra illam, nonnunquam in uno centro uisus à diuersis punctis speculi concurrunt.

Sit speculum sphæricum concauum g a b s, sitq; pũctum rei uisæ g, quod sit constitutum in aliquo circunferentiæ puncto, quod est punctum g, sitq; n t g pũctum rei uisæ, reflectatur à duobus punctis arcus g a b, q̃ sint puncta a & b, fiatq; reflexio formæ puncti g, à puncto speculi b ad punctum e, & à puncto a ad punctum l, dico quod lineas reflexionum quæ sunt b e & a l, possibile est concurrere, ducantur itaq; lineæ contingentes speculũ in punctis a & b, contingatq;

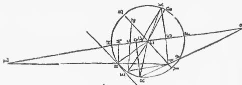
dd ipsum

ipsum linea k a p in puncto a,& linea k b f in puncto b,& ducantur lineæ e b & b g & l a & a g. Sit quoq; ut lineæ a l & g b secent se in puncto h, quia itaq; omnes anguli constituti super punctum b sunt æquales omnibus angulis constitutis super punctum a, p 13. primi,& per 20, quinti huius, angulus e b f est æqualis angulo k b g, & angulus l a k æquilis est angulo p a g,& anguli cõtingentiæ omnes sunt æquales per 15. tertij, angulus uero g a b maioris portionis circuli, maior est angulo g b s minoris portionis per 43. primi huius, ergo angulus k b h maior est angulo p a g, ergo angulus e b f maior est angulo k a h, propter æqualitatem angulorum hinc inde per 20. quinti huius, palã ergo quia angulus e b g minor est angulo l a g. Sed angulus l a g est minor angulo g h l, per 16. primi, angulus ergo g h l est maior angulo g b e, sed angulus l h g cum angulo b h l, ualet duos rectos per 13. primi, ergo anguli g b e & b h l sunt minores duobus rectis, ergo per 14. primi huius, lineæ a l & b e concurrent, sit concursus punctus e. Si itaq; centrũ uisus fuerit in puncto e, patet quod à duobus punctis speculi fiet ad ipsum formæ puncti reflexio g, quod si extra periferiam ponatur punctus g, accidit hoc idem, & eadem est demonstratio, non est tamen hoc uniuersale, quia possibile est non concurrere, ut si anguli g b e & g h l sint æquales uel maiores duobus rectis, tunc enim lineæ b e & a l non concurrent, uel si concurrant hoc erit retro speculum, ubi uisus constitutus retro speculum formas reflexas non poterit uidere, patet ergo propositum.

XI.

Locus imaginum formarum à speculis sphæricis concauis reflexarum, quandoq; est in puncto reflexionis, quandoque est ultra speculum, quandoq; inter uisum & speculum, quandoq; in superficie ipsius uisus, quandoq; retro uisum.

Quando enim forma puncti rei uisæ uidetur secundum kathetum suæ incidentiæ, tunc necessario imago uidetur in ipsa superficie speculi in pũcto scilicet suæ reflexionis, quando uero formæ obliquæ incidunt superficiebus propositorum speculorum, tunc diuersificantur loca imaginum ut proponitur. Ad quod declarandum sit a centrum uisus, & pũctus d centrum speculi sphærici concaui, & ducatur superficies plana per hæc duo pũcta quæ erit superficies reflexionis, quoniam ipsa est orthogonalis super quamlibet superficiem contingentẽ speculum secundum punctum illum superficiei speculi cui incidit diameter uisualis. Secabit ergo superficiem speculi dati, & erit communis sectio illarum superficierum circulus magnus per secundam huius. Sit ergo ille circulus h b f g, & ducatur linea à centro uisus ad centrum speculi, quæ sit a d, & à puncto a ducatur ad circuli periferiam linea maior quâm linea a d, quæ sit a e, & à puncto d ducatur ad circulum



circulum linea æquedistans lineæ a e, quæ sit d h & producatur linea a d ex utraq; parte sui ad circumferentiam in pũcto l & b, taliter ut compleatur diameter l a d b, & ducatur linea d e, quia itaq; linea a e, est maior quàm linea a d, palam per 18. primi, quoniam angulus e a d, est minor angulo a d e, est ergo p 32. primi, angulus a e d minor angulo recto, siue angulus a d e fuerit rectus uel obtusus, uel acutus, sed per 29. primi, angulus e d h, est æqualis angulo a e d, quia sunt coalterni. Est ergo angulus e d h minor recto, super punctum quoque e lineæ d e, fiat per 23. primi, angulus æqualis angulo a e d, qui sit d e t, palam itaq; quoniam linea e t cadit intra circulum, quoniam si caderet extra circulum fieret ille angulus aut rectus, si linea producta circulum contingeret, aut obtusus, si secaret: quod totum patet ducta linea contingente circulum in puncto e patet per 16. tertij. & quia hoc est impossibile, ut patet ex præmissis, palam quia linea t e, cadet intra circulum, secabitq; lineam d h, sitq; punctus sectionis t, & erit linea e t æqualis lineæ d t per 6. primi, sunt enim anguli e d t & e d e æquales, & quoniam angulus a d e, maior est angulo a e d per 16. primi, palam quia angulus a e d maior est angulo d e t, ergo per 14. primi huius, linea e t non æquedistat lineæ a b, concurrant ergo, sitq; punctus concursus z, deinde à pũcto a ducatur ad arcum e h, linea a n, quæ concurrat cum linea a e in puncto a, & inter ipsam lineam d h, sibi æquedistãtem producatur, palam per secundam primi huius, quia concurret cum linea d h, sit ergo punctus concursus l, & ducatur linea d n, & super punctum n lineæ d n fiat angulus æqualis angulo d n a, per lineã m y, quæ sit m n d, & quia anguls d n a, est acutus per quadragesimã secũdã primi huius, erit etiã angulus d n m acutus. Ideo eñ, q̃a angulus in semicirculo est rectus per 30. tertij, omnis angulus contentus à quacunq; linea & termino diametri, palam quod est acutus, concurret ergo linea n m cum linea d h, sit concursus in puncto m, ducatur etiam à puncto a, linea ad arcum e f, quæ sit a g, & ducatur linea d g, fiatq; angulus q g d, æqualis angulo d g a. & quoniam ut prius angulus d g a, est acutus per 42. primi huius, erit etiam angulus q g d acutus, concorret ergo linea g q, cum linea d h, sit concursus in puncto q, palam quoq; cum linea g a, concurrat cum linea a e, quoniam per secundam primi huius concurret cum linea d h illius æquedistante, sit concursus punctos ex parte puncti f, angulus enim g a d est maior angulo e a d, ergo per decimam quartam primi huius, ad partem maiorem angulorum fiet concursus, secetq; linea g o periferiam circuli in puncto y. Sitq; arcus g y maior arco g h, quod autem linea g q cadit inter puncta d et h, palam satis est ex præmissis, sed & idem patere potest ex hoc, quia cum arcus quem secat linea, g o ex circulo h b, f g, qui est arcus g y sit maior arcu g h, producatur linea g d ad periferiam circuli in punctum p, eritq; arcus h p maior arcu y p, ergo per 32. sexti, erit angulus h g d maior angulo a g d, sed angulus q g d, est æqualis angulo a g d, ut patet ex præmissis, ergo angulus h g p, est maior angulo a g d, linea ergo g q, diuidit angulum h g d, ergo per 29. primi huius, diuidit & basem d h, cadet ergo punctum q, inter puncta d & h, tunc à pũcto a ducatur ad arcum f b, linea a k secans lineam d f in puncto s, ita ut sit linea k s maior quàm pars diametri, quæ est s d, hoc autem facile per septimam tertij, ut si linea d f diuidatur per æqualia in puncto aliquo, & linea a k ducanit per illum punctum, aut per punctum alium uersus punctum d, hæc itaq; linea a k, sic ducta, ducatur linea d k, palam ergo per 42. primi huius, quod angulus d k a est acutus, fiat ergo super punctum k terminum lineæ d k, angulus d k a, angulus æqualis qui sit d k u, ut itaque per decimam octauam primi, angulus k d s, sit maior angulo d k s, ideo quia linea s k est maior quàm linea d s, erit ergo angulus k d s, maior angulo d k u, palam ergo per decimam quartam primi huius, quia linea u k concurret cum linea d h, sit ergo concursus in puncto u, palàm itaq; per uicesimam quinti huius, & secundum prædicta, quod forma puncti t, à puncto speculi e, reflectitur ad uisum, qui est in puncto a, kathetus quoque incidentiæ formæ puncti t, est linea t d, quæ per 72. primi huius, est perpendicularis super superficiem contingentem speculum, cum sit transiens per eius centrum, & ipsa est æquedistans lineæ reflexionis, quæ est a e, nunquam ergo con

curret cum illa, apparebit ergo imago formæ puncti t in ipso puncto reflexionis quod est e, forma uero puncti z, reflectitur similiter à puncto e, ad uisum existentem in pũcto a, kathetus quoq; suæ incidentiæ qui est b z d ductus à puncto z, per cẽtrũ speculi concurrit cum linea reflexionis quæ est a e in puncto a, locus itaq; imaginis formæ puncti z, per 37. quinti huius, erit centrum uisus quod est a, forma uero puncti m à puncto speculi quod est n reflectitur ad uisum a, & perpendicularis ducta à puncto m, quæ est kathetus incidentiæ, qui m d, concurrit cum a n, linea reflexionis in puncto l, quod est ultra speculum, & forma puncti m, habet locum imaginis in puncto l sub speculo, forma uero puncti q peruenit ad punctum speculi quod est g, & ex puncto g reflectitur ad uisum a, & locus imaginis suæ est in puncto o quod est ultra uisum, & forma puncti u, ꝑuenit ad punctum speculi quod est k, & reflectitur ad uisum in puncto a, & kathetus suæ incidentiæ quæ est perpendicularis, ab eo ducta trans centrũ speculi d, est linea u d, concurrens cum linea a k, linea reflexionis in puncto s, locus itaq; imaginis suæ est punctũ s, quod est inter uisum & speculum, palam itaq; ex prædictis cum imaginum à speculis sphæricis concauis reflexarum quædam uidentur in superficie ipsius speculi ut in ipso pũcto reflexionis, quædam uidentur ultra speculum, quædam inter uisum & speculum, quædam in superficie ipsius uisus, quædam citra uisum, quod est propositum, & si centrũ uisus sit extra circulum speculi uel in circunferentia ipsius, idem accidit, et eodem modo est demonstrandũ, quoniam semper linea a e fit maior quàm linea a d, & accidunt oĩa ut prius, patet ergo quod proponebatur.

XII.

Imaginum reflexarum à speculis sphæricis concauis diuersa fit à uisu comprehensio secundum suorum locorum propriam diuersitatem.

Remaneat dispositio præcedentis in tota forma figurationis, cum itaq; locus imaginis fuerit ultra speculum, ut in puncto l, aut inter uisum & speculum ut in puncto s, tunc quia formas sibi oppositas semper perfectius acquirit uisus, cõprehenditur ueritas illius imaginis. Cũ uero locus imaginis fuerit in puncto reflexionis, ut cum perpendicularis ducta à puncto rei uisæ æquedistat lineæ reflexionis, tunc enim locus imaginis est in puncto e, quia cum punctus e, per 3. secundi huius, sit punctus naturalis diuisibilis sensibilis, utpote capax imaginis formæ rei sensibilis, quæ est diuisibilis, cũ sit naturalis sumpto uisui medio puncto intellectuali, erit imago cuiuscunq; illius puncti sensibilis, pars quæ fuerit ultra medium punctum sumptum apparens ultra speculum, & imago partis alterius quæ fuerit citra punctum medium apparebit inter uisum & speculum, & cum totalis forma secundum partes ulteriores sui sphæræ speculi & citeriores uersus uisum semper uideatur una & cõtinua, necessario forma illius pũcti sensibilis ꝓximi puncto intellectuali uidebitur in ipsius superficie speculi in pũcto s reflexionis, aliæ quoq; partes formæ sensibilis circumiacentis illud punctũ uidebunt̃ ab illo puncto declinare

modo

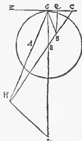
modo dicto, quædam ad uisum & intra speculũ, quædã ultra speculũ, uerũ in imaginibus quarũ locus est punctus a, qđ est centrum uisus, ueritas ipsarũ non cõprehenditur, unde sæpius accidit error uisui in formis sic uisis. Ad huius autẽ maiorem euidentiã, ut nõ solum demonstratio, sed etiã experientia doceat quod ꝓmisimus, erigatur super superficiẽ speculi sphærici cõcaui stipes ligneus uel ferreus perpendiculariter, qui sit maior medietate semidiametri speculi, & circa caput huius stipitis ponatur centrum uisus, & dirigatur uisualis radius ad punctum speculi, cuius distantia à stipite sit maior ꝙ distantia centri uisus à diametro ꝑ stipitem transeuntem, apparebit quoq; imago illius stipitis ultra uisum, nec erit certa apprehensio formæ ipsius, imò apparebit, quasi curua, cũ tñ stipes sit formæ lineæ rectæ, ex quo patet quod in his speculis nõ cõprehendit ueritas imaginis, nisi cuius locus fuerit ultra speculũ aut inter uisum & speculum, ut hæc patere possunt per experientiam situm stipitis & uisus uarie diuersificanti, & accidit eidem quod cum centrum uisus fuerit in perpendiculari ꝑ lignum transeunte, non plene comprehendet formam illius ligni, patet ergo propositum.

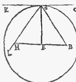
XIII.

In speculo sphærico concauo est proportio katheti incidentiæ ad rectã à centro speculi ad locum imaginis productam, sicut lineæ à pũcto rei uisæ ad finẽ cõtingẽtiæ ductæ ad lineã à fine cõtingẽtiæ ad locũ imaginis ꝓductã.

Esto speculũ sphæricum concauũ, cuius centrũ sit e, & sit b punctus rei uisæ, & sit a centrum uisus, & sit g punctus reflexionis, & contingat linea z g, circulũ qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi in puncto g, ducaturq; linea e g, à puncto reflexionis ad centrum speculi, & linea incidentiæ, quæ b g, & kathetus incidentiæ, qui sit linea e b, qui productus cõcurrat cum linea z g, in puncto t, cõcurrẽt autẽ per 14. primi huius, cũ sint in eadẽ superficie reflexionis per 3. huius, & per 1. undecimi, & cum per 17. tertij, angulus e g z, sit rectus, & angulus uero g e b, sit acutus, sit ergo punctus t, finis cõtingentiæ, ut patet ex principio sexti libri huius, educatur quoq; extra circulũ linea reflexionis quæ sit a g, kathetus itaq; e b, concurret cum a g, linea reflexionis extra punctum g, quæ est punctus reflexionis, & hæc ideo, quia lineæ e d & a g, sunt duæ lineæ rectæ, quarũ a g, secat lineã z g, in puncto g, & sit angulus a g t obtusus, qm̃ angulus e g t, est rectus, linea uero e b, secat lineam z g, in puncto t, & sit angulus e t g, acutus per 32. primi, non ergo concurrunt lineæ e b & a g, in puncto g, aut igitur lineæ a g & e b, cum nõ sunt æquedistantes, ut patet ex hypothesi, concurrent ultra punctũ g, aut intra puncta g & a, sit ergo ut concurrant ultra punctũ g, & sit concursus in puncto h, qui erit locus imaginis per 37. quinti huius, dico quod est eadem ꝓportio katheti e b, ad lineã e h, interiacentẽ centrum speculũ, & punctum concursus lineæ reflexionis & katheti incidentiæ, qui est locus imaginis, quæ est ꝓportio lineæ b t, interiacentis punctũ rei uisæ, & finem cõtingentiæ ad lineam t h, quæ interiacet finem contingentiæ, & punctus concursus lineæ reflexionis cũ incidentiæ katheto incidentiæ qui est locus imaginis formæ puncti b, qui est punctus rei uisæ, ꝓducatur enĩ perpendicularis quæ e g, ultra speculũ, & à puncto h, qui est locus imaginis formæ puncti b, ducatur linea æquedistans lineæ incidentiæ, quæ b g, per 31. primi, quæ necessario per 2. primi huius, cõcurret cũ ꝓducta linea e g, cum sua æquedistans, quæ b g, cõcurrat cum eadẽ, sit punctus concursus l, & à puncto b, ducatur linea æquedistans

lineæ g h quæ ut prius necessario concurret cũ linea z t, per 2. primi huius, cũ linea g h, concurrat cum eadem, sit concursus punctus q, & quoniam angulus b g e, est æqualis angulo a g e, per 20. quinti huius, sed angulus b g e, est æqualis angulo g l h, per 29. primi, & angulus a g e, æqualis est angulo l g h, per 15. primi, erit ergo angulus g l h, æqualis angulo h g l, ergo per 6. primi, erit lineæ l h, æqualis lineæ g h. Similiter quoq; angulus b g q, æqualis est angulo a g z, quia cũ anguli e g z & e g q, sint æquales, quia recti, & anguli b g e & e g a, sint æquales, Remanẽt anguli residui æquales, sed & angulus a g z, æqualis est angulo b q g, p 20. primi, angulus ergo b g q, æqualis est angulo b q g, ergo per 6. primi, linea b g, est æqualis lineæ b q, proportio itaq; lineæ b g, ad h l, est sicut lineæ b q, ad lineã h g, per 7. tertij, sunt eñ antecedẽtia & cõsequẽtia æq̃lia inter se, q̃a uero angulus g h t, æqualis est angulo t b q, p 29. primi. Sunt eñ illi anguli coalterni inter lineas æquedistantes, & angulus q t b, æqualis est angulo h t g, per 15. primi, sed & angulus h g t, æqualis est angulo t b q, per 29. primi, ergo trianguli t q b, & g t h, sunt æquianguli, ergo per 4. sexti, est ꝓportio lineæ q b, ad lineam h g, sicut lineæ b t, ad lineam t h, sed linea b q, æqualis est lineæ b g, ergo per 7. quinti, est ꝓportio lineæ b g, ad lineam h g, sicut lineæ b t, ad lineam t h, ergo per 11. quinti, est proportio lineæ b t, ad lineam t h, sicut lineæ b g, ad lineam h l, quia uero p 29. primi, trianguli h e l, & b e g, sunt æquianguli, erit p 4. sexti, ꝓportio lineæ e b, ad lineam e h, sicut lineæ b g, ad lineam l h, ergo ut prius erit ꝓportio lineæ e b, ad lineã e h, sicut lineæ b t, ad lineã t h, quod est ꝓpositũ, eadem q̃q; est demonstratio si locus imaginis fuerit inter a centrũ uisus, & g punctum reflexionis, aut si fuerit in puncto a, aut ultra illam. Si uero linea in puncto reflexionis speculũ contingens, quæ est z g, nõ cõcurrat cum katheto incidentiæ, qui est b e h, sed sit ei æquedistans, ducatur à puncto cõtingentiæ, quod est g, linea perpendicularis quæ sit g e, super lineam b g h, p 12. primi, eritq; per 29. primi, linea e g, perpendicularis super lineam z g, quia itaq; angulus b e g, est æqualis angulo h e g, quia uterq; est rectus, & angulus b e g, æqualis est angulo b g e, p 20. quinti huius, palam per 32. primi huius, q̃m triangulus b g e, æquiangulus est triangulo h g e, ergo p 4. sexti, est ꝓportio lineæ b e, ad lineã e h, sicut lineæ b g, ad lineam g h, qđ est ꝓpositum ut prius, non eñ tali facta dispositione est alius punctus finis contingentiæ q̃ punctum g, quod est punctus contingentiæ, similiterq; demonstandum si locus imaginis fuerit in ipso centro uisus, tunc eñ punctum b, q est concursus lineæ reflexionis & katheti incidentiæ, est locus imaginis, fit idem cũ puncto a, qui est centrũ uisus, nec oportet in illius demonstratione aliud adijci nisi quia p 3. sexti, est ꝓportio katheti b e, ad lineã e a, ductam à centro speculi ad locũ imaginis, sicut lineæ b g, ad lineam g a, q̃m linea g e, diuidit angulum a g b, p æqualia, p 20. quinti huius. Erit ergo ut prius ꝓportio lineæ b t, ad lineã t h, sicut lineæ b e, ad lineam e a, quod est ꝓposium, & hoc est uniuersale ad omnes modos imaginum ubicunq; uisui occurrentium, patet ergo propositum.





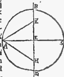
XIIII.

In speculis sphæricis concauis possibile est quandoq; reflexionem fieri secundum totam periferiam unius circuli.

Sit circulus magnus speculi sphærici concaui, qui a b g d, cuius diameter est b e d, & centrũ e, signenturq; sup diametrũ b e d, duo puncta ex utraq; pte cẽtri e, quæ sint h & z æqualiter distantia à cento e, erunt ergo lineæ h e & z e æquales, ducat̃ q̃q; à centro p 11. primi, diameter g e a, perpendiculariter super diametrũ b d, & copulent̃ lineæ h a & z a,

quia

quia itaq; in trigonis h e a, & z e a, duo latera h e & z e, sunt æqualia ex hypothesi, & linea e a, cõmunis est utriusq; trigonorũ anguli h e a, & z e a, sunt æquales q̃a recti, palã p 4. primi, qm̃ angulus h a e, est æqualis angulo z a e, ergo per 20. quinti huius, puncta h & z, ad seinuicẽ mutuo reflectunt̃ à puncto speculi quod est a, idẽ quoq; patet ductis lineis h g & z g, qm̃ istorũ punctorũ mutua reflexio fiet à puncto g, si itaq; fixa diametro b d, imaginemur reuolui trigonũ a h z, circa diametrũ b d, linea trigoni, q̃ est h z, manente fixa, tunc punctum a, motũ perueniet in punctum g, & exinde reuertet̃ ad locũ suum primũ, motuq; suo describet in concauitate speculi circulũ, à quo totali fiet formarũ punctorũ h & z, ad seinuicẽ mutua reflexio, qm̃ ad quẽcunq; punctum illius circuli ducant̃ lineæ à punctis h & z, semp ducta semidiametro à centro ad illud punctũ anguli ad punctum illius circuli erunt æquales, & ita ab illo puncto fiet reflexio per 20. quinti huius. Si ergo centrũ uisus fuerit in puncto h, reflectet̃ ad ipsum forma puncti z, à tota pferia illius circuli. Si tñ puncta h & z, inæqualiter, distent à centro e, nõ fiet reflexio à circulo illo, sed forte fiet ab alio circulo quem describit motu suo punctus reflexionis, patet ergo propositum.



XV.

Duobus punctis in una diametrorum speculi sphærici concaui se orthogonaliter secantium existentibus sub inæquali distantia à centro impossibile est ab aliquo punctorum periferiæ semicirculi, in quo est punctus à centro remotior illorum punctorum adinuicem fieri reflexionem, à reliqui uero semicirculi duobus punctis est possibile.

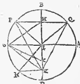
Sit speculi sphærici concaui circulus magnus, qui a b g d, cuius centrũ e, secentq; se i ipso duæ diametri orthogonaliter, quæ sint a g & b d, in quarũ una quæ k d, sunt duo puncta h & z, inæqualiter distantia à centro e, sitq; h ppinquius centro e, & z remotius, sitq; punctus h, in semicirculo a b g, & punctus z, in semicirculo a d g, dico quod ab aliquo punctorũ semicirculi a d g, nõ potest fieri istorũ punctorũ adinuicẽ reflexio, sit enim si possibile est ut fiat à pũcto a, & ducatur linea a h, abscindaturq; à linea e z, linea æqualis lineæ h e, per 3. primi, quæ sit e t, & ducatur linea t a, palã ergo per 4. primi, quia angulus h a e, est æqualis angulo t a e, sed angulus e a t, per 29. primi huius, est minor angulo e a z, angulus ergo h a e, est minor angulo z a e, non ergo fiet punctorũ h & z, mutua reflexio à puncto speculi a, p 20. quinti huius, sed neq; ab aliquo alio pũcto arcus a d g. Sit enĩ si possibile est ut fiat istorũ punctorũ reflexio à puncto k, periferiæ semicirculi qui a d g, & ducantur lineæ h k, e k, & z k. Erunt itaq; per 30. quinti huius, anguli h k e, & z k e, æquales, linea ergo k e, diuidit angulũ h k e, per æqualia, ergo per 3. sexti huius, erit proportio lineæ h k, ad k z, sicut h e, ad lineam e z, sed linea e h est minor q̃ e z, ut patet ex hypothesi, ergo lĩea h k, est minor q̃ h z, est aũt lĩea h k maior q̃ k z, qm̃ est maior q̃ linea e k, p 19. primi, ut enĩ patet angulus h e k, est obtusus maior angulo h e a, recto, sed linea e k, est æqualis lineæ e a, quæ est maior q̃ linea k z, ut patet. Est ergo linea h k maior q̃ linea z k, & sequitur ex datis ipsam esse minorem, quod est impossibile, non ergo fiet reflexio formæ puncti h, ad punctũ z, uel econuerso ab aliquo punctorũ arcus a k g, ab aliquibus uero punctis periferiæ semicirculi a b g, mutuam reflexionẽ istorũ punctorum fieri est possibile, qm̃ est possibile esse aliquod punctum arcus a b, utpote p, ad quod ductis lineis h p, e p, z p, fiat proportio lineæ z p, ad lineã h p, sicut lineæ z e, ad lineam e h, ergo per 3. sexti, angulus h p z, diuidet̃ per æqualia per lineam e p, & similiter possunt fieri in arcu b g, patet itaq; quod pponebatur, qm̃ ab aliquo puncto arcus, b g, ut à puncto q, similiter potest fieri reflexio ductis lineis h q, e q, z q.

XVI.

Duobus pũctis in una diametro speculi sphærici supficiei cõcaui existẽtibus sub inæquali distantia à cẽtro speculi, si excessus distantiarũ ad minorẽ distantiam

distantiam proportionẽ habeat, quã pars diametri interiacentis ambo puncta ad partem interiacentem punctum centro propinquius & speculum impossibile est à circulo illius diametri illorũ pũctorũ fieri mutuã reflexionẽ.

Sit speculi sphærici concaui imaginis circulus a b g d, cuius centrũ e, & diameter b d, sintq́ duo puncta ʒ & h, constituta super illam diametrum b d, quorum remotior à centro e, sit punctus ʒ, & propinquior punctus h, erit ergo linea ʒ e maior quàm linea h e. Sitq́ ipsarum excessus linea ʒ t, dico quod si ꝓportio lineæ ʒ t, ad lineam t e, uel ad h e, fuerit sicut lineæ ʒ h, ad lineam h b, quod impossibile est reflexionẽ fieri ab aliquo punctorum circuli a b d g, patet enim per ꝓmissam quod non potest fieri reflexio ab aliquo punctorũ semicirculi a d g, sed neq́ ab aliquo punctorum semicirculi a b g, detur enim si sit possibile à pũcto l, arcus a b, & ducatur linea l b, & ipsi æquedistans ducatur à centro speculi per 13. primi, quæ sit linea m e n, & ducantur lineæ l ʒ, l e, & l h, secabit itaq́ per 2. primi huius, linea l ʒ, lineã n m, sit punctus sectionis m, perducatur quoq́ linea l h, ultra punctũ h, quæ similiter per 2. primi huius, secabit lineam m n sit punctus sectionis n, quia itaq́ ex hypothesi est ꝓportio lineæ ʒ t, ad lineã t e, sicut lineæ ʒ h, ad lineã b h, erit ergo per 18. quinti, cõiunctim proportio lineæ ʒ e ad t e, uel per 7. quinti, ad lineã h e, sicut lineæ ʒ b, ad lineam b h, ergo per 16. quinti huius, erit permutatim ꝓportio lineæ ʒ e, ad lineam ʒ b, sicut lineæ h e, ad lineam b h, quia uero lineæ b l & n e, æquedistant, ut patet per 15. & 29. primi, quia trigona b l h, & n h e, sunt æquiangula, ergo per 4. sexti, est proportio lineæ e n, ad lineã b l, sicut lineæ e h, ad lineam b h, similiter quoq́ trigona b l ʒ, & e m ʒ, sunt æquiãgula per 29. primi, quia lineæ b l & e a, æquedistant, erit ergo ꝓportio lineæ e m, ad lineam b l, sicut lineæ ʒ e, ad lineam ʒ b, sed eadẽ est ꝓportio lineæ e h, ad lineã h b, quæ lineæ ʒ e, ad lineam ʒ b, eadem ergo ꝓportio lineæ e n, ad lineam b l, quæ lineæ e m, ad eandem lineã b l, quia ergo linearum n e & m e, ad lineã b l, eadẽ ꝓportio lineæ, ergo per 9. quinti, lineæ n e & m e, sunt æquales, quia itaq́ angulus n m l, diuiditur per æqualia per lineam l e, ut patet per 20. quinti huius, fit enim reflexio punctorum h & ʒ, à puncto l, erit per 3. sexti, ꝓportio lineæ l n, ad lineã l m, sicut lineæ n e, ad lineam e m, est ergo linea l n, æqualis lineæ l m, linea uero l e, est communis ambobus trigonis l e n, & l e m, ergo per 8. primi huius, anguli l e m, & l e n, sunt æquales, sunt ergo recti per diffinitionẽ angulorum rectorum, ergo per 29. primi, angulus b l e, erit rectus, linea ergo b l, contingit circulũ, & cadit extra circulum per 15. tertij, quod est impossibile, est enim ducta secans circulũ per 2. tertij, non ergo fiet reflexio à puncto l, sequitur autẽ magis impossibile si sit ꝓportio lineæ ʒ t, ad lineam t e, sicut lineæ ʒ h, ad aliquã lineam minorem linea h b, patet ergo propositum, quoniam de quolibet dato puncto est penitus eodem modo decernendum.



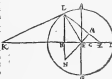
XVII.

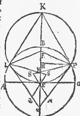
Centro uisus & pũcto rei uisæ existentibus in una diametro speculi sphærici concaui & inæqualiter distantibus à centro, si excessus distantiarum ad minorem distantiam proportionẽ habeat quã pars diametri interiacentis puncta data ad lineam maiorẽ parte diametri interiacente punctum centro ꝓpinquius & periferiã fiet reflexio, possibileq́ est punctũ reflexiõis inueniri.

Sit speculi sphærici concaui maior circulus a b g d, cuius centrũ e, & diameter sit b d, in qua sit centrum uisus quod sit ʒ, & punctus rei uisæ quod sit h, distetq́ centrum uisus ʒ, plus à centro speculi quod est e, quàm punctus rei uisæ qui est h, sitq́ ꝓportio excessus distantiæ maioris quod est ʒ e, ad minorẽ quæ est h e, sicut partis diametri inter puncta data cadentis, quæ est ʒ h, ad lineam maiorẽ parte diametri quæ est inter punctũ h & periferiam, quæ est h b, dico quod in hoc situ fiet reflexio, & quod est impossibile, punctum reflexionis

flexionis inueniri, ducatur eñ diameter a g, orthogonaliter super diametrũ b d, & quia linea 3 e, est maior q̃ linea h e, sit linea e t, æqualis lineæ h e, patet 3. primi, erit linea 3 t, excessus lineæ 3 e, super lineam h e, quæ ergo est ꝓportio lineæ 3 t, ad lineã h e, eadem sit per 3. primi huius, ꝓportio lineæ 3 h, ad aliam lineam quæ sit h k, eritq; ex hypothesi linea h k, maior q̃ linea h b, cadet ergo punctum h, extra periferiã circuli, á puncto itaq; k, ducatur linea contingens circulũ a b g d, per 16. tertij, quæ sit k l, contingens circulũ in puncto l, & copulent̃ lineæ l 3 & l h, & l e, & á puncto e, per 31. primi, ducat̃ linea æquedistans lineæ k l, quæ sit n, secans lineam in puncto m, & linea l h, ꝓducatur: hæc ergo per 2. primi huius, concurret cũ linea m e n, quia cõcurrit cũ eius æquedistante, quæ est linea l k, sit punctus concursus n, quia itaq; est ꝓportio lineæ 3 h, ad lineã h k, sicut lineæ 3 t, ad lineam e h, uel ad eius æqualem lineam. f. r e, per 7. quinti, erit per 18. quinti, coniunctim proportio lineæ 3 k, ad lineam h k, sicut lineæ 3 e, ad lineam t e, eritq; permutatim per 16. quinti, proportio lineæ 3 k, ad lineam 3 e, sicut lineæ h k, ad lineã t e, uel ad eius æqualẽ lineã h e. Est autẽ proportio lineæ k h, ad lineã e h, sicut linea k l, ad lineã e n, per 4. sexti, qm̃ trigona h l k, & h n e, sunt æquiangula per 29. primi. Ideo quia lineæ k l & n e, sunt æquedistãtes, ꝓportio uero lineæ k 3, ad lineam e 3, est sicut proportio lineæ k l, ad lineã e m, per 4. sexti, qm̃ trigona k l 3 & e l 3 sunt æqangula p 29. primi, qa linea e m æquedistat lineæ k l, lineæ itaq; n e & m e, ad lineam k l, eandem habent proportionẽ, qm̃ ex hypothesi est ꝓportio lineæ k 3, ad lineã 3 e, sicut lineæ k h, ad lineã h e, ergo per 9. quinti, lineæ e n & e m, sunt æquales, linea uero l e, est cõmunis duobus trigonis l e n, & l e m, & anguli l e n & l e m, sunt æquales, quia sunt recti per 29. primi, angulus eñ k l e, est rectus per 17. tertij, ergo per 4. primi, duo anguli 3 l e, & e l h, sunt æquales, ergo per 20. quinti huius, forma pũcti h, reflectitur ad punctũ 3, uel econuerso, á puncto speculi quod est l, patet ergo propositũ. Ostensum est eñ, quia fit reflexio mutua datorum punctorũ in hoc situ, & inuentus est pũctus reflexionis quod proponebatur. Ex his itaq; manifestũ est quod si linea e 3, fuerit maior quàm linea e h, & sit proportio lineæ k 3, ad lineam 3 e, sicut lineæ k h, ad lineam e h, quod in omnibus speculis sphæricis concauis constitutis super centrum e, quorum semidiameter fuerit maior quàm linea e h, & minor q̃ linea e k, fiet mutua reflexio punctorũ h & 3, adinuicẽ á duobus punctis cõmunis sectionis circuli speculi & circuli cuius diameter est linea e k. Sit eñ in linea k h punctus, qui sit b, & sup centrum e, describatur circulus ad quãtitatem unius semidiametri e b, qui sit a b g d. Sitq; in speculo sphærico concauo, & diuidat̃ linea e k, per æqualia in puncto f, per 10. primi, fiatq; super centrum f circulus, cuius diameter sit e k, hæc ergo secabit circulus a b g d, in duobus punctis per 10. tertij, quæ sint puncta l & p, dico quod punctorũ h & 3, mutua reflexio fiet á punctis l & p, ducantur eñ lineæ k l, k p, e b, e p, erit ergo angulus k l e, rectus per 30. tertij, ergo per 15. tertij, linea k l, contingit circulũ a b g d, cũ sit perpendicularis super diametrum ipsius quæ est e l, ducta itaq; á puncto e, linea n e o y, æquedistanter lineæ k l demonstrabit̃ ut prius, qm̃ puncta h & 3, mutuo reflectent̃ adinuicem á puncto k & l. Similiter quoq; ductis lineis 3 p & h p, & linea q e s, æquedistante lineæ k p, nam eadẽ est demonstratio hinc inde. Semper eñ anguli incidentiæ & reflexionis ad puncta l & p, fiunt æquales, patet





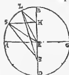


ex præmissis quod si linea incidentiæ & reflexionis quæ est h l, sit perpendicularis super lineã e k, quoniam linea 3 l, necessario circulũ cõtingit, cuius diameter est linea e k, efficiturq; tũc angulus 3 l h, maximus illorũ angulorũ, secundũ quos in hoc situ potest fieri reflexio, ducatur enim à puncto f, quod est centrũ circuli k l e p, linea f b, erit per 5. primi, angulus f l e, æqualis angulo f e b. Sed angulus f e l, est æqlis duobus angulis e 3 l, & e l 3, per 32. primi, cũ sit illis extrinsecus in trigono 3 e l, angulus quoq; f e l, est æqualis duobus angulis e 3 l, & e l 3. Sed angulus e l 3, est æqlis angulo e l h, remanet ergo angulus f l h, æqualis angulo e 3 l. Sit quoq; angulus h l 3, cõmuniter additus utrobiq;, erit ergo angulus f l 3, æqualis duobus angulis e 3 l & h l 3, ex hypothesi est rectus, patet per 32. primi, quod illi duo anguli qui sunt h l 3, & h 3 l, sunt æquales uni recto. Angulus ergo f l 3, est rectus, linea ergo l 3, cõtingit circulum k l e m, per 15. tertij. Sequitur ergo idem quod prius, et hoc est notandum, quod in hac dispositione centrũ uisus & ipsorũ uisibilium semper locus imaginis est in centro uisus, patet per 37. quinti huius, quoniam ut patet ibi, concurrit kathetus incidentiæ cũ linea reflexionis, pateťq; ex præmissis, quomodo in hac dispositione de facili inuenitur punctus reflexionis, imò puncta duo quæ sunt inter sectiones duorũ circulorũ, patet ergo propositum.

XVIII.

Duorum punctorum in eadem diametro speculi sphærici concaui existentium formis ex aliquo puncto speculi adinuicem reflexis easdem ab aliquo puncto alio eiusdem quartæ illius circuli impossibile est reflecti.

Sit dispositio quæ in figuris proximis, reflectaturq; forma puncti h, ad punctũ z, à puncto speculi l, dico quod impossibile est ut formarum illorum pũctorum reflexio fiat ad inuicem ab aliquo alio puncto illius eiusdẽ quartæ circuli, quæ est b a, quàm à puncto l. Sit enim si possibile est ut fiat à puncto s, eiusdẽ quartæ, & ducantur lineæ z l, h l, z s, h s, e l, e s, quia itaq; angulus z l h, diuisus est per æqualia per lineam e l, patet per 3. sexti, quia est proportio lineæ z l, ad lineã l h. Sicut lineæ z e, ad lineam e h, similiter quia angulus z s h, diuisus est per æqualia per lineam e s. Erit per 3. sexti, proportio lineæ z s, ad lineam l h, sicut lineæ z e, ad lineam e h, ergo per 11. quinti, erit proportio lineæ z s, ad lineam s h, sicut lineæ z l, ad lineam l h, ergo per 16. quinti, erit permutatim proportio lineæ z s, ad lineam z l. Sicut lineæ s h, ad lineam l h, sed linea z s, est minor quàm linea z l, per 7. tertij, ergo linea s h, est minor quàm linea h l, quod est contra eandem 7. tertij, quoniam est linea s h, propinquior centro speculi quod est e, quàm linea h l, & quoniam de quolibet puncto arcus a b, potest eadem fieri deductio, patet ergo quod non potest fieri reflexio ab aliquo puncto quartæ circuli ab alio quàm à puncto l. Similiter quoq; demonstrandum est in quarta circuli, quæ est b g, si ab illius aliquo puncto fiat reflexio patet ergo propositum.



XIX.

Centro speculi sphærici concaui existente extra lineam connectentem centrum uisus, & punctum rei uisæ in diametris diuersis existentia, & æqualiter distantia à centro speculi, ab uno tantum puncto semicirculi, in cuius semidiametris illa puncta non consistunt, fit reflexio ad uisum.



Sit speculi concaui circulus a b g, cuius centrũ sit d, diameter a g & semidiameter d b, orthogonaliter erigatur super diametrum a g, sitq; centrum uisus punctum z, & punctus rei uisæ sit h, & ducatur linea z h, secans productã semidiametrũ d b, in puncto e, ita quod centrũ speculi d, sit inter lineã z h, & superficiem speculi à qua fit reflexio, distentq; puncta z & h, æqliter à puncto d, quod est centrũ speculi, propter quod erit linea b d e, perpẽdicularis super lineã z h, dico quod forma pũcti h, reflectitur ad uisum z, ab uno tantum puncto semicirculi a b g, quod est b, ducantur enim lineæ d z, d h, z b, & b h, & quia per 3. tertij, linea d e b, diuidit lineam h z, per æqualia, patet quod duo latera b e & e h, sunt æqualia duobus lateribus b e & z e, & anguli b e h, & b e z, sunt

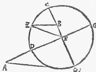
b e z, sunt

b e z, sunt æquales, quia recti, ergo per 4. primi, patet, quòd anguli z b e, & h b e, sunt æquales, fit ergo per 20. huius, reflexio formæ puncti h, à puncto speculi b, ad centrum uisus quod est z, dico itaq; quod non potest ab aliquo alio puncto speculi fieri hæc reflexio. Si enim detur quod fiat à puncto t, ducantur lineæ z t & t h, & à centro d, ducatur ad punctum reflexionis t, linea d t, quæ producta ad lineam z h, secet ipsam in puncto k, quia itaq; per 20. quinti huius, linea k t, diuidit angulũ z t h, per æqualia, patet per 3. sexti, quòd est proportio lineæ z t, ad lineam t h. Sicut lineæ z k, ad lineam k h, sed linea z k, est minor quàm linea z e, ergo & quàm linea k h. Erit ergo linea z t, minor quàm linea t h, sed per 7. tertij, linea z t, est maior quàm linea z h, & linea h b, maior quàm linea h t, erit ergo linea z b, minor quàm linea h b, quod est contra præmissa & contra 4. primi. Non ergo reflectetur forma puncti h, ad centrum uisus existens in puncto z, à puncto speculi t. Similiter quoq; demonstrandum est de quolibet puncto semicirculi a b g, patet ergo propositum.

XX.

Centro uisus & puncto rei uisæ existentibus in diametris diuersis circuli magni sphærici speculi concaui, possibile est reflexionem fieri ab aliquo pũcto arcuum interiacentium diametros circuli transeuntis per illa puncta, nõ autem ab aliquo puncto arcuum aliorum.

Circulus qui est cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici concaui sit d g t q, & sit a centrũ uisus intra speculũ sphæricũ concauum, & sit e centrũ speculi, & sit b punctus rei uisæ, & ducatur diameter d a g, per centrũ uisus a, & ducatur diameter e q, ut contingit, dico quod si fuerit b, punctus rei uisæ in semidiametro e t, potest fieri reflexio formæ eius ad uisum a, ab aliquo pũcto semicirculi d t g, & ab aliquo pũcto semicirculi sibi oppositi, qui est d q g, ducatur enim à pũcto b, rei uisæ ad aliquod pũctũ semicirculi g t d arcus quartæ t d, quod sit punctus m, linea incidẽtiæ quæ sit b m, & ducantur lineæ b a & m a, & ducatur diameter e m, quæ quia diuidit basem a b, trigoni a m b, diuidit ergo angulũ b m a, per 20. primi huius, producatur ergo semidiameter m e, ad partem circũferentiæ, quæ opponitur puncto m, in punctum, qui sit punctus h, arcus g q & ducantur lineæ b h & a h, secabit quoq; linea a h, diametrũ t q. Sit ut secet ipsum in puncto t, & linea h b, secabit eandem diametrum t q, in puncto b. Sunt quoq; puncta b & c, ex diuersis partibus centri e, linea ergo e h, diuidet angulum a h b, per 29. primi huius, quòd diuideret ei basem subtẽsam, quæ est b c, dico itaq; quod forma puncti b, potest reflecti ad uisum a, uel ab aliquo puncto arcus interiacentis semidiametros e t & e d, in quibus sunt puncta a & b, qui est arcus t d, & similiter ab aliquo puncto arcus illi arcui oppositi interiacentis alias semidiametros illis conterminales, qui sunt e g & e q, utpote ab aliquo puncto arcus, qui est a g, & quod non potest reflecti ab aliquo puncto arcus g t. Si enim hoc dicatur esse possibile, sumatur tunc aliquis punctus arcus g t, qui sit k, propinquius puncto t, & ducantur lineæ a k & k b, producatur linea k b, donec cadat super diametrũ d g, in punctũ o, cadet autem per 14. primi huius, ideo quia angulus b e d est rectus, & angulus k b t, est acutus, & omnes illæ lineæ sunt in eadem superficie, quòd ergo puncta o & a, sunt in eadẽ parte centri circuli, quod est e, patet quod perpendicularis ducta à puncto k, ad centrũ e, non diuidit angulũ o k a, & ita forma puncti b, nõ potest reflecti ad uisum a, à puncto speculi quod est k. Similiter sumpto alio puncto quod sit f, ita ut linea b f, sit æquedistans diametro d g, uel quod angulus f b t, fiat obtusus. Semper enim tunc patebit, quòd perpendicularis e f, non diuidit angulũ b f a, per 29. primi huius, quòd eadet extra a b, basem trigoni a b f, non ergo potest reflecti forma puncti b, ad uisum a, à puncto speculi f, ergo neq; ab aliquo puncto arcus oppositi arcui

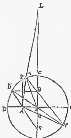


 g t, qui

g t, qui est arcus d q, eodẽ quoq; modo demonstrandũ si b punctus rei uisæ fuerit in superficie speculi aut extra speculũ, dum tñ punctum a, quod est centrum uisus, sit intra speculum, & idem erit modus ꝓbandi. Similiter quoq; si punctus a, centrum uisus fuerit in superficie speculi, & punctus b, fuerit interius uel exterius, idem est ꝓbandi modus. Si etiam centrum uisus a, fuerit extra speculũ, & punctus b, rei uisæ fuerit intra speculum, patet idem qđ ꝓpositum est. Ducanť eñi à puncto a, cẽtro uisus lineæ contingente circulum g t d, per 16. tertij, quæ sint lineæ a h & a 3, & ducantur duæ diametri una uisualis quæ sit a e g, & alia quæ sit t e q, & sit b punctus rei uisæ in diametro t e q, palam itaq; ex præmissis, quia reflectitur forma puncti b, ad uisum a, ab aliquo puncto arcus t d. Igitur ab aliquo puncto arcus t 3, quia impossibile est ut reflectatur ab aliquo puncto arcus 3 d, qm̃ ille arcus cadit sub puncto contingentiæ, & etiã propter inæqualitatem angulorum, qm̃ per 15. tertij, angulus e 3 a est rectus, & angulus b 3 e, per 42. primi huius, erit minor recto, cui fiunt inæquales omnes anguli constituti super lineam 3 a. Similiter quoq; ab aliquo puncto arcus q g, qui est oppositus arcui t d, potest fieri reflexio formæ puncti b, ad uisum existentem in puncto, sed ab arcu t g, uel d q, nulla fiet reflexio propter supradicta, similiterq; permutato puncto b, in aliam diametrum quæ sit idem diameter t q, idem accidet quod prius, patet ergo propositum. XXI.

Centro uisus & puncto rei uisæ existentibus in diuersis diametris circuli magni speculi sphærici concaui, si à centro uisus ducatur linea æquedistans diametro in qua est punctũ rei uisæ secans circulum, erunt omnia loca imaginum punctorum reflexorum ab arcu speculi interiacẽte terminũ diemetri rei uisæ, & illam æquedistantem extra speculum & loca imaginum reflexarũ à reliquo arcus interiacente diametros erunt ultra uisum, oppositi uero arcus loca imaginum erunt inter centrum uisus & speculum.

Sit dispositio quæ prius, & ducať à puncto a, linea æquedistans semidiametro t e, q̃ sit a p, dico qđ loca imaginũ reflexarũ à punctis arcus t p, erunt extra speculũ, loca uero imaginũ arcus p d, erunt ultra centrũ uisus, qđ est a, loca uero imaginũ arcus q g, erunt inter centrũ uisus & speculi superficiẽ, dato enĩ qđ forma pũcti b, existens in semidiametro t e, reflectať ad uisum existentẽ in semidiametro t e, ab aliq̃ puncto arcus p t, qui sit m & h, palã ꝑ 14. primi huius, qđ lineæ a m & b e, cõcurrent ultra puncta m & b, extra speculũ. Sit q̃q; pũctus cõcursus l, q ꝑ 37. quinti huius, erit locus imaginis formæ pũcti b, qđ si à puncto n, arcus d p, fiat reflexio, patet ꝑ eandẽ 14. primi huius, qm̃ linea a n & b e, cõcurrent ultra pũcta a & e, sit cõcursus in puncto s, eritq; punctũ s, locus imaginis formæ puncti b, retro uisum. Si uero forma pũcti b, reflectať ad uisum a, ab aliq̃ puncto arcus q g, qm̃ in ꝑmissa ostẽsum est hoc esse possibile. Sit ut illa reflexio fiat à puncto arcus q g qđ sit u, palã itaq; qm̃ linea b e, ꝑducta diuidit angulũ a e u, ergo ꝑ 29. primi huius, patet qđ ipsa secat basem a u, sit ut secet ipsam ĩ puncto x, linea itaq; a u, q̃ est linea reflexionis, & kathetus incidẽtiæ formæ puncti b, q est b e, secat se ĩ puncto x, est ergo ꝑ 37. quinti huius, punctũ x, locus imaginis formæ puncti b, & ipse est inter uisum & speculũ, secundũ hoc itaq; loca imaginũ diuersanť, ut etiam declaratũ est in 10. huius, nunq̃ aũt est possibile locũ imaginis esse in cẽtro uisus, nisi cũ pũctus rei uisæ & centrũ uisus ĩ eadẽ sunt diametro. Tũc eñi facta reflexiõe, utcũq; sit possibile, semꝑ patet qđ lĩea reflexionis & kathetus incidẽtiæ cõcurrunt in centro uisus, qm̃ solus ille punctus ambabus illis lineis est communis, patet itaq; quod proponebatur. Semper enim eodem modo est demonstrandum propositum, siue punctum a, centrum uisus sit intra speculum, siue in superficie speculi, siue extra speculũ, dum tamen linea à puncto a, ducta æquedistanter diametro in qua est punctum rei uisæ

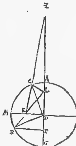


uisæ secet circulum speculi & non contingat ipsum, forma uero reflexa à puncto p secundum lineam p a, si punctus cuius forma reflectitur fuerit in semidiametro t e, cui æquedistat linea a p, potest uideri in ipsa speculi superficie ut ostendimus in undecima & duodecima libri huius.

XXII.

Quilibet punctus diametri circuli magni speculi sphærici concaui potest esse locus imaginum quantumcunque producatur.

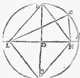
Sit a g diameter circuli speculi sphærici concaui, qui sit a p m g, cuius circuli centrũ sit d, producaturq́ue extra circulum, & signetur in ipsa punctum z, sitq́ue punctus e centrũ uisus intra circulum in semidiametro m p, dico quod punctus z potest esse locus imaginis, ducatur enim linea e t z per t punctum circunferentiæ circuli, & ducatur linea d c, erit angulus e c d, acutus per 43. primi huius, fiat itaque angulus d c l super terminum lineæ d c æqualis angulo e c d, per 23. primi, secetq́ue linea c l diametrum d a in puncto l, palam itaque per 20. quinti huius, quoniã forma puncti l, reflectitur ad uisum existentem in puncto e, à puncto speculi quod est c, & eius imaginis locus est in puncto z, per 37. quinti huius, quoniam in illo puncto concurrit kathetus incidentiæ qui est d l z, cum linea reflexiõis quæ est c e, & assumatur punctus diametri a g intra circulum, qui debet ostendi posse esse locus imaginis, ut si ille punctus sit l, palam quia & ipse erit locus imaginis alicuius formæ, ducatur enim linea e l, & producatur usque ad punctum circunferentiæ quod sit b, & ducatur linea d q, eritq́ue angulus d b e acutus, per 42. primi huius, fiat ergo æqualis sibi, qui sit d b p, palam itaque per 20. quinti huius, quoniam reflectitur forma pũcti p ad uisum e, à puncto speculi b, & locus imaginis formæ puncti p est punctus l, per 37. quinti huius, sumpto quoque quolibet puncto alio eadem est probatio, patet ergo propositum.



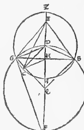
XXIII.

Centro uisus & puncto rei uisæ in eadem circuli magni diametro existentibus punctorum reflexorum à speculis sphæricis concauis quilibet est locus imaginis centrum uisus, possibile est ut ab uno tantum semicirculi puncto fiat reflexio ad uisum, uel tantum à quolibet unius alterius circuli determinati puncto.

Esto circulus speculi sphærici concaui g z b a, cuius centrum sit d, & intersecent se in ipso duæ diametri z a & g b orthogonaliter, & sit in diametro z a pũctus e, qui sit centrum uisus z h, qui sit punctus rei uisæ, sit in eadem diametro z a, quoniam ubicunque fuerint centrum uisus, & punctus rei uisæ in una illius circuli diametro, semper possunt dictæ diametri taliter produci, ut se orthogonaliter intersecent, diametro z a per puncta e & h transeunte, aut ergo linea e d interiacens centra uisus & speculi est æqualis lineæ d h aut non. Si sit æqualis, ita quod illa puncta æqualiter distent à centro speculi, ducantur lineæ h g, h b, e g, e b, palam itaque per 4. primi, quoniam triangulus h g d est æqualis triangulo g d e, & æqualis triangulo h d b & triangulo e d b, & ipsorum anguli respicientes æqualia latera sunt æquales, & quoniam angulus h g d est æqualis angulo d g e, palam quia angulus h g e, diuiditur per æqualia per lineam g d, potest ergo per 20. quinti huius, forma puncti h à puncto speculi g, reflecti ad uisum in punctum e, & erit per 37. quinti huius, locus imaginis punctus e, quod est centrũ uisus. Similiterq́ue potest forma puncti h à puncto speculi b reflecti ad uisum in punctum e, & erit iterum locus imaginis punctum e, per eandem quæ prius, Si itaque diametro z a ma-



nente immobili, semicirculus z g a, imaginetur moueri per sphæram speculi, aut etiam solus triangulus h g e moueatur fixa manente latere e h, palam quia pũctus g, motu suo describit circulum, & à quolibet puncto illius circuli reflecti potest forma puncti h ad uisum e, & locus imaginis erit semper punctus e quod est centrum uisus, quod autem ab alio puncto speculi quàm ab aliquo puncto illius circuli non possit forma puncti h, reflecti ad uisum e, manifestũ est. Si enim reflecteretur ab alio circulo quàm ab illo quem motu suo causat punctum g uel punctum h, tunc reflecteretur ab alio puncto illius semicirculi a g z. Sit ergo ut reflectatur à puncto illius quod sit c, & hoc erit extra illũ circulum imaginatum in superficie speculi, ducantur quoq; lineæ h c & e c, eritq; linea e c maior quàm linea e g, per 7. tertij, & erit linea h c minor quàm h g, per eandem 7. tertij, non ergo erit ꝓportio lineæ e c ad lineã h c, sicut lineæ e d ad lineam h d, quæ sunt æquales, ergo per 3. sexti, angulus e c h non diuiditur in duo æqualia per lineam d c, nõ ergo reflectitur forma puncti h ad uisum e, à puncto speculi c, & eadem est deductio si sumatur punctus c inter puncta g et z, in arcu z g, palam itaq; quoniam centro uisus quod est e, à puncto rei uisæ, quod est h, existentibus in eadem diametro, & æqualiter distantibus à centro speculi, semper fit reflexio formæ pũcti uisi ad uisum modo proposito, quod si puncta ducta in eadem diametro existentia inæqualiter distent à centro speculi puncto d, utpote si linea e d fuerit maior quàm linea d h, addatur lineæ d h linea h q, per 126. primi huius, taliter ut illud quod fit ex ductu lineæ e q, q h sit æquale quadrato lineæ d q, erit ergo per 16. sexti, proportio lineæ e q ad lineam d q, sicut lineæ d q ad lineam h q, fiat ergo circulus ad quantitatem semidiametri d q cuius centrum sit q, & quoniam ille circulus intersecat circulum g z b a in duobus locis, per 10. tertij, sunt illa loca sectionis pũcta g & b, ducantur lineæ e g, e b, q g, q b, d g, d b, h g, h b, & quia linea q g est æqualis lineæ q d, per diffinitionem circuli, palam per 7. quinti, quoniã eadem est proportio lineæ e q ad lineam q g & ad lineam q d, est ergo proportio lineæ e q ad lineam q g, sicut lineæ g q ad lineam q h, angulus uero g q h communis est utriq; triangulorum qui sunt e q g & h q g, ergo per 6. sexti, illi duo trianguli sunt æquianguli. Erunt quoq; eorum latera proportionalia per 4. sexti, erit ergo proportio lineæ e q ad lineam q g, sicut lineæ e g ad lineam g h, erit quoq; per 19. quinti, proportio lineæ e d ad lineam d h, sicut lineæ e q ad lineam d q, ergo per 11. quinti, erit proportio lineæ e d ad lineam d h, sicut lineæ e g ad lineam g h, ergo per 3. sexti, linea d g diuidit angulum h g e per æqualia. Igitur p 20. quinti huius, forma puncti h à puncto speculi g reflectitur ad punctum e qui est centrum uisus, & est punctum e locus imaginis suæ, & similiter forma puncti h, à puncto speculi g reflectitur ad punctum e, qui est centrum uisus, & est punctũ e locus imaginis suæ. Si ergo imaginetur moueri triangulus e g h trans sphæram speculi linea h e remanente immota, tunc punctus g, describet circulum in superficie concaua speculi à cuius quolibet puncto reflectetur forma puncti h ad uisum existentem in puncto e, & semper erit locus imaginis punctus e, quod uero ab alio puncto quàm illius circuli, non possit forma puncti h reflecti ad uisum e, patet ut prius. Si enim sumatur punctus c inter puncta g & a, erit per 7. tertij, linea e c maior quàm linea e g, & linea h c minor quàm linea h g, non erit igitur proportio lineæ e c ad c h, sicut e d ad d h, per 8. quinti, ergo per 3. sexti, linea c d non diuidit angulum e c h per æqualia, non ergo reflectetur forma puncti h ad uisum e, à puncto speculi c. Similiter quoq; si punctus c à quo debeat fieri reflexio cadat in arcum g z idem sequitur impossibile, patet ergo propositum. Sicut autem hic de punctis & circulis mathematicis demonstrata sunt, sic de punctis medijs naturalium imaginum reflexarũ intelligenda sunt, forma enim puncti h, continua uidetur formis aliorum punctorum, & est media intelligenda in tota imagine naturali reflexa, & pũctus medius totius illius formæ erit in puncto e quod est centrum uisus, & reflectetur tota forma à loco circulari



speculi

speculi habente sensibilem latitudinem, cuius medium mathematicum est circulus prædictus, & sunt pũcta e & h poli illius circuli. Cum autem linea e d fuerit maior quàm linea d h, in tantum poterit esse maior in quantum non reflectetur forma puncti h ad uisum e à puncto speculi g, prout ostendunus per 17. huius, ubi enim fuerit proportio, excessus lineæ e d super lineam d h, ad lineam h d maior quàm lineæ e h ad lineam a h, non poterit forma puncti h reflecti ad uisum e, per 16. huius, eritq; proportio lineæ e a ad lineam a h maior quàm lineæ e d ad lineã d h, alias enim non poterit reflecti forma puncti h, ad uisum in punctum e, quia si detur quod possit reflecti, sit ut reflectatur à puncto g, dico itaq; quod necessario sequitur ut maior sit proportio lineæ e a ad lineã h a, quàm lineæ e d ad lineam d h, erit enim ex 42. primi huius, angulus h d g acutus, erit quoq; per eandem 42. primi huius, angulus d g h minor recto, ducatur itaq; à puncto g, linea contingens circulum a g z b, quæ sit g f, hoc ergo necessario concurret cum linea e h, p 14. primi huius, cum angulus h d g sit acutus, & angulus d g f rectus, per 17. tertij, sit cõcursus punctus f, erit ergo per 13. huius, kathetus incidentiæ qui est h d ad lineam d e, ductã à centro speculi ad locum imaginis, sicut lineæ h f ductæ à puncto rei uisæ ad finem contingentiæ ad lineam f e, ductam à fine contingentiæ ad locum imaginis, ergo per 5. primi huius, erit econuerso proportio lineæ e f ad f h, sicut lineæ e d ad lineam d h. Sed maior est proportio lineæ e a ad lineam a h, quàm sit lineæ e f ad lineam f h per 4. primi huius, quoniã æquali linea quæ est f a addita utrobiq; minuitur proportio, igitur maior est proportio lineæ e a ad lineã h a, quàm sit lineæ e d ad lineam d h. Si itaq; forma puncti h reflectitur ad uisum e, necessarium est ut proportio lineæ e a ad lineam h a, sit maior quàm lineæ e d ad lineam d h, hoc itaq; cum fuerit erit ex hac dispositione centri uisus & puncti rei uisæ sicut prius demonstratum, palam ergo sunt omnia quæ proposita sunt, cum centrum uisus & punctus rei uisæ fuerint in eadem diametro circuli propositi speculi, patet ergo propositum.

XXIIII.

Puncto rei uisæ & centro uisus existentibus extra speculum sphæricum concauum non in eadem diametro circuli qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi non possibile ut fiat ad uisum reflexio nisi ab uno tantum puncto, & unicus tantum imaginis erit locus.

Esto c pũctus rei uisæ, & h centrum uisus, & sit d centrum speculi, & ducantur lineæ h d, c d, h c, superficies itaq; reflexionis, quæ per 3. huius, est superficies h d c, secat superficiem speculi per secundam huius, super circulum qui sit e b q g, palam itaq; quod forma puncti c nõ reflectitur ad uisum h, nisi ab aliquo puncto huius circuli, non enim fit aliqua reflexio extra superficiem reflexionis, producatur itaq; linea h d ultra centrum d, donec secet circumferentiam circuli, & sit punctus sectiõis a, & producatᷓ linea c d ultra punctũ d, secans circulũ in puncto q, incidatq; linea h d circulo in pũcto g, & linea c d in puncto b, palam ergo per 20. huius, cũ solum sit possibilis reflexio ab arcubus interiacẽtibus diametros, in quibus sunt centrũ uisus, & punctus rei uisæ, quod forma puncti c ad uisum existentẽ in puncto h, nõ reflectiᷓ ab aliq̃ pũcto arcus q g uel arcus b a, reflectiᷓ itaq; aut ab aliq̃ pũcto arcus g b, aut ab aliq̃ pũcto arcus q a, diuidatur itaq; angulus c d h per æqualia per 9. primi, diuidatq; ipsum linea d e l, secans circuli periferiam in puncto e, & lineam h c in puncto l, & à puncto e, ducatur linea contingens circulum per 16. tertij, quæ sit k e f. Si itaq; puncta c & h fuerint super aliam lineam contingentem, ubicunq; consistant, palam quod non est possibile reflecti formam puncti c ad uisum h, ab aliquo puncto h g, Si enim à puncto c ducatur linea ad aliquem interiorem punctũ huius arcus, linea à puncto h, ad idem punctum ducta cadet super eundem arcũ exterius

terius & non interius, cum punctum sit extra speculum, & ita non erit reflexio à parte interiori cõcauitatis, scilicet speculi, ipso corpore speculi impediente, ab arcu uero a q possibile est ut fiat reflexio, quoniam lineas ductas à puncto c & à puncto h, concauitati illius arcus possibile est incidere, producatur itaq; linea l d donec secet arcum a q, & punctus sectionis z, dico quod à puncto z reflectetur forma puncti c ad h centrum uisus, ducantur enim lineæ c z, h z, secetq; linea h z kathetum incidentiæ, qui est c d q, in puncto p, cũ itaq; angulus c d h sit diuisus per æqualia, patet quod angulus c d z est æqualis angulo h d z, per 13. primi, lineæ itaq; c d & h d, aut sunt æquales aut non, si sunt æquales, & linea d z est communis, erit per 4. primi, triangulus c z d æqualis triangulo h z d, & angulus c z h est diuisus per æqualia per lineã d z, ergo per 20. quinti huius, forma puncti c reflectetur ad uisum in punctũ h, à puncto speculi z, sed neq; est possibile à puncto alio arcus reflecti formam puncti c ad h. Sic enim si est possibile quod reflectatur à puncto o, & ducantur lineæ c o & h o, linea quoq; o d m ducta per centrũ speculi, diuidat angulum c o h per æqualia, secetq; lineam h c in puncto m, palam ergo per 8. tertij, quoniã linea c z est minor quàm c o, & linea h o est minor q̃ linea h z, est autem per 3. sexti, cũ angulus c z h sit diuisus per æqualia, proportio lineæ c z ad lineam h z, sicut lineæ c l ad lineam h l, proportio uero lineæ c o ad lineam h o, per eandem 3. sexti, est sicut lineæ c m ad lineam m h, sed per nonam primi huius, maior est proportio lineæ h z ad lineam c z, quàm lineæ h o ad lineam c o, ergo per 11. quinti, maior est proportio lineæ h l ad lineã l c, quàm lineæ h m maioris, quàm sit linea h l ad lineam m c minorem, quàm sit linea l c quod est impossibile, semper enim est minor proportio quantitatis minoris ad maiorẽ q̃ maioris ad minorem, quod faciliter patet per 9. primi huius, nõ ergo fiet reflexio formæ puncti c ad uisum h, à pũcto speculi o. Similiter etiam demonstrandum, quod à nullo alio nisi à solo puncto z, quod est propositum, quod si lineæ c d & h d sint inæquales, fiat resectio maioris ad æqualitatem minoris, per 3. primi, & ordinetur demõstratio ut prius, & quoniam forma puncti cuiuscunq; rei uisæ in eadem linea existentis semper reflectitur ab eodem puncto cuiuscunq; speculi ad uisum in quocunq; puncto eiusdem lineæ existentis, quoniam linearum inæqualitas naturam reflexionis non immutat, ut patet per 20. quinti huius, semper enim angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexiõis, patet quod quæcunq; istarũ linearum fuerit maior quàm alia quod non impedietur propter hæc reflexio, & quod tantum ab uno puncto speculi fiet reflexio, & hoc per diligentiam perquirentis secũdum modũ præmissum poterit declarari, & quia in tali dispositione centri uisus, & puncti rei uisæ ab uno tantũ pũcto speculi fit reflexio ad uisum, patet quod unica est linea reflexionis quæ h z, unicus est ergo locus imaginis, scilicet pũctus p, in quo linea reflexionis quæ est h z secat kathetũ incidentiæ quæ est c d q, patet ergo propositum.

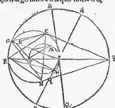
XXV.

Si angulũ à duobus diametris circuli magni speculi sphærici concaui contentum diuidat tertia diameter per æqualia, & à puncto sectionis circũferentiæ & diametri medij ducãtur perpendiculares super alias duas diametros, puncta diametrorũ, in quæ cadunt perpendiculares ad se inuicem reflectuntur tantum ab illo puncto circunferentiæ, & à puncto sibi opposito, & quodlibet punctũ diametri interiacens illa pũcta, & centrum speculi reflectitur ad punctum alterius diametri æqualiter ei condistanti à centro ab eisdem duobus punctis, & loca imaginum erunt tantum duo.

Sint circuli qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici concaui, cuius centrum d, duæ diametri a g & b q, & diameter e d z diuidat angulum b d g per æqualia per 9. primi, & à puncto speculi cui incidit diameter z d e, ducantur duæ perpendiculares super duas semidiametros b d & d g, p 12. primi, quæ sint e c & e h, palam ergo per 26. primi, quod trianguli e c d & e h d sunt æquales & æquianguli, quoniã enĩ angulus b d g diuisus est per æqualia per lineam d e, & anguli e c d & e h d sunt recti, & linea e d est ambobus illis trigonis cõmunis, patet ergo quod angulus c e d est æqualis

angulo

angulo d e h, ergo per 20. quinti huius, forma puncti c reflectitur ad uisum existentem in puncto h à puncto speculi quod est e, & eodem modo forma puncti h reflectitur ad uisum existentem in puncto c à puncto speculi e. Similiterq; fiet reflexio à puncto z ductis lineis c z & h z, cum enim ex præmissis lineæ c d & h d sint æquales, & per 13. primi, anguli h d z & c d z sint æquales, erunt per 4. primi, anguli c z d & d z h æquales, fiet ergo mutua reflexio punctorum c & h, ad inuicem à puncto speculi quod est z, patet autē per 20. huius, qđ nō reflectetur forma pūcti c ad punctū existentē in pūcto h, ab aliq̄ puncto arcus a b, uel ab aliq̄ pūcto arcus g q, nec ab aliq̄ pūcto arcus a q, nec à pūcto z, p 19. huius, & qm̄ idem accidit impossibile contra 9. primi huius, qđ in proxima præmissa ducta prius linea c h: quod uero ab aliquo puncto arcus b g alio quàm puncto e, non possit fieri reflexio formæ puncti c ad uisum h sic patebit, detur enim quod illa reflexio possit fieri à puncto o, & ducantur lineæ c o & h o, d o, fiatq; circulus secundū quantitatem diametri d e, palam ergo per 30. tertij, cum anguli e c d & e h d sunt recti, quoniā ille circulus transibit per quatuor puncta quæ sunt c d h e, cum itaq; punctus e, sit communis utriq; illorum circulorum, & sit super eandem diametrum e d, cōtingat circulus maior minorem tantū in puncto e, p 12. tertij, et non in alio, circulus itaq; minor qui est e c d h secabit lineam d o productam in minori circulo, quoniam si non secaret, tunc contingeret in puncto o circulum maiorem, & sic ipsum contingeret in duobus punctis quod est impossibile. Sit ut secet ipsum in puncto l, & ducantur lineæ f l & h l, quia uero ut patet ex præmissis, linea c d est æqualis lineæ d h, erit arcus d h circuli minoris æqualis arcui d c. per 27. tertij, ergo per 26. tertij, angulus c l d est æqualis angulo d l h, ergo per 13. primi, angulus c l o est æqualis angulo h l o, sed angulus l o c est æqualis angulo l o h, p 20. quinti huius, & ex hypothesi, & latus o l est cōmune ambobus trigonis c o l & h o l, ergo per 26. primi, illi trigoni sunt æquales & æquianguli, erit ergo linea c o æq̄lis lineæ h o, quod est impossibile, quoniam per 7. tertij, linea h o est maior quàm linea h e, & linea c o est minor quàm linea c e, per eandem 7. tertij, linea uero c e ut præmissum est, æqualis est lineæ h e, est ergo linea h o maior quàm linea c o, nō ergo reflectetur forma puncti c ad uisum existentem in puncto h à puncto speculi o, sed neq; ab aliquo alio pūcto arcus e b. Similiterq; est deducendū, si punctus o, à quo supponitr fieri reflexionē cadat in aliquod punctum arcus e g inter puncta e & g. Restat ergo ut forma puncti c non reflectatur ad uisum h, ab aliquo puncto arcus b g, nisi à solo puncto e, nec ab aliquo puncto arcus a q nisi à solo puncto z. Item à puncto e ducatur contingit linea e m super partem diametri b q, quæ est c d & secetur linea h d pars æqualis lineæ d m, per 3. primi, quæ sit d n, & ducatur linea e n, palam per 16. primi, quod angulus e m d est obtusus, cum angulus e c d sit rectus, ab angulo itaq; e m d, p 27. primi huius, resecetur angulus rectus qui sit d m p, & ducatur linea m p, hæc ergo erit æquedistans lineæ e c, per 28. primi, concurret ergo linea m p, per secundam primi huius, cū linea c d, cum quā concurrit sua æquædistans, quæ est e c. Sit concursus punctus p, & ducatur linea n p, & fiat circulus secundum quantitatem diametri d p, eritq; per 30. tertij, ille circulus transiens per quatuor puncta m d n p, quia cum angulus p m d sit rectus, & angulus m d p æqualis angulo p d n, & latus p d commune, erit per 4. primi, angulus p n d rectus, cum itaq; arcus d n sit æqualis arcui d m, per 27. tertij, erit angulus d p n æqualis angulo d p m per 26. tertij, eruntq; trianguli d m p & d n p æquianguli per 32. primi, & quia linea n d est æqualis lineæ d m, erit per 4. sexti, linea m p æqualis lineæ n p, & quia angulus m p d est æqualis angulo n p d, erit ergo per 13. primi, angulus m p e æq̄lis angulo n p e, ergo per 4. primi, linea e p existente communi triangulo n e p, & trian-

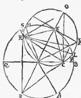


gulus m e p, erit angulus n e p æqualis angulo m e p, palam ergo quod forma puncti m, reflectitur ad uisum existentem in puncto n, à puncto speculi quod est e, & eorum ad inuicem fiet mutua reflexio, similiter à pūcto z, & non ab aliquo alio puncto arcus b a, uel arcus g q per 20. huius, neq; ab alio pūcto arcus b g quàm à pūcto e, nec ab alio puncto arcus q a quàm à puncto z. In his enim est eadem deductio quæ prius. Palam itaq; secundum modum prædictum, quia sumpto puncto lineæ m d, & ductis lineis ad punctum illud à punctis c d h, & sumpto pūcto ultimo in quo circulus minor secabit diametrum, & à puncto sectionis ductis lineis ad pūncta c & h, semper formæ illius puncti erit reflexio ad punctū sibi simile lineæ d n, tantūdem distans à centro speculi quod est d, fietq; illa reflexio à puncto speculi e, & à puncto illi opposito diametraliter quod est punctum z, eruntq; loca imaginum tantum duo, in quibus duæ lineæ reflexionis quæ sunt e h & z h, cōcurrant cum katheto incidentiæ qui c d, patet ergo propositum. Hoc tamen est magis euidens si diametri b q & a g, secent se ad angulos non rectos, quoniam tūc loca imaginum cadunt aut retro uisum, aut inter uisum & speculum. Si uero illæ diametri secuerint se ad angulos rectos, tunc ad huc loca imaginum erunt tantum duo, quoniam tunc ut patet per 28. primi, linea reflexionis quæ e h, est æquedistans katheto incidentiæ quæ est c d, & uidebitur una imago formæ puncti c, in puncto reflexionis quod est e, per 11. huius, reliqua uero uidebitur in puncto x, quod sit communis sectio, lineæ reflexiōis quæ est z k, & kathetus incidentiæ qui est c d, & sic loca imaginis diuersantur secundum quantitates angulorum à diametris contentorum, patet ergo propositum.

XXVI.

Si angulum à duabus diametris magni circuli speculi sphærici concaui contentum diuidat tertia diameter per æqualia, & à puncto sectionis circunferentiæ & diametri medij ducantur perpendiculares super alias duas diametros, quodlibet punctum unius diametrorum sectarum interiacens perpendiculares & circunferentiam, reflectitur ad punctum alterius diametri æqualiter ei condistans à centro, à quatuor tantum circunferentiæ punctis, & secundum hæc loca imaginum numerantur.

Sint ut in proxima, circuli qui est communis sectio speculi sphærici concaui, & superficiei reflexionis duæ diametri b q & a g secantes se super punctum d, centrum speculi sphærici concaui, & diameter e z diuidat angulum b d g, ab eis in centro contentum per æqualia, & sumatur in semidiametro b d punctus c supra punctum, in quē cadit perpendicularis ducta à puncto e super semidiametrum b d, & in linea d g, sumatur eius pars quæ sit d h æqualis lineæ d c, per 3. primi, & ducantur lineæ c e & h e, dico quod forma puncti c reflectitur ad uisum existentem in puncto h, à puncto speculi quod est e, & à puncto z, sibi diametraliter opposito, non autem reflectitur ab aliquo puncto arcus b a, uel arcus g q, est autem necessarium formam puncti c, reflecti ad uisum existentem in puncto h, ab aliquo puncto arcus e g, & ab aliquo puncto arcus e b, extrahatur enim à puncto c, perpendicularis super lineam c d, per 11. primi, quæ sit c o, &



quia linea c o est æquedistans perpendiculari ductæ à puncto e, super semidiametrum d h, per 28. primi, palam quia linea c o, producta cadet extra circulū speculi non secans punctum e, producatur ergo linea d e ultra punctum e, & quia angulus b d e est acutus, ideo quia semidiameter d e diuidit angulum b d g per æqualia, propter quod uterq; ipsorum est minor recto, palam quod linea c o, per 14. primi huius, concurret cum linea d e, concurrant ergo in puncto o, & ducatur linea h o, palam itaq; per 14. primi, cum angulus d c o sit rectus, quod etiam d h o est rectus, fiat itaq; per 5. quarti, circulus transiens per tria puncta c d h, qui per 30. tertij, necessario transibit per pūctum o, & erit linea

d o dia-

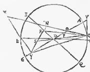
do diameter eius, & ducatur per 16. tertij, linea contingens circulum b a z g in puncto e, quæ sint k e, & quoniam circulus c d h o secat circulum b a z g, necesse est ipsum secari in duobus punctis per decimam tertij, sint illa duo puncta l & m, & ducantur lineæ c l, h l, d l, c m, h m, d m, cũ itaq; linea recta quæ est c d, sit æqualis lineæ h d, ut patet ex præmissis, erit arcus c d æqualis arcui d h, per 27. tertij, erit ergo per 26. tertij, angulus c l d æqualis angulo d l h, & ita forma puncti c reflectitur ad uisum h à puncto l, & similiter angulus c m d est æqualis angulo d m h, per 26. tertij, ergo forma puncti c, reflectitur ad uisum h à puncto m, palam igitur quod forma puncti c reflectitur ad uisum h, & à punctis e z, l m, & quoniam lineæ reflexiõis sunt quatuor, scilicet h e, h l, h m, h z, patet quod in communi sectione unius cuiuscunq; ipsarum & katheti incidentiæ, qui est c d, fit locus imaginis, & si aliqua illarum linearũ fuerit æquedistans katheto c d, erit locus imaginis in puncto reflexionis per 11. & 13. huius, loca ergo imaginum sunt quatuor uicinorum locorum reflexionis, non potest autem forma puncti c reflecti ad uisum h, ab alio puncto præter hoc, detur enim si possibile est ut fiat reflexio formæ puncti ad uisum h, à puncto alio speculi præter hæc quatuor, quod sit pũctum f, & ducantur lineæ c f, h f, d f, & producatur d f quousq; concurrat cum linea contingente circulum b a z q in puncto e, & sit exempli causa, punctus concursus k, qui sit communis sectio lineæ e k, & periferiæ circuli d c, h e, concurrent autem lineæ d f & e k, per 14. primi huius, & ducantur lineæ c k & h k, erit itaq; ex hypothesi, & per 20. quinti huius, angulus c f d æqualis angulo d f h, ergo per 13. primi, erit angulus c f h æqualis angulo h f k, sed angulus c h k est æqualis angulo f k h, per 26. tertij, arcus enim in quos ad periferiam cadunt illi anguli, scilicet arcus circuli c d h o, qui sunt d h & d c, sunt æquales, & linea f k est communis, erunt ergo per 26. primi, trianguli c k f & h k f æquales, est ergo per 4. sexti, linea c k æqualis lineæ h k, quod est impossibile, quoniam ut patet per 8. tertij, linea h k est maior quàm linea h o, & linea c k minor est quàm linea c o, linea uero c o est æqualis lineæ h o, per præmissa, & eodem modo deducendũ si in arcu m g sit datus punctus f, qm̃ idem sequitur possibile dato puncto f, in arcu g b, ubicunq; extra tria puncta m e l, quia si punctus k, qui est punctus lineæ contingentis cadat extra periferiam circuli m d c o, copulatis lineis à pũctis sectionis lineæ e k, ad periferiam circuli minoris præmisso modo erit deducendum, palam ergo quod non reflectatur forma puncti c ad uisum h, ab aliquo alio puncto quàm ab his quatuor punctis. Si enim circulus fiat habens centrum in linea d z admodum circuli c d, h o, habentis centrum in linea c o, palam per modũ 24. huius, ducta linea c h, quoniam lineæ à punctis c & h ad punctum z, terminum diametri d z ductæ, si ad partem aliam ultra puncta c & h fuerint productæ, arcus interiacentes earũ alteram & diametrum e d z æquales, qui sunt p e & s e, resecant ergo æquales angulos cum diametro in pũcto z constitutum, & est possibile reflexio quæ fit à puncto z, ad alia uero puncta arcuum uicinorum productæ à punctis c & h, lineæ semper arcus inæquales resecant, & ob hoc inæquales angulos constituunt super circunferentiam circuli maioris, & per modum quo usi sumus in 24. huius, sequitur impossibile contra nonam primi huius, ut manifestatum est per ea quæ præmissa sunt, patet ergo propositum, quoniã tantum à quatuor punctis fit reflexio tali existente dispositione, et tantum sunt quatuor loca imaginum, quod est propositum.

XXVII.

Puncto rei uisæ & centro uisus in eadem superficie circuli magni speculi sphærici concaui, diuersis tamen diametris, & sub inæquali distantia à centro speculi existentibus in arcu illius circuli interiacente reliquas semidiametros in quibus illa puncta non consistunt, punctum reflexionis inueuire, ex quo patet, quod ab uno tantum puncto illius arcus fit reflexio in hoc situ.

Sit ut prius circulus, qui est communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei speculi sphærici concaui a b g q, cuius centrũ d, & ducantur duæ diametri a d g & b d q,

& diameter e d z diuidat angulum a, ab alijs duabus diametris contentum per æqualia, sitq́ꝫ e punctus rei uisæ positus in semidiametro b d propinquior centro speculi d, quàm sit punctus h, qui sit centrum uisus positus in semidiametro g d, dico quod in hac dispositione punctorum e & h possibile est in arcu a q punctum reflexionis inuenire, & quod in illo arcu unicus huius reflexionis est pũctus. Sumatur enim extra circulum linea l y, & diuidatur per 119. primi huius, in puncto m, taliter ut sit proportio lineæ y m ad lineam m l, sicut lineæ h d ad lineam d e, & diuidatur item linea y l per æqualia in puncto n, per decimã primi, & à puncto n perpendicularis n k super lineam y m, per undecimã primi, & super punctum l, terminum lineæ y l, per 23. primi, angulus æqualis medietati anguli a d e per lineam f l, erit itaqꝫ angulus f l y, acutus siue angulus a d e fuerit acutus siue rectus, uel etiam obtusus, sed angulus f n l est rectus, ergo per 14. primi huius, linea f l concurret cum linea n k, concurrunt ergo in puncto f, & per 134. primi huius, à puncto m, ducatur linea ad basem f l concurrens cum latere n k in puncto k, secetq́ꝫ lineam l f in puncto c, taliter ut sit proportio lineæ k c ad lineam c l, sicut lineæ h d ad lineam b d, deinde super punctum d, terminum lineæ a d fiat angulus æqualis angulo l c m q̃ sit i d a, sitq́ꝫ pũctus circũferentiæ qui est a, supra punctum z, uel infra illum, & super punctum i, terminũ lineæ d i, fiat angulus æqualis angulo c l m q̃ sit m d, ducta linea o i secante lineam d a in puncto o, quæ producatur ultra punctũ o, & super lineam m, ducatur perpendicularis à puncto h, per duodecimam primi, quæ sit h f, & producatur linea r x, quousqꝫ ipsa æqualis sit lineæ r i, & ducãtur lineæ h x & h i, palam autem per 120. primi huius, quoniam à puncto m, impossibile est duci aliam super lineã f l diuidentem eam secundũ proportionem qua diuisit ipsam linea m c k, cum itaqꝫ angulus o d i sit æqualis angulo l c m, & angulus o i d æqualis angulo c l m, erit per 32. primi, angulus i o d æqualis angulo l m c, erit ergo per 13. primi, angulus r o h æqualis angulo k m n, & angulus h r o est æqualis angulo k n m, quia uterque est rectus, ergo per 22. primi, angulus n k m est æqualis angulo r h o, trigona itaqꝫ n k m & r h o sunt æquiangula, ergo per 4. sexti, latera ipsorum æquos angulos respicientia sunt proportionalia producatur itaqꝫ linea i d ultra punctum d, donec concurrat cum linea h f, concurret autem per 14. primi huius, angulus enim h r i est rectus, & angulus r i d est acutus, concursus autem punctum sit s, eritq́ꝫ angulus s d h æqualis angulo k c f, per 15. primi, erunt ergo trigona f c k & s d h æquiangula per 32. primi, ergo per 4. sexti, erit proportio lineæ s d ad lineam d h, sicut lineæ f c ad lineam k c, sed lineæ h d ad lineam d i, per 7. quinti, est proportio sicut lineæ h d ad lineam d b, quoniam per diffinitionem circuli lineæ d i & d b sunt æquales, est ergo proportio lineæ h d ad lineam d i, sicut lineæ k c ad lineam c l, ex præmissis enim est proportio lineæ k c ad c l, sicut lineæ h d ad lineam b d, est ergo per 22. quinti, per æquam scilicet proportionem proportio lineæ s d ad lineam d i, sicut lineæ f c ad lineã c l, ergo per 18. quinti, erit coniunctim proportio lineæ s i ad lineam d i, sicut lineæ f l ad lineam l c, sed cũ triangulus d i o sit æquiangulus triangulo c l m, ut supra patet, palam per 4. sexti, quoniam & proportio lineæ d i ad lineam i o, sicut lineæ c l ad lineam l m, est igitur per 22. quinti, proportio lineæ s z ad lineam i o, sicut lineæ f l ad lineam l m, ergo per 5. primi huius, erit cõtrario proportio lineæ i o ad lineam s i, sicut lineæ l m ad lineam f l, sed est proportio lineæ s i ad lineam i r, sicut lineæ f l ad lineam l n, per 4. sexti, qm̃ triangulus r i s, est similis triangulo f l n, per 22. primi, cũ eñ anguli s r i & f n l, sint æquales, quia recti, & anguli r i s & n l f, sunt æquales ex præmissis, erit angulus r s i, æqualis angulo n f l, igitur per 22. quinti, erit ꝓportio lineæ i o, ad lineam i r, sicut linea l m, ad lineam l n, erit ergo econtrario per 5. primi huius, ꝓportio lineæ i r, ad lineã i o, sicut lineæ l n, ad lineam l m, & quoniã linea x i, est dupla lineæ i r, & linea y l, est dupla lineæ l n, erit per 15. quinti, eadem

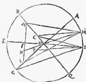


dem proportio lineæ x i, ad lineam i o, sicut lineæ x l, ad lineam l m, ergo per 17. quinti, erit diuisim ꝓportio lineæ x m ad lineam m l, sicut lineæ x o ad lineam i o, ducatur itaqꝫ à puncto i, linea æquedistans lineis h x, per 31. primi, quæ sit i u, producatur quoqꝫ linea d a, donec cõcurrat cũ linea i u, concurret autẽ per 2. primi huius, quæ cõcurrit cum eius æquedistante quæ est h x, fietqꝫ concursus punctus u, eritqꝫ triangulus o u i, per 15. & 29. primi, æquiangulus triãgulo, h o x, ergo per 4. sexti, est ꝓportio lineæ h o ad lineam o u, sicut lineæ x o ad lineam o i, est autẽ ut patuit ex p̃missis proportio lineæ x o ad lineam o i, sicut lineæ y m ad lineã m l, ergo per 11. quinti, erit ꝓportio lineæ h o ad lineã o u, sicut lineæ z m ad lineam l m, est ergo per eandẽ 11. quinti, proportio lineæ h o ad lineam o u, sicut lineæ h d ad lineam d c, sed quoniã triangulus h r i, æqualis est triangulo h r x, per 1. sexti, quoniã ex hypothesi linea x r est æqualis lineæ r i, & linea h r, est perpendicularis super lineã x i, palam quia angulus h x r, est æqualis angulo r i h, ergo angulus r i h est æqualis angulo u i o, quia per 29. primi, anguli h x i & u i o sunt æquales, cum sint coalterni inter lineas x h & u i æquedistantes, ergo per 3. sexti, erit proportio lineæ h o ad lineam o u, sicut lineæ h i ad lineam i u, est ergo ꝓportio lineæ h i ad lineã i u, per 11. quinti, sicut lineæ h d ad lineam d c, uerũ angulus u i d, ut patet per præmissa maior est angulo d i h, secetur ergo ab angulo u i d, angulus æqualis d i h, per 27. primi huius, & sit angulus p i d, sitqꝫ punctus p, in diametro d a, & ducatur linea p t, palam itaqꝫ per 13. primi huius, qđ proportio lineæ h i ad lineam i u, constat ex proportione lineæ h i ad lineam p i, & ex proportione lineæ p i ad lineam i u, sed per 3. sexti, proportio est lineæ h i ad lineam i x, sicut lineæ h d ad lineam d p, quoniã angulus p i h diuisus est per æqualia per lineam d i, igitur proportio lineæ h i ad lineam i u, quæ est proportio lineæ h d ad d c, constat ex proportione lineæ h d ad d p, & lineæ p i ad i u, & proportio lineæ h d ad d t, constat ex proportio lineæ h d ad lineam d p, & ex proportione lineæ d p ad lineam d t, est igitur per 13. primi huius, proportio lineæ d p, ad lineam d c, sicut lineæ p i ad lineam u i, uerum ut supra patuit, angulus r i u, est medietas anguli u i h, q̃m angulus u i r est æqualis angulo h x i, per 29. primi, & angulus h x i est æqualis r i h, per 4. primi, est ergo angulus r i h, medietas anguli u i h, & angulus d i h, est medietas anguli p i h, Restat ergo ut angulus d i o, sit medietas anguli p i u, sed angulus d i o, cũ sit æqualis angulo f l y, est medietas anguli p d t, igitur angulus p i u, est æqualis angulo p d t, est autẽ ut patet per p̃missa proportio lineæ d p ad lineam d t, sicut lineæ p i, ad lineam i u, igitur per 6. sexti, trianguli p i u & d p t sunt æquianguli, igitur per 4. sexti illi trigoni sunt similes, et angulus u p i, æqualis est angulo d p t, ergo per 14. primi, linea t p i, est linea una recta cum angulo o p t, uterqꝫ tñ illorꝫ angulorꝫ æqualiũ, qui sunt u p i & t p d, ualet duos angulos rectos p 13. primi, q̃m ergo linea t p i, est linea una recta, erit ipsa linea incidentiæ formæ puncti t, & anguli t i d & d i h sunt æquales, ut patet ex p̃missis, palam ergo per 20. quinti huius, quod forma puncti t, reflectitur ad uisum existentẽ in puncto h, à puncto speculi, quod est i, sempꝙ eadem est probatio, siue punctus rei uisæ qui est t, sit extra circulũ speculi siue intra, similiter siue punctũ h, quod est centrum uisus sit extra circulum speculi siue intra, dum tñ distent inæqualiter à centro speculi, patet ergo ꝓpositum, fit enĩ reflexio ab uno tantũ puncto arcus a q, interiacente illos diametros, in quibus puncta h & t, non consistunt, & q̃m à puncto m, impossibile est duci aliã lineã sup lineã f l, diuidentẽ ipsam secundum proportionem qua diuisit ipsam lineam m c k, ut per 120. primi huius manifestum est, quia non est possibile in ꝓposito arcu inueniri aliud pũctum præmissæ reflexionis, patet ergo quod ꝓponebatur.

XXVIII.

Si angulum à duabus diametris circuli magni speculi sphærici concaui contentum diuidat alia diameter per æqualia ab omni puncto arcus interiacentis semidiametros primas, in quibus puncta reflexa non cõsistunt præter punctum cui incidit diameter angulum diuidens infinita punctorũ paria inæqualiter à centro circuli distantium reflectuntur.

Sit dispositio figuræ præcedentis, se centroque circulum, qui est communis sectio superficiei reflexionis & sphæræ speculi sphærici concaui duæ diametri, quæ sunt b q & a g, super centrum d, diuidatque diameter e d 3, angulum b d g per æqualia, dico quod quicunque punctus sumatur in arcu a q, præter punctum 3, ab illo possunt reflecti infinita paria punctorum inæqualiter à centro distantium. Sumatur enim in arcu a q, punctus h, & sumatur in semidiametro d g, punctus l, & à semidiametro b d, secetur linea m d, æqualis lineæ l d, & ducantur lineæ l m, l h, m h, d h, secabitque diameter e 3, lineam m l, per 29. primi huius, quæ secat angulum b d g, cui subtenditur linea l m, sit ergo punctus sectionis f, eritque per 4. primi, & ex hypothesi linea m f, æqualis lineæ f l, producatur quoque h d, quousque cadat super lineam m l, per 29. primi huius, sitque punctus sectionis n, eritque linea l n, minor quam linea n m, ideoque linea d n, secat angulum f d l, quia angulus h d 3, qui per 15. primi, est æqualis angulo n d f, minor est angulo a d 3, est æqualis angulo f d l, uerum cum angulus f d m, sit æqualis angulo f d l, ex hypothesi, & angulo q d 3, per 11. primi, & angulus m d a, sit æqualis angulo l d q, & angulus a d h, æqualis angulo n d l, angulus uero m d n, est maior angulo n d l, & angulus h d q, est maior angulo a d h, ergo totus angulus l d h, est maior toto angulo m d h, igitur per 24. primi, linea l h, est maior quam linea h m, cum linea m d, sit æqualis lineæ d l, & linea d h, communis ambobus trigonis m d h & l d h, erit ergo angulus d h l, minor angulo d h m, quoniam si detur quod sit æqualis, tunc erit proportio lineæ l h, ad lineam m h, sicut lineæ l n, ad lineam n m, per 3. sexti, quod est impossibile per 8. quinti, si uero detur quod angulus d h l, sit maior angulo d h m, ergo per 27. primi huius, secet ex angulo d h l, angulus æqualis angulo d h m, & sequetur impossibile ut prius, producta alia linea secante ad lineam l n, per 29. primi huius, est igitur angulus d h l, minor angulo d h m, secetur igitur ab angulo m d h, angulus æqualis angulo d h l, qui sit angulus t h d, ergo forma puncti t, per 20 quinti huius, reflectetur ad uisum existentem in puncto l, à puncto speculi quod est h, & linea t d est minor quam linea l d, quoniam est minor quam linea d m, similiter si sumantur in semidiametris b g & g d, alia puncta quam l & m, æqualiter distantia à punctis l & t. Similiter probabitur quod à puncto h, fit reflexio punctorum inæqualiter distantium à centro adinuicem, & de infinitis punctis in his diametris sumptis semper similis erit proportio, & à quocunque puncto arcus a q, præter quod à puncto 3, eadem est demonstratio, à puncto uero 3, non est possibilis reflexio propter angulorum t 3 d & d 3 l, inæqualitatem, quæ patet per 4. primi, resecta per 3. primi, linea l d, in puncto p, ad æqualitatem lineæ d t, & copulata linea p 3, patet ergo propositum.



XXIX.

Puncto rei uisæ & centro uisus intra speculum in diuersis diametris circuli magni sphærici concaui existentibus, inæqualiterque distantibus à centro, si ab aliquo puncto speculi arcus scilicet interiacentis semidiametros, in quibus illa puncta non consistunt fiat reflexio formarum eiusdem puncti ad eundem uisum, ab alio puncto eiusdem arcus est impossibile reflecti.

Remaneat omnimoda dispositio theorematis præcedentis, & sit ut punctus rei uisæ, qui est t, in semidiametro circuli d b, à puncto arcus a q, quod sit h, reflectatur ad uisum existentem in puncto l, semidiametro d g, plus distantem à centro speculi quod est d, quam punctus rei uisæ quod est t, sintque puncta t & l, ambo intra speculum, dico quod forma puncti t, ad uisum l, possibile est reflecti ab alio puncto arcus a q, quam à puncto h. Si enim fit ipsum possibile ab alio puncto reflecti ad uisum l, sit illud punctum k, & ducantur lineæ t k, l k, d k, l t, t h, l h, & linea n d h, & producatur linea k d, quousque cadat in lineam l t, in punctum p, cadat autem per 29. primi huius, ut in præmissa ostendimus, quia itaque ut patet ex hypothesi, forma puncti t, reflectitur ad uisum existentem in puncto l, à puncto speculi h, palam per 20. quinti huius, quoniam angulus t h l, diuiditur per æqualia per lineam n d h, er-

go

go per 3. sexti patet, quoniam est proportio lineae l h ad lineam t h, sicut lineae l n ad lineam n t, & similiter cum angulus t k p, sit aequalis angulo l k p, ex hypothesi, erit per eandem 3. sexti, proportio lineae l k ad lineam t k, sicut lineae l p ad p t, sed linea l h, est maior quam linea l k, per 7. tertij, & linea t h, est minor quam linea t k, igitur per 9. primi huius, maior est proportio lineae l h ad lineam t h, quam lineae l k ad lineam t k, maior ergo erit proportio lineae l n ad lineam n t, quam lineae l p ad lineam p t, quod est impossibile, & contra eandem 9. primi huius, quocunque uero alio puncto ducti arcus h q dato, idem accidit impossibile, palam ergo quoniam ab alio puncto arcus a q, quam a puncto h, est impossibile formam punctir a d l centro uisus reflecti, ergo nec alicuius punctorum aequaliter distantium a puncto t, & a puncto l, possibile est ab alio puncto arcus a q, quam a puncto h q, reflecti, & hoc est propositum. Ex his itaque duobus theorematibus patet uniuersalis passio, quae accidit uisibilibus, & uisui sic disposito respectu centri speculi ab omnibus punctis arcus a q, quoniam a nullo puncto alio eiusdem est possibilis reflexio punctorum taliter dispositorum, ut etiam hoc patet p 27. huius.

XXX.

Centro uisus intra circulum qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphaerici concaui in eius diametro existente, a quolibet puncto illius semicirculi reflectuntur ad uisum formae punctorum aequalis uel inaequalis distantiae a centro speculi cum ipso centro uisus.

Sit a centrum uisus, centrum uero speculi sphaerici concaui sit b, & sit a intra speculum, ducatur que una diametros quae sit d a b g, & imaginetur superficies plana, in qua sunt puncta a & b, quocunque modo extensa, haec ergo per 69. primi huius, secabit sphaeram speculi secundum circulum qui sit d l g, dico quod a quolibet puncto alterius istorum semicirculorum reflectuntur ad uisum a, formae punctorum inaequaliter distantium a centro speculi cum ipso puncto a. Sumatur enim in alicuius semicirculorum illorum periferia punctus e, & ducantur lineae e a & e b, palam itaque quoniam angulus a e b, erit acutus per 42. primi huius, & quia cadit in minorem arcum semicirculi, supra punctum itaque e, tum lineae b e, fiat p 23. primi, angulus aequalis angulo a e b, qui sit p e b, & producatur linea p e quantum placet, palam itaque per 20. quinti huius, quoniam quodlibet punctum illius lineae reflectitur ad uisum a, a puncto speculi quod est e, ducta quoque a centro speculi quod est b, ad lineam p e, perpendiculari per 12. primi, aut illa perpendicularis erit aequalis lineae b a, secundum quam distat centrum uisus a centro speculi, aut maior aut minor, si fuerit aequalis, tunc cum omnes lineae ductae a centro b ad lineam p e, praeter illam perpendicularem, sint maiores illa perpendiculari per 18. primi, quoniam opponuntur angulo recto in illo triangulo, palam quod omnes lineae erunt maiores quam linea b a, & ita quodlibet punctum lineae p e, excepto puncto unico, in quod cadit perpendicularis ducta a centro b, super lineam p e, inaequaliter distabit a centro b cum puncto a, centro uisus, si uero perpendicularis fuerit maior quam linea b a, tunc patet secundum praemissa quod omnia puncta lineae p e, plus distabunt a centro b, quam punctus a. Si autem illa perpendicularis fuerit minor quam linea b a, tunc possibile est duci a puncto b, duas lineas ex diuersis partibus perpendicularis aequales lineae b a, quod fiet subtensis illis angulis rectis, ex utraque parte lineis aequalibus lineae a b, per 16. primi huius, & omnes lineae aliae ductae a centro b, ad lineam p e, aut sunt minores aut maiores, quam linea b a, palam itaque 28. huius, quoniam a puncto e, reflectuntur omnia puncta lineae p e ad a centrum uisus, quorum distantia a centro speculi inaequalis est distantiae centri uisus, quod est a, ab eodem centro speculi. Sed ut patet ex praemissis, inter haec sunt puncta aequaliter distantia a centro speculi cum puncto a, sumpto quoque quocunque puncto in toto semicirculo illo, in quo sumptum est punctum e, semper est eodem modo demonstrandum, eodem quoque modo potest in alio semicirculo circuli d l g, demonstratio formari, patet ergo propositum.



XXXI.

Centro uisus extra circulum qui est communis sectio superficiei reflexionis

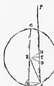
nis & speculi sphærici concaui existente, si à uisu ducantur duæ lineæ circulum contingentes, & diameter circuli à quolibet puncto arcus interiacentis terminũ ultimũ diametri & punctum contingentiæ præter q̃ ab illis punctis potest fieri reflexio ad uisum, punctorum inæqualiter distantium à centro circuli cum centro uisus.

Huius demonstratio euidens est per p̃missa, sit eñ centrũ uisus h, extra circulũ d l g, cuius centrũ est b, ducatur diameter h d b g, patetq; per 6. huius, quod à puncto g, nõ fit aliqua reflexio ad uisum, ducanturq; à puncto h, quod est centrũ uisus duæ lineæ contingentes circulum d l g, per 16. tertij, quæ sint, h t & h q, palamq; est per ea quæ dicta sunt in 24. huius, quoniã ab arcu q d t, nulla fit reflexio ad uisum existentẽ in puncto h, sed nec ab aliquo punctorũ contingentiæ quæ sunt q & t potest fieri reflexio ad uisum existentẽ in puncto h, qm̃ angulus contingentiæ est indiuisibilis, & lineæ q h & t h, sint circulũ contingentes, & ut patet, per 42. primi huius, omnis angulus contentus sub termino cordæ & diametri est acutus, angulus uero b q h est rectus, nõ ergo fiet ab illis punctis reflexio alicuius formæ ad uisum in punctum h, à reliquis uero punctis arcus q g t, excepto puncto g, potest fieri reflexio, demonstratione 6. & 24. huius repetita, patet ergo propositum, seruata hypothesi præmissa.

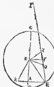


XXXII.

Centro uisus intra circulum qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici concaui existente, factaq; reflexione ab aliquo pũcto circumferentiæ formæ alicuius punctorum inæqualiter distantium à centro speculi cum centro uisus diameter circuli in qua est punctus reflexus, cũ diametro in qua est centrum uisus facit angulum extrinsecum angulo reflexionis quandoq; maiorem, quandoq; minorem angulo constanti ex angulis incidentiæ & reflexionis.



Stante priori dispositione 30. huius, ducatur à centro speculi quod est b linea b f, perpendicularis super lineam e p, aut ergo linea b a est perpendicularis super lineam e a, aut non, sit primo p̃pendicularis, & erunt duo anguli f b a & f e a, æquales duobus rectis per 32. primi, ideo quod in quadrilatero f b a e, alij duo anguli sunt recti ex hypothesi, ducatur itaq; linea o, super lineam e f, & erunt duo anguli o b a & o e a, minores duobus rectis, ideo quod angulus b o e est obtusus, & angulus b a e rectus, erit ergo angulus o b g, qui per 13. primi, cũ angulo o b a, ualet duos rectos, maior angulo o e a, qui est angulus constans ex angulo reflexionis & incidentiæ, cum triangulus e b f, sit æqualis triangulo e b a, q̃a cum angulus b f e sit æqualis angulo b a e, qm̃ uterq; rectus, & angulus b e f, est æqualis angulo b e a, per 20. quinti huius, erit per 26. primi, angulus e b a, æqualis angulo e b f, est eñ b e latus utriq; illorũ trigonorũ cõmune, eritq; p 4. sexti, latus f b, æquale lateri b a qm̃ ipsa respiciunt angulos æquales, sed latus o b, per 18. primi, est maius latere b f, ergo & ipsum est maius latere b a, ducta uero linea b n, super aliquod punctũ lineæ f p, erunt per p̃missa duo anguli n b a & n e a, maiores duobus rectis, sed per 13. primi, duo anguli n b a & n b g, ualent duos rectos, ergo angulus n b g, minor est angulo n e a, & linea n b erit per 18. primi, maior q̃ linea b f, erit ipsa maior q̃ linea b a. Itaq; forma puncti n, reflectitur ad uisum existentẽ in puncto a, à puncto speculi quod est e, & inæqualiter distat à centro speculi quod est b, cũ centro uisus quod est a, & diameter b n, in qua est punctus rei uisæ quod est n, cum diametro a b g, in



qua

qua est centrum uisus quod est a, facit angulum n b g, minorem angulo n e a, qui est angulus constans ex angulis incidentiæ & reflexionis, diameter uero o b, cum diametro a b g, continet angulũ o b g, maiorem angulo o e a, patet ergo propositum. Si uero linea b g, nõ fuit perpendicularis super lineã e a, tunc p 12. primi, à puncto b super ꝓductã lineam e a, ducatꝰ perpendicularis quæ sit b k, quæ quidẽ siue cadat ultra lineam a b, uel citra uersus punctũ e, sẽp eadẽ ꝓbatio. Sit eñ linea b f, perpendicularis super lineã e p, & sit linea f t, æqualis lineæ a k, & ducatꝰ linea t b, palam itaq; quoniam in trigono f e b, angulus e k b, est rectꝰ æqualis angulo f e b, trigoni f e b, & angulus k e b, per 20. quinti huius, est æqualis angulo f e b, linea uero e b, est latus cõmune, ergo per 26. primi, illa trigona f b e & k b e, sunt æqualia, & erit linea b f, æqualis lineæ k b, sed linea a k, æqualis est lineæ f t, ex hypothesi, ergo p 4. primi, in trigonis b t f & b k a, erit linea b t, æqualis lineæ b a, & angulus a b k, æqualis angulo f b t, addito ergo utrobiq; cõmuni angulo f b a, erit angulus k b f, æqualis angulo a b t, sed duo anguli k b f & f e a, ualent duos rectos per 32. primi, quia in quadrilatero k b f e, alij duo anguli qui sunt b f e & b k e sunt recti, ergo duo anguli t b a & t e a, ualent duos rectos, sed per 13. primi, angulus t b g, cum angulo t b a, ualet duos rectos, ergo angulus t b g, æqualis est angulo t e a, qui est angulus constans ex angulo incidentiæ & reflexionis, si igitꝰ à centro speculi quod est b, ad lineam t e, ducatur linea ultra punctum t, faciet angulũ cum diametro b g, ex parte puncti g, minorem angulo t e a, quoniam faciet minorem angulum t b g, qui est æqualis angulo t e a, & erit illa linea maior quàm linea a b, quia erit per 18. primi, maior quàm linea b t, quæ est æqualis lineæ a b, quælibet uero linea ducta ab aliquo puncto lineæ t e, ad centrum speculi quod est b, faciet angulũ cũ diametro b g, maiorẽ angulo t b g, ergo & maiorẽ angulo t e b, & erit quælibet illarum linearum minor quàm linea b t, ergo erit minor quàm linea b a, patet ergo ꝓpositũ.

XXXIII.

Centro uisus & puncto rei uisæ in diuersis diametris circuli qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici concaui existentibus & inæqualiter distantibus à centro speculi, si ab aliquo puncto circumferentiæ circuli fiat reflexio, impossibile est diametrum in qua est punctus rei uisæ cum diametro in qua est centrum uisus angulum extrinsecũ angulo reflexionis æqualem constituere angulo constanti ex angulis incidentiæ & reflexionis.

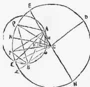
Sit b centrum uisus, & centrum speculi sphærici concaui sit g, & ducatur diameter ꝑ puncta b & g, quæ sit z d, sitq; a punctus rei uisæ, & esto ut aliqua superficies plana secet sphæram speculi super circulum z e d, per 69. primi huius, dico si forma puncti a, existentis in diametro h g e, reflectitur ad uisum existentem in puncto b, ab aliquo puncto circuli z e d, & si inæqualis est distantia punctorum a & b, à centro speculi quod est g, quod diameter a g, cum diametro b g, ex parte pũcti d, faciet angulum a g d, quẽ impossibile est esse æqualem angulo constanti ex angulis incidentiæ & reflexionis, si uero hoc sit possibile ponatur inesse, & sit punctus reflexionis t, sitq; linea d g, inæqualis lineæ b g, & ducantur lineæ t a, t b, t g, b a, & fiat circulus transiens per tria puncta a g b, trigoni a b g, per 5. quarti, trãsibit ergo ille circulus necessario per punctum t, si enim transeat extra punctum t, tunc ductis lineis à punctis a & b, ad aliquod punctum unum illius circuli extra punctum t, & ducta linea b a, erit angulus contentus per lineas ductas ad illud punctum circumferẽtiæ minoris circuli per 21. primi, minor angulo a t b,

ſed accidit ipſum eſſe æqualem angulo a t b, palam enim per 21. tertij, quoniam ille angulus cum angulo a g b, ualet duos rectos, quoniam omnes duo anguli quadrilateri inſcripti circulo ex aduerſo collocati, ualent duos rectos, ſed angulus a g b, cum angulo a g d, per 13. primi, ualet duos rectos, angulus uero a g d, æqualis eſt angulo a t b, ex hypotheſi, ergo angulus a g b, cum angulo a t b, ualet duos rectos, erit ergo ille angulus conſtitutus ſuper arcum minoris circuli æqualis angulo a t b, quod eſt contra 21. primi, ſimiliter quoq; accidit idem impoſſibile, ſi circulus ille tranſiens puncta illa tria quæ ſunt a g b, non ceciderit in punctum t, ſed citra illud, & erit eadem deductio, quæ prius, reſtat ergo ut circulus tranſiens per puncta a g b, tranſiet etiam per punctũ t, cum itaq; angulus a t g, ſit per 20. quinti huius, æqualis angulo b t g, erit arcus a g, æqualis arcu g a, per 25 tertij, ergo per 28. tertij, erit linea b g, æqualis lineæ g a, propoſita aũt eſt eſſe inæqualis, hoc ergo eſt impoſſibile, patet itaq; propoſitum, quoniam angulus a t b, conſtans ex angulis incidentiæ & reflexionis, formæ puncti a, ad centrũ uiſus exiſtens in puncto b, ſemper eſt inæqualis angulo contento à diametris in quibus ſit punctus rei uiſæ, & centrũ uiſus extrinſeco illi angulo incidentiæ & reflexionis quod eſt propoſitum.

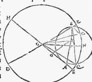
XXXIIII.

Centro uiſus & puncto rei uiſæ in diuerſis diametris circuli qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici concaui exiſtentibus & inæqualiter diſtantibus à centro ſpeculi, ſi à duobus punctis arcus interiacentis diametrum in qua eſt centrum uiſus, & aliam in qua eſt punctus rei uiſæ fiet reflexio, non erit uterq; angulus conſtans ex angulo incidentiæ & reflexionis minor angulo extrinſeco angulo cadenti in eundem arcum à ductis diametris contento.

Sit, ut in præmiſſa proxima centrum uiſus b, & punctus rei uiſæ a, centrum ſpeculi ſphærici concaui ſit g, & ducatur diameter per centra b & g, quæ ſit z d, ſecetq; ſuperficies plana ſpeculum ſecundum diametrum z d, eritq; per 69. primi huius, ſectio communis circulus qui ſit e d h z, ducaturq; diameter e h, in qua ſit punctus rei uiſæ, qui eſt a, ſitq; linea b g, quæ eſt diſtantia centri uiſus, à centro ſpeculi maior quàm linea a g, dico quod ſi forma puncti a, reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto b, à duobus punctis arcus e z, non erit uterq; angulus conſtans ex angulis incidentiæ & reflexionis minor angulo a g d, Sint enim duo puncta à quibus ſit reflexio formæ puncti a, ad uiſum exiſtentem in puncto b, quæ ſunt puncta t & q, & ducantur lineæ b t, g t, a t, b q, g q, a q, ſit itaq; angulus b t a, conſtans ex angulo incidentiæ, qui eſt a t g, & ex angulo reflexionis qui eſt g t b, ſit minor angulo a g d, qui eſt angulus extrinſecus angulo cadente in arcum e z, & eſt ipſe angulus a g d, cadens in arcum e d, dico quod angulus a q b, qui eſt conſtans ex angulo incidentiæ a q g, & angulus reflexionis g q b, non erit minor angulo a g d, dato tamen quod ſit minor, ducatur linea g n, diuidens angulum e g z, per æqualia per 9. primi, & ducatur linea a b, continuans punctum rei uiſæ, quod eſt a, cum centro uiſus, quod eſt b, palam itaq; per 29. primi huius, cum linea b n, ſecet angulum b g a, cui ſubtenditur linea a b, quod linea b n, etiam ſecabit lineam a b, ſit punctus ſectionis f, erit ergo per 3. ſexti, proportio lineæ b g, ad lineam g a, ſicut lineæ b f ad lineam f a, ſed linea b g, ex hypotheſi, eſt minor quàm linea g a, eſt ergo linea b f, maior quàm linea f a, diuidatur itaq; linea a b, per æqualia in puncto k, per 10. primi, & fiat per 5. quarti, circulus tranſiens per tria puncta quæ ſunt a b t, quia circulus nõ tranſibit per punctum g, ſed extra illud uiſus puncto a & b, dato enim quod circulus ille tranſeat centrum g, ſequeretur per 22. tertij, angulum a g b, cum angulo a t b, æqualẽ eſſe duobus rectis, quoniã illi duo anguli erunt ex aduerſo collocati in quadrilatero inſcripto



fcripto illi minori circulo. Sunt autem illi duo anguli minores duobus rectis, quod patet ex hypothesi, cum angulus b t a, sit minor angulo a g d, qui per 13. primi, cum angulo a g b, ualet duos rectos, igitur ille minor circulus non transibit per centrum maioris circuli quod est g, similiter quoq; dico quod non transibit ille circulus minor punctũ reflexionis secundum quod est q, dato enim quod transeat punctum q, cum non transeat centrum g, sit punctus in quo linea g secat periferiam illius circuli punctus m, quia itaq; anguli a q m & m q b, sunt æquales per 20. quinti huius, quoniam angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis, & sunt constituti super illius circuli circumferentiam, palam per 25. tertij, quoniam arcus a m, æqualis erit arcui m b, quod est impossibile. Sit enim punctus in quo linea g t, secat circulum punctus o, eritq; palam per easdem 20. quinti huius, & 25. tertij, quoniam arcus a o, est æqualis arcui o b, est autem arcus a o maior arcu a m, fiet ergo arcus o b, maior arcu m b, pars suo toto, quod est ĩpossibile, non ergo transibit ille circulus per punctum q, restat ergo ut ille circulus transeat ultra punctum q, si enim citra punctum q transeat, eadem penitus erit improbatio quæ prius.



Ducatur item linea à puncto o ad punctum k, quæ sit o k, hæc ergo diuidit cordam b a, per æqualia, & similiter arcum b a, ut patet ex præmissa, ductis ergo cordis b o & a o, quæ erunt æquales per 28. tertij, patet per 8. primi, quod linea o k, perpendicularis erit super lineam b a, sed per 19. primi, angulus b a g, maior est angulo a b g, est enim linea b g, maior quàm linea g a, ex hypothesi, & per 32. primi, angulus b f g, ualet duos angulos f b g & f g a, & per eandem 32. primi, angulus a f g, ualet duos angulos f b g & f g b, sed ex præmissis angulus a g f, est æqualis angulo f g b, & angulus f a g, maior est angulo f b g, ergo angulus a f g, minor est angulo g f b, est ergo angulus g f a, acutus & angulus g f b, obtusus per 13. primi, ergo angulus n f k est acutus per eandem 13. primi, sed angulus o k b est rectus, ut patet ex præmissis, ergo per 14. primi huius, linea o k, producta concurret cum linea g n, ultra lineam b f, non autem sub illa, ideoq; si concurret cum linea g f, in puncto k, fierent per primam sexti, trigona a g k & b g k, æqualia, cum ipsa sint eiusdẽ altitudinis, & eorum bases quæ sunt b k & a k, sint æquales, sed & eorum anguli qui sunt b g k & a g k sunt æquales, angulus enim a g b, diuisus est per æqualia per lineam g f, in qua cadit punctum k, ergo per 14. sexti, sequitur latus b g, fieri æquale lateri a g, quod est contra hypothesim, uel sequitur per 3. sexti, lineam b k, fieri maiorem quàm fuit linea a k, quia rectæ, & contra præmissa. Idem quoq; accidit impossibile si punctus f, cadat inter puncta b & k, fiet enim linea b k, maior quàm linea b f, est autem linea b f, per tertiam sexti, maior quàm linea f a, & ita est linea b f, maior q̃ linea k a, quod totum est impossibile, cadet ergo punctus f, inter puncta k & a, fiet ergo lineam o k & g n, concursus ultra lineam b f. Facto item circulo transeunte per tria puncta quæ sunt a q b, transibit ille circulus citra punctum q, quoniam ut prius ostensum est si transierit per punctum g, fieret per 21. tertij, angulus a q b, æqualis angulo a g d, per 13. primi, quod est contra præmissam proximam, transibit ergo ille circulus citra punctum g, & per 24. quinti huius, & per 25. tertij, linea g q, diuidet arcum illius circuli, qui est a b, per æqualia in puncto qui sit o, quoniam ipsa diuidit angulum b q a, per æqualia, ducatur quoq; linea k o, quæ ut patet ex præmissis diuidit cordam b a, per æqualia, ergo linea k o, concurret cum linea g u, intra lineam f b, & ultra punctum o, quia enim, ut supra ostensum est, linea o k, est perpẽdicularis super lineã b a, punctumq; o, cadit in periferiam circuli minoris, qui est a q b, à punctis ergo a & b, copulentur ut prius cordæ b o & a o, patetq; per 4. primi, quoniam cordæ b o & a o, sunt æquales, ergo per 27. tertij, arcus a o, est æqualis arcui b o, arcus enim b a, diuisus, per æqualia in puncto o, per lineam g q, lineæ ergo o k & g n, concurrunt in puncto aliquo circa lineam b f, & ultra punctum o, quoniam linea g n, diuidens per æqualia angulum a g b, cadit in-

ter puncta k & o, ut supra patuit, linea ergo k o, concurrens cum linea b a, de necessitate prius concurret cum linea g a, sub linea b f, cuius contrarium iam patuit in præmissis, ostensum enim fuit, quia concurrebat cum linea g a, ultra lineam b f, & ita, sequeretur duas rectas lineas includere superficiem quod est manifestum impossibile. Restat ergo ut angulus a q b, non sit minor angulo a g d, aut quod forma puncti a, non reflectatur ad uisum in punctum b, à puncto q, quod est contra hypothesim & impossibile, est ergo angulus a q b, nõ minor angulo a g d, ex quo sequitur propositum quod in hac dispositione non erit uterq; angulorum constantium ex angulis incidentiæ & reflexionis minor angulo extrinseco angulo cadẽti in arcum contentum à duabus diametris circuli, in quarum una est centrum uisus, & in altera punctus rei uisæ, patet ergo propositum, quoniã semper similis erit improbatio sumpto quocunq; alio puncto arcus e n, sed neq; ab aliquo puncto arcus 3 n, possibile est fieri reflexionem formæ puncti a, rei uisæ ad uisum existentem in puncto b, ita ut angulus constans ex angulis incidentiæ & reflexionis factæ à puncto c, & ab illo alio puncto arcus n 3, sit uterq; minor angulo a g d, remanente em̃ dispositione figuræ prioris quæ est anguli a t b, sit ut à puncto arcus n 3, fiat reflexio formæ puncti a, ad uisum b. Sit itaq; quod angulus constans ex angulo incidentiæ & reflexionis qui sit f r, punctum p, sit minor angulo a g d, sicut & angulus cõstans ex angulo incidentiæ & reflexionis, qui est supra punctũ t, minor est eodem angulo a g d ducantur itaq; lineæ a p, b p, g p, secabit ergo linea g p, lineam k o, quoniam ut præmissum est linea g t, diuidit arcum a b, minoris circuli per æqualia in puncto o, per 25. tertij, est em̃ per 20. quinti huius, angulus a t g, æqualis angulo g t b, & eundem arcum diuidit linea k o, per æqualia, & quoniam ut præostensum est, patet quod linea k o, concurrit cum linea g n, linea g p, secat angulum n g c, cui subtenditur linea k o, concurrens cum linea n g, ultra lineam b f, ergo per 26. primi huius, linea g p, secabit lineam k o. Sit itaq; punctus sectionis linearum g p & k o, punctus b, & ducatur linea t p, cũ itaq; duæ lineæ g t & g p sint æquales, quia sunt semidiametri eiusdem circuli, & per 5. primi, angulus g t p, æqualis angulo g p t, & uterq; acutus per 32. primi, ducta ergo linea perpendiculari à puncto t, super lineam g t, erit illa perpendicularis per 15. tertij, contingens speculi circulum, qui est e d h 3, & producta cadet super terminum diametri minoris circuli per 20. tertij, cũ angulus quem efficit illa ppendicularis cum linea t g, respiciat semicirculum minoris, linea enim t o, cadit super lineam k o, sitq; angulus t o k, minor recto per 42. primi, linea enim o k, est pars diametri circuli minoris propter hoc quod angulus o k b est rectus, & linea k o, producta secat circulum minorem transiẽs per eius centrum per primam tertij, ideo quod ipsa secans lineam b a, orthogonaliter & per æqualia secat ipsam necessario, ergo illa perpendicularis producta concurret cum linea k o, per 14. primi huius, eritq; punctus concursus in puncto termini diametri circuli minoris per 20. tertij, cum ille angulus in semicirculo sit rectus q fit super punctũ t, tantũ lineæ g t, sed linea t p, est inferior illa perpendiculari ex parte puncti n, igitur quæcunq; linea ducatur à puncto g, centro speculi ad lineam t p, secans diametrum o k, illa cadet necessario in aliquod punctum lineæ t p, citra perpendicularem, cum igitur linea g p, cadat in punctum p, & secet lineam o k, erit punctus p, citra illam perpendicularem, & infra arcum minoris circuli cui subtenditur illa perpendicularis, facto igitur circulo transeunte per tria puncta, quæ sunt a b p, transibit quidem ille circulus per punctum l, quoniam linea p l, secabit illum circulum sicuti priorem circulum a b t, secabit linea t o, circulus itaq; a b p, secabit circulum a b t, in duobus punctis a & b, & cum exeat à puncto b, & iterum redeat in punctum p, inferiorem puncto t, cum sit citra illum circulum uersus punctum t, necessario secabit illum circulum in tertio puncto quod est contra 10. tertij & impossibile. Restat igitur ut forma puncti rei uisæ qui est a, non reflectatur ad uisum existentem in puncto b, à duobus punctis arcus 3 n, ita ut quilibet angulorum illorum sit minor angulo a g d, palam ergo quod impossibile est ut forma puncti a, reflectat ad uisum b, à duobus punctis arcus interiacentis eorũ diametros q est e 3, ita ut uterq; angulorũ cõstãtiũ ex angulis incidẽtiæ & reflexiõis sit minor angulo a g d, qđ est ꝓpositũ.

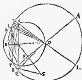
In

XXXV.

In ſpeculis ſphæricis concauis duo puncta qui diuerſis diametris, & inæqualis diſtantiæ à centro ſpeculi exiſtentia à duobus punctis ſpeculi arcus ſcilicet interiacentis ſemidiametros in quibus illa puncta cõſiſtunt ad ſe mutuo reflectantur, poſſibile eſt inueniri.

Sit circulus, qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei ſpeculi ſphærici concaui, cuius centrũ d, & ſumantur in ipſo duæ diametri, quæ ſint g a & b h, ſecantes ſe in centro d, dico quod poſſibile eſt fieri quod proponitur, diuidatur enim angulus g d b per æqualia, per ſemidiametrum d e, & in ſemidiametro b d ſumatur punctus m ultra punctũ, in quẽ cadit perpendicularis ducta à pũcto e, ſuper diametrũ b d, & ſumatur linea n d, in diametro d g æqualis lineæ m d, & fiat per 5. quarti, circulus tranſiens p tria puncta m d n, hoc ergo neceſſario tranſibit ultra punctũ e, ſi enim detur, quod ille circulus tranſeat punctũ e, ducantur lineæ m e & n e, fietq; quadrangulũ d m e n, intra circulũ, ergo per 21. tertij, duo anguli iſtius quadrunguli ex aduerſo collocati, ut quæ ſunt à puncta m & n, ſunt æquales duobus rectis, quod eſt impoſſibile, dum duo anguli e m d & e n d, ambo ſunt acuti minoris duobus rectis, ideo quod lineæ e m & e n, cadunt ultra perpendiculares ductas à puncto e, ſuper ſemidiametros b d & g d, ſimilis quoq; fiet deductio, ſi circulus tranſeat citra punctum e, tunc enim anguli illius quadranguli cadentes ſuper punctum m & n, erunt itenim minores rectis, tranſit igitur circulus d m n extra punctum e, ſecabit ergo circulum proportio ipſius ſpeculi in duobus punctis per 10. tertij, ſint illa duo puncta c & l, & ducantur lineæ n c, m c, n l, d l, m l, & ducatur linea m n ſecans lineam e d in puncto f, & lineam c d in puncto p, cum itaq; ut patet ex præmiſſis linea m d ſit æqualis lineæ n d, & linea p d, cõmmunis ambobus trigonis p d m & p d n, & angulus p d m æqualis angulo p d n, palam per 4. primi, quoniã triangulus p m d æqualis eſt triangulo p n d, erit quoq; angulus f p d æqualis angulo n p d, & uterq; rectus, angulus itaq; p f d eſt acutus per 32. primi, ducatur ergo à puncto f, linea perpendicularis ſuper lineam d c, per 11. primi, quæ producta ad circũferentiam minoris circuli ſit linea f k, hæc itaq; ſecabit lineam l n, uel non ſecabit, ſi non ſecet, erit quælibet punctus lineæ l n propinquior puncto n quàm punctus k, ſi ſecet palam itaq; quoniam aliquis pũctus lineæ l n, erit inferior puncto k, plus approximans ad punctũ n quàm punctum k, ſit ille punctus z, & ducatur linea c z, quæ producatur uſq; ad circunferentiam circuli minoris cadatq; in punctum o, arcus itaq; n o, aut eſt minor arcu c l, aut nõ. Si non fuerit minor abſcidatur ex eo arcus minor arcu l c, & ducatur ad terminũ illius arcus linea à pũcto c, & erit idem ſicuti ſi arcus n o ſit minor arcu l c, ſit ergo arcus n o minor quàm ſit arcus c l, ergo per ultimã ſexti angulus c n l eſt maior angulo o c n. Secetur ergo ex angulo c n l angulus æqualis angulo o c n, qui ſit i n z, cadatq; punctum i in lineam c z, per 29. primi huius, & ſuper punctũ c, lineæ m c per 23. primi, fiat angulus æqualis angulo o c n qui ſit angulus q c m, cũ itaq; angulus c m l ſit maior angulo m c q, quia arcus c l eſt maior arcu n o, ut patet ex præmiſſis, arcus uero n o, determinat quantitatem anguli m c q, qui eſt æqualis angulo o c n, palam ergo per 14. primi huius, quoniam concurret linea c q, cum linea l m, ſit itaq; concurſus in puncto q, cũ igitur angulus l m c ſit æqualis duobus angulis m q c & m c q, per 32. primi, & angulus l n c ſit æqualis angulo l m c, per 26. tertij, ſunt enim conſtituti ſuper eundem arcum qui eſt l c, & cum angulus i n z ex præmiſſis ſit æqualis angulo m c q, erit angulus i n c æqualis angulo m q c, eſt ergo per 32. primi angulus m c q æquiangulus triangulo i n c, cum angulus o c n ſit æqualis angulo m c q, & ſimiliter triangulus i n z, eſt per 32. primi, æquiangulus triangulo c n z, cũ angulus c z n, ambobus illis triangulis ſit communis, & angulus i n c ſit æqualis angulo o c n, eſt ergo per 4. ſexti, proportio lineæ n c ad lineam c q, ſicut lineæ n i ad lineã m q. & ſimiliter eſt proportio lineæ c n ad lineam c z, ſicut lineæ n i ad lineam n z, ſed linea c z eſt maior quàm linea c q, quod patet per hoc, ſit enim r, punctus in quo linea c z ſecat lineam k f, angulus itaq; c f r eſt rectus, cum linea f k ſit perpendicularis ſuper lineã c d,

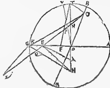
ergo p̄ 32. primi, angulus f c r est acutus, q̄a uero linea d m, ut patet ex p̄missis est æqualis lineæ d n, erit p 27. tertij, arcus d m æqualis arcui d n, ergo p 26. tertij, angulus m c d est æqualis angulo d c n, sed angulus q c m est æqualis angulo o c n, ex præmissis, fit ergo angulus q c f æqualis angulo f c r, quia ex æqualibus angulis constat, angulus ergo q c f est acutus, & linea k f est perpendicularis super lineam c d, angulus quoq; c f k est rectus, ergo per 14. primi huius, linea k f producta concurret cum linea c q, sit punctū concursus s, & linea producta à puncto c usq; ad punctum s, quod est punctum concursus, cuius pars est linea c q est æqualis lineæ c r, quoniam enim illorū trigonorum anguli ad punctum f, sunt recti ad punctum c, ex præmissis sunt æquales per 32. primi, quoniam illi trigoni c f s & c f r sunt æquianguli, & linea c f communis, reliqua ergo latera quæ sunt c d & c r, sunt æqualia per 4. sexti, sed linea c s est maior quàm linea c q, & linea c z est maior q̄ linea c r, linea ergo c q est minor quàm linea c z, est ergo per 8. quinti, minor proportio lineæ n c ad lineam c q, quàm lineæ n c ad lineam c z, igitur maior est proportio lineæ i n ad m q, quàm lineæ i n ad lineā n z, quare per 10. quinti, linea m q est minor quàm linea n z, secetur ergo ex linea n z linea æqualis, lineæ m q quæ sit n x, & ducatur linea d x, & quoniā p 22. tertij, angulus l n d cū angulo l m d, ualet duos rectos, & angulus l n d æqualis angulo q m d, ergo per 4. primi, triangulus x n d est æqualis triangulo d m q, & linea d x æqualis lineæ d q, & angulus x d n est æqualis angulo q d m, & angulus d x n æqualis angulo q d m, sed angulus d x z est maior recto, cū sit maior angulo d n x, per 16. primi, & angulus d n x est maior recto per 30. tertij, quoniam cadit in proportionem minorem semicirculo qui est d n l, & etiā patet hoc per 21. tertij, quoniam enim angulus l m d est acutus, patet quod angulus d n l est obtusus, ergo per 19. primi, linea d z est maior quàm linea d x, ergo linea z d est maior quàm linea q d, forma ergo puncti q potest reflecti ad punctū z, à duobus punctis speculi quæ sunt c & l, & puncta q & z, sunt inæqualis distantiæ à centro & in diuersis diametris, q̄d patet ideo quod angulus x d n est æqualis angulo q d m, addito ergo communi angulo q d x, sed angulus n d m est minor duobus rectis, ergo & angulo q d x, ergo magis angulus q d z est minor duobus rectis, ergo duo puncta q & z, non sunt in eadem diametro, sed in diuersis, & hoc est propositum.



XXXVI.

A speculis sphæricis concauis duobus punctis inæqualiter distantibus à centro, & in diuersis diametris existentibus ad se inuicem reflexis à duobus punctis arcus interiacentis illas semidiametros in quibus illa puncta consistunt impossibile est ipsa à puncto alio illius arcus ad se inuicem reflecti.

Sit circulus speculi sphærici concaui a g h, cuius centrū sit d, & sint duo puncta k & o, ad se inuicem reflexa à duobus punctis arcus h g, sitq; punctum k, remotius à centro speculi quod est d quàm punctus o, & sint lineæ g d a & b d m, duæ diametri, in quibus sunt pūcta illa k & o, sitq; punctum k, in semidiametro g d, & pūctus o, in semidiametro b d, reflectanturq; formæ istorum punctorum ad inuicem à duobus punctis arcus g b, ut ostenditur p præcedentem, & sit angulus o d k maior angulo o d a, & sit c unus punctus arcus b g, à quo fit reflexio, palam ergo ex 34. huius, quod uterq; duorum angulorum cōstantium ex angulis incidentiæ & reflexionis, non erit minor angulo o d a, neq; est aliquis illorum angulorū æqualis angulo o d a, ut patet p ea quæ declarata sunt in 33. huius, alter ergo illorum erit maior angulo o d a, & ducantur lineæ o c, d c, k c, & ex angulo o c k, secet p 27. primi huius, angulus æqualis angulo o d a, qui sit



quisit c o f, ducta linea c f super diametrũ g d, & diuidatur angulus f c k, per æqualia, p
9. primi, ducta linea c e super lineam k f, & à puncto k, ducatur linea æquedistans lineæ
c f, per 31. primi, quæ sit k z, & quoniam linea c f æquedistans lineæ k z, concurrit cũ li-
nea c e in puncto c, patet quod linea k z concurret cũ linea c e, producta per secundam
primi huius, sit ergo linea k z cõcurrens cũ linea c e in puncto z, & ducatur linea o k, &
per 9. primi, diuidatur angulus o d k per æqualia per lineã k o in puncto p, cũ ergo sit li-
nea k d maior q̃ linea o d, ut patet ex hypothesi, & quia per 3. sexti, est proportio lineæ
k d ad lineam d o, sicut lineæ k p ad lineam p o, erit linea k p maior q̃ linea p o. Item sit
ut linea d c secet lineam k o in puncto u, palam quod linea d p u cadet inter duo puncta
k & n, non aũt inter duo pũcta n & o, quia enim angulus k p d ualet duos angulos p o d
& p d o, & angulus o p d ualet duos angulos p d k & p k d, sed angulus p d o est æqualis
angulo p d k, & angulus k o d maior est angulo o k d, per 19. primi, ergo angulus k p d
maior est angulo o p d, est ergo angulus k p d maior recto per 13. primi, & angulus o p
d est acutus, sed angulus k n d est acutus, quod patet si fiat circulus trãsiens per tria pun
cta o c k, per 5. quarti, hic enim transibit infra punctũ d, quod est centrũ circuli maioris,
quoniam cũ angulus o d k sit maior angulo o d a ex hypothesi, erunt duo anguli o d k &
o c k, maiores duobus rectis, quod esset impossibile per 21. tertij, sed si circulus ille tran-
siret punctũ d, uel supra punctũ d, quoniam eadem est demonstratio, linea uero n d diui-
det k c o, arcũ illius circuli per æqualia, per 25. tertij, quoniam diuidit angulũ o c k per
æqualia ex hypothesi, fiet aũt illa diuisio arcus k o infra punctum d. Si uero ab illo pun-
cto diuisionis arcus o k, ducatur linea ad mediũ punctum lineæ o k, quæ est corda illius
arcus o k, erit linea illa perpendicularis super lineam o k, per 8. primi, & cadet illa ppen
dicularis inter puncta p & k, cũ linea k p sit maior quàm linea p o, & angulus super pun-
ctum n, ex parte illius perpendicularis erit acutus, ergo & ex parte p erit acutus, & an-
gulus super punctũ p ex parte o erit acutus, hoc enim ostẽsum est superius, Si ergo detur
quod punctus p cadat inter duo puncta n & o, impossibile erit
perpendicularem illam cadere inter puncta n & p, quia tũc se-
caret lineam d p, & fieret triangulus cuius unus angulus esset
rectus, & alius obtusus, quod cum sit impossibile, necesse est an
gulũ k n d esse acutum, ergo per 13. primi, angulus o n d est ob
tusus, punctũ ergo p non cadet inter pũcta n & o, quoniã cum
angulus o n d sit obtusus, & ut patet ex præmissis angulo d p k
est obtusus, sequeret̃ ergo in trigono d n p, duos esse angulos
obtusos, quod cũ sit impossibile per 32. primi, palam quia pun
ctus p, non cadet inter puncta n & o, non cadit etiã in pũctum
n, ut est euidens, cadet ergo inter pũcta k & n, quia ergo ut pa-
tet ex præmissis angulus k c d est medietas anguli k c o, sed &
angulus k c e est medietas anguli k c f, angulus uero k c o maior est angulo f c o, in angu
lo k c f, restat ergo ut angulus e c d sit medietas anguli f c o, sed angulus f c o est æqualis
angulo o d a, igitur angulus e c d est medietas anguli o d a, cũ angulus o d f ualet duos re
ctos per 13. primi, & tres anguli trianguli e c p ualent duos rectos per 32. primi, tres er-
go anguli trigoni c e d sunt æq̃les duobus angulis o d a & o d f, ablato ergo angulo c d e
hinc inde illis angulis cõmuni, & ablato angulo e c d, q est medietas anguli o d a, restat
ut angul9 c e d æqualis sit medietati anguli o d a, & toti angulo o d n, sed angulus o d p,
qui est medietas anguli o d k cum medietate anguli o d a est rectus, est aũt angulus o d p
maior angulo o d n, quod patet per 29. primi huius, cũ sicut patet ex præmissis pũctum
n, lineæ d n cadat inter pũcta p & o, est ergo angulus o d p cũ medietate anguli o d a ma
ior angulo c o d, cũ medietate anguli o d a, patet ergo cũ angulus o d k cũ medietate an-
guli o d a sit rectus, quoniam angulus c e d est acutus, quare per 15. primi, ei contra po-
situs, qui est angulus k e z, est acutus, igitur si per 12. primi, à puncto k ducatur perpen-
dicularis super lineam c z, illa cadet inter puncta e & z, quia ut patet ex præmissis linea
k e, non est perpendicularis super lineam c e z. Si uero dicatur quod illa perpendicula-
ris ca

ris cadat ultra punctum e, super lineam c e, tunc cum angulus c e k, per 13. sit obtusus, accidit triangulum habere duos angulos unum rectum & alium obtusum, quod est impossibile, per 32. primi, cadet itaque perpendicularis illa inter puncta c & z, quæ sit linea k q, hoc autem seruato nunc quidem necessarium interponimus, scilicet quod linea k c, se habet ad lineam c f, sicut linea k d ad lineam d o, est enim linea c o, aut æquedistans lineæ k o, aut concurrens cum illa. Sit primū æquedistans, erit ergo per 29. primi, angulus o d a æqualis angulo c o d, est ergo angulus c o d æqualis angulo o c f, quoniam ut patet ex præmissis, anguli o c f & o d a sunt æquales. Similiter quoque lineæ o d & c f, aut æquedistabunt, aut concurrent. Si æquedistent, cū illi cadent inter lineas k d & c o æquedistantes, palam per 34. primi, quoniam ipsæ erunt æquales. Si uero lineæ o d & c f, concurrūt facient triangulū, cuius duo latera erunt æqualia, per 6. primi, quoniā duo æquianguli qui sunt f c o & d o c sunt æquales, linea uero f d secat illa duo latera æqualia æquedistātē basi d o, erit ergo per secundam sexti, & 18. quinti, proportio unius illorum laterū ad lineam d o, sicut alterius ad lineam f c, est ergo linea c f æqualis lineæ o d, per 9. quinti, sit autem hæc deductio cum lineæ illæ concurrunt sub linea k d, quasi concurrant sub linea c o, erit eadem ꝓbatio, quia fiet triangulus cuius unum latus est linea c o, & alia duo latera æqualia per sextā primi, ut prius, quia linea c o est æquedistās lineæ d f, erit per secundam sexti, proportio unius illorum duorū laterum ad lineam d o, sicut alterius ad lineam c f, eritq; ut prius p 19. quinti, lineæ c f & d o æquales. Item patet quod angulus c d f est æqualis angulo d c o, per 29. primi, ideo qđ linea c o data est æquedistans esse lineæ k d, ergo angulus c d f est æqualis angulo d c k, cum anguli d c o & d c k sint æquales ex hypothesi, & per 25. quinti huius, ergo per 6. primi, lineæ d k & c k sunt æquales, est ergo per 7. quinti, proportio lineæ c k ad lineam c f, sicut lineæ k d ad lineam d o, ideo qđ antecedentia & consequentia sunt hinc & inde æqualia. Si uero linea c o non æquedistat, sed concurrit cū linea k d, aut hoc est ad partem puncti g, diametri a g, si fiat concursus ex parte a, sit hoc in puncto l, manifestum ergo per 13. primi huius, quoniā ꝓportio lineæ c k ad lineam c f, cōponitur ex proportione lineæ c k ad lineā c l, & ex proportione lineæ c l ad lineam c f, sed proportio lineæ k c ad lineā c l, est sicut proportio lineæ k d ad lineam d l, per 3. sexti, linea enim d c diuidit angulū k c o per æqualia ex hypothesi, quia uero angulus o d l per præmissa est æqualis angulo l c f, & angulus ad punctū l, cōmunis est ambobus trigonis c l f & o d l, patet per 32. primi, quod tertius angulus est tertio æqualis, erit ergo p 4. sexti, proportio lineæ c l ad lineam c f, sicut lineæ d l ad lineam d o, ꝓportio itaq; lineæ c k ad lineam c f, constat ex proportione lineæ k d ad lineam d l, & lineæ d l ad lineam d o, sed proportio lineæ k d ad lineam d o, constat ex eisdem proportionibus posita linea d l media per 13. primi huius, ergo proportio lineæ k c ad lineam c f, est sicut proportio lineæ k d ad lineam d o. Si autem linea c o concurrat, cum linea k d ex parte g, sit cōcursus in puncto s, & à puncto d, ducatur linea æquedistans, lineæ k c quæ sit d r cōcurrens cum linea c o producta ultra punctum o, in puncto r, igitur angulus k c d æqualis est angulo c d r, per 29. primi, sed & angulus k c d ex hypothesi æqualis est d c o, ergo anguli d c r & d r c sunt æquales, ergo per sextam primi, linea d r est æqualis lineæ c r, sed quoniam triangulus s c k æquiangulus est triangulo s r d, per 29. primi, & propter angulū a s d cōmunē erit per 4. sexti, proportio lineæ d t ad lineam s 1, sicut lineæ k c ad lineam c s, sed linea d r est æqualis lineæ r c, est ergo per 7. quinti, proportio lineæ r c ad lineam r s, sicut lineæ k c ad lineam c s, sed proportio lineæ r c ad lineam r s, est sicut proportio lineæ k d ad lineam d s, per secundam sexti, & per 18. quinti, igitur per 11. quinti, est proportio lineæ k c ad lineam c s, sicut lineæ k d ad d s, sed quoniam angulus f c o æqualis est angulo o d a, erit angulus o d s æqualis angulo f c s, per 13. primi, & angulus ad punctum s est cōmunis, erit ergo triangulus o d s æquiangulus triangulo f c s, p 32. primi,



ergo

ergo ꝑ 4. sexti, est ꝓportio lineæ c s ad c f, sicut lineæ d s ad d o, est aũt ꝓportio lineæ k c ad lineã c s, sicut lineæ k d ad lineam d s, & est ꝓportio lineæ c s ad lineam c f, sicut lineæ d s ad lineam d o, ergo per 22. quinti, erit proportio lineæ k c ad lineam c f, sicut lineæ k d ad lineã d o. Quia uero linea k z æquedistat lineæ c f, ut patet ex præmissis, erit ꝑ 29. primi, angulus k z e æqualis angulo e c f, sed angulus k e z est æqualis angulo c e f, per 15. primi, ergo trigoni k z e & e c f, sunt æquianguli per 32. primi, ergo per 4. sexti, erit proportio lineæ k e ad lineam e f, sicut lineæ k z ad lineam c f, sed proportio lineæ k e ad lineam e f, est sicut lineæ k c ad lineam c f, ꝑ 3. sexti, quia angulus k e f, diuisus per lineam e c, lineæ ergo k z & k c, ad eandem lineam c f, eandem habent proportionem, ergo ꝑ 9. quinti, linea k z est æqualis lineæ k c, sed ex præmissis patet, quod est proportio lineæ z k ad lineam c f, sicut lineæ z e ad lineam e c, est ergo per 11. quinti, ꝓportio lineæ z e ad lineam e c, sicut lineæ k d ad lineam d o, sed linea k d ex hypothesi est maior quàm linea d o, linea ergo z e est maior quàm linea e c, hoc quidem pro alijs referuares, nũc ad ꝓpositum redeamus, quia uero ut supra patuit linea k q, est perpendicularis super lineam e z, erunt omnes anguli circa punctum q recti, sed angulus e c d est acutus, quoniã est medietas anguli f e o, ut superius ostensum est, ergo per 14. primi huius, linea k q concurret cũ linea c d sit punctus concursus h, & ducatur linea e h, & à puncto e, ducatur linea æquedistans lineæ k h, producta usq; ad lineam d h quæ sit e x, secans lineam d h in puncto x, sitq; per 5. quarti, circulus transiens per tria puncta quæ sunt e c x, & immutatur figura si placet ꝓpter diuersam intricationẽ linearũ, quia itaq; angulus c q h est rectus, ut patet ex præmissis, erit ꝑ 29. primi, angulus c e x rectus, ergo ꝑ 30. tertij, linea x c erit diameter illius circuli qui est e c x, & ꝓducatur linea k e, per triangulũ orthogonium c e x, & trans circulum cadens in punctum m, circunferentiæ circuli c e x, & ducatͬ linea m c, & erit angulus c m e æqualis angulo c x e, per 26. tertij, cadunt enim ambo illi anguli in eundem arcum qui est e c, sed angulus c x e æqualis est angulo c h k, per 29. primi, quoniam lineæ e x & k h, ductæ sunt æquedistãtes, erit ergo angulus c m e æqualis angulo c h k, sed angulus c h k maior est angulo d h e, quod patet per 29. primi huius, secat enĩ linea h e basem k d, ergo angulus c m e maior est eodem angulo d h e, resecetur ergo ab angulo c m e angulus æqualis angulo b h e, per 27. primi huius, qui sit angulus f m d ducta linea f m, & punctus in quo linea f m secat lineam c x, sit i, palã ergo cũ ex præmissis angulus i m d sit æqualis angulo d h e, & per 15. primi, angulus i d m sit æqualis angulo e d h, quoniam per 32. primi, triangulus i m d est æquiangulus triangulo d h e, ergo per 4. sexti, est ꝓportio lineæ h d ad lineam d m, sicut lineæ e h ad lineã i m, & similiter triangulus c m d sit similis triangulo k h d, cũ sicut patet ex præmissis angulus d h k sit æqualis angulo c m d, & per 15. primi, angulus c d m sit æqualis angulo k d h, & tertius tertio per 32. primi, erit ergo proportio lineæ k d ad lineã d c, sicut lineæ h d ad lineam d m, est autem ꝓportio lineæ h d ad lineã d m, sicut lineæ e h ad lineã i m, est ergo per 11. quinti, ꝓportio lineæ k d ad lineam d c, sicut lineæ e h ad lineã i m, sed proportio lineæ k d ad lineam d c est nota, qm̃ semper una & eadem permanet, quicunq; punctus reflexionis sit c, in arcu b g, quia semper linea d c, quæ est semidiameter est una, & linea k d, similiter est semper una, quoniã ipsa est distantia alterius punctorũ reflexorum à centro speculi, linea etiam e h, una permanet in quacunq; reflexione, & non mutatur eius quãtitas, quoniam non mutatur quantitas anguli e c h, qui est medietas anguli o d a, qui nõ mutatur, quare linea i m, semper erit una & æqualis, erit ergo punctus circunferentiæ in quem cadit lineam i m producta ultra punctum i, qui est punctus f, semper est notus & determinatus. Si ergo à tribus punctis arcus b g, possit fieri reflexio, contingat ducere à puncto f, ad circulum c x e tres lineas, quarum cuiuslibet pars interiacens diametrũ c x, & periferiam circuli sit æqualis lineæ i m, per 9. quinti, quia semper erit proportio lineæ k d ad lineam d c, sicut lineæ e h ad quamlibet illarum linearum, patet aũt hoc esse impossibile, ꝑ 133. primi huius, qđ ab eodem puncto dato in circunferentiã circuli extra diametrũ per ipsam diametrũ ad circũferentiã, ita ut pars lineæ interiacentis diametrũ ad reliquã partem circunferentiæ sit æqualis datæ lineæ, nõ nisi duæ lineæ æquales duci possunt, quare à duobus tantum punctis illius propositi arcus fiet reflexio, quod est propositum.

XXXVII.

Secundum modum datæ lineæ à dato pūcto speculi sphærici concaui ductæ possibile est duo puncta reperiri, quæ in diuersis diametris inæqualiter à centro speculi distantia ab eodem dato puncto speculi, & uno tantum alio eiusdem arcus interiacentis semidiametros in quibus illa puncta consistunt ad se mutuo reflectantur.

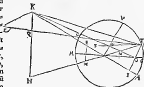
Remaneat dispositio proximæ, sitq; datus quicunq; punctus speculi, qui sit t, proponitur nobis ut inueniantur duo pūcta, quæ in diuersis diametris speculi existentia ab illo dato puncto superficiei speculi, & uno tantū alio propositi arcus puncto ad se mutuo reflectantur, sit enim ut quantacunq; placuerit sumatur linea z t, quæ per 119. primi huius, diuidatur taliter in puncto e, ut sit proportio lineæ z e ad lineā e t, sicut in præcedenti propositiōe prima scilicet eius figuratione, est proportio lineæ k d ad lineā d o, & quoniā ex hypothesi illius linea k d est maior quàm linea d o, erit linea z e maior q̄ linea e t, diuidaturq; linea z t per æqualia in puncto q, per 10. primi, & à puncto q, ducatur perpendicularis super lineā z t, per 11. primi, & fiat angulus e t d æqualis medietati anguli o d a per 23. primi, erit quidem ille angulus e t d acutus, ergo p 24. primi huius, linea t d, concurret cū perpendiculari ductu à puncto q, super lineā z t, sit concursus in puncto h, completum est ergo trigonū orthogoniū, quod est t q h, in cuius altero laterū rectum angulū t q h continentiū quod est t q, datus est punctus e, possibile est ergo à puncto e, per 137. primi, duci lineam ad basem trigoni t q h quæ est t h, ex alia sui parte concurrentem cū altero laterū rectum angulū continentium, quod est q h, producto ultra punctū q, ita ut tota producta linea se habeat ad partē abscisam basis, sicut linea data ad lineā datam, sic à puncto e, taliter ꝑducta linea d e k, ita ut sit ꝓportio totius lineæ k d ad lineā d t, sicut lineæ k d ad semidiametrum sphæræ speculi, ergo per 9. quinti, linea d t æqualis semidiametro, punctū ergo d, est centrum speculi, & angulo k t d, fiat per 23. primi, super punctū t, terminū lineæ d t æqualis angulo qui sit o t d, dico q̄m punctus speculi qui est t, est pūctus reflexionis formæ puncti o, ad uisum existentem in puncto k, uel econuerso formæ puncti k, ad punctū o, & quod ab illo dato puncto t, & ab uno tantū alio ꝓpositi arcus puncto, fit illorū punctorū mutua reflexio, & hæc omnia faciliter patent repetita priori demonstratione theorematis p̄cedentis, put huic ꝓposito est necesse, patet ergo ꝓpositū.

XXXVIII.

Duobus punctis in diuersis diametris circuli speculi sphærici concaui existentibus ambobus extra circulum, uel uno intra circulū, & alio extra illum & inæqualiter distantibus à centro respicientibus arcum speculi à quo fit reflexio, si reflectantur ab aliquo puncto arcus oppositi illis diametris non est ea possibile reflecti ab alio puncto eiusdem arcus.

Sint duo puncta a & b in diuersis diametris extra circulū qui est cōmunis sectio superficiei reflexionis, & speculi sphærici concaui, cuius centrū sit g, sintq; ille diametri a e & b d, & sit pūctus reflexionis t, & ducanť lineæ b t, a t, g t, illa itaq; b t secabit arcū circuli, sit pūctus sectionis q, sed & linea a t, secabit periferiā eiusdem circuli, sit pūctus sectionis m, & q̄m angulus b t g æqualis est angulo a t g, palam p 25. tertij, q̄m cadunt arcus æquales, ꝑducātur ergo diametri t g, ad aliam partē periferiæ in punctū p, & erit arcus q p, arcui m p æqualis, si igitur forma pūcti b, reflectitur ad uisum existentē à puncto a, ab aliquo alio puncto speculi arcus eiusdem, sit illud aliud punctū h, & ducantur lineæ a h, b h, g h, & secet linea b h circulum in puncto l, & linea a h in pūcto n, producaturq;

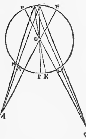
ſemidiameter b g, in punctū circumferentiæ qui ſit k, ſecūdū prædicta itaq; erit arcus l k æqualis arcui n k, ſed habitū eſt prius, quod arcus q p eſt æqualis p m, ſed arcus q p maior eſt arcu l k, & arcus k n maior arcu m p, accidit igitur impoſſibile, ſcilicet minus eſſe maiori æquale, quocunq; uero alio puncto illius arcus d t e dato, idem accidit impoſſibile. Reſtat ergo ut forma puncti b, non reflectatur ad uiſum a, à puncto h, uel ab alio pūcto arcus d t e, oppoſitis diametris in qbus ſunt pūcta a & b, præter quàm à pūcto t. Idem quoq; accidit impoſſibile, & eodem modo deducendum ſi unū datorum punctorum ſit in circulo, reliquum uero extra circulum, patet ergo propoſitum.



XXXIX.

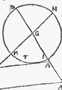
Duobus pūctis in diuerſis diametris circuli ſpeculi ſphærici cōcaui exiſtētibus ambobus extra circulū, ſi linea continuans illa puncta cōtingat illum circulum, aut tota ſit extra circulum, non eſt poſſibile unum illorum punctorum ad alterum reflecti niſi ab uno tantum illius ſpeculi puncto.

Sint ut in præcedenti theoremate, duo puncta a & b, in diuerſis diametris extra circulū, qui eſt cōmunis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſpeculi ſphærici concaui, cuius centrum ſit g, ſintq; illi diametri l d & n m, ſitq; punctus a, in ſemidiametro l g, & pūctus b, in ſemidiametro m g, & ducatur linea continuans puncta a & b, quæ ſit a b, & hæc cōtingat circulū illū, à quo per ſecundam huius, poteſt fieri reflexio, ſitq; ille cōtactus in arcu circuli qui ſit arcus l m, aut ſi linea illa ſit tota extra ſpeculum, dico qđ à nullo puncto arcus l m, interiacentis diametros, in quibus ſunt illa pūcta, fit reflexio formæ unius punctorum a & b, ad pūctum reliquum, ſumpto enim q̃cūq; puncto in arcu l m, ut pūcto c, ductiſq; lineis a c & b c, ſi linea a c cadat intra ſpeculum, linea b c neceſſario cadet extra ſpeculum, quoniā hoc requirit talis ſitus ſpeculi, & econuerſo, ſi linea b t cadat in ſpeculo, linea a t cadat extra, ſemper em̄ altera linearum ab illis duobus pūctis a & b, ad aliud punctū ſpeculi ductarum tota erit extra ſpeculū, et ſic idem neuter illorum punctorum ad alterum reflectetur ab aliquo puncto illius arcus l m, ſimiliter quoq; patet idem, ſi linea tota ſit extra ſpeculum nō contingens ipſum, reſpiciat tamen arcum l m, quia neq; tunc ambæ lineæ a c & b c, cadent intra ſpeculum, ſed ſi una erit intra ſpeculum, reliqua erit tota extra ſpeculū, unde non fiet reflexio ſecūdū illā, ab aliquo tñ puncto arcus d n, poteſt fieri reflexio per 27. huius, & ab uno tantū puncto illius arcus, ut patet per præcedentem, & ita formarum illorum punctorum reflexio ad inuicem non fiet niſi ab uno ſolo puncto ſpeculi, quod eſt propoſitum.

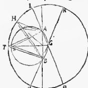


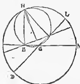
XL.

Exiſtentibus duobus punctis in diuerſis diametris circuli ſpeculi ſphærici cōcaui inæqualiter diſtantibus à centro, ſi linea continuans illa puncta producta ſecet circulum unum illorum punctorum ad alterum ab uno tantum puncto ſpeculi uel à duobus, aut à tribus, aut à quatuor poſſibile eſt reflecti, & ſecūdum hoc loca imaginum numerantur.

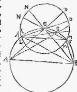


Sint ut supra duo puncta a & b, in diuersis diametris circuli speculi sphærici concaui, ita ut punctus a, sit in diametro l d, & punctus b in diametro m n, sintq; illa pũcta inæqualiter distantia à centro speculi quod est g, & linea a b, ducta ab uno illorum pũctorum ad alterum producta secet circulum, dico quod uerum est quod proponitur, fiat enim circulus pertransiens per centrum speculi quod est g, & per illa duo puncta a & b, ꝑ 54. circulus itaq; ille a b g, aut totus erit intra circulum speculi, aut cõtingat ipsum intrinsecus, aut secabit ipsum. Si totus circulus a b g, fuerit intra speculi circulũ, palam ꝑ 6. huius, quod unũ illorum punctorũ reflectetur ad alterũ ab aliquo puncto speculi & propositi circuli, ut patet ꝑ secundã huius, & ꝑ 27. quinti huius, sic ergo pũctus reflexionis t, palamq; ꝑ 20. huius, quod pũctus t, est in arcu interiacente diametros in quibus sunt puncta a & b, q sit arcus l m, & ducant̃ lineæ a t, b t, g t, extra quoq; angulus a t b minor angulo b g d, sit enim ut semidiameter g t secet circulũ a b g in pũcto f, & ducant̃ lineæ a f & b f, fientq; duo trigona a t b & a f b, sup unã basem, q̃ est a b, palã ergo ꝑ 21. primi, qm̃ angulus a f b est maior angulo a t b, sed per 21. tertij angulus a f b cũ angulo a g b, ualet duos rectos, ergo ꝑ 13. primi, angulus a f b est æqualis angulo b g d, angulus ergo a t b est minor angulo b g d, quilibet quoq; angulus sic factus sup arcũ l m, ut super punctũ h, erit minor angulo b g d, ac arcu itaq; speculi qui est l m, nõ fiet reflexio nisi ab uno tantũ puncto speculi, qm̃ iam ostensum est ꝑ 34. huius, quia non est in huius pũctorũ reflexorũ dispositiõe possibile reflexionẽ fieri à duobus pũctis speculi, ita ut uterq; angulorũ cõstans ex angulo incidentiæ & reflexionis sit minor angulo b g d. In hac ergo dispositiõe ab uno tm̃ puncto speculi fiet reflexio quod est unum ꝓpositorum, Si uero circulus a b g, sit intrinsecus contingens circulũ speculi, sit punctũ cõtactus h, & ducant̃ lineæ a h, b h, g h, q̃a itaq; angulus a h b, ꝑ 21. tertij, cũ angulo a g b ualet duos rectos, patet ꝑ 13. primi, qđ angulus a h b est æq̃lis angulo b g d, quare ab illo pũcto cõtactus nõ fiet reflexio ꝑ 33. huius, angulus q̃q; factus sup quocũq; aliud punctũ arcus circuli speculi erit minor illo angulo, ꝑ modũ quo iam superius p̃ostensum est, quare à duobus punctis illius arcus nõ fiet reflexio ꝑ 34. huius, sed solũ ab uno pũcto, si uero circulus a b g, secet circulũ speculi, patet q tm̃ in duobus punctis secare necesse est ꝑ 10. tertij, & illa duo pũcta a & b, aut ambo erũt extra speculũ circuli, aut ambo intra, aut unũ extra circulũ, aut aliud intra illũ, aut unũ illorũ punctorũ in circũferentia circuli & aliud extra illũ uel intra illũ. Si fuerint ambo extra circulũ speculi, tũc patet qđ linea a b, nõ secabit circulũ speculi, fietq; reflexio ab uno tm̃ speculi pũcto, ut patet ꝑ p̃cedentem, tũc enĩ manifeste patet, qđ circulus a b g, nõ secabit circulũ speculi secũdũ arcũ l m, qm̃ ille arcus interiacet lineas a g & b g, et arcus b g a cadit extra illas lineas in alia pũcta perisferiæ circuli ipsius speculi, cũ ambo pũcta a & b sunt extra circulũ speculi, si uero pũctus b, sit in perisferia circuli speculi uel intra, pũcto a cõstituto extra, patet tunc qđ arcus l m, in duobus pũctis nõ secabitur, sed arcus b g, trãsibit pũctum aliq̃d arcus l m, qđ sit t, ergo angulus factus super arcũ l m, erit maior angulo b g d, qm̃ ductis lineis l t, b t & a t, patet secundũ p̃missa ꝑ 21. tertij, qm̃ angulus l t b est æqualis angulo b g d, angulus uero a t h est maior illo, patet ergo ꝑ 24. huius, qm̃ in hac dispositione ab unico pũcto, uel à duobus pũctis arcus l m, fiet formarũ illorũ punctorũ ad inuicẽ reflexio, Si uero duo puncta a & b, fuerint extra circulũ speculi, & circulus a b g, secet circulũ speculi, tunc patet qđ circulus a b g, secabit arcũ l m in duobus punctis, qm̃ duo semidiametri circuli maioris q sunt g l & g m, secãt circulũ a b g, in pũctis a & b, & transeuntes resecant ex circulo speculi arcũ l m, secat ergo circulus a b g, arcũ l m, in duobus punctis quæ sint t & h, & restabunt ex ipso arcu l m, duo arcus in diuersis partibus ipsius qui sunt arcus l t & h m, omnisq; angulus cõstitutus sup arcum circuli speculi qui est t h,

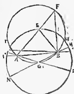




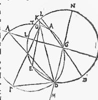
est t h, erit maior angulo b g d, quod patet si super periferiam speculi fiat angulus a e b, si
Item est maior angulo b g d, producta enim linea a e, ad periferiam circuli a b g, in punctū
f, si copuletur linea b f, erit per 3 1. tertij, & per 13. primi, angulus a f b, æqualis angulo b
g d, sed per 2 1. uel per 16. primi, angulus a e b, est maior angulo a f b. ergo & angulo b
g d, & similiter erit de quolibet alio puncto arcus t e h demonstrandū, ad hoc itaque arcu
t e h, ut patet per 34. huius, poterit fieri reflexio, forsan ab uno tan
tum puncto, & forsan à duobus, quod si fiat reflexio à duobus ar-
cubus l t, & h m, qui restant super arcum t e, ex arcu l m, & ex di-
uersis ptibus ipsius circuli a b g, tūc secūdū præmissa oēs anguli
super illos arcus consistentes cōtenti sub lineis à punctis a & b, p-
ductis, erunt minores angulo b g d, fiat enim angulus b k a, super
punctū arcus b t, & quoniam arcus a t, circuli a b g, est intra circulū spe
culi sub arcu l t, secet linea b k, arcum a t, in puncto o, & ducatur li
nea a o, patet ergo p 2 1. tertij, & per 13. primi, qd' angulus a o b,
est æqualis angulo b g d, sed angulus a o b, est maior angulo a k b
per 16. primi, patet ergo angulus a k b, est minor angulo b g d, &
similiter de quolibet puncto arcuū l t, & h m, est demonstrandū, er
go p 34. huius, ab uno tantū illoꝝ arcuū puncto fiet reflexio, in



hac itaque situ fiet reflexio à duobus punctis arcus l m, interiacentis diametros, aut forsan
à tribus, palā uero per 27. & 29. huius, qd' ab uno tantū puncto arcus n d, fiet reflexio,
& ita in hoc situ aliqñ à tribus pūctis speculi, aliquādo uero à qua
tuor punctis fiet reflexio. Si uero unus punctoꝝ a uel b, fuerit in
periferia circuli, alius uero intra circulū, & circulus a b g, secet cir
culum speculi, tunc secabit arcum l m in uno tm puncto, qui sit t,
qm in loco alterius punctoꝝ l uel m, erit punctum a uel b, existens
enim altera diametroꝝ n m uel l d, & in puncto circuli periferia
erit in puncto qd' est cōmunis sectio illaꝝ, & sit i puncto b, existen
te in puncto m & puncto a, intra speculū, restabit unicus tantū ar
cus totius arcus l m, qui sit l t, patet itaque secundū pmissa ductis, ut
prius, lineis a f & b f, super arcum circuli a b g, & lineis a e & b e,
super aliqd punctū arcus l m, qd' sit e, qm per 2 1. primi, omnes an
guli consistentes sup arcū t b, sunt maiores angulo b g d, ergo per
34. huius, patet fieri reflexio à duobus punctis illius arcus uel ab
uno, omnes uero anguli arcus l t, erunt minores angulo b g d, ut præostensum est prius,
& ita cū per 34. huius, ab uno tantū puncto arcus l t, fiet reflexio, sed & per 29. huius, ab
uno tantū pūcto arcus n d, fiet reflexio, fiet itaque in hoc situ re-
flexio quandoque à tribus punctis, quandoque à quatuor, & non
à pluribus, quod si punctū b, existente in periferia circuli spe-



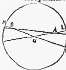
culi, punctus a sit extra illū circulū, tunc patet quod circulus a
b g, nunquam secabit circulū speculi secundū arcum l m, qm semi
diameter g m, & periferiæ circuli cōmunis sectio est punctus
m, in quo est punctus b, semidiameter uero g l, procedens ad
punctum a, extra circulū secat arcum t b, nec secatur ab illo,
oēs itaque anguli arcus l m, sunt maiores angulo b g d, ut pa-
tet ex præmissis, ergo per 34. huius, ab uno tantū puncto uel
forsan à duobus punctis arcus l m, potest fieri reflexio pūcto-
rum a & b, similiter ad inuicem ab uno puncto arcus n d, fiet
itaque in hoc situ reflexio à duobus aut à tribus punctis speculi
& non à pluribus, palam ergo quod puncta inæqualiter distantia à centro speculi ali-
quando ab uno tm puncto, aliqñ à duobus, aliqñ à tribus, aliqñ à quatuor, nunquam à pluri
bus reflectant, secūdū hæc quoque loca imaginū numerant queadmodū patuit iam pluri
es in præmissis, & hoc est quod proponebatur declarandum.



XLI.

Existentibus duobus pũctis in diuersis diametris circuli speculi sphærici cõcaui & æqualiter distantibus à centro si linea cõtinuans illa pũcta secet circulum, possibile est unum illorum punctorum ad alterum reflecti ab uno tantum puncto speculi, uel à duobus aut à quatuor, sed impossibile est à tribus, & secundum hoc loca imaginum numerantur.

Sint ut in præmissa duo pũcta a & b, in diuersis diametris circuli speculi sphærici cõcaui quæ sint l d & m n, ita ut punctus a sit in diametro l d, & punctus b, in diametro m n, sintq́ puncta a & b, æqualiter distantia à centro speculi, & linea a b, ducta ab uno illorũ punctorũ ad alterũ secundum circulum, qui est cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi, cuius centrũ sit g, dico quod uerũ est qđ proponitur, quod enim ab uno tantum puncto speculi quãdoq́ fiat illorũ punctorũ adinuicem mutua reflexio, patet per 19. huius, & etiam idem ostendi potest per modũ 24. huius, linearũ enim inæqualitas in illo situ naturam reflexionis nõ immutat, ut declaratũ est in 20. quinti huius, quandoq́ uero fit mutua reflexio istorũ punctorũ a & b, à duobus tantũ pũctis speculi, ut patet per 25. huius, quandoq́ uero fit reflexio mutua propositorũ punctorũ quæ sunt a & b, à quatuor punctis circũferentiæ ipsius speculi, ut patet per 26. huius, à tribus uero tantũ punctis istorũ speculorũ formas punctorũ æqualiter distantium à centro speculi ad se mutuo reflecti est impossibile. Si enim ab aliquibus duobus punctis unius arcus fiat ista mutua reflexio diuiso arcu interiacente illa puncta per æqualia, & ductis ad illud punctũ lineis, patet per 26. tertij, & per 4. primi, propter æqualitatẽ laterũ g a & g b, quoniam anguli constituti super illud punctum fiunt æquales, ab illo ergo puncto fiet reflexio per 20. quinti huius, sed & fiet ab aliquo puncto arcus oppositi illi arcui, palam ergo quod à quatuor punctis speculi fiet reflexio & non à tribus, & quoniam, ut patet per præmissam & ex pluribus propositionibus huius libri, nunquã fit à tribus punctis speculi reflexio aliquorũ duorũ pũctorũ adinuicẽ nisi fiat à duobus pũctis unius arcus, & ab aliquo puncto arcus oppositi interiacente illos diametros, patet ergo quod in hac dispositiõe reflexio fiet semper à quatuor punctis speculi oppositi, & nunquã à tribus, & hoc proponebatur. & quoniam hæc duo præmissa theoremata disposuimus secundum modum epilogi plurimorum præmissorum theorematum, æstimamus ipsa memoriæ cõmendanda.



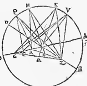
XLII.

Si ab uno puncto arcus circuli speculi sphærici concaui formæ unius termini lineæ totaliter uisæ, ab alio quoq́ puncto eiusdem arcus formæ alterius termini eiusdem lineæ fiat reflexio, necesse est omnia puncta media lineæ uisæ ab illius arcus punctis medijs reflecti, ex quo patet quod loca imaginum punctorum mediorum cadũt inter imagines punctorũ extremorũ.

Quod hic proponebatur specialiter, quantũ ad primã sui partem uniuersaliter est præmissum in 24. quinti huius, esto ergo arcus speculi sphærici concaui a f h, cuius centrum e, & sit z centrũ uisus, sitq́ g r linea uisa, cuius unus terminus qui g reflectatur à puncto speculi quod sit f, & illud sit alius punctus arcus dati, qui est a f h, & alter terminus lineæ qui est r, reflectatur à puncto h, arcus a f h, dico quod omnia puncta media lineæ g r, reflectentur à punctis medijs arcus h f, coaptetur enim linea g t, exempli causa diametro speculi quæ sit o a, cadetq́ intra semidiametrũ o e, sitq́ punctus z, quod est centrum uisus in alia diametro eiusdem circuli quæ sit d b, cadens in diametro e b, ducantur lineæ g f, e f, z f, r h, e h, h e, & copuletur linea g z, producaturq́ linea f e, ultra punctum e, ad lineam g z, in punctũ m, & signetur in linea g r, punctus c, dico quod forma puncti c, reflectetur ab aliquo puncto arcus f h, quod enim reflectatur forma puncti t, ad uisum existentẽ in puncto z, palam, cũ extremæ lineæ quæ sunt g & r, reflectantur ad uisum existentẽ in puncto z, fiet ergo reflexio ab aliquo puncto arcus a d, & non ab alio, ostensum enim est

per

per 20. huius, qđ in hoc situ à duobus arcubus a b & d o, non potest fieri reflexio formæ puncti c, ad uisum existentē in puncto z, oportet ergo q̄d fiat reflexio ab aliquo puncto arcus a d, qm̄ patet solum offerri uisui arcū speculi b a d o, per 72. quarti huius, ideo qđ centrū uisus est in puncto z, diametri d b, ostensum etiā est per eandē 20. huius, qđ forma cuiuscū puncti semidiametri e o, reflectit̃ ab aliquo puncto arcus a d, sit autē p 27. huius, formæ cuiuslibet puncti lineæ g r, reflexio ad uisum ab uno tm̄ puncto arcus a d cadente inter semidiametros, in quibus non consistunt puncta reflexa & ipsum centrū uisus, forma ergo puncti c, reflectit̃ ab uno tm̄ puncto arcus a d, ad uisum existentem in puncto z, si ergo illud punctū sit in arcu f h, habemus ppositū. Si uero non, esto primo qđ ipsum sit in aliquo puncto arcus a f, sitq; punctū u, & ducant̃ lineæ z n, t n, e u, g u, est ergo per 7. tertij, linea g u, maior q̄ linea g f, sed per eandē 7. tertij, linea z u, est minor q̄ linea z f, ergo p 9. primi huius, lineæ pportio g u, ad lineam z u, est maior proportione lineæ g f, ad lineam f z, sed per 3. sexti, & ex hypothesi pportio lineæ g f, ad lineã f z, est sicut proportio lineæ g m, ad lineam m z, pportio ergo lineæ g u, ad lineam z u, est maior q̄ pportio g m ad lineam m z, linea ergo quæ diuidit angulum g u z, per æqualia, secat lineã z m, secat ergo lineam z e, p 22. primi huius, angulus ergo g b u, est minor angulo e u 3, sed angulus t u e, est minor angulo e u 3, non ergo fiet reflexio formæ puncti t, ad uisum 3, in pũcto speculi u, ut patet per 20. huius, similiter q̄q; potest fieri deductio de quolibet puncto arcus a f, forma ergo puncti c, non reflectitur ad uisum existentē in puncto 3, ab aliquo puncto arcus a f, sed neq; ab aliquo puncto arcus h d. Sit em̄ si possibile est ut reflectatur ab aliquo puncto arcus h d, ut reflectat̃ à puncto eius quod sit q, & ducant̃ lineæ 3 q, e q, e q, r q, i r, & pducatur linea o e h, ultra punctū e, ad lineam r 3, incidatq; in punctum n, ergo per 7. tertij, linea 3 q, est maior q̄ linea 3 h, & linea q r, est minor q̄ linea r h, est ergo per 9. primi huius, proportio lineæ r q, ad lineã q r, maior pportione lineæ 3 h, ad lineam h r, sed per 3. sexti, quæ est pportio lineæ 3 h ad lineam h 3, eadem est lineæ 3 n, ad lineam n r, est ergo proportio lineæ 3 q, ad lineam q r, maior pportione lineæ 3 n ad lineam n r, linea ergo diuidens angulum 3 q r, per æqualia secat lineam n r, ergo p 32. primi huius, secat lineam r e, angulus ergo r q e, est maior angulo e r q, angulus ergo t q e, est multo maior angulo e q 3, nõ ergo fiet reflexio formæ puncti e, ad uisum in punctum 3, à puncto speculi quod est q, arcus h d: eodemq; modo deducendũ quocũq; puncto arcus h d, dato, forma ergo puncti c, non reflectit̃ ad uisum existentē in puncto 3, ex arcu h d, sed neq; ex arcu a f, neq; ab aliquo punctorũ h uel f, ut per 29. quinti huius, omnia ergo puncta media lineæ g r, reflectuntur à punctis medijs arcus h f, nec possunt à punctis alijs reflecti, nisi forte ab alio arcu reflectant̃ puncta g & r, & ex hoc patet, quia tam lineæ reflexionum punctorũ mediorũ q̄ katheti suarũ incidentiarum concurrunt inter loca imaginum punctorum extremorũ, & quia illarum linearũ cõmunis sectio est locus imaginis per 27. quinti huius, patet ergo quod loca imaginum punctorũ mediorũ cadunt inter loca imaginũ punctorũ extremorum, & hoc est ppositum. Idem em̄ accidit, si res uisa uel centrum uisus extra illos speculi diametros collocentur, quoniam semper trans illa puncta diametri aliæ duci possunt, patet ergo propositum.



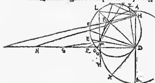
XLIII.

Si duorum punctorum in speculo sphærico concauo à duobus punctis ad unum uisum fiat reflexio, sit quod loca imaginum sint in eadem speculo diametro, maior erit proportio lineæ interiacentis centrum speculi & locū imaginis remotiorem ad lineam interiacentem idem centrum & punctum reflexum à centro speculi remotiorem q̄ lineæ interiacentis idem centrum

& locū

& locum imaginis proqinquiorem ad lineam ductam à centro ad punctum reflexum centro speculi propinquiorem.

Sit speculum sphæricum concauũ, per cuius centrũ transeat superficies plana, secabit ergo illa supficiem speculi secundũ circulũ magnum illius sphæræ per 69. primi huius, qui a b g, & eius centrũ sit d, & extrahat̃ à centro d, linea quocũq; modo placuerit q̃ sit d g, & transeat à centro ad circũferentiam in punctũ g, & ducatur à centro d, in superficie illius circuli linea pendicularis super lineam d g, quæ sit d a, & abscindat̃ ab angulo a d g, recto parua particula quocũq; modo contingat, & sit angulus g d e, ita q̃d inter angulum rectum, qui est a d g, & inter angulũ a d e, sit ꝓportio multiplicitatis relatæ ad angulum e d g, hoc autẽ potest fieri, si angulus rectus qui est a d g, diuidat̃ p æqualia, & item eius medietas per æqualia, & sic deinceps quousq; fiat angulus a d e, multiplex anguli e d g, ut si angulus a d e, sit septuplus angulo e d g, erit rectus a d g sequi septuplus angulo a d e, & diuidat̃ angulus a d e, in duo æqualia per lineã d b, per 9. primi, à pũcto quoq; d centro speculi extrahat̃ linea continens cum linea b d, angulũ rectum, per 23. primi, q̃ sit angulus b d x, & extrahatur linea a d, ultra punctum d, ad periferiam, ut cõpleat diametrũ, & sit linea d k, & à puncto d, ducat̃ linea d 3, continens cũ linea a d, angulum æqualem angulo e d g, qui sit angulus a d 3, & à puncto 3, ducatur super lineam d 3, constituens angulũ æqualem angulo k d x, qui sit h 3 d, ducta linea h 3, ad diametrũ h d k, hoc autẽ est possibile, quia eñ anguli k d x & a d z, sunt minores duobus rectis, cõcurrent illæ lineæ quæ sunt a d & 3 h, per 14. primi huius, sit concursus punctus h, angulus ergo d 3 h, est æqualis angulo k d x, & quia anguli trianguli ualent duos rectos per 32. primi, & angulus a d 3 & 3 d x, & x d k, ualent duos rectos per 13. primi, angulus uero h 3 d, est æqualis angulo x d k, & angulus a d 3 cõmunis, relinquit̃ angulus 3 h d, æqualis angulo 3 d x, & extrahat̃ à puncto 3, linea 3 l, per 23. primi, continentes cũ linea 3 h, angulũ æqualem angulo h d k obtuso, qui sit angulus h 3 l, duo ergo anguli l 3 d & b d 3, sunt minores duobus rectis, deficiunt eñ à duobus rectis in angulo 3 d a, linea ergo 3 l, per 14. primi huius, concurret cũ linea d b, sit concursus punctus l, & ducatur linea l h, & triangulo h l d, circũscribat̃ per 5. quarti, qui sit circulus d h l, transibit ergo ille circulus per punctũ 3, per 31. tertij, quia duo anguli l 3 h & l d h, sunt æquales duobus rectis, sunt aũt illi anguli in quadrilatero d h, 3 b, est ergo illud quadrilaterũ in circulo, anguli ergo l h 3 & l d 3, sunt æquales p 26. tertij, cadunt eñ in arcũ eundẽ circuli d h l, q est arcus 3 l, sed ut supra ostendimus angulus 3 h d, est æqualis angulo 3 d h, æqualibus ergo angulis qui sunt l h 3 & l d 3, hinc inde ablatis, remanet angulus l h d, æqualis angulo l d x, sed angulus l d x, est rectus, angulus ergo l h d, est rectus, abscindatur quoq; ex linea d e, linea d m, æqualis lineæ d h, & ducat̃ linea l m, angulus l m d est rectus, quia eñ angulus b d e, est æqualis angulo b d h, qm̃ angulus a d e, diuisus fuit per æqualia per lineam d b, linea quoq; d m, est æqualis lineæ d h, sed latus h d, est cõmune ambobus trigonis l h d & l m d, ergo per 4. primi, linea h l, est æqualis lineæ l m, & angulus l m d, est æqualis angulo l h d, sed angulus l h d, ostensus est rectus esse, ergo angulus l m d est rectus, ergo per 21. tertij, circulus l h d, transit per punctũ m, & secat arcũ b e, circuli a b g in puncto compari puncto 3, qui sit punctus f, eritq; linea l d, diameter circuli l h d, per 20. tertij, & ducat̃ linea d f, quia itaq; circuli l h d, arcus d m, est æqualis arcui d h, per 27. tertij, qm̃ lineæ d m & d h sunt æquales, sed & arcus d f, est æqualis arcui d 3, per 64. primi, relinquit̃ ergo arcus m f, æqualis arcui h 3, & arcus l 3, æqualis arcui l f, ergo per 26. tertij, angulus l d f, erit æqualis angulo l d 3, ducant̃ ergo lineæ h b, h f, 3 f, m f, b m, b f, & quia



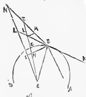
qa angulus l h d est rectus, patet quod angulus b h d est acutus, & angulus g d h est rectus, ergo per 14. primi huius, linea h b cōcurret cū linea d g, extra circulū a b g, cōcurrāt ergo in puncto q, similiter quoque per eādē 10. primi huius, līea h f, cōcurret cū linea d g, extra circulū, sit cōcursus punctus n, & producatur linea f b, ultra punctū b, quousque secet arcū l 3, secet ergo ipsum in puncto r, & ducatur linea r m, angulus ergo f r m, qui est in circumferentia respicit arcum f m, & angulus f b m, est maior angulo f r m, per 16. primi, est enim extrinsecus in triangulo r b m, & angulus f b m est in circumferentia circuli a b g, ergo si linea b m, protrahatur ex parte puncti m, abscindet de circulo a b g, arcum maiorem quodam arcu simili arcui f m, circuli l h d, per ultimam sexti, sed arcus f m, in suo circulo l h d, est similis duplo arcus f e, in circulo a b g, quoniam duplū arcus f e, correspondet duplo anguli f d e, super periferiā sui circuli constituti per ultimā sexti, & per 29. tertij, est autem arcus f e, æqualis arcui e g, per 25. tertij, ideo quod angulus e d g, est æqualis angulo f d e, cū uterque ipsorum sit æqualis angulo a d 3, ut patet ex præmissis, arcus ergo g f, est duplus arcui f e, est ergo arcus f g, in circulo a b g, similis arcui f m, in circulo l h d, si ergo linea b m, extrahatur recte in partem m, abscidet de circulo a b g, arcum ultra punctū g, maiorem arcu f g, si enim caderet in punctum g, fieret angulus f b g, æqualis angulo f r g, extrinsecus intrinseco, quod est impossibile, linea ergo b m non cadet in punctū g, sed secabit lineam d g, inter duo puncta g & d, secet ergo in puncto o, producatur quoque linea f m ultra punctū m, hæc ergo quia secat angulū d m o, patet per 29. primi huius, quia secabit lineam d o, secet illam in puncto u, & producatur à linea t n b, ultra punctum b, secabitque arcum l r, secet ipsum in puncto c, & ducatur linea c d, à puncto c, ad centrū speculi, quia ergo angulus b f, est in circūferentia circuli a b g, erit angulus b f 3, medietas anguli b d 3, per 19. tertij, sed angulus b d 3 est multiplus anguli 3 d a, ergo angulus b f 3, multiplus, ergo per ultimā sexti, arcus r 3, est multiplus arcui 3 h, arcus uero c 3 est maior arcui r 3, ut totum sua parte, ergo arcus c 3 est multiplus arcus 3 h, uel maior multiplo, ducatur itaque linea c h, angulus ergo c h d, & angulus c m d sunt æquales duobus rectis per 21. tertij, sed angulus b m d, cū angulo b m e, ualet duos rectos per 13. primi, relinquitur ergo ut angulus t h d, sit æqualis angulo b m e, sed angulus 3 h d, addit super angulū c h d, angulus c h 3, qui est per 26. tertij, æqualis angulo c d 3, & angulus c d 3, est multiplus anguli 3 d a, per ultimā sexti, quoniam ut supra patet arcus c 3, est multiplus arcui 3 h, ergo angulus c h 3, est multiplus anguli e d g, angulus ergo d h 3, excedit angulū c h d, in multiplo anguli e d g, & quia arcus f m d, est æqualis arcui 3 h d, per 64. primi huius, remanet arcus f 3 d, æqualis arcui 3 f d, ergo erit per 26. tertij, angulus f m d, æqualis angulo 3 h d, sed angulus c h d, est æqualis b m e, ergo angulus f m d, excedit angulū b m e, in multiplo anguli e g d, sed angulus o m d, est æqualis angulo b m e, per 15. primi, ergo angulus f m d, excedit angulū o m d, in multiplo anguli e d g, & quia angulus g o m ualet tm angulū o m d, & angulus o d m, per 32. primi, palam quia angulus f m d, excedit angulū m o g, in multiplo anguli e d g, sed angulus f m d, per 32. primi, excedit angulum m u d, in solo angulo e d m, est ergo angulus m u d, maior angulo m o g, ergo angulus m o u, est maior angulo m u o, per 13. primi, bis sumptum, ergo per 18. primi, linea m u est maior quam linea m o, & quia arcus h d, est æqualis arcui m d, per præmissa erunt duo anguli h f d & m f o, æquales per 26. tertij, formæ ergo punctorum duarum linearū h f & f u, ad se inuicē reflectantur, & similiter formæ punctorū linearum h b & b o, ad se inuicē reflectuntur, quoniam per præmissa angulus d b h, est æqualis angulo d b m, per 4. primi, & per hypotheses præmissas, duo ergo puncta quæ sunt o & u, ad uisum existentem in puncto h, reflectuntur à duobus punctis speculi quæ sunt b & f, est ergo per 37. quinti huius, punctus q imago puncti o, & punctus n, imago puncti u, ducatur ergo ex puncto m, linea æquedistans lineæ h q, per 3. primi, quæ sit linea m s, & linea æquedistans lineæ h n quæ sit m p, quia ergo angulus h n d, est maior angulo h q d, per 16. primi, erit angulus m p o, qui per 29. primi, est æqualis angulo h n d, maior angulo m s o, qui per 29. primi, est æqualis h q d, erit ergo punctum p, inter duo puncta s & u, per conuersam per 21. primi, & quia angulus h d n est rectus, erit per 32. primi, angulus h n d acutus, ergo angu-

lus m p d est acutus, angulus ergo m p s est obtusus per 13 primi, ergo lineam s est maior quam lineam m p, per 18. primi, sed ex præmissis linea m u est maior quam linea m o, ergo per 9. primi huius, maior est proportio lineæ m s ad lineam m o quam lineæ p m ad lineam m u, sed proportio lineæ s m ad lineam m o, est sicut proportio lineæ q b ad b o, per 4. sexti, trigoni enim q b o & s m o sunt æquianguli per 29. primi, cum linea m s sit æquedistans lineæ q b, & angulus q o b sit cõmunis illis ambobus trigonis, & similiter proportio lineæ p m ad lineam m b, est sicut proportio lineæ n f ad lineam f u, per candem ergo quæ prius erit proportio lineæ q b ad lineam b o, maior proportione lineæ n f ad lineam f u, per 11. quinti, sed proportio lineæ q b ad lineam b o, sicut lineæ q d ad lineam d o, & proportio lineæ n f ad f u, est sicut lineæ n d ad d n, per ea quæ sunt ostensa, in 13. huius, quorum declaratione cum manifesta sit hæc obmittimus, ꝓpter figurationis multitudinem, palam ergo, quod proportio lineæ q d ad lineam d o est maior proportione lineæ n d ad lineam d o, & hoc est propositum.

XLIIII.

In speculis sphæricis concauis imagine retro speculum occurrente, maior erit distantia imaginis à speculo quam rei uisæ.

Esto speculi sphærici concaui circulus qui a b g d, cuius centrum sit e, sitque centrum uisus z, & punctus rei uisæ h, fiatque reflexio formæ puncti h, ad uisum z, à puncto speculi b, appareatque imago retro speculũ, dico maior erit distantia imaginis à speculi superficie quam ipsius rei uisæ, ducantur em̃ lineæ h b incidentiæ, & z b reflexionis, & ducatur kathetus incidentiæ qui sit e h g t, ꝓducatur quoque linea reflexionis, quæ z b, donec lineæ e h & z h, concurrũt in puncto t, erit ergo per 37. quinti huius, punctũ t locus imaginis, dico quod linea t b, quæ est distantia imaginis à speculo, est maior quam linea b h, quæ est distantia rei uisæ à puncto reflexionis. Et similiter linea h g est minor quam linea g t, ducatur em̃ linea e b, & à puncto b, ducatur linea contingens circulum in puncto b, per 16. tertij, quæ sit l b k, quia itaque anguli cõtingentiæ qui sunt a b k & g b l, sunt æquales per 15. tertij, & anguli z b a & h b g, æquales per 20. quinti huius, fit ergo angulus k b z æqualis angulo l b h, sed angulus t b l est æqualis angulo k b z, per 15. primi, angulus ergo t b l est æqualis angulo l b h, sed angulus l b h est acutus, quoniam angulus l b e est rectus, ergo & angulus t b l est acutus, sed angulus e l b est acutus, quoniam in trigono e l b, angulus e b l est rectus, ergo per 13. primi, angulus b l t est obtusus, angulus itaque t b l est minor angulo b l t, resecetur quoque ab angulo b l t, angulus æqualis angulo b l h, per 27. primi huius, qui sit b l m, quia itaque angulus m b l est æqualis angulo l b h, & angulus b l m, æqualis angulo b l h, erunt per 32. primi, trigona l b m & l b h æquiangula, ergo per 4. sexti, latera ipsorum sunt proportionalia, sed latus l b, cum sit commune ambobus est æquale sibijpsi, ergo latus m b est æquale lateri b h, sed linea m b est minor quam linea b t, ergo linea h b est minor quam linea b t, & quia linea l b diuidit angulum t b h per æqualia, patet per 3. sexti, quoniam est proportio lineæ l h ad lineam l t, sicut lineæ b h ad lineam b t, sed linea b h est maior quam linea b t, ut patet ex præmissis, ergo & linea h l est minor quam linea l t, linea ergo g h, est multo maior quam linea g t, patet ergo propositum. & ex his patet quod uerum quarum distantia ab eodem uisu maior est, uel augetur & distantia imaginum retro speculum uisorum maior est uel augetur. Si em̃ protrahatur linea b h ultra punctum h ad punctum s, & ꝓducatur kathetus e s, quousque concurrat cum linea reflexionis z b, in puncto n, erit punctum n locus imaginis formæ puncti s, & erit linea h n, maior quam linea b s, ut prius patuit, & erunt lineæ b s & b n, maiores quam lineæ b h & b t.



LXV.

In concauis speculis sphæricis inter uisum & speculum imagine occurrente, nonnunquam minor erit distantia imaginis à uisu quam sit ipsius rei uisæ, à superficie

perficie uero speculi quandoq; erit minor, quandoq; maior, q̃nq; æqualis.

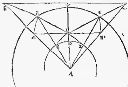
Esto in speculo sphærico concauo circulus magnus a b g, cuius centrum sit d, & sit semidiameter d b, sitq; centrũ uisus in puncto e, & linea rei uisæ sit z t m, quæ reflectatur ad uisum à puncto speculi b, sitq; linea incidentiæ z b, & linea reflexionis b e, dico quod uerum est qđ proponitur, ducatur enim per centrum d ad lineam reflexionis e b, linea quæ sit t d h, & esto ut ipsa sit perpendicularis sup semidiametrũ d b. ducatur quoq; similiter à puncto rei uisæ quod est z, linea z d, quæ producta ultra punctum d, ad lineam reflexionis quæ est e b, secet ipsam in puncto k, & similiter à puncto uiso quod est m, ducatur linea m d, quæ producta ad lineam reflexionis, quæ est e b, secet ipsam in puncto l, est ergo per 27. quinti huius, punctus k locus imaginis formæ puncti z, & punctus h locus imaginis puncti t, & punctus l locus imaginis puncti m, & palam quia puncta k & h cadũt inter puncta a & h, palam quia cum loca imaginũ approximent uisui, qui est in puncto e, quia multo minor erit distantia ipsarũ imaginum à uisu q̃ sit ipsius rei uisæ, q̃m enim linea d b, semper diuidit angulũ reflexionis per æqualia, patet quod centrum uisus & punctum rei uisæ semper collocantur ex diuersis partibus centri, ducanturq; linea e z, eritq; in trigono k e z, angulus e k z, nonnunq̃ maior angulus k z e, ergo p 19. primi, erit tunc linea e z, quæ est distantia rei uisæ à centro uisus maior q̃ linea e k, quæ est distantia imaginis k, à centro uisus, minus aũt distant à uisu loca imaginum quæ sunt h & l, quia uero in trigonis b d t & b d h, duo anguli, qui sunt b d t & b d h sunt æquales, quia recti ex hypothesi, & duo anguli h b d & t b d sunt æquales per 20. quinti huius, cũ sint anguli incidentiæ & reflexionis, æquales erunt per 32. primi, illi trigoni æquianguli, ergo per 4. sexti, cũ linea b d, sit æqualis sibi ipsi, erit linea b t æqualis lineæ b h, æqualiter ergo distabunt imago & res uisa à supficie speculi, sed linea b k est minor q̃ linea b h, & linea b z est maior q̃ linea b c, erit ergo linea b z maior q̃ linea b k, erit ergo tunc locus imaginis, & imago propinquior superficiei speculi q̃ res uisa cuius illa est imago, & quia linea b m est minor q̃ linea b l, est aũt punctus l locus imaginis puncti m, patet quod res uisa propinquior est speculo q̃ eius imago, patet itaq; propositum, & ex his patet, q̃m rerũ quæ magis elongatæ sunt à speculis, & quarũ formæ reflectuntur ad uisum, ita quod loca imaginum sint inter uisum & speculi superficiem, fiunt imagines ipsarum propinquiores superficiei speculi, & elongatæ plus à cẽtro uisus. Rerum quoq; quæ sunt propinquiores speculis, & quarũ formæ reflectuntur ad uisum, & loca imaginum sunt inter speculum & uisum, imagines plus elongantur à superficie speculi, & fiunt propinquiores ad uisum.

XLVI.

Centro uisus & re uisa existentibus intra speculum sphæricum cõcauum in eadem linea recta æqualiter à cẽtro speculi secundum sui extrema distante, imago rei uisæ uidebitur ultra speculum maior re uisa.

Sit speculũ sphæricum concauum, cuius centrum sit a, dico quod si centrum uisus fuerit intra speculũ & similiter linea uisa, sitq; illorũ dispositio modo quo proponitur, uerũ esse qđ pponitur, secetur enim speculũ p supficiẽ planã transeuntẽ per centrũ speculi, erit ergo p 69. primi huius, cõmunis sectio illius supficiei planæ & supficiei speculi circulus q sit b g, & ducatur in hoc circulo linea à cẽtro speculi, ad circũferentiã quocũq; modo cõtingat, & sit linea a u, quæ diuidatur per æqualia in puncto o, & à centro a secundum quantitatem lineæ a o, describatur circulus qui sit e z, & in linea o u signetur pũctus t, utcunq; cõtingat, & à puncto t ducantur lineæ t n & t m, perpendiculariter super lineam a u per 11. primi, & ducatur à puncto t lineæ t e & t z, contingentes circulũ e z, per 16. tertij, & sint puncta contactuũ e & z, ducantur quoq; à centro speculi puncto a, ad puncta contactuũ lineæ a e & a z, quæ productæ secent speculum in pũctis b & g, copulentur quoq; lineæ t b & t g, & à puncto t, ducatur linea b m, æquedistans lineæ a u, per 31. primi, & linea g a, ducatur æquedistans eisdem lineis a b & b m, & ducantur à centro speculi ad puncta m & n, lineæ a m & a n, quæ producantur ulterius extra circulũ g b, quia itaq; linea a e est

æqualis lineæ o u, palã ꝑ eandẽ, qm̃ linea a e est æq̃lis lineæ e b, & linea a ʒ, æqualis lineæ ʒ g oẽs em̃ diametri circuli e ʒ, sunt medietates diametroꝝ circuli b g, ergo illa q̃ interiacet circulos existẽs à cẽtro a, est æq̃lis semidiametro circuli e ʒ, & qa linea t e cõtingit circulũ minorem qui est e ʒ, erit per 17. tertij, linea t e ꝑpendicularis super lineam b a, & similiter erit linea t ʒ perpendicularis super lineam g a, ergo per 4. primi, linea t e existente cõmuni ambobus trigonis b e t & t e a, erit linea b t, æqualis lineæ t a, & similiter erit linea g t, æqualis lineæ t a, ergo per 5. primi, in trigono t b a, erit angulus t a b, æqualis angulo t b a, & in trigono t g a, erit angulus t g a, æqualis angulo t a g, & quia linea b m est æquedistans lineæ a t, erit per 29. primi, angulus m b a, æqualis angulo t a b, quoniam sunt coalterni, angulus ergo m b a, æqualis est angulo a b t, & similiter angulus n g a, æqualis est angulo a g t, cũ ergo uisus fuerit in puncto t, & in linea m b, fuerit aliquod uisibile ut punctũ m, tunc forma puncti m, à puncto speculi quod est b, reflectetur ad uisum existentẽ in puncto t, & forma puncti n, reflectetur à puncto speculi g, ad uisum existentem in puncto t; uisus itaq; existens in puncto t, cõprehendet formas punctoꝝ n & m, reflexas ad se à punctis speculi g & b, cõprehendet ergo eadẽ ratione & totũ lineam n m reflexam ad se ex toto arcu g b, ut patet per 42. huius, & quia linea m t, est perpendicularis super lineam a t, erit angulus m t b acutus, quia cũ angulus m t u est rectus, ergo per 29. primi, angulus b m t est rectus, ergo angulus m t b est acutus ꝑ 32. primi, ergo per 19. primi erit linea c b, maior q̃ linea b m, sed ut p̃missum & linea c b est æqualis lineæ a t, ergo linea a t est maior q̃ linea b m, sed linea a t & b m sunt æquedistantes, ergo per 16 primi huius, linea t b, cõcurret cũ linea a m, concurrant ergo in puncto f, est itaq; per 37 quinti huius, punctus f locus imaginis formæ pũcti m, eodem quoq; modo linea t g concurret cũ linea a n in puncto qui sit q, & erit punctus q locus imaginis formæ pũcti n, qm̃ kathetus incidentiæ formæ puncti m, est linea a m, & kathetus incidentiæ formæ puncti n, est linea a n, lineæ quoq; reflexionis sunt lineæ t b & t g, continentur itaq; puncta f & q, per lineam f q, & erit linea t q, diameter imaginis formæ totius lineæ n m, & quia lineæ t e & t ʒ sunt æquales per 58. primi huius, erũt anguli t a e & t a ʒ æquales, anguli em̃ t ʒ a & t e a sunt recti ꝑ 17. tertij, & lineæ ʒ a & e a sunt æquales, qa semidiameter eiusdẽ circuli, linea q̃q; t a est cõmunis ambobus trigonis t ʒ a & t e a, ergo ꝑ 8. primi, anguli ʒ t a & e t a sunt æquales, & similiter anguli t a e & t a ʒ sunt æquales, ergo & anguli t a b, æqualis angulo t a g, ergo per 4. primi, erũt lineæ t b & t g æquales, & qa angulus e t a est æqualis angulo ʒ t a, erit angulus u t b, æqualis angulo u t g, relinquit ergo angulus b t m, æqualis angulo g t n, qm̃ anguli u t m & u t n sunt æquales, qa recti, sed & anguli b m t & g n t sunt recti, ergo trigona g t n & b t m sunt ꝑ 32. primi, æqangula, ergo ꝑ 4. sexti, cũ linea t g, sit æqualis lineæ t b, erũt lineæ b m & g n æquales, & linea t m æqualis lineæ t n, ergo ꝑ 4. primi, cũ anguli n t a & m t a sunt recti & æq̃les, erũt lineæ a m & a n æq̃les, & sic pũcta m & n æqualiter distabũt à cẽtro speculi qd̓ est a, eritq; ꝑ 2. sexti, & ꝑ 18. qnti, ꝓportio lineæ a f ad lineã f m, sicut lineæ a t ad lineã b m, & erit ꝓportio lineæ a q ad lineã q n, sicut lineæ a t ad lineã g n, sed ꝑ 7. qnti, eadẽ est ꝓportio lineæ a t ad lineam b m, & ad g n, qm̃ illæ duæ sunt æquales, & eadẽ ergo est ꝓportio lineæ a f ad lineã f m, q̃ est lineæ a q ad lineã q n, ergo ꝑ 7. primi huius, erit euersim eadẽ ꝓportio lineæ a f ad lineã a m, q̃ est lineæ a q ad lineã a n, ergo ꝑ 16. qnti, erit ꝑmutatim ꝓportio lineæ a q ad lineã a f, sicut lineæ a m ad lineã a n sed linea a m est æq̃lis lineæ a n, ergo linea a f est æq̃lis lineæ a q, linea itaq; f q, æq̃distat lineæ n m, ꝑ 2. sexti, ergo linea f q est maior q̃ linea n m, si itaq; cẽtrũ uisus fuerit in pũcto t, & in linea n m, fuerit aliq̃d uisibile, tũc uisus cõprehẽdet imaginẽ illius uisibilis maiorem q̃ sit secundum ueritatem, & hoc est propositum, etsi arcus cuiuscunq; circuli copulentur ad has cordas n m & q f, patet idem de arcubus quod de lineis rectis.



Centro

XLVII.

Centro uisus & re uisa oppositis speculo sphærico concauo taliter ut uisus sit altior re uisa secundum sui extrema æqualiter distante à centro speculi, imago lineæ uisæ uidebitur ultra speculum maior re uisa.

Sit circulus speculi sphærici concaui sicut in præmissa qui est b g, cuius centrum a, & ducantur lineæ à centro circuli a, ad periferiam quæ sunt a b, a g, a u, sitq; linea a u, diuidens per æqualia arcum g b, quæ diuidatur, ut in præcedente secundũ punctum t, ultra sui medium uersus circunferentiam g b, & ducantur lineæ g t & t b, & erigatur à puncto t, linea perpendicularis super superficiem circuli per 12. undecimi, quæ sit linea t k, & ducantur lineæ a k, b k & g k, superficies itaq; trigonorum k b a, sunt secantes sphærã speculi super centrum a, & sunt erectæ super superficiem circuli b g, per 18. undecimi, & sunt per omnes superficies contingentes sphæram in punctis b & g, uel quibuscunq; punctis alijs circulorum qui sunt communis sectio illarum superficierum & speculi per secundã huius, quoniam enim communes sectiones circuli b g, & superficierũ illorum trigonorũ sunt semidiametri a b & a g, qui sunt erecti super superficiẽ in illis punctis b & g, speculum contingentes, patet quod illæ superficies, per 18. undecimi, sunt erectæ super superficies in illis punctis contingentes, & similiter patet hoc de alijs superficiebus secundum puncta illorum circulorũ contingentibus. In illis itaq; superficiebus fit reflexio à pũctis circumferentiæ circulorum communi eis & speculo, ducatur itaq; linea linea b m in superficie b k a æquedistanter lineæ a k, sitq; linea b m minor quàm linea a k, fiatq; taliter ut linea b m, tota penetret superficiem circuli b g, ad partem aliã quàm linea t k, ita ut lineæ t k & b m, sint in diuersis partibus speculi resectos per sphæram speculi b g, ducantur itaq; linea a m, & extrahantur lineæ b k & a m, donec concurrant in puncto f, cõcurrent autem per 16. primi huius, cũ linea b m, sit minor quàm sua æquedistãs linea a k, & in superficie g n k, ducatur linea g a æquedistans lineæ a k, sitq; linea g n æqualis lineæ b m, & ad eandem partem superficiei circuli producta, & ducatur linea a n, producanturq; lineæ a n & k g, donec per 16. primi huius, concurrant in puncto q, ducaturq; linea f q, & linea m n, quia ergo ut in præcedente proxima ostẽdimus, linea b t est æqualis lineæ t a, & linea t k, est cõmunis duobus trigonis b k t & a k t, & anguli ad punctum t, sunt recti per diffinitionem lineæ super superficiem erectã, palam p 4. primi, quia linea b k est æqualis lineæ k a, & per eãdem erit linea g k æqualis lineæ a k, ergo per 5. primi, anguli k a b & k b a sunt æquales, & similiter sunt anguli k a g & k g a æquales, Item quia linea g k est æqualis lineæ a k, igitur linea g k æqualis est lineæ b k, sed & linea a g est æqualis lineæ a b, quia sunt semidiametri eiusdem circuli, & linea a k est communis, trigona itaq; a k b & a k g sunt æquilatera, ergo per 8. primi, angulus k b a est æqualis angulo k g a, & angulus k a b æqualis angulo k a g, & quoniam per 29. primi, angulus a b m est æqualis angulo k a b, ergo & angulo k b a, & quia lineæ a k & b m æquedistant, & isti anguli sunt coalterni, & similiter angulus a g n, est propter eadem æqualis angulo k a g, quoniam lineæ a k & g n æquedistant, ergo et angulo k g a, & quoniam anguli k a g & k a b sunt æquales, ut præostensum est, erit ergo angulus a b m æqualis angulo a g n, & linea b m ex hypothesi est æqualis lineæ g n, ergo per 4. primi, linea a m est æqualis lineæ a n, ergo ut in præmissa linea a f, erit æqualis lineæ a q, ergo per secundam sexti, linea q f æquedistat lineæ m n, & linea f q est maior quàm linea m n, cũ itaq; uisus fuerit in pũcto k, uel super punctũ k, in linea c k, & fuerit linea m n, in aliquo uisibili inferiore puncto uisu, tunc forma puncti m, incidat speculo secundam lineam m b, & reflectetur à puncto speculi b, ad uisum secundum lineam b k, in superficie circuli transeuntis per puncta b a k, & forma puncti n, incidet speculo secundum lineam n g, & à puncto speculi g, reflectetur ad uisum secundum lineã g k, in superficie circuli transeuntis per pũcta g a k, & erit per 37. quinti huius, imago puncti m, pun-

ctum f,& imago puncti n punctum q,& erit linea q f, diameter imaginis lineæ n m,& si ne a f qerit maior quàm linea m n, imago itaq; rei uisæ apparebit maior ipsa re uisa,& ultra speculum, in hoc ergo situ uisus est uisibilis, paret propositum. Si itaq; reuoluatur tota figura in circuitu lineæ a u, ipsa linea a u, permanente immobili, tunc pũctum k, describet motu suo quendam circulũ, super quem erecta est linea a u, transiens ad utramq; partem superficiei illius circuli,& omne punctũ illius circuli habebit sitũ respectu lineæ comparis lineæ m n. Si itaq; uisus fuerit in aliquo puncto circunferentiæ huius circuli, & linea compar lineæ m n, fuerit in superficie alicuius rei uisæ respiciẽtis centrum uisus secundum illum situm, ut res uisa in qua est linea m n, respiciebat uisum existentem in puncto k, tunc uisus comprehendet formã illius lineæ maiorem sua propria quantitate, & similiter si extrahatur linea c k, in continuũ & directũ, & signetur in ea pũctum aliud præter punctum k, ut punctum p, & ducantur lineæ ad illud punctum p, sicut ad punctũ k, sunt prius ductæ, erit idem eueniens quod prius accidit in puncto k, pluries itaq; ut patet per præsens theorema, & per proxime præmissum in speculis sphæricis concauis uidetur imago rei uisæ maior ipsa re uisa, quod est notandum.

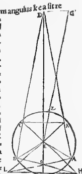
XLVIII.

In speculis sphæricis concauis quandoq; comprehenditur imago æqualis ipsi rei uisæ, quæ occurrens inter uisum & speculum conuersum, retro uisum uero conformem habet situm rei uisæ.

Sit speculum sphæricum concauum a b, cuius centrũ sit e, secetq; ipsum superficies plana transiens centrum e, cuius communis sectio & superficiei speculi erit circulus per 69 primi huius, qui sit a b, & ducatur à centro linea e z, utcũq; contingit, non in ipsa superficie circuli a b, sed oblique super illam sicut placet, quæ producatur ultra circuli periferiam ad punctum g, & à puncto g, extrahatur linea perpendicularis super superficiem circuli a b, per 12. undecimi, & in illa perpendiculari signetur punctũ d, & ducatur linea d e, quæ protrahatur ultra centrum e, ad punctum o, & ducatur linea e b, cõtinens cum linea d e, angulũ obtusum, & ducatur linea e a continens cũ linea e d, angulũ obtusum æqualem angulo d e b, per 23. primi, & ducantur lineæ d a, d b, eruntq; per 4. primi, in trigona d e a & d e b æquiangula. Superficies itaq; duorum trigonorũ d e a & d e b, secant se super lineam d e, & duo anguli d b e & d a e, sunt acuti & æquales, per 4. primi, linea enim e b est æqualis lineæ e a, & linea d e est communis ambobus trigonis d e a & d e b, & anguli d e b & d e a sunt æquales, à puncto quoq; b, in superficie trianguli d e b, ducatur per 23. primi, linea continens cum linea e b, angulum æqualem angulo d b e, quæ sit linea b o, hæc igitur linea concurret cum linea d e, per 14. primi huius, ideo quod angulus b e d est obtusus, & angulus e b o, qui est apud punctum b, est acutus, non ualens cũ angulo d e b duos rectos, cum angulus o b e sit æqualis angulo d b e, qui cum angulo b e d & angulo b d e, ualet duos rectos, per 32. primi, sit itaq; linearũ d e & b o, cõcursus in pũcto o, & à puncto a, ducatur linea in superficie trianguli d e a continens cum linea a e, angulum æqualem angulo d a e, concurret ergo illa ut prius cũ linea e o in pũcto o, quoniam anguli a e o & b e o, per 13. primi, & ex præmissis sunt æquales, & anguli e b o & e a o, ex præmissis inter se sunt æquales, ergo per 32. primi, anguli reliqui qui sunt e o b & e o a, sunt æquales, ergo per 4. sexti, latera ipsorum sunt proportionalia, sed linea e a est æqualis lineæ e b, ergo linea e o est æqualis sibi ipsi, cadunt ergo lineæ b o & a o, in unum punctum lineæ d e productæ, qui est o, ducatur etiam linea e c ad lineam b d, ita q; cõtineat cum linea e b angulum rectum per 11. primi, & protrahatur linea c e ultra punctum e, & linea b o ultra punctum o, concurrentq; lineæ c e & l o, per 14. primi huius, quia cum angulus b e c sit rectus, angulus e b o est acutus, sit ergo concursus pũctus h, eritq; linea c e æqualis lineæ e h, & linea c b æqualis lineæ b h, per 4. sexti, trigona enim c e b & b e h, per 13. primi, & ex præmissis sunt æquiangula, & quibus latus e b est cõmune, & similiter per ducatur linea e k ad lineam a d, ita q; contineat cum linea e a, angulum rectũ per 11. primi, & producatur ultra punctum e, & producatur linea a o ultra punctũ o, concurrentq; lineæ k e & a o, per 14. primi huius, quia cũ angulus k e a sit rectus, angulus e a d est acu-

tus

tus, sit concursus pũctus l, & erit linea k a æqualis lineæ e l, quia cum angulus k e a sit rectus, erit angulus e a l rectus, sed & angulus e a l est æqualis angulo k a e, ut patet ex p̃missis, ergo per 32. primi, trigona k e a & e a l sunt æquiangula, ergo per 4. sexti, cũ linea e a, sit ambobus illis trigonis communis, erit linea k a æqualis lineæ a l, & linea k e æqualis lineæ e l, & hoc etiam potest concludi per 3. sexti, & per eundem modũ ostensum, sunt lineæ d e & e h, ad inuicem, & lineæ c h & b h, ad inuicem æquales, ducãtur ergo lineæ c h & l h, quia itaq; duo latera d e & k e sunt æqualia, duobus lateribus e h & e l, & per 15. primi, angulus c e k est æqualis angulo l e h, patet per 4. primi, quoniam lineæ c h & l h erunt æquales inter se. Si ergo uisus fuerit in puncto d, & linea l h, fuerit in aliquo uisibili, tunc uisus existens in puncto d, comprehendet formã puncti h, in speculo a b, reflexam à puncto b, & erit forma puncti h, imago punctum c, per 37. quinti huius, quoniam kathetus suæ incidentiæ qui est linea h e, concurrit cũ linea reflexionis quæ est d b, in puncto c, similiter quia forma pũcti l, reflectetur ad uisum in punctum d, à puncto speculi quod est a, & quia kathetus suæ incidentiæ qui est l e, cõcurrit cum linea reflexionis quæ est d a in pũcto k, erit per 37. quinti huius, punctum k, imago puncti formæ puncti l, & erit linea c k, diameter imaginis lineæ l h, & erit ei æqualis. Si ergo reuoluatur tota figura speculi, & linearũ producta rũ linea h l immobili existente, tunc punctus d, describet circulum, in cuius circumferentiæ puncto aliquo centro uisus existente poterit comprehendere aliquod uisibile comparem habens sitũ ad uisum, sicut tunc habet linea l h ad uisum d, & erit imago illius uisibilis æqualis ei, & similiter si uisus fuerit intra circulum speculi in puncto o, et res uisa fuerit disposita secundum lineam c k, erit imago lineæ c k, linea l h æqualis rei uisæ, sed tñ re uisa existente in linea l h, et uisu existente in puncto d, cum imago rei uisæ fuerit linea c k, erit forma imaginis, conuersa respectu situs rei. Si enim punctus h, fuerit in dextra, erit punctus c in sinistra, et si pũctus h fuerit supra lineã aliquam eleuatus, erit pũctus c infra illam lineam depressus et inclinatus, et similiter est de puncto l, respectu pũcti k, sed cum res uisa fuerit in linea c k, et uisus fuerit in puncto o, et imago lineæ c k fuerit linea l h, erit forma non cõuersa sed directa, nam imago quæ est linea l h, erit retro uisum, ut ostensum est in 11. huius, et uisus comprehendet punctũ h, quod est imago puncti c, retro se in linea h o, et punctum l, quod est imago pũcti k, in linea l o retro se, et pars formæ uisibilis quæ reflectitur ad uisum, erit respiciens uisum in ipsa imagine, sicut et in ipsa superficie rei uisæ, patet ergo propositum.



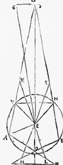
XLIX.

. In speculis sphæricis concauis imago quandoq; comprehenditur minor re uisa, quæ occurrens inter uisum & speculum conuersum habet situm rei uisæ, quandoq; uero uidetur maior re uisa, quæ occurrens retro uisum conformem habet situm rei uisæ.

Sit dispositio totius figuræ omnino eadem quæ in præcedente theoremate, et producatur linea b h, in continuum et directũ, et in ipsa signetur punctus r, et ducatur linea r e, ad centrũ speculi, quoniam angulus t e b est rectus, patet per 13. primi, quod angulus h e b est rectus, palã ergo quia angulus r e b erit obtusus, producaturq; linea r e ultra punctũ e, ad lineã b d, incidatq; in punctũ n, cadetq; n inter pũcta t & b, cũ enĩ angulus b e r sit obtusus, patet per 13. primi, quod angulus b e n est acutus, linea itaq; e n, diuidit angulum t e b qui est rectus, ergo per 29. primi huius, ipsa secabit basem t b, erit ergo linea n b minor quàm linea t b, sed linea t b, ut patet in præcedenti est æqualis lineæ b h, et linea b r est maior q̃ linea b h, erit ergo linea r b maior q̃ linea b n, et quia ut patet ex præmissis in proxima præcedente angulus n b e est æqualis angulo e b r, palam quod linea

e b di=

e b diuidit angulum n b r per æqualia, erũt ergo per 3. sexti, proportio lineæ r b ad lineã b n, sicut proportio lineæ r e ad lineam e n, sed linea r b est maior quàm linea b n, ergo linea r e est maior quàm e r, producaturq́ꝫ similiter linea a l, in continuum & directum, donec sit linea a m æqualis lineæ b r, & ducatur linea m e, quæ producta concurrat cum linea d a in pũcto u, concurret autem ut prius demonstratũ est per 29. primi huius, & quia duo anguli e a m & e b r sunt æquales, ut patet in cõmento præmissæ ꝓpositiõis, & duo



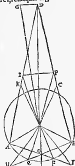
latera e a & a m, trigoni e a m, sunt æqualia duobus lateribus trigoni b e r, quæ sunt b e & b r, erit per 4. primi, linea m e æqualis lineæ r e, & angulus m e a æqualis angulo r e b, sed angulus r e b maior est angulo recto & obtusus, erit ergo angulus m e a obtusus, ergo per 3. primi, angulus u e a est acutus, q̃a ergo in trigono a e u, angulus u a e est æqualis angulo e a m, trigoni m e a, & angulus u e a est minor angulo m e a, erit angulus e u a maior angulo a m e, per 32. primi, ergo in trigono m a u, latus m a est maius latere u a, sed linea a e diuidit angulũ u a m per æqualia, ergo per 3. sexti, linea m e est maior quàm linea e u, & similiter est linea r e maior quàm linea e n, ducãtur itaq́ꝫ lineæ n u & m r, & quia per 26. primi, linea n e est æqualis lineæ e u, quoniam ex præmissis angulus u a e est æqualis angulo n b e, et angulus a e n est æqualis angulo b e n, cum utriusq́ꝫ punctorum super angulum æqualem obtusum sit complementum duorum rectorũ per 13. primi, et latus a e est æquale lateri b e, sunt igitur per 15. primi, et per 7. quinti, et per 6. sexti, trigoni m e r & n e u æquianguli, ergo per 4. sexti, erit proportio lineæ m e ad lineã e u, sicut lineæ m r ad lineam n u, sed ut patet ex præmissis linea m e est maior quàm linea e u, ergo linea m r est maior quàm linea n u. Si ergo linea m r fuerit in aliquo uisibili, & uisus fuerit in pũcto d, erit linea n u diameter imaginis lineæ m r minor quàm linea r m, & si uisus fuerit in puncto o, & linea n u fuerit in aliquo uisibili, erit linea m r imago lineæ n u, & est maior q̃ꝫ linea n u. Sed cum in linea m r, fuerit aliquod uisibile, & uisus in pũcto d, imago n u, erit inter uisum & speculum, & uidebitur imago reuersa habens situ alium quàm res uisa, prout declarauimus in theoremate præcedente, cũ uero res uisa fuerit in linea n u, & uisus in puncto o, imago m r uidebitur retro uisum, & erit eius forma conformis situi rei uisæ, ut in præmissa patuit, nam imago si fuerit ultra uisum uidebitur anterius ipsius, & omne punctum imaginis uidebitur in linea suæ reflexionis, patet ergo manifeste totum quod proponebatur.

L.

In speculis sphæricis concauis imago quandoq́ꝫ comprehenditur maior re uisa, & conuersa secũdum situm formæ rei uisæ ipsa imagine inter uisum & speculum occurrente retro uisum non uidetur minor, sed habens situm conformem rei uisæ.

Remaneat dispositio quæ prius in 48. huius, & signetur in linea o h, punctũ q, & ducatur linea e q, & producta ultra centrum e, transeat ad punctum p, lineæ d b, sitq́ꝫ ut linea o l, abscindat linea o f æqualis lineæ o q, per 3. primi, & ducatur linea f e, quæ producatur ultra punctum e, ad lineam d a in punctũ i, erit itaq́ꝫ secundum prædictũ in præmissis probandi modũ duæ lineæ p e & i e, maiores duabus lineis e f & e q, quia enim linea l e est maior quàm linea f e, per 21. primi, & linea e h est maior quàm linea e q, linea uero p e est maior quàm linea e e, & linea i e maior quàm linea e k, linea uero l e est æqualis lineæ k e, & linea h e est æqualis lineæ e t, patet quod duæ lineæ e p & e i, sunt maiores duabus lineis f e & e q, & quia ex præmissis in præcedentibus duobus theorematibus anguli e h q & e l f, sunt æquales, & lineæ e h & e l æquales, nunc autem lineæ h q & l f, acceptæ sunt æquales, ergo per 4. primi, lineæ f e & q e sunt æquales, & angulus f e o æqualis an

lis angulo q e o, ergo per 15. primi, angulus p e d est æqualis angulo d e i, relinquitur ergo angulus p e b æqualis angulo i e a, ergo per 32. primi, trigona p e b & i e a sunt æquiangula, ergo per 4. sexti, cũ linea e b sit æqualis lineæ e a, erit linea p e æqualis lineæ e i, ducantur ergo lineæ p i & p q, erit per 15. primi, & per 7. quinti, & per 6. & 4. sexti, linea p i maior quàm linea f q, si ergo uisus fuerit in puncto o, & linea p i sit in aliquo uisibili, erit linea f q imago lineæ p i, & est linea f q maior quàm linea p i, & imago f q, uidebitur super duas lineas reflexionis quæ sunt a o & b o, erit ergo forma imaginis retro uisum minor quàm res uisa, & erit directa habens situm cõformem situi rei uisæ. Si uero uisus fuerit in pũcto d, & linea f q in aliquo uisibili, tũc erit linea p i imago lineæ f q, & erit maioris qñtitatis quàm linea f q, & erit forma ante uisum conuersum & contrariũ habens sitũ respectu situs formæ uisæ rei uisæ, & hoc est propositum.

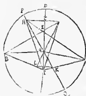


LI.

Centro uisus existente in aliquo puncto inter quod & superficiem speculi sphærici cõcaui fuerit centrum speculi formæ uisæ existentis ultra centrum speculi imago conuersa uidetur, & minor forma rei uisæ, in hac quoq; situ uisus cõprehendet propriã imaginem minorẽ & cõuersam.

Sit speculum sphæricum concauum a b d, cuius centrum g, secetq; ipsum superficies plana per centrum g, erit ergo per 69. primi huius, communis sectio circulus qui sit a b d, & ducatur linea g d, utcunq; contingit, & producatur linea g d ultra punctum g, ad punctum e, in quo sit centrum uisus in superficie circuli a b d sitq; pũctus c, in eadem linea e d ultra centrum speculi, quod est punctum g, & ducatur linea c h, per 11. primi, perpendiculariter super lineam e d, & producatur linea h c ultra pũctum c ad punctum z, donec sit linea z c æqualis lineæ c h, comprehendatq; uisus existens in puncto e, formã puncti h, per reflexionem factam à puncto speculi quod sit a, erunt itaq; duo puncta a & h, à duobus lateribus puncti g, sitq; ita ut si linea g h, producatur ad periferiam circuli in punctũ p, fietq; arcus a p maior quarta circuli, & erit angulus a g p obtusus per ultimam sexti, non est autem possibile, ut puncta a & h, consistant in eodem latere puncti g, inter diametros g d & g q, producta semidiametro g p in punctum q, nõ enim posset fieri reflexio, ut patet per 20. huius, nisi linea producta à pũcto g, centro speculi ad punctũ a, diuideret angulum h e per æqualia, ducantur itaq; lineæ e a & a h, & producta linea h g ad lineam a e, incidat ipsum in punctũ k, angulus itaq; h a g est æqualis angulo g a e, per 20. quinti huius, & est punctus k imaginis puncti h, per 27. quinti huius, sit quoq; arcus b d æqualis arcui d a, quod fiat per 25. tertij. Si angulus d g b fiat æqualis angulo d g a, & ducantur lineæ e b, z b, g b, & producatur linea z g ad lineam b e, incidatq; in punctũ l, secetq; linea z u semidiametrũ d g in puncto f, quia ut patet ex præmissis duæ lineæ z c & c h sunt æquales, & puncta z & h, æqualem habent dispositionem respectu cẽtri, & respectu periferiæ circuli, patet quod lineæ h a, & z b intersecabũt semidiametrum d g, in eodem puncto f, quia itaq; in trigonis c e l & h c f, duo latera h c & c z sunt æqualia, & latus c f est commune, & anguli a d c recti, palam per 4. primi, quoniam linea z f est æqualis lineæ h f, sed & in trigonis a g f & b g f, accidet per eãdem 4. primi, angulum f a g æqualem esse angulo f b g, & lineam a f æqualem fieri lineæ f b, est enim ex præmissis angulus a g f æqualis angulo b g f, & lineæ a g & b g sunt semidiametri, communis uero ambobus trigonis a f g & b f g, est linea f g, ergo per 4. primi, angulus f a g inæqualis est angulo f b g, similiterq; per eandẽ 4. primi, linea e a æqualis sit lineæ e b, & angulus g b e æqualis angulo g a e, sed anguli f a g & g a e sunt æquales, ergo & anguli f b g & g b e sunt æquales, ergo angulus z b g æqualis est angulo e b g, ergo per 20. quinti huius, forma puncti z reflectetur à puncto speculi quod est b, ad uisum exi-

ſtentem in puncto e,& erit punctus l,locus imaginis formæ puncti z, ducatur quoq; li-
nea k l,quæ erit diameter imaginis lineæ z h,& quia linea z h eſt ꝑpendicularis ſuper li-
neā d e,& linea z c eſt æqualis lineæ c h,ex hypotheſi,& quia ut patet ex præmiſſis duæ
lineæ z f & h f ſunt æquales,& duæ lineæ a f & b f ſunt æquales , tota ergo linea z b eſt
æq̃lis toti lineæ h a,ſed & duæ lineæ a e & e b ſunt æquales,ducant̃ q̊q; lineæ e h & e z,
in trigonis itaq; e,a h & e z b,duo latera unius quæ ſunt e a & h a ſunt æqualia duobus al
ternis lateribus,quæ ſunt e b & b z,& angulus h a e eſt æqualis angulo z b e,ergo per 4.
primi,baſis z e eſt æqualis baſi h e,ſimiliterq; in trigonis z c g & h c g,duo anguli ad pũ
ctum c ſunt recti,et latus z c æquale lateri h c,latus quoq; c g eſt cõmune,ergo per 4.pri
mi,linea g h eſt æq̃lis lineæ z g,lineæ uero a g & g b , ſunt ſemidiametri circuli a b d &
æquales,ergo duæ lineæ a g & g h ſunt æq̃les duabus lineis b g & g z, & baſis a h eſt æ-
qualis baſi b g,ergo per 8.primi,erit angulus a h k æqualis angulo b z l,& angulus h a k
æqualis angulo z b l,erit ergo per 32.primi,angulus h k a æqualis angulo z l h, trigona
itaq; h a k & z b l ſunt æquiangula,ergo ꝑ 4.ſexti,erit ꝓportio lineæ h k ad lineam r l,ſi-
cut lineæ z b ad lineā h a,ſed linea z b eſt æqualis lineæ h a,ut patet ex præmiſſis,ergo li
nea h k eſt æqualis lineæ z l,ſed & linea h g eſt æqualis lineæ z g,ut ſupra patuit,erit er-
go reliquum æquale reliquo,ergo linea g k eſt æqualis lineæ g l,quia itaq; duæ lineæ z g
et h g,inter ſe ſunt æquales,& duæ lineæ g k & k l,inter ſe ſunt æquales,patet ꝑ 7.quinti,
q̃m eſt proportio lineæ z g ad lineā g b,ſicut lineæ h g ad lineam g k. Sed angulus z g h
& k g l ſunt æquales,per 15.primi,ergo ꝑ 6.ſexti,erũt trigona z g h & k g h æquiangu-
la,angulus ergo z h k eſt æqualis angulo l k h,ergo ꝑ 27.primi,lineæ z h & k l ſunt æque
diſtantes,quod etiam patere poteſt per 14.primi huius. Item angulus h g a,ut patet ex p̄
miſſis eſt obtuſus,ergo per 13.primi,angulus a g k eſt acutus,duo uero anguli h a g & g
a k ſunt æquales,relinquit̃ ergo per 32. primi,angulus a k g maior angulo a h g, ergo ꝑ
19.primi,in trigono a h k,latus a h eſt maius latere a k, & duo anguli apud a ſunt æqua-
les,ergo per 3.ſexti,linea h g eſt maior quàm linea g k,& ſimiliter linea z g eſt maior q̃
linea g l,ergo linea z h eſt maior q̃ linea k l,per 4.ſexti,ſed linea K l eſt diameter imagi-
num lineæ z h,linea ergo z h uidebitur minor quàm ſit ſecundũ ueritatem. Si ergo re
uoluerimus circulũ a b d,linea e d immobili exiſtente ex duobus punctis a & b,deſcribe
tur circulus in ſuperficie ſpeculi,& ſicut ſe habet uiſus exiſtens in pũcto e , ad rem uiſam
in qua eſt linea z h,ſic ſe habebit reſpectu cuiuſlibet cõparis lineæ cadentis inter illũ cir
culum quem ſignant puncta z & h reflexæ ex arcu compari arcui a b,ex ꝓportione ſpe-
culi quem diuidit circulus quẽ ſignant duo puncta a & b,& ſimiliter poteſt declarari,ſi li
nea z h ponatur maior uel minor quàm nũc eſt poſita,uniuerſaliter enim in hoc ſitu di-
ametri imaginis uel faciei aſpicientis comprehenditur in ſpeculo ſphærico concauo mi-



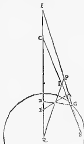
nor quàm ſit,ſed etiam imago uidetur conuerſa,ſi enim uiſus fue
rit in puncto e,tunc aſpiciens comprehendet formam ſuã in tali
ſpeculo minorem quàm ſit,& quia punctus k eſt imago pũcti h,
& punctus l eſt imago puncti z,erit imago cõuerſa, q̃m pars de
xtra uidebitur ſiniſtra,& ſiniſtra dextra,& ſimiliter ſuperior ui-
debitur inferior,& inferior ſuperior,& ſimiliter etiã uiſus cõpre
hendet ſuã formã, quia illud quod eſt in dextro cõprehendet in
ſiniſtro,& econuerſo,& quod deorſum eſt cõprehendet ſurſum,
& econuerſo,ſimiliter quoq; ſi uiſus fuerit in quolibet puncto in
ter quod & ſuperficiem ſpeculi fuerit centrũ ſpeculi,ſemper com
prehendet ſuam formam conuerſam ,& hoc eſt propoſitum. Ex
his itaq; præmiſſis quatuor theorematibus patet quod in ſpecu
lis ſphæricis concauis imago rei uiſæ cõprehenditur à uiſu quan
doq; maior quandoq; minor quandoq; æqualis rei uiſæ, & nũc conformẽ habens ſitum
ipſi rei uiſæ,& nũc conuerſum,& quoniã ſicut oſtendimus per 40.huius,quandoq; unius
rei una uidetur imago ,quandoq; duæ,quandoq; tres,& quãdoq; quatuor, illud ergo qđ
habet unã imaginem maiorem ſe,forſan habebit alias minores,& quod habet unã cuius
ſitus eſt directus compar rei uiſæ,forſan uidebitur ſub alijs imaginibus habentibus con
uerſum

uersum situm in contrarium rei uisæ, & hæc omnia in diuersitate situs rei uisæ, & ipsius uisus respectu punctorum reflexionis patere potest, patet ergo propositum.

L I I.

Lineis incidentiæ se intersecantibus in speculis sphæricis concauis, altitudines & profunditates erectæ super superficiem speculi citra punctū sectionis existentes reuersæ, quæ uero sunt in eisdem lineis ultra sectionem quemadmodum sunt sic apparent.

Esto speculum sphæricum concauum a g, cuius centrum q, sintq́ duæ altitudines d e & h n, erectæ super superficiem speculi, sitq́ communis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus a g, reflectaturq́ forma puncti e ad uisum, cuius centrum sit b, à pūcto speculi quod sit a, & forma puncti d, à puncto g, intersecentq́ se lineæ incidentiæ d g, & e a in puncto z, citra quem punctum sectionis sit altitudo h n, cuius punctum h, sit in linea e a, & eius punctū n, sit in linea d g, cum ergo omnia puncta lineæ e a reflectantur ad uisum b, à puncto speculi a, & omīa puncta lineæ d g, à puncto speculi g, palam quod forma puncti h, reflectetur à puncto speculi a, & forma pūcti n, à puncto speculi g, quia uero lineæ h n & d n, sunt erectæ sup superficiem speculi, patet per 72. primi huius, quoniā quælibet ipsarū transit pūctum q, centrum speculi, producatur ergo à centro speculi quod est q, per lineam h n, linea q n h, producaturq́ ab eodem cētro q, ꝑ lineam e d, linea quæ ꝓducatur extra speculū, & quia linea q e a est ꝑpendicularis super superficiem speculi, & linea b g obliqua, patet per 14. primi huius, quod lineæ e d & b g, cōcurrent ultra speculum, & sit concursus pūctus i, palam etiā per eandem 14. primi huius, quoniam linea q n h producta concurret cū linea b g i, sit concursus punctus p, & linea b a concurret cum linea q h in puncto l, & cum linea q i in puncto c, manifestū aūt per 37. quinti huius, quoniam locus imaginis formæ pūcti h, erit in pūcto l, & locus imaginis formæ puncti n erit in pūcto p, erit ergo linea l p imago totius lineæ h n, habet aūt imago l p, situm reuersum respectu situs, lineæ h n, quoniam punctus h est altior puncto n, & punctum l,



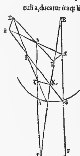
quod est imago puncti h, est bassius puncto b, quod est imago puncti n, punctus uero i est locus imaginis pūcti d, & punctus c est locus imaginis puncti e, & quia punctus i est altior pūcto c, sicut pūctus d est altior ipso pūcto e, palam quoniam imago lineæ d e est linea i t, conformem situationem habet ipsi lineæ d e, cuius ipsa est imago, quoniam imago situata apparet sicut se habet ipsa res uisa, & hoc est ꝓpositum de altitudinibus sphæræ, de profunditatibus uero idē patet, ut si lineæ h n & d e, quædā profunditates ponantur esse, tunc enim eadem est demonstratio, apparet enim profunditas h n reuersa, & ꝓfunditas d s quemadmodum est disposita sic apparet, hoc itaq́ est propositū. Si uero ambæ lineæ d e & h n essent ex una quacunq́ parte sectionis linearum incidentiæ, fieret suarum imaginum conformis situatio, ut patet ꝑ præmissa.

L I I I.

Lineis incidentiæ se intersecantibus in speculis sphæricis concauis obliquæ lōgitudines citra punctū sectionis existentes quemadmodū sunt sic apparent, earum uero quæ sunt ultra sectionem in eisdem lineis uidentur imagines reuersæ.

Sit speculum sphæricum concauum a g, cuius centrum m, & sit centrum uisus b, & sit linea d e, obliqua super superficiem speculi, cuius puncti d, forma reflectatur ad uisum b, à puncto speculi quod est a, formaq́ puncti e, à puncto g, & lineæ incidentiæ quæ sunt d a & e g, intersecent se in pūcto i, sitq́ citra punctū i, linea obliq̄ incidens superficiei speculi quæ sit k c, cuius punctus k, reflectatur à puncto speculi g, & punctus c, à pūcto spe-

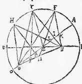
culi a, ducatur itaq; linea d m, à puncta d ad centrum speculi, quæ ꝓpter obliquitatem lineæ b a, super superficiem speculi cum linea d m sit perpendicularis super eandem speculi superficiem per 72. primi huius, ideo quia transit centrũ speculi quod est m, concurret cum linea b a, obliquæ superficiei speculi incidentiæ, ut patere potest per 14. primi huius, sit cõcursus in puncto b. Similiter quoq; linea e m cõcurret cum linea b g, sit punctum concursus n, palam ergo per 37. quinti huius, quoniam in pũcto l, est imago formæ puncti d, & in puncto n, imago formæ puncti e, ducatur'q; linea n l, quæ erit imago totius lineæ d e, habet quoq; imago n l, reuersæ se ad sitũ lineæ d e, quoniam punctus n est altior puncto l, sicut punctus d est altior puncto e, producatur'q; linea m k donec concurrat cũ linea b g ꝓducta concurret autem propter obliquitatem lineæ b g, super superficiem speculi, & ꝓpter perpendicularitatem lineæ m k, sit cõcursus punctus f & producatur linea m c donec cõcurrat cũ linea b a producta, & sit punctus concursus s, copuletur'q; linea f s, erit ergo linea f s imago lineæ k c, & sic punctũ k, est altius puncto c, sic erit punctum f altius puncto s, est itaq; imago f s, conformem habens situm ipsi rei uisæ quæ est k c, occurrens speculo citra punctum sectionis linearũ incidentiæ quod est i, patet ergo ꝓpositũ.



LIIII.

In speculis sphæricis concauis uisus in quibusdam sitibus comprehendit lineæ rectæ uisæ imaginem plene rectam.

Sit speculũ sphæricũ concauum a b, cuius centrũ e, seceturq; p superficiẽ planã p centrũ, erit ergo p 69. primi huius, cõmunis sectio circulus magnus q sit a b, & eius centrũ e, ducantur'q; duæ diametri huius circuli quæ sunt a e o & b e d, & speculũ nõ excedatur cum b a d o, assumatur'q; in semidiametro b e, quicũq; punctus placuerit, & sit z, in quo ponatᷓ centrũ uisus, & sumatᷓ in semidiametro a e, punctus k, taliter ut linea a k sit maior q̃ linea k e, & ducatᷓ linea z h, et ꝓtrahatur ad circũferentiã incidat'q; in punctũ f, & ducatur linea e f, & sup f tĩn linea e f, cõstituatᷓ angulus æqualis angulo z f e, p 23. primi, q sit angulus g f e, ducta linea g f, cuius pũctus g, cadet in semidiametrũ d e, quia enĩ linea f k est maior q̃ linea k a, p 7. tertij, & linea k a est maior q̃ linea k e ex hypothesi, erit linea f k maior q̃ linea k e, ergo p 18. primi, angulus f e k maior est angulo e f k, est ergo angulus f e k maior angulo e f g, linea ergo f g p 14. primi huius, cõcurret cũ linea g e, cõcurrat ergo in pũcto g, duarũ ergo linearũ z g & f g, pũcta reflectunᷓ ad se inuicẽ à pũcto speculi qđ est f, ꝓpter angulorũ æqualitatẽ p 20. quinti huius, est ergo pũctus k imago pũcti g, cẽtro uisus existẽte in pũcto z, ducatᷓ itaq; linea l h secãs diametrũ o a in pũcto l, & periferiã circuli in pũcto h, utcũq; cõtingit, ducãtur'q; lineæ e h, h g, z g, & ꝓtrahatur linea f e, sup lineã z g, incidat'q; punctũ m, ergo p 3. sexti, erit ꝓportio lineæ z m ad lineã m g, sicut lineæ z f ad lineã f g, sed p 7. tertij, linea z h est maior q̃ linea z f, & linea g h est minor q̃ linea g f, p eandẽ 7. tertij. ergo p 9. primi huius, maior est ꝓportio lineæ z h ad lineã g h, q̃ lineæ z f ad f g, est ergo ꝓportio lineæ z h ad lineã g h, maior q̃ lineæ z m ad lineã m g, ergo p 3. sexti, linea q̃ diuidit angulũ z h g, p æqualia secat lineã m g, secat ergo prius lineã e g, p 32. primi huius, qm̃ linea e g est uicinior ad punctũ h q̃ linea m g, & maior erit angulus g h e angulo e b z, argumento 29. primi huius, & ex p̃missis. ponamus ergo angulũ e h r æqualẽ angulo e h z, linea ergo h r secat lineã g f, & secat lineã g e p 29. primi huius, secet ergo g e in pũcto r, & secet lineã h r, semidiametrũ e a in pũcto l, pũcta ergo duarũ linearũ z h & h r, reflectunᷓ ad inuicẽ ꝓpter æqualitatẽ angulorũ r h e, e h z, fiet'q; reflexio à puncto speculi qđ est h, p 20. quinti huius, & erit l pũctus imago pũcti r, palã uero qm̃ forma cuiuslibet pũcti lineæ g r, reflectitur



ctit ad uisum in punctũ z, ex aliq̃ pũcto arcus f h, & nõ ex alio, ꝑ 42. huius. Sumat̃ itaq; aliq̃s pũctus lineæ g r q sit p, & hic reflectat̃ ab aliq̃ pũcto arcus f h qđ sit e, & ducant̃ lineæ p e & r e, q̃a ergo pũctus t, est inter duo pũcta f & h, arcus f h, palã quia linea 3 t, cadet inter duas lineas 3 f & 3 h, linea ergo 3 t, ꝑ 29. primi huius, secat lineã k l, secet ergo in puncto i, est ergo per 37. quinti huius, punctus i, imago formæ puncti p, & pũctus p, non habet aliam imaginem nisi punctum i, q̃m tm̃ ab uno puncto arcus f h, fit reflexio formæ puncti p, ad uisum existentem in puncto 3, ut patet per 19. uel per 29. huius, imago itaq; cuiuslibet puncti lineæ g r, erit in aliquo puncto lineæ k l, est ergo tota linea k l imago formæ totius lineæ g r e, & est recta, quia est pars semidiametri circuli a e, uisus ergo existens in puncto 3, comprehendit formam lineæ rectæ quæ est g r, imaginem h k, rectam existentem in speculo sphærico concauo a b, & hoc est propositum.

LV.

In speculis sphæricis concauis comprehendet uisus ex quibusdam sitibus imaginem lineæ conuexam, & concauæ concauam, eritq; lineæ cuius conuexitas respicit speculum imago conuexa respiciens uisum, & lineæ cuius concauitas respicit speculum imago concaua respiciens uisum.

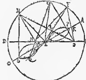
Sit dispositio quæ in proxima præcedente, constituanturq; super lineam g r, à duobus suis lateribus duo arcus utcunq; cõtingit, quæ sint g n r & g q r, & sit arcus g n r, nõ secans lineã g h, & ponat̃ in linea recta g r, pũctũ m, quomodocũq; sit illud, forma itaq; puncti m, reflectitur ad uisum 3, ex aliquo puncto arcus f h, per 42 huius, sit itaq; ut reflectatur ex puncto t, & ducantur lineæ 3 t & m t, duo itaq; anguli 3 t e & e t m sunt æquales per 20. quinti huius, linea ergo m t secabit arcũ g n r, sit ut secet ipsum in puncto n, & producatur linea t m uersus arcũ g q r, secetq; illum in puncto q, & ducat̃ linea n e, producaturq; ultra punctum e, secabit ergo lineam 3 t sub linea k l, per 29. primi huius, q̃n secat angulũ k e 3, cui subtendit̃ pars lineæ t 3, secet ergo linea illam in puncto i, q̃a ergo duo anguli 3 t e & n t e sunt æquales, patet per 20. quinti huius, quod forma puncti n reflectitur ad uisum 3, à puncto speculi t, est ergo palam ꝑ 37. quinti huius, q̃m punctus i, est locus imaginis formæ puncti n, & duo puncta k & l, sunt imagines duorũ punctorum g & r, ut patuit per præmissam, imago ergo arcus g n r est linea transiens ꝑ puncta k i l, sed linea k i l, est conuexa ex parte uisus 3, & arcus g n r, est cõuexus ex parte speculi, uisus itaq; existens in puncto 3, cõprehendet formam lineæ g n r, conuexæ conuexam lineam, ducatur quoq; linea q e, & ꝑducatur ultra punctũ e, secabit quoq; lineam 3 t, ultra lineam l k, per 29. primi huius, q̃m secat angulum t e k, secet ergo in puncto p, & quia anguli p t e & q t e sunt æquales, patet per 20. quinti huius, q̃m à pũcto speculi qđ est t, reflectetur forma puncti q, ad uisum 3, & locus imaginis formæ puncti q, est punctus p, & erit ut supra linea l p q, ex parte uisus concaua, & ipsa est imago arcus g q r, concaui ex parte speculi, comprehendet ergo uisus in puncto 3, existens formam arcus g q r, concaui lineam concauam, & hoc est propositum.

LVI.

In speculis sphæricis concauis comprehendet uisus ex quibusdam sitibus lineæ rectæ imagines quatuor curuas, lineæq; curuæ, cuius conuexitas est ad speculum imaginem comprehendit curuam, omniumq; linearum imaginum concauitas respiciens est ad uisum.

Sit speculum sphæricum concauũ in quo sit circulus maximus qui a b d, cuius centrum g, & extrahatur à centro g, semidiameter g b, utcunq; contingit, quæ diuidatur ꝑ æqualia in puncto t, taliter ut linea g t, sit maior medietate lineæ b g, & à puncto t, ducat̃ linea t 3, perpendiculariter super lineam g b, per 11. primi, & producatur linea 3 t, ultra punctũ t, ad pũctũ e, fiantq; lineæ 3 t & e t, utræq; æquales lineæ t g, per 73. primi, & ducantur lineæ g e & g 3, & trigono e g 3, circũscribat̃ circulus per 5. quarti, eritq; centrũ circuli illius circuli punctus t, per 9. tertij, & quia linea t g, maior est q̃ linea t b, palã q̃m ille circulus secabit circulũ a b d, in duobus ergo punctis illum secabit per 10. tertij, sint

itaq; illa duo puncta a & d, ducantur quoq; lineæ g a, g d, e a, e b, e d, 3 a, 3 b, 3 d, quia ergo duæ lineæ e t & t 3 sunt æquales, & anguli ad punctum t sunt recti, & linea t g communis, erunt per 4. primi, duæ lineæ e g & 3 g æquales, & similiter per eandem 4. primi, duæ lineæ e b & 3 b sunt æquales, ergo per 27. tertij, duo arcus e g & g 3 sunt æquales, ergo per 26. tertij, angulus e a g est æqualis angulo g a 3, & angulus e d g, æqualis est g d 3, & angulus e b g æqualis angulo g b 3, q̄m omnes illi anguli cadunt in eosdem arcus, forma ergo puncti 3, reflectit̃ ad punctum e, à punctis speculi a & d & b, uel econuerso per 20. quinti huius, & quia linea g t, est maior ꝙ linea t b, duæ uero lineæ e b & 3 e, ad inuicem, & duæ lineæ e g & 3 g, ad inuicem sunt æquales per 4. primi. palã per penultimã primi, q̄m linea g e est maior ꝙ linea b e, quadratũ eñ lineæ g e, ualet ambo quadrata linearũ g t & t e, & quadratum lineæ e b, ualet ambo quadrata linearũ e t & t b ablato ergo quadrato lineæ t o cõmuni, relinquit̃ quadratũ lineæ g e, maius quadrato lineæ e b q̄m linea g t est maior ꝙ linea t b, ergo linea g e est maior ꝙ linea e b, in trigono g e b, ut patet per 19. primi, angulus g b e est maior angulo e g b, sed angulus e g b est medietas unius recti per 5. & ꝑ 32. primi, duo ergo anguli qui b g e & e b g, simul sumpti, sunt maiores recto, ergo angulus b e g est minor recto per 32. primi. Sed angulus e g 3 est rectus per 10. tertij, & ideo q̄m anguli e g t & t g 3, sunt duæ medietates unius recti, ergo per 10. primi huius, duæ lineæ e b & g 3 productæ concurrent extra circulũ, sit earum concursus punctus m, & quia linea e d, est intra triangulũ m e g, palam q̄m ipsa producta cõcurrat cũ linea g m, ꝑ 29. primi huius, cõcurrãt ergo in pũcto l, & q̃a lĩea g b trãsit ꝑ pũctũ t, q̃d est cẽtrũ circuli e g 3, & lĩea uero a g, ducit̃ extra illã à cẽtro ad ꝑiferiã, palã q̃a portio a e g ẽ mĩor semicirculo, ergo ꝑ 29. tertij, angul9 a e g ẽ obtusus, & angulus e g 3 est rectus, ergo ꝑ 14. primi huius, illæ duæ lĩeæ a e & 3 g, cõcurrẽt in partẽ lineæ e g,



cõcurrãt ergo in pũcto f. Si itaq; uisus fuerit in puncto e, & punctus 3 in aliquo uisibili, tunc tria puncta m l f, erunt imagines puncti 3, sic ergo punctus 3, comprehendit̃ in tribus locis, q̄m à tribus punctis speculi quæ sunt a b o, fit reflexio formæ puncti ipsius 3 ad uisum e. Item protrahat̃ à puncto e, linea super arcũ d 3, utcunq; cõtingat, quæ sit linea e k, & ducatur linea g k, quæ secet arcum d 3 in puncto k, & ducatur linea 3 k, quia ergo arcus e g & g 3 sunt æquales, erũt duo anguli e k g & g k 3, æquales per 26. tertij, ꝑducaturq; linea g k ad circũferentiam circuli a b d, incidatq; in punctum r, & producant̃ lineæ e r & 3 r, & q̄m angulus e k g, est æqualis angulo g k 3, erit angulus e k r, æqualis angulo 3 k r, per 13. primi, erit ergo angulus e r k, maior angulo k r 3, si eñ sit æqualis, tunc per 31. primi. & 4. sexti, sequitur lineam e k, æqualẽ esse lineæ 3 k, & arcum 3 k æqualem esse arcui e a k, quod est contra ꝑmissa, est eñ arcus e a, æqualis arcui d 3, quod si angulus e r k, sit minor angulo 3 r k, erit ergo ex præmissis, angulus r e k, maior angulo k 3 r, resecetur ergo angulus r e k, ad æqualitatẽ anguli r 3 k, per 27. primi huius, & sequitur idem impossibile quod prius, ꝑducta illa linea ad lineam r k, restat ergo ut angulus e r g, sit maior angulo g r 3, fiat ergo per 22. primi, super punctũ r terminũ lineæ g r, angulus g r n, æqualis angulo e r g, cadatq; punctus n in lineam 3 m, per 29. primi huius, duæ ergo lineæ e r & r n, à puncto speculi quod est r, reflectentur ad se inuicem ꝑ 20. quinti huius, propter æqualitatem angulorũ ad punctũ r, producat̃ quoq; linea e r ad lineam g m, cõcurret autẽ cum illa per 14. primi huius, sitq; punctus concursus q, erit ergo punctus q, imago formæ puncti n, respectu uisus e imaginẽ ergo superficiẽ existentem à linea m g f, quæ sit perpendiculariter erecta super superficiem circuli a b d, & extrahatur à puncto 3, linea in hac sũꝑficie quæ sit perpendicularis super lineã g 3, & transeat in utrãq; partem superficiei circuli a b d, sitq; linea t 3 p, & posito itaq; puncto g, centro circuli fiat arcus circuli secundũ quantitatẽ lineæ g n, qui sit t n p, secans lineam t 3 p, in duobus punctis t & p, & producantur lineæ g t & g y, erunt ergo istæ lineæ in superficie perpendiculari super sũꝑficiem a b d, per 2. undecimi, ꝑducantur item lineæ g t & g p, ultra punctũ t & p, extra speculum, & super centrũ g, secundum longitudinẽ lineæ g q

in

in superficie transeunte lineam m g f, secante circulum in qua sunt lineæ g t & g p, fiat arcus circuli, hic ergo iterum secabit duas lineas g t & g p, productas, secet ergo lineam g t in puncto s, & lineam g p in puncto o, quia ergo superficies circuli a b d, est perpendicularis erecta super superficiē duarum linearum g t & g p, palam per diffinitionē, qm̄ duo anguli e g s, & e g o erunt recti, linea ergo e g, erit erecta super superficie g t p, ergo per 18. undecimi, erit utraq; superficierum quæ sunt e g s & e g o, perpendicularis super superficiē s g o, & utraq; istarum superficierum facit in speculo circulū magnum cōparem circulo a b d, per 69. primi huius, punctum ergo circuli qđ facit superficies e g s, quod est cōpar puncto circuli a b d, f. puncto k e, eundem habet situm respectu centri ipsius speculi qđ est g, & respectu uisus qui est in puncto e, quē habet punctum r, concurrunt ergo ex ipso secundū angulos æquales duæ lineæ inter duo puncta e & c, quod similiter accidit inter duo puncta e & p, & lineæ g t & g p sunt æquales per diffinitionē circuli, & similiter lineæ g s, g a, g o sunt æquales per diffinitionē circuli, & punctus q est imago puncti n, & punctus s, est imago puncti c, & punctus o, est imago puncti p, imago ergo arcus t n p, conuexi ex parte speculi est arcus s q o, concauus ex parte uisus, & punctus l est imago formæ puncti 3, & duo puncta s & o sunt imagines formarum duorum punctorum c & p, imago ergo lineæ rectæ quæ est o & p, est linea curua transiens per tria puncta s l o, hæc autem linea s l o, est concaua ex parte uisus. Ducatur itaq; linea transiens per puncta s l o, & extrahat linea e g, ad circūferentiā circuli a b d in punctū h. Si ergo speculum non peruenit ad duo puncta b & h, sed alter duorum suorum terminorum fuerit inter duo puncta b & d, & reliquus fuerit infra punctum h, & uisus fuerit in puncto e, & duæ lineæ p 3 t recta, & p n t conuexa, ex parte speculi fuerint in aliquo uisibili, tunc forma lineæ p 3 c recta apparebit concaua, f. s l o, & forma lineæ p n c, conuexa respectu speculi erit cōcaua uisui occurrens, f. s q o, & forma lineæ p 3 t, unam tm̄ habebit imaginē, & arcus p n c tm̄ unam. Item, producatur linea b g, ultra punctū g, ad aliam partem periferiæ circuli ad punctū i, & producantur lineæ e i & e 3, erit ergo ex pmissis, & per 4. primi, angulus b i e, æqualis angulo b i 3, ergo per 20. quinti huius, reflectetur forma puncti 3, ad uisum in punctū e, à puncto speculi quod est i, & linea e i, secabit lineam f g, secet ergo in puncto u, eritq; punctus u imago formæ puncti 3, reflexæ à puncto speculi quod est i, puncta ergo 4. quæ sunt m l u f, sunt loca imaginū formæ puncti 3, & si speculum excesserit duo puncta a & d, & uisus fuerit in puncto e, & dorsum aspicientis fuerit ex parte arcus m, & uisus cōprehenderit totū arcum i d a, tunc punctū 3 uidebit in quatuor locis, s. in punctis m l u f, & uidebitur duo puncta lineæ rectæ p 3 c, uel arcus p c in duobus punctis s & o, & sic linea recta p 3 c, habebit 4. imagines concauas, & una transit per puncta s m o, & secunda pertransit puncta s l o, tertia pertransit puncta s u o, & quarta pertransit puncta s f o, f. lineā s f o, in his tamen omnibus imaginibus semp cōcauitas imaginis respicit uisum, patet ergo, ppositū. Patet ẽgo q̃ imaginis eiusdē lineæ rectæ, ut patet nūc i lſea p 3 n fiunt diuersæ curuitatis maioris & minoris, & sit principiū formæ monstruosæ.

LVII.

In speculis sphæricis concauis uisus in quibusdam sitibus comprehendet lineæ rectæ imaginem conuexam conuexitate uisum respiciente.

Sit circulus magnus speculi sphærici concaui, qui a b g, cuius centrum d, & ducatur semidiameter d g, ut contingit, in qua situetur linea recta quæ sit o u, & sit punctū o, remotius à centro speculi d & u, ppinquius illi, & super hanc semidiametrum d g, ducatur perpendiculariter linea quæ sit d h, in cuius puncto h sit centrū uisus, & sit linea h d super superficie circuli a b g, sitq; linea h d, minor semidiametro circuli secundū dispositionē lineæ h d, quæ assumpta fuit in 43. huius, ad cuius modum & cætera referunt, reflectatur q; forma puncti o, quod est remotius à centro speculi ad uisum in punctū h, à puncto speculi b, sitq; locus imaginis punctus q, & producatur semidiameter d g in punctum q, ut sit linea d q, reflectatur forma puncti u, ad uisum existentem in puncto h, à puncto speculi quod est f, & locus imaginis eius sit punctū n, & quia puncta o & u sunt in semi

diametro d g, erunt loca imaginũ quæ sunt puncta q & n, in eadem semidiametri ꝓducta, quæ erit linea d u o, n q, sitq́ quantitas lineaꝝ d q, d u, d n, d o, illis omnino æqualis, quæ sunt assumpta in 43. huius, & erit linea h d perpendicularis super lineam d q, ut patet ex ꝓmissis, est enĩ ipsa perpendicularis super superficiẽ circuli, estq́ linea d h æqualis illi lineæ o h, quæ in figura 43. huius, angulus ergo h d q est rectus, eritq́ cõmunis sectio superficiei planæ in qua sunt lineæ h d & d q, & sup̃ficiei speculi circulus cuius arcus interiacens lineas d h & d q, per 20. huius, est arcus ex quo fit reflexio formaꝝ quarum imagines sunt in punctis a & n, & erit arcus ille æqualis arcui a g, assumpto in 43. huius, & ex duobus punctis illius arcus similibus duobus punctis b & f, in 43. huius, fit ab hoc arcu illa reflexio formaꝝ duoꝝ punctoꝝ, quæ sunt u & o, erit ergo q imago puncti o, & n imago puncti u, ducantur ergo à puncto u, in superficie circuli a b g, recta perpendicularis super lineam d u, quæ sit z u e, & à centro d secundũ longitudinẽ semidiametri d o, fiat circulus, hic ergo circulus secabit lineã z u e, in duobus punctis, per 3. tertij, secet ergo in punctis z & e, fiatq́ arcus circuli secundũ quantitatẽ lineæ d q, à centro d, & ducãtur à centro speculi d, lineæ d z, d e, & ꝓducatur extra speculũ ad arcum circuli descripti, à centro d, secundũ quantitatem semidiametri d q, & sint d t, d k, & ducat̃ linea t k, secetq́ lineam d q in puncto l, quia ergo linea h d est perpendicularis super superficiẽ circuli, palam per diffinitionẽ lineæ erectæ, q̃m uterq́ angulus h d t, h d k est rectus, & utraq́ superficies h d t & h d k in superficie circuli speculi continet arcum interiacentẽ lineas h d & d t, & h d & d k per 69. primi huius, quorum arcuum quilibet est æqualis arcui qui est inter duas lineas h d & d q, & utraq́ lineaꝝ d z & d e est æqualis lineæ d o, q̃m omnes sunt semidiametri eiusdem circuli, illi ergo duo arcus sunt huiusmodi, quod ex illis possibile est fieri reflexionẽ formaꝝ duorum punctorum quæ sunt z & e, ab aliquibus punctis illorum arcuũ, ut patet per 20. huius, interiacent enĩ illi arcus semidiametros speculi, in quibus consistunt centrũ uisus quod est in puncto h, & puncta quorũ formæ reflectuntur quæ sunt e & z. Incidentq́ formæ eorum illis punctis illorũ arcuũ, & reflectentur ad uisum in punctum h, secundũ angulos æquales à duobus punctis speculi, & duæ lineæ d t & d k sunt æquales lineæ d q, ergo punctũ t est locus imaginis puncti z, & punctũ k est locus imaginis puncti e, & q̃a lineæ d t, d q, d k sunt æquales, & lineæ d z, d o, d e æquales erit ꝑ 7. quinti, ꝓportio lineæ d t ad d z, sicut lĩeæ d q ad d o, & sicut lineæ k d ad lineã d e, sed ꝑ 43. huius, ꝓportio lĩeæ d q ad lineã d o, est maior ꝓportione lĩeæ d n ad lineã d u, ergo similiter ꝓportio lineæ k d ad lineã d e, est maior ꝓportione lineæ n d ad lineam d u, & similiter proportio lineæ d t ad lineam d z, est maior ꝓportione lineæ d n, ad lineam d u, & quia duæ lineæ d e & z d sunt æquales, & duæ lineæ d e & d k sunt æq̃les, erit per 7. q̃nti, ꝓportio lineæ d t ad lineã d z, sicut lineæ d k ad lineã d e, ergo ꝑ 17. quinti, erit ꝓportio lineæ t z ad lineam z d, sicut lineæ k e ad lineã d e, ergo per 2. sexti, linea t k est æquedistans lineæ e z, erit ergo per eandem 2. sexti, & per 18. quinti, ꝓportio lineæ l d ad lineam d u, sicut d k ad lineam d e, & sicut lineæ d t ad lineam d z, proportio ergo lineæ l d ad lineam d u, est maior proportione lineæ n d ad lineam d u, ergo per 10. quinti, linea l d est maior q̃ linea n d, ergo punctus n est inter punctũ l & u, sed punctum n est imago puncti u, & duo puncta t & k sunt imagines duoꝝ punctoꝝ z & e, ergo imago lineæ z u e rectæ, est linea transiens ꝑ tria puncta t n k, linea uero ꝑtransiens h e t puncta est conuexa, patet ergo q̃d imago lineæ z e rectæ uidebitur in hoc situ conuexa, & hoc est propsitum.

LVIII.

In quibusdam sitibus reflexione facta à speculis sphæricis concauis uisus comprehendet imaginem concauam reflexam ex linea concaua uel cõuexa.

Sit dispositio omnino quæ in præcedēte, quia itaq; ut patet in pmissa imago formæ puncti o, est punctum q, & imago formæ puncti 3, est punctum t, & imago formæ puncti e est punctū k, erit ergo linea concaua respectu uisus quæ est t q k, imago lineæ curuæ respectu uisus conuexæ cum respectu speculi quæ est linea 3 o e, similiter quoq; si in linea 3 u signetur punctū m, qualitercunq; hæc contingunt, & citra centrum m secundum longitudinē semidiametri m u, describatur arcus parui circuli, qui sit r u f, hic ergo arcus secabit circulū 3 o e in duobus pūctis per 10. tertij, sint illa duo puncta s & r, & ducantur lineæ d r & d s, quæ protrahantur usq; ad arcum t q k eductum, incidatq; linea d f in punctū i, & linea d r in punctum p, superficies ergo duarum linearū h d & t p, secabit speculum secundū circulū, à cuius circūferentiæ puncto aliquo duci poterunt secundū angulos æquales & æqualiter se habentes lineæ ad punctū h, in quo est centrum uisus, & ad punctū r, qui est punctus lineæ uisæ, & similiter supficies duarū linearū h d & d i, faciet in speculo circulū, à cuius circumferentia reflectent̄ ad uisum forma puncti f, arcus r u f, est ergo punctus p imago formæ puncti r, & punctus i, imago formæ puncti s i, & punctus n, est imago formæ puncti t u, imago itaq; arcus r u f, est linea transiens p puncta i p n, sed hæc linea i p n, est concaua respectu uisus, & arcus r u f, est concauus ex parte superficiei speculi, & conuexus ex parte uisus: cū ergo uisus fuerit in puncto h, & linea r u f, conuexa cū fuerit in aliquo uisibili, cōprehendetur imago eius concaua, & linea 3 o e conuexa cōprehenditur similiter imaginis concauæ. Si ergo unaquæq; duarū linearū quæ sunt 3 o e & r n f, habuerit unā imaginem, erit forma illarum imaginū secundum motum declaratum, & si aliqua ipsarū plures habuerit imagines, forte accidet diuersitas situs in illis imaginibus, ut supra diximus, patet ergo ppositum. Palam itaq; ex his præmissis 5. theorematibus quod lineæ rectæ imago in speculis sphæricis concauis, quandoq; comprehendit̄ recta, quandoq; conuexa, & quandoq; concaua, & imago lineæ cōuexæ quādoq; uidetur conuexa, quandoq; concaua, & lineæ concauæ imago quandoq; uidetur cōuexa, quandoq; concaua, forma ergo superficierum uisibilium comprehenduntur aliter q̄ sint in his speculis, nam lineæ rectæ nō sunt nisi in supficiebus planis, cum ergo lineæ rectæ comprehenduntur conuexæ uel concauæ, tunc supficies plana comprehendit̄ conuexa uel concaua, cū itaq; uisus comprehendit lineas rectas cōuexas uel concauas aliter q̄ sint, comprehendit superficies in quibus sunt illæ lineæ aliter q̄ sint, & similiter est de lineis conuexis & concauis respectu illarū superficierum, & per hoc patet ratio & causa illorum multorum errorū, qui ex modis talium uisibilium accidunt in uisu.

LIX.

In concauis sphæricis speculis à duobus uidentibus secundum aliquem situm res una uisa, unum habebit idolum, secundum alium uero plura.

Sit speculum sphæricum concauum, cuius communis sectio cum superficie reflexionis sit circulus e u h, cuius diameter sit e h, centrum uero p, & ducatur linea a b, perpendiculariter super superficiem speculi, palam ergo per 72. primi huius, q̄m ipsa transit p centrum speculi quod est punctum p, & pducatur ultra speculum, sitq; a b l, secans diametrum e h, perpendiculariter in centro p, & in diametro e h, signentur duo puncta æqualiter distantia à centro p, quæ sint g & f, erit ergo linea g p, æqualis lineæ p f, & à punctis g & f, ducantur duæ lineæ ad circumferentiam æquales, quæ angulos acutos contineāt cum diametro e h, r n centri p, & lineæ a p b, quod fiet auxilio 33. tertij, si ex utraq; parte puncti b arcus æquales abscindantur parui, quorum cordæ sint minores q̄ lineæ g p & p f, qui sunt arcus d b t h, & ad puncta t & d, ducantur lineæ quæ sunt g d & f c, & quia arcus b t & b d sunt æquales, & arcus b h & b e æquales, remanēt arcus t h & d e æquales, utrorūq; anguli portionis qui sunt g d e & f t h, inter se æquales per 43. primi huius, &

à puncto d ducatur linea contingens circulum per 16. tertij, quæ sit d q, & similiter à puncto t ducatur linea circulum contingens quæ sit t m, producanturq́ꝫ lineæ contingentes ad diametrum a l, & concurrent in puncto uno per 59. primi huius, sit concursus punctus r, & quia per 15. tertij, anguli contingentiæ qui sunt q d e & m t h sunt æquales, & anguli portionis qui sunt g d e & f t h sunt æquales, erit totus angulus q d g, æqualis toti angulo m t f, super punctum itaqꝫ d terminum lineæ r d, constituatur angulus æqualis angulo q d g per 23. primi, qui sit r d k, linea quoqꝫ d k producta concurret cum linea a b, per 14. primi huius, sit concursus punctus k, & super punctum t, terminum lineæ r t, constituatur angulus æqualis angulo r d k, qui sit r t k, concurrentem illæ lineæ ambæ in uno puncto diametri, q̃d est k, quoniam angulus r t k sit æq̃lis r d k p̃ p̃missa, & angulus k r t, sit æq̃lis angulo k r d, p̃ 59. primi huius, trigõi ergo d k r & t k r, sunt æqanguli per 33. primi, ergo per 4. sexti, latera illorũ trigonorũ sunt proportionalia. Sed linea r t æqualis est lineæ d r, per 59. primi huius, erit ergo linea k r, æqualis sibijpsi, concurrent ergo lineæ d k & t k in pũcto uno diametri b p, quod est k, positis itaqꝫ duobus oculis diuersorũ uidentium in punctis g & f, & puncto rei uisæ in puncto k, tunc forma puncti k, uidebitur ab utroqꝫ ut situm reflexa à duobus punctis speculi d & t, sed & idolum eius uidebit͛ unum & in eodem loco, producantur eñ lineæ g d & f t extra circulũ, concurrent itaqꝫ ambæ cum diametro a b, producta per 14. primi huius, q̃m anguli g p b & f p b sunt recti, & anguli p g d & p f t acuti, ut patet ex præmissis, concurrat ergo linea g d cum linea a b in puncto l, dico quod linea f t concurret cum eadem linea a b in eodem puncto l, cum enim angulus q d g sit æqualis angulo f t m, ut supra patuit, & angulus r d l sit æqualis angulo g d q, per 15. primi, & angulus r t l æqualis angulo f t m, erit angulus r o l, æqualis angulo r t l, sed angulus t r b, est æqualis angulo b r o, per 59. primi huius, ergo per 13. primi, angulus t r l, est æqualis angulo d r l, per 32. primi, trigoni t r l & d r l sunt æquianguli, ergo cum linea t r sit æqualis lineæ r d, per 58. primi huius, erit per 4. sexti, linea r l, æqualis sibijpsi, & linea t l, æqualis lineæ d l, in uno ergo puncto diametri a b l, concurrent lineæ t l & d l, & hoc est punctum l, patet ergo cum per 37. quinti huius, punctus l sit locus imaginis formæ puncti rei uisæ, qui est k, quod ambobus uisibus uni existenti in puncto g, & alij in puncto f, unica tantũ occurrit imago uisibus uero permutatis ad hoc situm plures occurrunt imagines, & hoc est propositum. Quandocunqꝫ tñ aliquid in his speculis percipitur duplici uisu, si linea reflexionis æquedistans fuerit katheto incidentiæ, erit locus imaginis ipse punctus reflexionis per 11. huius, & cum distant à se puncta reflexionis quæ sunt respectu amborum uisuum, apparebunt uisibus duæ imagines eiusdem puncti, & locus cuiusqꝫ imaginis est in puncto suæ reflexionis. Si uero linea reflexionis non sit æquedistans katheto incidentiæ, & punctus rei uisæ tantum distet ab uno uisu quantum ab altero, uel sit modica differẽtia distantiæ, si locus imaginis fuerit in ipsa superficie uisus, duæ adhuc imagines uidebuntur, alias autẽ ut plurimũ locus imaginis respectu utriusqꝫ uisus erit idem, aut modicum distans, unde aut tantum una uidebitur imago, aut pene una.

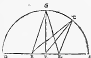
LX.

In una diametro speculi sphærici concaui positis ambobus oculis æqualiter à centro speculi distantibus neuter uidebitur oculorum.

Sit speculum concauum sphæricum a t, g d, cuius centrum z, & diameter a d, sintq́ꝫ duo oculi b & e, constituti in diametro a d, æqualiter distantes à centro z, dico quod neuter oculorum uidebitur, ducatur eñ semidiameter z g, perpendiculariter super diametrum a d, & ducantur lineæ b g & e g, & quia ergo in trigonis e z g & b z g, latus e z, est

æquale

æquale lateri z b, ex hypothesi, & latus z g cõmune, anguli quoq; e z g & b z g sunt æquales, quia sunt ambo recti, erit per 4. primi, angulus b g z, æqualis angulo e g z, forma ergo puncti b, reflectitur ad punctum e, à puncto g speculi, & econuerso per 20. quinti huius, sed neq; possibile est ab alio puncto speculi formam puncti b, ad punctum e reflecti, sit enim ut fuerit hic datum esse possibile ut forma puncti b, reflectatur ad punctum e, à puncto alio speculi quàm sit t, & ducantur lineæ b t, t z, linea ergo t z, diuidit angulum b t e, per duo æqualia per 20. quinti huius, erit ergo per 3. sexti, proportio lineæ b t, ad lineam t e, sicut lineæ b z ad lineam e z. Sed linea b t est maior q̃ linea b g, per 7. tertij, linea uero b g, est æqualis lineæ e g, ut patet superius, linea uero e g est maior q̃ linea t e per 7. tertij, erit ergo linea b t, maior q̃ linea e t, ergo linea b z, maior erit q̃ linea e z, quod est contra hypothesim & impossibile, & eodem modo de quolibet puncto semicirculi a g d potest demonstrari, non ergo reflectitur forma puncti b ad punctum e, ab alio speculi puncto q̃ à puncto g, nõ ergo uidebit oculus b, oculum e, ideo quia linea reflexionis quæ est b g, nõ cõcurrit cum katheto e z, ducto à puncto e, p centrũ speculi z, in puncto b, & linea reflexionis q̃ est e g, nõ cõcurrit cũ katheto b z, nisi in pũcto e: locus itaq; imaginis e, est pũct9 b, sed b est simile ipsi e in forma, & e ipsi b, nõ cõprehenditur aliqua distantia quæ sit tam diuersitatis inter illos uisus, non ergo unius uisus percipiet formam alterius in seipso existente,



sed æstimabit formam propriam se uidere, non ergo unus oculus taliter dispositus uisibus alium oculum uidebit, & hoc est propositum, aliæ tamen partes corporis circũstantes centrum uisus poterunt uideri, quorum katheti incidentiæ cum lineis suarum reflexionum concurrunt, siue ille concursus sit in superficie uisus uel in alijs punctis quibuscunq;, & circa hæc multa diuersitas uisibus occurrit.

LXI.

Si linea à pũcto medio semidiametri super diametrũ speculi sphærici cõcaui perpendiculariter erectæ ducta æquedistanter diametro, ambo ponantur oculi æqualiter distantes à centro speculi, imago una tantum oculi apparebit in puncto reflexionis.

Sit speculum sphæricum concauum a g d, cuius centrum k, & diametros a d, ducaturq; semidiameter k g, perpendiculariter super diametrum a d, & à medio puncto semidiametri k g, ducatur linea æquedistans diametro a d, & in hac positi sint uisus ambo æqualiter distantes à centro k, dico quod amborum oculorũ una tantum imago in uno scilicet puncto reflexionis uidebitur. Sit enim ut à puncto p, quod sit medius punctus lineæ k g, per 10. primi, ducatur linea æquedistans diametro a d, per 31. primi, quæ sit e z, & sint in illa perpẽdiculari e z, positi ambo oculi, qui sint b & t, æqualiter distantes à centro k, & à linea k g, erũt ergo lineæ b q & p t æquales, ducanturq; lineæ b g, t g, b k, t k, ergo per 4. primi, linea p g existente communi ambobus trigõis b p g & t p g, cũ anguli b p g & t p g sint recti, erit angul9 b g p æq̃lis angulo t g p, reflectet̃ ergo forma puncti b, ad punctũ t, à puncto speculi g, & ecõuerso, & quia linea k p est æqualis lineæ p g, qm̃ pũctus p, est medius pũctus lineæ k g, & lineæ b p & t p sunt æquales, angulus quoq; k p t est æqualis angulo k p g, per 15. primi, ergo per 4. primi, angulus t k p est æqualis angulo b g p, ergo per 27. primi linea t k æquedistat lineæ b g, sed linea t k est kathetus puncti t, & linea b g est linea reflexionis, nunq; ergo concurrent per 11. huius, non uidebitur forma puncti t, qui est unus oculorum ab alio oculo, qui est b, neq; econuerso per eandem rationem nisi in puncto g, qui est punctus reflexionis, linea enim b g, quæ est linea reflexionis formæ puncti t, ad uisum b, non cõcurrat cum katheto incidentiæ formæ puncti t, quæ est linea t k, quilibet ergo

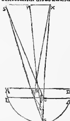


oculorum uidebit alterum in uno tantum puncto reflexionis, imago ergo amborum oculorum erit tantum una, & sic unus tantum oculus apparebit, & quoniam reliqua pars faciei uidentis offertur ambobus uisibus retro uisus, quia ad illam partem katheti incidentiae cum lineis reflexionum concurrunt, ut patet intuenti, si enim lineae b k & t g, cadent inter lineas concurrentes tunc & ipsae concurrent, quod est impossibile, cum sint æquedistantes, concurrent ergo retro ambos uisus illae lineae, ergo per 37. quinti huius, apparebit tunc facies uidentis monocula ad modum picturae cyclopi, eritque oculus ultra faciem prominens, quoniam non uidetur nisi in puncto reflexionis per 11. huius, patet ergo propositum.

LXII.

Si à puncto propinquiori diametro speculi sphærici concaui quàm medius punctus semidiametri super illam diametrum orthogonaliter productæ linea æquedistans diametro producatur in illa uisus in æquedistantia à centro speculi positi retro se apparebunt dextra pars dextra, & sinistra sinistra, idolum maius facie, & imago plus distabit à uisu quàm facies uidentis à superficie speculi.

Sit communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici concaui circulus a g d, cuius diameter sit a d, & ducatur semidiameter k g, perpendiculariter super diametrum a d, cuius semidiameter k g, medius punctus sit p, sintque centra amborum uisuum puncta b & t, si ergo ab aliquo puncto lineæ p k, quæ sit n, ducatur linea æquedistanter diametro a d, quæ sit l m, & uisus b & t positi in linea l m, æqualiter distent à puncto n, uel à centro speculi quod est k, dico quod accidet, ut proponitur, ducantur enim lineæ b g, t g, b k, t k, eruntque ex hypothesi per 4. primi, anguli b g n & t g n æquales, ergo à puncto g reflectentur uisus ad inuicem mutuo per 20. quinti huius, sed linea n g est maior quàm linea n k, resecetur ergo per 3. primi, linea n g ad æqualitatem lineæ n k, in puncto q, & ducatur linea b q, erit ergo per 4. primi, angulus b q n, æqualis angulo t k n, sed angulus b k n est maior angulo b g q, per 16. primi, ergo angulus t k n est maior angulo b g k, ergo per 14. primi huius, lineæ t k & g b, concurrent retro uisum b, concurrant ergo in puncto s, est autem linea t h kathetus puncti t, & linea g b, linea reflexionis, uidebitur ergo forma puncti g, retro uisum b, & similiter per eadem penitus uidebitur forma puncti b retro uisum t, quia lineæ b k & g t concurrent ut præostensum est per 14. primi huius, sit ut concurrant in puncto x, & ducatur linea s x, & quoniam linea s x est maior quàm linea b t, ideo quod in triangulo s g t, angulus s t g, ut patet ex præmissis, est æqualis angulo x b g trigoni x g b, & angulus s g x, communis, erunt ergo per 32. primi, trianguli illi s t g & x b g, æquianguli, est ergo per 4. sexti, proportio lineæ x g ad lineam g s, sicut lineæ b g ad lineam g t, sed linea b g, est æqualis lineæ g t, ergo linea x g, est æqualis lineæ g s, & linea x b, æqualis lineæ s t, ergo per 7 quinti, erit proportio lineæ x g ad lineam g t, sicut lineæ s g ad lineam g b, ergo per 17. quinti, erit proportio lineæ x t ad lineam t g sicut lineæ g d ad lineam b g, in trigono g x, ergo per 2. sexti, linea h t æquedistat lineæ s x, est igitur per 4. sexti, proportio lineæ s x ad lineam b c, sicut lineæ x g ad lineam g c, sed linea x g maior est quàm linea g c, ergo linea s x maior est quàm linea b c, imago



e, imago erit ergo facie maior quàm linea s x, quæ est diameter imaginis, & linea b c ps diametri faciei, scilicet linea continens distantiam oculorum, quia itaque in trigono s u g, linea b n æquedistat basi s u, patet per secundam sexti, quia est proportio lineæ u n ad lineam n g, sicut lineæ s u ad lineam b n, sed linea s u est maior quàm linea b n per 4. sexti, quoniam linea s g est maior quàm linea b g, erit ergo linea u n maior quàm linea n g, sed linea u n est distantia imaginis à uisu, & linea n g est distantia uisus à speculi superficie, patet ergo propositum.

LXIII.

Si à puncto remotiori diametro speculi sphærici concaui quàm medius punctus semidiametri orthogonaliter super illam semidiametrum productæ linea æquedistans diametro producatur uisibus æquedistāter à centro speculi in linea illa positis dextra apparent sinistra, & sinistra dextra, & imago uidentis maior facie, maiorque erit distantia imaginis à speculo quàm faciei uidentis.

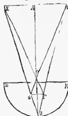
Esto speculum sphæricū concauum, cuius superficiei, & superficiei reflexionis communis sectio sit circulus a k f, cuius centrum z, & diameter a f, & à centro z, ducatur perpendicularis super diametrum a f, semidiameter z h, quæ diuidatur per æqualia in puncto e, & à puncto e ducatur æquedistans diametro a f, linea c d, diuidatur quoque linea e k in puncto n, & à puncto n, lineæ e k ducat̄ linea æquedistans lineæ a f quæ sit l m, in hac itaque linea l m, ponantur uisus æqualiter distantes à centro z, dico quod uerum est quod proponitur. Sint enī uisus b & g dispositi in linea l m, ut proponitur, erit ergo ut in p̄missa propositione anguli b k n & g k n æquales, per 4. primi, reflectentur ergo uisus b & g, ad se inuicem mutuo à puncto k, sed linea n z maior est q̄ linea n k, resecetur ergo linea n z ad æqualitatem lineæ n k, per 3. primi, & sit n e æqualis n k, ducantur quoque lineæ l e & g e, & erit per 4. primi, angulus b e n æqualis angulo b k n, sed angulus b e n, p 16. primi, est maior angulo b z e, ergo angulus b k z maior est angulo b z k, ergo maior est angulo b z g, ergo per 14. primi huius, lineæ b k & z g concurrent, sit cōcursus punctus q, sed & per eandem lineæ g k & z b, concurrent, sit concursus punctus p, cum itaque linea g k, sit linea reflexionis formæ puncti b, à pūcto speculi k, & linea z b, sit kathetus incidentiæ, erit ergo per 37. quinti huius, punctus p imago formæ puncti b, & similiter erit punctus q imago formæ puncti g, ducatur ergo linea p q, & hoc erit imago lineæ b g, uidebitur ergo dextrum sinistrum, & sinistrum dextrum, propter interfectionem linearū reflexionis b q & g p, ut patet per 53. huius, item per 4. primi, linea z b est æqualis lineæ z g, ergo per 5. primi, angulus z b n est æqualis angulo z g n, & angulus p b g est æqualis angulo q g b, sed angulus n b k æqualis est angulo n g k, relinquitur ergo angulus k b p æqualis angulo k g q, sed angulus b k p est æqualis angulo g k q, per 15. primi, ergo p 32. primi, trigoni b k p et g k q sunt æquianguli, sunt ergo anguli b p k & g q k æquales, & quia anguli p b g & q g b, ut patet ex p̄missis sunt æquales, ergo per 32. primi, trigoni p b g & q g b sunt æquianguli, ergo per 4. sexti, erit proportio lineæ b p ad lineam g q, sicut lineæ b g ad seipsam, erit ergo linea b p æqualis lineæ g q, erit ergo linea z p æqualis lineæ z q, quæ est ergo proportio lineæ p z ad lineam z b, eadem est lineæ q z ad lineam z g, ergo per 17. quinti, & per secundam sexti, linea b g æquedistat lineæ p q, ergo per 29. primi, trigoni p z q & b z g sunt æquianguli, erit ergo per 4. sexti, ꝓportio lineæ p z ad lineam z b, sicut lineæ b q ad lineā b g, sed linea p z est maior quàm linea b z, ergo linea p q est maior quàm linea b g, est ergo idolum maius re uisa. Item linea z k, ꝓducta secet

lineam p q per 29. primi huius, secat enim angulum p z q, secet ergo ipsum in puncto o, erit ergo per præmissa, & per 29. primi, angulus p d k, trigoni k p o æqualis angulo g o k, trigoni k g n, sed & angulus p k o æqualis est angulo g k n, per 15. primi, ergo p 32. primi, trigoni p k o & g n k sunt æquianguli, ergo per 4. sexti, quæ est ꝓportio lineæ p o ad lineam g n, eadem est lineæ o k ad lineam k n, est autem ut patet ex præmissis, linea b n æqualis lineæ g n, sed linea p o est maior quàm linea b n, ideo quod tota linea p q est maior quàm linea b g, & linea p o est medietas lineæ p q, sicut linea b n medietas lineæ b g, cum enim lineæ b q & g p sint æquales, & lineæ b k & g k æquales, erit linea k q æqualis lineæ k p, & anguli p k o & q k o sunt æquales, per 15. primi, & per præmissa, erit ergo linea p o æqualis lineæ q o, si ergo linea p o est maior quàm linea b n, patet qđ linea o k est maior quàm linea k n, & linea o K est distãtia imaginis sub speculo, & linea n K est distantia rei reflexæ à superficie speculi, palam ergo propositum.

LXIIII.

Circa diametrum speculi sphærici concaui extra speculum productæ ambobus positis oculis secundum æqualem distantia à diametro, & centro speculi, dextra apparent sinistra, & sinistra dextra, & imago minor facie apparet inter uisus & superficiem speculi.

Sit communis sectiu superficiei reflexionis, & superficiei speculi sphærici cõcaui circulus d b K, cuius centrum o, & diameter d K, & orthogonaliter super diametrum d K, producatur diameter b o a, extra speculum, sintq; duo oculi in punctis e & c, lineæ c e perpendicularis super lineã b a, & sint ambo oculi æqualiter distantes ab ipsa diametro b a, & à puncto a, erit ergo linea e a æqualis lineæ a c, & ducantur lineæ e b & c b, erit ergo p 4. primi, angulus e b a æqualis angulo a b c, ergo per 20. quinti huius, uisus ambo e & c ad se inuicem reflectuntur à puncto b, producatur itaq; linea à puncto e ad centrũ o, hæc ergo producta concurret cum linea c b, per 29. primi huius, sit concursus punctus f, & similiter à puncto c, ducatur linea per centrum o, concurrens cum linea e K in pũcto g, apparet ergo per 37. quinti huius, imago formæ puncti e in pũcto f, & imago formæ puncti c, in puncto g, apparent ergo dextra sinistra, & sinistra dextra, sed & per 5. primi, angulus b e c est æqualis angulo b c e, quoniam lineæ b c & b c sunt æquales, sed cum trigonorum e a o & c a o, duo latera e a & c a sint æqualia, & latus a o cõmune, anguli q̃ c a o & e a o sint æquales, quia recti, erit per 4. primi, angulus f e a æqualis angulo g c a, trianguli ergo e f c & c e g sunt æquianguli, per 32. primi, ergo per 4. sexti, est proportio lineæ e g ad lineam e f, & lineæ e f ad lineam c g, sicut lineæ e c ad seipsam, sunt ergo lineæ e g & c f æquales, & lineæ e f & c g æquales. Sed totalis linea b e est æqualis totali lineæ b c, ergo relinquitur linea h g æqualis lineæ b f, ergo per 5. primi, angulus b g f æqualis est angulo b f g, sed illi anguli cum angulo g b f, ualẽt duos rectos, per 32. primi, sunt ergo illi duo anguli æquales duobus angulis b e c, b c e, illi ergo trigoni e b c & g b f sunt æquianguli, ergo per 4. sexti, quæ est proportio lineæ b g ad lineam b e, eadem est proportio lineæ g f ad lineam e c, sed linea b g est minor quàm linea b e, ergo linea g f est minor q̃ linea e c, imago ergo faciei uidentis est minor facie conspecta, apparet autem inter oculos & speculi superficiem, quoniam linea g f, quæ est diameter imaginis cadit inter lineam e c, in qua sunt ambo uisus, & inter superficiem speculi, palam ergo propositum.

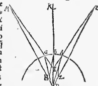


LXV.

Imagines rerum retro specula sphærica concaua apparentes motis rebus quarum sunt, ad eandem partem moueri uidentur.

Sit in speculo sphærico concauo circulus a b g, cuius centrum sit d, & sit centrum uisus punctum e, sintq; duo puncta rei uisæ ex utraq; parte puncti e, quæ sint 3 & h, ducanturq; duo Katheti incidentiæ quæ sint d 3 c & d h K, reflectaturq; forma puncti 3, ad uisum

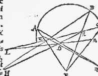
ſum e, à puncto ſpeculi a. & forma puncti h, à puncto ſpeculi b, & ducantur reflexionum lineæ quæ ſint a e & b e, concurratꝗ linea a e, cum katheto d 3 in pũcto c, & linea e b, cũ katheto d h in puncto k, erunt ergo per 37. quinti huius, punctum c & k, loco imaginũ intra ſpeculum ita quod pũctum c, ſit locus imaginis formæ puncti 3, & punctum k, locus imaginis formæ puncti h, & erunt loca imaginum in partibus illis in quibus ſentiũtur, & res quarum ſunt ille imagines, transferatur itaꝗ punctus rei uiſæ qui eſt h ad punctum l, & reflectatur ad uiſum e, à pũcto g, & ducatur kathetus d l, cõcurrens cum linea reflexionis ꝗ̃ eſt e g in puncto m, eritꝗ locus imaginis formæ puncti n in puncto m, translata ad ipſum à puncto k, qui locus m, erit in illa parte ad quam translata eſt ipſa res, cuius in pũcto m, eſt imago, quod ſi puncta rei uiſæ fuerint h & l, & ſint ſup uiſum; erũt loca imaginum quæ ſunt k & m, ſuper uiſum, & apparebunt ſupra res, quarum ſunt formæ, & ſi puncta h & l, fuerint à dextris ipſis uiſus, & loca imaginum ſuarum quæ ſunt k & m erunt à dextris, ſed non putabuntur eſſe dextra, ut patet ſupra per 51. huius, quoniã propter reuerberationem dextra apparent ſiniſtra, & ſiniſtra dextra, patet itaꝗ propoſitum.



LXVI.

Imagines rerum inter ſpecula ſphærica concaua & uiſus apparentes, motis rebus uidentur ad partem contrariam moueri.

Sit ſpeculi ſphærici concaui circulus a b g, cuius centrum ſit pũctus d, ſitꝗ centrum uiſus e, citra centrum ſpeculi quod eſt d, & ex lateribus aſpicientis ſint duo puncta rei uiſæ, quæ ſint z & h, quæ reflectantur ad uiſum, à duobus punctis a & b, ſintꝗ lineæ reflexionum e a puncti z, & e b puncti h, ducanturꝗ katheti incidentiæ z d c & h d k, ſecantes lineas reflexionum in punctis c & k, erunt ergo per 37. quinti huius, puncta c & k, loca imaginum e puncti z, & k puncti h, uidebũtur itaꝗ formæ illorum punctorum in diuerſis partibus alijs quàm ſint res ipſæ, Ꝑ 49. huius, quod ſi punctus h, rei uiſæ transferatur ad pũctum l, & reflectatur à pũcto ſpeculi g ad uiſum e, ducaturꝗ linea reflexionis quæ ſit e g, & kathetus l d m, ſecans lineam reflexiõis quæ eſt e g in pũcto m, eritꝗ per 37. quinti huius, pũctus m, locus imaginis formæ puncti l, imago itaꝗ puncti h, quæ eſt ka erit tranſlata ad partẽ diuerſam illi ad quam res uera tranſlata eſt, & ſi punctus h & l, fuerint ſurſum mota ſupra uiſum, tunc imagines ipſorum quæ ſunt k & m, uidebuntur moueri deorſum, & ſi puncta h & l, fuerint mota ad dextram partem uiſus, formæ imaginũ uidebuntur moueri ad ſiniſtram, & ita ſemper mouentur imagines ad partem cõtrariam rebus, patet ergo propoſitum.



LXVII.

Per ſpecula ſphærica concaua quot libuerit poſſibile eſt formæ eiuſdem puncti imaginem uideri.

Fiat diſpoſitio, quæ in planis et conuexis ſphæricis ſpeculis, & ſit centrum uiſus a, & punctus rei uiſæ ſit b, & ſecundũ diſtantiam centri uiſus quod eſt a, & à puncto rei uiſæ quod eſt b, deſcribatur poligonium æquilaterũ & æquiangulum, quotcunꝗ angulorum placuerit, ſitꝗ exempli cauſa pentagonium, quod ſit a b g d e, fiatꝗ circulus circunſcribens illud poligonium pentagonium per 12. quarti, & ſup illius pentagonij angulos orthogonaliter ſuper lineas à centro circuli circunſcribentis poligonium productas ad circumferentiam ſecundum ipſorum puncta media ſtatuantur ſpecula ſphærica concaua, quæ ſint partes eiuſdem ſphæræ & æquales proportiones, patet itaꝗ quoniã ſuperficies

plana peata

plana,pentagoni a b g d e,secabit quodlibet speculorum secundum circulum per 69.primi huius,unus itaqꝫ arcus unius illorum circulorum sit z g c, ducanturqꝫ lineæ cōtingentes quēlibet illorū arcuum in punctis g d e, contingatqꝫ arcum z g c,in puncto g,linea l k,quia itaqꝫ per 43.primi huius, angulus portionis qui est b g z est æqualis angulo d g c, anguli quoqꝫ contingentiæ qui sunt b g z & l g c sunt æquales,palam ergo per 20.quinti huius, quōm fit reflexio formæ puncti b,à puncto speculi g, ad punctū speculi alterius quod est d,& similiter per eandem demōstrationem fiet reflexio à puncto d,ad pūctum speculi alterius quod est e,& à puncto e.ad centrum uisus quod est a, palam ergo ꝑpositū,& sic quotcūqꝫ fuerint anguli poligonij, tot assumantur specula,semper accidet illud quod præmissum est.

LXVIII.

A speculis sphæricis concauis soli oppositis ignem possibile est accendi.

Esto speculum sphæricum concauum soli oppositum,in quo signetur circulus k a b g x,cuius centrum sit c,sitqꝫ ut superficies plana secans speculum,sed hūc circulum secet etiam corpus solis transcentrum,ergo per 69.primi huius,communis sectio illius superficiei planæ & solis,erit circulus magnus qui sit d e z,& ab aliquo pūcto illius circuli solaris ut à puncto d, ducatur linea secūdum quam præcedens radius ad centrū speculi qđ est c,incidat in punctum speculi quod sit g,& à pūcto circuli solis qđ sit e, procedens radius ad centrum speculi quod est c,incidat in punctum speculi b,& à puncto solis quod sit z, incidens radius per centrum speculi c, cadat in punctū speculi a,quia ergo oēs radij transeuntes ꝑ centrū c,sunt ꝑpendiculares super superficiē speculi a b g,ꝑ 72.primi huius,patet ꝑ 21 quinti huius,qm̄ oēs reflectunt̄ in seipsos,concurrāt ergo tā incidētes qꝫ reflexiones in pūcto c,quod est centrum speculi,omnes em̄ illi radij sunt diametri ipsius speculi, et omnes anguli semicirculi sunt æquales,per 43. primi huius,reflexio aūt omnis fit secundū angulos æquales, ut patet per 20.quinti huius,quicunqꝫ itaqꝫ radiorum solarium pertransierunt ꝑ centrum speculi quod est c, & peruenerint ad quæcūqꝫ puncta superficiei speculi,illi omnes reflectuntur in seipsos, & cōcurrent in centro ipsius radij, non æquedistantes illis radijs,non concurrunt; sit enim radius perpendicularis super superficiem speculi qui est e b,hic ergo ut p̄missum est transibit centrum speculi quod est c,& reflectitur in seipsum,hinc ergo ducatur per 31.primi,aliquis radius æquedistans qui sit l n,& alius qui o s,sitqꝫ arcus n b inæqualis arcui b s, secetqꝫ linea l n,circulum a b g in puncto y,& in arcu y n signetur punctum k,& ducatur linea c n,quia itaqꝫ angulus l n k est maior angulo c n k, ut pars suo toto,patet quod angulus l n k est minor angulo c n b, quoniā anguli c n b & c n k sunt æquales,per 43.primi huius,patet ergo per 20.quinti huius, quod radius l n, non reflectetur in punctum c,fiat itaqꝫ angulus b n f æqualis l n k,caderqꝫ punctum f, citra punctum c,in pūctum aliquod semidiametri c b,& in corpore solari continuetur linea e l,si itaqꝫ quadrangulum n f e l, fixo permanente suo latere e f,imaginetur moueri quousqꝫ linea l n,incidat ad locum unde exiuit, tunc pūctus n,motu suo describet quendam circulum in superficie speculi,& in tota periferia illius circuli angulus l n f remanet æqualis, ergo angulus l n k est æqualis angulo b n f,fiet ergo per 20.quinti huius, à tota periferia illius circuli reflexio omnium radiorum incidentium ad punctum f,similiter quoqꝫ si à puncto solis quod est o,ducatur per 31.primi, radius æquedistans radio perpendiculari qui est e b,& sit ille radius æquedistans o s secans circulum a b g in puncto x,& in arcu x s,signetur punctum q,in linea n f producta,



ducta, sitq; ut perpendicularis e b secet circulũ a b g in puncto p, & sit arcus b s minor arcu n b, ergo & arcus x p qui est æqualis arcui b s, per 53. primi huius, minor est arcui p y æqualis b n, ergo arcus x q s, remanet maior arcu y k n, ergo per 43. primi huius, angulus x s q est maior angulo y n k, radius ergo o s non reflectitur ad punctum f, sed ad aliquod pũctum lineæ f c, quod sit h, portio enim circuli y k n, quæ est æqualis portioni n b q, est minor portione x q s, quæ est æqualis portioni s b h, copulentur quoq; linea o e, si itaq; fixo latere e h, quadrangulum o e h s, intelligatur moueri quousq; linea o s, redeat ad locum unde exiuit, tunc punctum s motu suo describet in superficie speculi circulum à cuius totali periferia, fiet reflexio ad punctũ diametri speculi qui est h, & similiter de quibuscunq; alijs radijs incidentibus superficiei speculi æquedistanter radio e b, semper enim fiet reflexio omnium sibi similium radiorum à periferia unius circuli totius speculi ad unum punctũ diametri ipsius speculi, & lineæ radiales ꝓpinquiores diametro reflectuntur ad punctũ propinquius centro c, & lineæ radiales remotiores diametro, & æque distantes illi reflectuntur ad punctum remotius centro quod est c: in quocunq; autem illorum punctorum ponatur aliquod corpus combustibile, per radios reflexos incendetur, sed quia radij sunt pauci & debiles, oportet ut combustibile diutius in puncto collectionis radiorum moram trahat, patet ergo propositum, et hoc speculũ quantum ad actum combustionis efficacius est speculo composito ex planis speculis, de quo locuti sumus in fine quinti libri huius sciẽtiæ, posset quoq; per diligentiã artificis aliquod speculũ ex pluribus huiusmodi speculis cõponi, qđ esset maioris efficaciæ ad comburendũ, hoc autẽ relinquimus industriæ ꝑquirentis, qa sufficit nobis in ꝓpositũ, hoc modo demonstratũ.

LIBER NONVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS.



IN præmisso libro passiones speculorũ sphæricorum cõcauorum ꝓ nostro posse pertractauimus, supest nũc ut speculorũ columnariũ & pyramidaliũ cõcauorum proprietates aliquas demonstremus. In his enim speculis quasi omnium præmissorũ speculorum proprietates concurrunt, planorũ quidem, cum in illis à linea longitudinis speculi fit reflexio, columnarium quoq; & pyramidalium conuexorum plurimæ passiones in hæc concaua specula descendunt, qũ istorũ & illorꝫ cõformis est generatio secundũ figuras, à qbus in utrisq; prouenit quædam conformitas passionũ, nisi quod hinc & inde secundũ naturã conuexi & concaui passiones quodãmodo secundũ sitũ contrarie disponunt, ex quo accidit, ut quandoq; lineæ reflexæ in conuexis speculis fiat locus imaginis in concauis, & econuerso, & ob hæc eadem principia in his speculis & in illis sunt (præmissis figuris) cõformiter assumenda. Sic itaq; omniũ speculorum regularium pro nostrarum uirium & experientiæ possibilitatem passionibus aliqualiter pertractatis ad aliqua specula figurarũ irregularium & compositarũ mentem conuertimus, uidentesq; quod antiquorũ Geometrarum diligentia & solicitudo circa speculorũ comburentiũ, aliquorum totali superficie ad unum punctũ naturalem uel mathematicum fit reflexio luminis & formarũ incidentium plurimũ est uersata, ut circa rem scientiæ Geometriæ plurimam subtilitatẽ rebus naturalibus applicantem, actionem quoq; naturaliũ formarum accelerantem in ꝓductione effectuũ mirandorũ, huic negotio curam consequenter in hoc libro dedimus, ut rei ad quam sicut ad finem nobilissimum omne quod de natura quorumlibet speculorum præmisimus aliqualiter ordinatur. Ex præmissis uero libris satis patet, quod figura talium speculorũ comburentium in una superficierum planarũ, ut patet per ultimã 5. huius, nõ est possibilis, sicut nec ab aliqua una superficierum cõuexarum quacũq;, siue illa conuexa superficies fuerit sphærica, ut patet per ultimã 6. huius, siue fuerit columnaris uel pyramidalis, ut patet ꝑ penultimã 7. huius, possibile est radios aliquos aggre

gati ad punctum unũ mathematicũ uel etiã naturalẽ, à concauis quoq; speculis sphæricis non fit ad unum axis punctum mathematicum reflexio, nisi à periferia unius tantũ circuli, & à tota superficie unius hemisphærij ad totam semidiametrũ siue axem speculi, ut ostensum est per ultimam 8. huius. Non fit aũt omnium radiorũ æquedistanter axe speculi superficiei talis speculi incidentium reflexio ad punctũ unum. Sed neq; ab aliqua superficierum speculorum columnarium uel pyramidaliũ concauorũ est hoc possibile fieri, prout infra in præsenti libro demonstrabimus. Restat ergo ut superficies alias huic nostro proposito competentes cũ demonstrationis diligentia perquiramus, quoniã illud quod ex pluriũ speculorum regularium compositione ad hunc effectũ possibile prius fore diximus, unius superficiei à qua totali ad unũ punctum fiat reflexio certitudinem nõ attingit, neq; ad illorum peruenit cõmoditatem, neq; in illis adeo relucet humani bonitas ingenij & utilitas figurarũ. In his itaq; columnaribus & pyramidalibus, & alijs irregularibus quibusq; speculis, & in ipsis comburentibus speculis supponimus principia quæ in libris præcedentibus sunt præmissa, ut patet in 7. & 8. libro huius scientiæ, quæ uero ex præsuppositis principijs & conclusionibus demonstranda de his speculis prænominatis uidimus sunt ista.

THEOREMA I.

In speculis columnaribus concauis communis sectio superficiei reflexionis & speculi quãdoq; est linea longitudinis speculi, quãdoq; circulus, quandoq; oxigonia sectio.

Quod hic ꝓponitur, patet ex præmissis in libro septimo istius de speculis columnaribus cõuexis, & quia speculum columnare cõcauum non minus participat formã & ꝓprietatem columnæ quàm cõuexum patet quod proposita passio eodem penitus modo demõstranda est de speculis colũnaribus concauis ut de columnaribus cõuexis, patet ergo propositũ, nec enĩ necessarium talibus amplius immorari, & quando fuerit cõmunis illa sectio linea longitudinis speculi erunt modi reflectionũ & loca imaginũ sicut in speculis planis, quando uero illa sectio cõmunis fuerit circulus, erunt modi reflectionis & loca reflectionũ sicut in speculis sphæricis cõcauis. Erũtq; loca imaginum quandoq; ultra speculũ, quandoq; in ipsa superficie speculi, quãdoq; inter uisum & speculũ, quãdoq; in ipsa superficie uisus, & omnium istorum idem est demonstrandi modus qui in illis sphæricis cõcauis speculis patuit per undecimam octaui huius.

II.

In speculis pyramidalibus concauis communem sectionem superficiei reflexionis & speculi, lineã longitudinis speculi aut sectionem oxigoniam possibile est esse, circulum uero impossibile.

Passiones ꝓpositæ de præsentibus speculis eodẽ penitus modo demõstrabiles sunt, quo & de speculis pyramidalibus conuexis sunt ostensæ per diuersas propositiones 7. huius, patet ergo propositum, & quando communis sectio superficiei reflexionis & speculi fuerit linea longitudinis, erunt modi reflexionum & loca imaginum, quæ & in speculis planis ostensa sunt per 49. quinti huius.

III.

In omni superficie reflexiõis à speculis columnaribus uel pyramidalibus concauis centrum uisus & punctum rei uisæ, punctum reflexionis, & punctũ axis in quẽ cadit perpendicularis ducta à pũcto reflexionis super superficiẽ speculum in puncto reflexionis contingentem cõsistere est necesse.

Sit speculum columnare concauum cuius axis sit a b, sitq; centrũ uisus o, & pũctum rei uisæ d, reflectaturq; forma puncti rei uisæ quod est d ad uisum c, in puncto speculi c, & in pũcto e contingat superficiẽ speculi superficies plana, super quam superficiẽ à puncto e, ducatur linea perpendicularis p 12. undecimi, q̃ secet lineã a b axem speculi in puncto f, & sit linea e f, dico quod pũcta c d, e f, necessario erunt semp in eadem sũpficie reflexionis

xionis, aut eñ hæc ſuperficies reflexionis æquediſtabit baſibus colũnæ aut non, ſi ſic, patet per 100. primi huius, quod communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi erit circulus æquediſtans baſibus columnæ, & linea ducta à pũcto reflexionis quod eſt e, tranſiens per centrum illius circuli eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem colũnæ, ut patet per 96. & per 100. primi huius, & ſi centrum uiſus quod eſt c, & punctum rei uiſæ quod eſt d, fuerint in illa linea, fiet reflexio formarũ punctorum uiſorum tantũ ſecundum illam lineam per 21. quinti huius, eruntq; illa quatuor puncta q̃ ſunt c d e f, omnia in ſuperficie reflexionis, quod ſit centrum uiſus uel pũctum rei uiſæ, dum fuerit in hac linea perpendiculari, ſemper tamẽ linea e f, perpendiculariter à puncto e, ducta cadet in axem a b, p 96. primi huius, & linea reflexionis continebit cum illa perpendiculari angulum acutum, quoniam cadet inter perpẽdicularem e f, & inter lineã circulum qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi in puncto e contingentem, & quoniã hæc linea reflexionis cadit ſemper intra ſpeculum, quia ſecundum ſui partem qua incidit ſpeculo neceſſario cadet inter ſuperficies planas per centrum uiſus ductas, portionẽ apparentem ſpeculi cõtingentes, & qm̃ per 20. quinti huius, ſemp angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexiõis, patet quod ſi unus illorum punctorũ eſt in ſuperficie reflexionis quod & reliquus, quia eñ angulus d e f erit æqualis angulo f e c, cadẽt hij anguli ex diuerſis partibus perpendicularis lineæ quæ eſt e f ultra ſpeculum, in eadem itaq; ſuperficie cadent omnia pũcta c d e f, & eodem modo demonſtrandũ eſt à quocunq; puncto circuli, qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, fiat reflexio, ſemper enim illa quatuor puncta erunt in ſuperficie reflexionis, quod ſi cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſit linea longitudinis ſpeculi, tũc iterũ à quocunq; pũcto illius lineæ fiat reflexio, ſemp ꝓpoſita quatuor pũcta erũt in ſupficie reflexionis, ut patet p 27. quinti huius. Similiter quoq; patet idem ſi cõmunis ſectio ſupficiei reflexiõis & horũ ſpeculoꝝ fuerit ſectio oxigonia, qm̃ illa ſectio ſecabit ſpeculũ trans axem p 103. primi huius, & linea à pũcto reflexionis ꝑpendiculariter ducta ſup ſuperficiẽ ſpeculi in pũcto reflexionis contingentẽ, ſemp cadet in axe, ut hæc in ſpeculis colũnaribus et pyramidalibus cõuexis ſunt amplius declarata; eſt ille modus demonſtrandi uniuocus & in iſtis ſpeculis. Quod ſi ſpeculum ꝓpoſitum fuerit pyramidale concauũ, tũc ut ſupra oſtenſum eſt p p̃miſſam impoſſibile eſt cõmunem ſectionẽ ſupficiei reflexionis & ſupficiei ſpeculi circulũ eſſe, q̃ ſectio ſi fuerit linea longitudinis uel ſectio oxigonia, tũc eadem erit declaratio qđ quatuor p̃dicta pũcta c d e f, conſiſtũt in ſuperficie reflexiõis, quæ prius in ſpeculis colũnaribus cõcauis, patet ergo illud qđ ꝓponebaſ. 1111.

Centro uiſus exiſtente intra ſpeculũ columnare uel pyramidale cõcauum à quolibet puncto ſpeculi fiet reflexio ad uiſum.

Sit ſpeculũ colũnare cõcauũ, cuius axis ſit a b, & ſit cẽtrũ uiſus c, ſitq; pũctũ c, intra ſpeculũ, dico qđ ab omi pũcto ſpeculi fiet reflexio ad uiſũ. Siue eñ cõmunis ſectio ſupficiei reflexionis & huius ſpeculi fuerit linea longitudinis colũnæ ſpeculi, ut cũ ſupficies reflexionis ſecat ſuperficiẽ ſpeculi ſecundũ axis lõgitudinẽ, ut patet p 93. primi huius, ſiue fuerit circulus æquediſtãs baſibus colũnæ ipſius ſpeculi, ſiue fuerit ſectio oxigonia, ſemp patet ꝑ præmiſſam qđ pũctus reflexionis & centrũ circuli ſiue pũctus axis in quẽ cadit perpendicularis ducta à pũcto reflexionis ſup ſuperficiẽ ſpeculi ſunt in eadẽ ſupficie. Eſt ergo ſemp poſſibile ut ab illo pũcto fiat reflexio ad uiſum, qm̃ in cõcauitate taliũ ſpeculoꝝ non eſt corpus aliqđ denſum reſiſtẽs multiplicationi formaꝝ p mediũ, à quolibet puncto ergo ſuperficiei taliũ ſpeculoꝝ fiet formarũ reflexio ad uiſum. Idẽ quoq; patet in ſpeculis pyramidalibus cõcauis, qm̃ centrũ uiſus ſemp eſt intra talia ſpecula, nõ refert à quocunq; pũcto ſuperficiei ſpeculi fiat reflexio, qm̃ ſemp poſſibile erit formã ad uiſum peruenire, niſi forte denſitas occipitis in quibuſdã ſitibus impediat reflectionẽ, patet ergo ꝓ-

positum, resumpta figuratione præmissæ, positoq; puncto c, intra superficiem speculi in linea e, quodcunq; eius punctus in utroq; speculorum fuerit datus, sit ille punctus e, & ab eo extrahatur perpendicularis super superficiem speculi planam in illo puncto speculum cōtingentem per 12. undecimi, & quoniam illa cadet in axem speculi per 96. primi huius, sic ut cadat in punctum f, & super punctū e, tantū lineæ e f, fiat per 23. primi, angulus æqualis angulo c e f, qui f e d, palam ergo quod forma puncti d, reflectetur ad uisum in pūcto c, existentem per 20. quinti huius, & hoc proponebatur.

V.

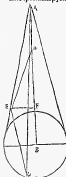
Centro uisus existente extra speculum columnare uel pyramidale concauum non integrum à maiore parte superficiei speculi fiet reflexio ad uisum.

Esto speculum columnare uel pyramidale concauum, cuius axis sit a b, & sit centrū uisus punctum c, sitq; extra speculum, dico quod à maiore parte superficiei concauæ speculi fiet reflexio ad uisum: imaginentur enim superficies contingentes columnam uel pyramidalem à uisu, pductæ ad speculum, palamq; per primā septimi huius, quoniam solum pars superficiei speculi interiacens illas superficies contingentes est illa, à qua speculo existente conuexo fit reflexio ad uisum. Est autem illa pars minor pars superficiei speculi, ut patet de speculis columnaribus per 78. quarti huius, & de pyramidalibus per 84. quarti huius, ablata itaq; illa parte remanet maior pars superficiei speculi, fit autem à tota illa superficie reflexio ad uisum, quoniam omnis linea ducta sub lineis contingentibus speculum in aliqua illarum superficierum producta secat superficiem speculi p 4. septimi huius, secundum illam ergo potest fieri reflexio ad uisum, patet ergo propositū.

VI.

Speculo pyramidali concauo integro existente oppositoq; ipso uisui ex parte suæ basis existenti nullius puncti forma uidebitur nisi intra speculum existentis.

Esto speculum pyramidale concauum, cuius axis sit a b, sitq; eius conica superficies tota integra, basis uero eius quæ est superficies plana sit submota ab ipso speculo, sitq; centrum uisus c, ex parte basis submotæ, dico quod uisus non percipiet formam alicuius puncti rei uisæ nisi illius quæ fuerit inter ipsum speculum. Si enim centrum uisus c, in aliqua consistat linea longitudinis speculi, fiatq; reflexio ab illa linea longitudinis ad uisum, tunc patet, quia punctum rei uisæ oportebit consistere intra speculum, quoniā ex hypothesi centrū uisus est ex parte basis speculi, oportebitq; punctum rei uisæ in eadem linea longitudinis existere, aliâs enim non fieret reflexio, ppter inæqualitatem angulorū, quod si centrum uisus c, sit sub aliqua linearū longitudinis speculi, tunc adhuc patet propositum, quoniā enim omnis ppendicularis ducta à quocūq; puncto reflexionis quæ fieri possit ad uisum c, in hoc situ, tenet angulū acutum cū linea reflexiōis, patet per 33. quinti huius, cum semper fiat reflexio ex parte anguli maioris, qđ semp fiet reflexio ex parte acuminis pyramidis speculi, oportet ergo de necessitate, ut pūcta rei uisæ quorū formæ reflectuntur ad uisum à quibuscunq; punctis superficiei totius speculi semper sint intra ipsum speculum, patet ergo propositum. Si uero auferatur à speculo tali portio aliqua secundū longitudinem speculi, tunc poterit comprehendi exteriora q̄ sunt extra speculū, qm̄ patebūt liberi introitus lineis incidentiæ formarū extrinsecarū quæ reflectunt ad uisum. Similiter quoq; accidit si fecerī pyramis speculi ad modū annuli secundū aliquē circulū æquedistantē basi, uel etiā secundū oxigonā sectiōne taliter ut auferat uertex pyramidis speculi tunc eā inciden-



incidentiæ liberum habebunt ingressum, plures tamen formæ reflectentur ad uisum si centrum uisus fuerit ex parte superficiei concauitatis speculi quam si fuerit ex parte suæ basis, quia tunc lineis incidentibus latior uia patet.

VII.

A quocunque puncto speculi columnaris uel pyramidalis concaui non est possibile nisi formam unius puncti ad eundem uisum reflecti.

Esto ut in præmissa speculum columnare uel pyramidale concauū, cuius axis a b, ab eius quoque puncto e, reflectatur ad uisum c, forma puncti d, dico quod ab eodem puncto e, forma alterius puncti quam d, ad uisum existentem in puncto c, impossibile est reflecti, ducatur enim à puncto reflexionis quæ est e, linea perpendicularis super superficiem speculū in puncto e contingentem, quæ secabit axem speculi per 96. primi huius, secet ergo in puncto f, palam itaque per 3. huius, quoniam puncta c d e f, sunt in eadem superficie, & quoniam una sola linea recta à centro uisus quod est c, ducibilis est ad punctū reflexionis quod est e, patet quod angulus c e f, non potest uariari, ergo nec angulus d e f, quæ per 20. quinti huius, est æqualis angulo c e f, linea ergo e d est tantum unica linea, cuius alterius pūcti forma potest reflecti ad uisum c, sed ex hypothesi forma puncti d reflectitur ad uisum, nullius ergo alterius puncti forma ad ipsum reflectetur, cū enim aliqua linea incidētiæ peruenit ad aliquod punctū corporis, non potest forma alterius puncti per illam lineā incidere speculo quoniam punctus altior occultat posteriorē, nec præstat transitū formæ illius, patet ergo propositū, quoniam in his speculis à quocunque puncto facta reflexione forma unius pūcti nō potest ab eodem puncto speculi forma alterius puncti reflecti ad eundem uisum, sed à duobus uisibus possunt in eodem puncto speculi duorum punctorum formæ comprehendi, sicut à pluribus uisibus plures formæ diuersorum punctorū, quoniam ut patet per 18. septimi huius, infinitæ possunt sumi superficies super perpendicularē e f, se secantes, in quarum quælibet ex utraque parte perpēdicularis e f, sumi possunt duo anguli acuti æquales, licet autē illud quod hic proponitur satis patuit per 29. quinti huius, hic tamen idem declarauimus, ideo quia oppositum in his speculis plus uerisimile uidebatur.

VIII.

Linea longitudinis speculi columnaris uel pyramidalis concaui existente communi sectione superficiei reflexionis & speculi unus est tantum punctus reflexionis & unius puncti rei uisæ ad unius uisus centrum, & uidetur unica imago.

Non oportet huic propositioni declarandæ aliter insisti, nisi sicut idem ostensum est in speculis planis, quod ab uno tantum puncto fit reflexio, & una tantum occurrit uisui imago, ut patet per 46. & 48. quinti huius, linea enim recta est cōmunis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi hinc inde, unicus ergo tantum est punctus reflexionis, unica tantum ergo uidebitur imago sub superficie speculi semper apparens, ut in planis speculis, eritque per 49. quinti huius, distantia imaginis sub speculo æqualis distantiæ rei uisæ super speculum, patet ergo propositum.

IX.

Communi sectione superficiei reflexionis & speculi columnaris uel pyramidalis concaui oxigonia existente à pluribus punctis illius sectionis potest fieri reflexio formæ eiusdem puncti rei uisæ ad idem centrum uisus.

Sit speculum columnare uel pyramidale concauū, cuius axis a b, sitque centrū uisus c & punctū rei uisæ sit d, ut patet in figura 6. huius. Si itaque cōmunis sectio superficiei reflexionis & speculi fuerit sectio oxigonia, dico quod forma puncti d, ad centrū uisus c, à pluribus punctis illius sectionis reflecti potest. Iam enim ostendimus supra per 22. septimi huius, quod à speculis columnaribus conuexis ab uno tantum puncto sectionis oxigoniæ, fit formæ eiusdē puncti reflexio ad uisum eundem, & diximus quod si diameter columnæ fuerit æqualis distantiæ oculorum, quod à duobus punctis sectionis oxigoniæ po-

test fieri reflexio ad uisum, aliàs em̄ latebunt uisum puncta reflexionis se respicientia .s. illa per quæ transit circulus columnæ ductus per punctū reflexionis æquedistanter basibus, unde uiso uno illorū punctorū alius punctus latebit propter minoris portionis colūnæ ipsius apparentiam. In his uero speculis columnaribus concauis apparet uisui maior portio columnæ, ut patet per quintā huius, unde ab unico uisu possunt percipi ambo puncta, quæ sunt extremitates diametri circuli æquedistantis basibus columnæ, eodem modo penitus de speculis pyramidalibus concauis declarandū, eius em̄ superficiei plus medietate uni uisui occurrit, & duo puncta per diametrum circuli æquedistātis basi pyramidis opposita uideri possunt, patet ergo propositum.

X.

Communi sectione superficiei reflexionis & speculi columnaris uel pyramidalis concaui oxigonia existente, erit locus imaginis quandoq; ultra speculum, quandoq; citra uisum, quandoq; in centro uisus, quandoq; in superficie speculi, quandoq; inter uisum & speculum.

Esto speculū columnare concauū, cuius pars axis sit d k, & eius superficiei columnaris & superficiei reflexionis cōmunis sectio sit oxigonia, quæ a b g, dico quod possibile est totū, quod hic proponitur, ducatur em̄ in hac sectione perpendicularis super superficiē speculum contingentem in puncto reflexionis quæ sit d g, hoc itaq; per 112, & per 104. primi huius, erit semidiameter cuiusdam circuli secundū illum punctū secantis columnā speculi æquedistanter basibus, secabitq; axem speculi q̄ est k d, sitq; ut secet ipsum in puncto d, eritq; illa perpendicularis tm̄ una, cum à nullo alio puncto sectionis a b g, possit duci linea perpendicularis super superficiem contingentē speculū in puncto reflexionis q̄ ab uno puncto reflexionis, cū omnes aliæ lineæ à quibuscūq; punctis sectionis a b g, ductæ ad axem d h, sunt obliquæ super supficiē illam speculū contingentem ut patet per prænominatas propositiones primi huius. Sumatur item alius punctus sectionis a b g, qui sit b, & ducatur ab illo puncto b, linea perpendicularis sup lineam rectam contingentē sectionē a b g, in puncto b, & hæc quidē linea per 114. primi huius, necessario cōcurret cū perpendiculari g d. Sit ergo exempli causa, concursus in puncto d, qm̄ si concurrant sub puncto d, eadē est demonstratio, sitq; pūctus b, taliter sumptū in sectione a b g, circa punctū g, ut angulus b d g, sit acutus. Deinde à puncto g ducatur in superficie sectionis a b g, linea æquedistans lineæ b d, per 31. primi, quæ sit g h, & hæc linea cadet inter pyramidalē sectionem, ideo quia cū angulus g d b sit acutus ex hypothesi, erit suus coalternus qui est angulus h g d, similiter acutus per 29. primi, cū lineæ b g & g h, adinuicem æquedistent. Item inter puncta d & h, ducatur à puncto g, linea in superficie sectionis q̄ per 2. primi huius, necessario cōcurret cū linea b d, qm̄ ipsa concurrēt cum linea b g, æquedistante lineæ b d, sit ergo punctus cōcursus n, cadet itaq; linea g n, inter lineas g h & b n. In hac itaq; linea g n, sumatur punctus quicūq;, qui sit o, inter duo puncta g & n, & ultra punctū n, sumatur punctū t, in linea g n. Item à puncto g, ducatur extra ambas lineas g h & b d, & alia linea inter sectionē a b g, quæ sit g 3, hæc itaq; linea g 3, quia concurrit cū linea h g, in puncto g, necessario concurret cum linea d b, producta ultra punctū b, per 2. primi huius, sit cōcursus in puncto e, & sup g, tm̄ lineæ g d, fiat angulus æqualis angulo 3 g d, per 23. primi, quæ sit angulus d g q, cadatq; punctū q in linea b d. Similiter quoq; fiat angulus l g d, æqualis angulo h g d, & fiat angulus m g d, æqualis angulo n g d, sintq; omnia puncta q, b & m, in linea

nea b d, palam itaq; per 20. quinti huius, quod si centrũ uisus fuerit in puncto 3, reflectet ad ipsum forma puncti q, à puncto speculi g, & erit per 37. quinti huius, locus imaginis punctũ c, & si fuerit centrũ uisus in puncto h, reflectet ad ipsum forma puncti b, à puncto speculi g, & qm̃ kathetus incidentiæ quæ est l d, æquedistat lineæ reflexionis quæ est g h, palam qđ lineæ l d & g h nunq; concurrent. Erit ergo locus imaginis in puncto superficiei speculi à quo fit reflexio quod est punctũ g, qui locus est primus & ꝓprius ipsius imaginis propter concauitatẽ totius formæ reflexæ, prout diximus in 22. octaui huius. Si uero centrũ uisus fuerit in puncto o, reflectetur ad ipsum forma puncti m, à puncto speculi quod est g, & locus imaginis erit punctũ n. Si uero centrũ uisus fuerit in pũcto n, erit locus imaginis formæ puncti m, in ipso centro uisus ꝗd est in puncto n, quod si centrũ uisus fuerit in puncto t, erit iterum locus imaginis formæ puncti m, in puncto n, quod erit inter uisum & superficiem speculi, patet ergo propositũ, qm̃ in speculis pyramidalibus cõcauis poterit secundũ præmissa cooperante ꝑ 13. primi huius, demonstratio faciliter coaptari, hoc itaq; proponebatur.

X I.

Centro uisus & puncto rei uisæ existentibus in eadem linea perpendiculari super superficiem speculi columnaris uel pyramidalis concaui quãdoq; ab uno puncto speculi, quãdoq; à duobus fit reflexio, & locus imaginis semper erit centrum uisus.

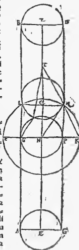
Sit speculum columnare concauũ, cuius axis sit a b, sitq; centrum uisus c, & punctũ rei uisæ d, sintq; puncta c & d in una linea perpendiculari super superficiẽ speculi quæ sit e f, uel in alia linea perpẽdiculari super lineam e f, quæ sit h p, ita qđ punctus e sit pũctus superficiei speculi, & punctus f sit punctus axis a b, & ꝓducatur linea e f, ad aliam partem speculi in punctũ g, dico quandoq; ab uno puncto speculi, ut à puncto e, quandoq; à duobus, ut à punctis e & g, potest forma puncti d reflecti ad uisum c, palam em̃ ꝑ 21. quinti huius, quod linea c e, in qua est pũctus rei uisæ quæ est d, reflectitur in seipsam, tunc em̃ infinitæ possunt intelligi sụperficies secantes se super lineã e f, quaꝝ quælibet est erecta super superficiẽ contingentem speculũ ꝑ 18. undecimi, cũ linea e f, quæ est cõmunis sectio illarũ superficierũ sit erecta super superficiem speculum in puncto e contingentem, quando ergo quarundã illaꝝ superficierum & superficiei ipsius speculi cõmunis sectio est linea recta, quæ est linea longitudinis speculi æquedistans axi a b, tunc sicut per 21. quinti huius in speculis quibusdã ostendimus, non fiet reflexio nisi super eandem lineam perpendicularem, quæ est e c, & ut patet per 32 & 36. quinti huius, locus imaginis est centrũ uisus, qui est punctus c, nec uidebiť aliqs punctus rei uisæ nisi solus ille qui fuerit in superficie ipsius uisus, qñ uero aliqua illaꝝ superficierum ꝑpendiculariũ super superficiem speculum in puncto e contingentẽ, secant superficiem concauã ipsius speculi, ita quod cõmunis sectio illarũ superficierum est circulus æquedistans basibus columnæ, cuius centrum est f, punctũ axis, & tunc si punctum f fuerit in diametro p h, inter punctũ c, quod est centrum uisus, & punctum d, quod est pũctum rei uisæ, ita quod æqualiter distet ab utroq;, sitq; linea c f, æqualis lineæ f d, poterit forma pũcti d, ad uisum c, reflecti à duob9 pũctis speculi, q̃ sunt e & g, & sunt pũcta terminantia diametrũ illius circuli, à ꝗlibet em̃ illoꝝ pũctoꝝ fit reflexio formæ pũcti d, ad uisum c, ideo ꝗd angul9 d e f est æq̃lis angulo f e c, & similiter angulus d g f, æqualis angulo f g c per 4. primi, duoꝝ em̃ trigonoꝝ d f e & f e c, duo latera d f & f c sunt æqualia ex hypothesi, & latus f e est cõmune, angulusq; d e f, est æq̃lis angulo c f e, quia uterq; est rectus, & similiter est ĩ trigonis d f g & c f e, angulum

gulum itaq; d e c, per æqualia diuidit perpendicularis e f, & angulum d g c per æqualia diuidit perpendicularis f g, ducta à puncto reflexionis ad centrũ illius circuli, & quia kathetus incidentiæ qui est d f, cum linea reflexionis e c uel g c, non concurrit nisi in centro uisus, quod est c, patet per 37. quinti huius, quia centrum uisus est locus imaginis formæ puncti d, alia uero puncta lineæ perpendicularis quæ est c d h, non reflectunt ad uisum c, à puncto speculi h, nisi solus ille punctus qui est in superficie ipsius uisus, ut supra patuit, ideo quod non reflectitur nisi per eandem perpendicularem, cũ uero alicuius illarũ superficierum perpendicularium super superficiem speculũ propositum in puncto e cõtingentem, & superficiei speculi fuerit oxigonia sectio, non poterunt puncta lineæ reflexionis reflecti ad uisum ab aliquibus alijs punctis sectionis, tñ sicut patet per 112. primi huius, duæ lineæ perpendiculares sup superficiem in superficie sectionis se intrinsecare non possint, sicut in superficie circuli æquedistantis basibus speculi se tales duæ diametri secant super centrũ f, ut iam patuit, quæ sunt p h, & e g, nõ enim est diameter sectionis quæ est p h, perpendicularis super superficiem contingentẽ speculũ in puncto h, sed oblique incidit super illam, quando diameter e g, perpendicularis est super superficiẽ speculi, & hoc accidit, propter obliquationem sectionis oxigoniæ super axem columnæ speculi, non ergo reflectet forma puncti d, ad uisum c, per lineam c d h, sed si puncta d 3 c, æqualiter distent à pũcto f, ita ut linea d f, sit æqualis lineæ f c, tunc à punctis speculũ e & g, quæ sunt termini lineæ perpendicularis super superficiẽ speculi, quæ est linea e f g, potest fieri reflexio formæ puncti d, ad uisum c, per 20. quinti huius, & per 4. primi, ut supra patuit, quia anguli d e f, & f e c sunt æquales, & itẽ anguli d g f & f g c sunt æquales, & pũctũ rei uisæ quod est d, & centrũ uisus quod est c, sunt cũ ambobus punctis reflexionis, qui sunt e & g, & cũ puncto axis f, cui incidit linea e f g, quæ est perpendicularis sup superficiẽ cõtingentẽ speculum in punctis e & g, in eadẽ superficie ipsius sectionis, patet ergo quod fiet ab illis duobus punctis reflexio formæ puncti d, ad uisum c, & erit locus imaginis in utrisq; centrũ uisus quod est c, sed si puncta d & c, fuerint in perpendiculari e f, tunc nõ fiet reflexio ab aliquo puncto sectionis oxigoniæ nisi solũ à puncto e, quia forma incidens superficiei speculi secundũ lineã perpendicularẽ reflectit secundũ eandẽ perpendicularẽ, & in sectione oxigonia est unica linea perpẽdicularis sup superficiẽ speculũ cõtingentẽ, quare ut prius dictũ est per illã solã fit reflexio solius pũcti lineæ perpẽdicularis, q est ĩ superficie uisus, & sicut prius erit locus imaginis in cẽtro uisus. Eodẽ quoq; mõ deducẽdũ, patet idẽ propositũ in speculis pyramidalibus cõcauis, ducta enim à centro uisus ad superficiẽ cõtingẽtẽ speculũ pyramidale linea recta perpẽdiculari sup illã superficiẽ, si ĩ illa perpẽdiculari sumat pũctus corporeus ĩter uisum & speculũ, patet quod nõ reflectet forma eius ad uisum secundũ illã perpẽdicularẽ, quia pũctus ille occultabit tñ perpẽdicularis, & nõ reflectet ab ipso, si aũt nullus pũctus corporeus fuerit in illa perpẽdiculari, reflectet ad uisum secundũ hanc perpẽdicularẽ forma solius puncti superficiei uisus, quod punctũ ex illa superficie uisus secat ipsa perpendicularis, si cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi fuerit linea longitudinis speculi, ab uno tñ pũcto speculi fit reflexio, sicut & in alio speculo colũnari posterius est, quod si sectio fuerit oxigonia, quãq; ab uno puncto, quãq; à duobus potest fieri reflexio secundũ diuersitatẽ situs rei uisæ & cẽtri uisus, quia punctis c & d existentib9 in linea f p, fiet reflexio à puncto h, & si puncto t, existẽte in linea f g, punctus d, sit in linea f e, fiet reflexio forte à punctis h & p, & semp locus imaginis est centrũ uisus, uniuersaliter enim tam in speculis pyramidalib9 quã colũnarib9 concauis existẽte axe speculi ĩter uisum & speculũ nõ fiet reflexio p lineã ad uisum perpendicularẽ nisi ab uno tñ pũcto speculi quẽ secat illa perpendicularis, & solum illius puncti superficiei uisus, quẽ secat illa perpendicularis ducta à centro uisus, hoc quoq; quod pmisimus, tunc demum uerum est, si linea f h fuerit perpendicularis super lineam longitudinis speculi, quod est possibile fieri in speculis pyramidalibus, non aũt in speculis columnaribus, quia tũc semp sectio est obliqua super superficiem speculi, & similiter est de linea f p, patet ergo propositum, quia sectionem pyramidalẽ possibile est sic disponi, ut linea p h, sit perpendicularis super speculi superficiem, & ut ordinetur reflexio secundum illud.

XII.

Centro uisus existente in centro basis speculi columnaris concaui, aut circuli æquedistantis basi fiet reflexio formæ ipsius oculi ab arcu circuli speculi simili arcui circuli magni qui est in superficie oculi, eritq; locus imaginis centrum uisus.

Sit speculum columnare concauum, cuius axis sit a b, sitq; centrũ uisus in puncto b, quod per 92. primi huius, est centrum circuli quæ est basis speculi, dico quod forma ipsius circuli uidentis reflectetur ad ipsum uisum ab arcu circuli basis speculi, simili arcui circuli magni qui est totius sphæræ oculi transiens per centrum foraminis uneæ & per centrum oculi, hoc est arcui qui interiacet extremas perpendiculares, quæ à centro uisus secantes periferiã foraminis uneæ duci possunt ad periferiam circuli speculi, imaginentur enĩ illæ lineæ à centro oculi per centrũ foraminis uneæ & per totam periferiam cuiusdam arcus circuli magni sphæræ ipsius oculi secantis portionem sphæræ oculi, cui correspondet foramen uneæ per æqualia. Illæ ergo lineæ omnes erunt perpendiculares super sũpficiẽ sphæræ oculi per 72. primi huius, quĩ ducãtur à cẽtro, sed eædem lineæ ad periferiam circuli basis speculi, ꝑductæ sunt ꝑpendiculares super superficiẽ speculi ꝑ eandem rationem, quĩ exeunt à centro illius circuli quod est b. Istæ ergo lineæ sunt ꝑpendiculares super utrasq; istas superficies, ergo per 21 quinti huius, ipsæ reflectunt̃ in seipsas, formæ ergo punctoꝝ superficiei oculi in illis perpendicularibus cadentes reflectũtur ad uisum per easdẽ, & quĩ circulus sphæræ oculi & circulus basis speculi cũ idem centrum habeant sunt circuli æquedistantes, patet ꝑ diffinitionem similium arcuũ, quod arcus quasq; duas ipsaꝝ semidiametros interiacentes sunt similes, arcus itaq; circuli speculi à quo fit reflexio, est similis arcui oculi qui reflectit̃, & forte ille arcus hinc inde est quantitas circuli, quia sicut in 4. theoremate tertij huius, diximus, latus rectum subtẽsum arcui circuli magni, & sphæræ ipsius oculi transeunti per centrũ uneæ & trans totum foramen uneæ, est quasi æquale lateri quadrati inscriptibilis ipsi sphæræ oculi, illi aũt corrñdet in centro angulus rectus, & in superficie ipsius sphæræ 4. circuli per ultimã sexti, locus aũt imaginis omniũ punctoꝝ superficiei oculi taliter reflexoꝝ est in centro ipsius uisus, ut patet ꝑ præmissam, & quĩ de quocunq; circulo speculi æquedistante basi, est eadem demonstratio, patet ergo propositum.



XIII.

In speculis columnaribus cõcauis sumptis duobus punctis in axe speculi possibile est unum reflecti ad alterum à toto uno circulo speculi, locusq; imaginis erit quidam circulus extra superficiem speculi.

Esto speculum columnare concauũ, cuius axis sit e z, sintq; t & h, duo puncta signata in axe, dico quod est possibile unum illorum punctoꝝ reflecti ad alterũ, ut proponit̃. Sint enĩ circuli a g & b d bases speculi, & diuidat̃ linea t h, per æqualia in puncto q, per 10. primi, & super centrum q, describatur circulus in superficie speculi æq̃distans basibus speculi per 102. primi huius, cuius diameter sit linea l q n, ducantur quoq; lineæ longitudinis speculi per 101. primi huius, quæ sint b l a, & d m g, fiat quoq; circa centrũ h circulus, cuius diameter sit linea k h p, & ducant̃ lineæ t l, t m, h l, h m, quia axis speculi qui est e z, ꝑ 92. primi huius, erectus est sup̃ superficiem circuli l m patet quia anguli t q l & t q m, & h q l, & h q m sunt recti, sed & linea t q, est æqualis lineæ q h, ex hypothesi, & lineæ q m & q l sunt æquales

les per diffinitionem circuli, ergo per 4. primi, trigona 4. quæ sunt t q m & h q m, & t q l & h q l, sunt æquiangula, angulus itaq; t l q, est æqualis angulo q l h, & angulus t m q, æqualis angulo q m h. Si itaq; centrum uisus fuerit in puncto c, & alicuius rei uisæ punctus fuerit h, reflectet̃ forma puncti h, ad uisum existentem in puncto speculi quod est l, & similiter à puncto m, si itaq; triangulus t l h, fixo manente latere t h, quod est part axis speculi imaginetur moueri quousq; redeat ad locũ ubi sumpsit motus principium, tunc punctus l, motu suo describet circulũ, & semper duo anguli t l q & q l h, manebunt æquales, & semper in hoc motu reflectet̃ forma puncti h, ad uisum existentem in puncto t, quando uero diameter p h k, est ꝑpendicularis super superficiẽ speculi, palã quia ipse est kathetus incidentiæ formæ puncti h, ꝓducat̃ itaq; idem kathetus p h k, ultra punctũ k, extra superficiẽ speculi, donec concurrat cũ linea reflexionis quæ t l, ꝓducta, concurret autem per 14. primi huius, qm̃ fiet cum angulus t h k, sic rectus, angulus h t l est acutus, sit punctus cõcursus f, similiter quoq; ꝓducto katheto h p, ultra punctũ p, concurret ipse cum linea reflexionis quæ est t m, sit punctus cõcursus r, eruntq; per 37. quinti huius, puncta f & e loca imaginũ formæ puncti h, motoq; triangulo t l h, mouebit̃ simul cũ illo triangulus t f h, & in hoc motu pũctus f, describet circulũ extra columnã speculi, totusq; ille circulus erit locus imaginis, & idem erit ꝓbandi modus sumptis quibuscũq; duobus pũctis in axe speculi, oportebit tñ hoc modo uisum taliter sisti, ut cẽtrũ eius sit directe ĩ axe speculi, & punctus rei uisæ sit in aliquo centro circuli speculi, aut circuli basis, aut æque distantis ei, aliàs em̃ locus imaginis nõ occurret uisui extra speculũ, patet ergo ꝓpositũ.

XIIII.

Communi sectione superficiei reflexionis & speculi columnaris concaui existente circulo, quandoq; unum, quandoq; duo, q̃nq; tres, q̃nq; quatuor erũt puncta reflexionis & nõ plura, & secũdũ hæc loca imaginũ numerãtur.

Esto speculum colũnare concauum, cuius axis a b, sitq; communis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus qui c d, e f, cuius centrũ sit b, sitq; centrum uisus g, & punctũ rei uisæ h, quæ sint inter illum circulũ æqualiter uel inæqualiter distantia à centro b, sintq; ambo ab una parte centri b, dico qđ uerum quod proponitur, ducantur em̃ diametri g b & h b, quæ ꝓducantur ad periferiam circuli, pateťq; per 40. octaui huius, qm̃ possibile est q̃nq; formã puncti h, reflecti ad uisum existentem in puncto g, ab uno tm̃ pũcto circuli c d e f, q̃nq; à duobus, quandoq; uero à tribus, quandoq; uero à quatuor, non autẽ à pluribus, & qm̃ in ꝓposito cum reflexio fiat à circulo speculi nõ est aliqua differentia quo ad illud, patet ergo primũ ꝓpositum, patet ergo etiã prout ostensum est in 41. octaui huius, siue katheti incidentiæ cõcurrant cum lineis reflexionis siue æquedistent, qđ secundũ numerum linearũ reflexionis imagines numerant̃, & hoc est totũ qđ ꝓponebat̃.

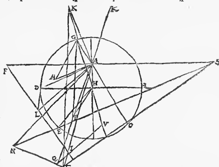


XV.

In columnaribus concauis speculis cõmuni sectione superficiei reflexionis & speculi existente oxigonia formarum punctorum rei uisæ, quarundam fit ab uno tm̃ puncto speculi reflexio ad uisum, quarundam à duobus, quarundam à tribus, quarundam à quatuor, non autẽ à pluribus, & secundũ hæc loca imaginum numerantur.

Esto speculũ colũnare concauũ, cuius axis sit linea x h, sitq; pũctus rei uisæ obliq̃ incidens speculo, ita qđ nõ sit in aliqua linearũ ꝑpendicularium sup̃ sup̃ficiẽ speculi, quæ sit punctus a, taliter ut cõmunis sectio sup̃ficiei reflexiõis & speculi, sit sectio oxigonia, dico qđ possibile est ut ab uno puncto uel à duobus, uel à tribus, uel 4. pũctis alicuius oxigoniæ sectionis

ſectionis fiat reflexio ad uiſum,& q̃nq; unica appareat imago,q̃nq; duæ,q̃nq; tres,q̃nq; 4.&nõ plures imagines,q̃m totidẽ ſunt pũcta reflexionis tm̃ poſſibilia,imaginet itaq; ſuperficies plana tranſiens per punctũ a,æquediſtans baſibus ſpeculi ,ppoſiti,erit q; cõ munis ſectio huius ſuperficiei & ſuperficiei ſpeculi circulus per 100. primi huius, cuius circuli centrũ ſit h,ſumatur q; in ſuperficie illius circuli aliud punctũ qđ ſit b, inæqualiter diſtans à centro h,in puncto a,& ducanẽ à punctis a & b,ad centrũ circuli h,lineæ a h & bh,& cõpleanẽ diametri illius circuli eiſdẽ lineis ad periferiã circuli hinc inde ,pductis, palã ergo per ea quæ dicta ſunt in theoremate pcedente, & in 40.huius, qđ ab uno pun cto arcus interiacentis duas ſemidiametros a h & b h, poteſt forma puncti a, reflecti ad uiſum exiſtentẽ in puncto b,uel forſitan à duobus uel à tribus,ſed nõ à pluribus, ab arcu uero oppoſito iſti arcui utpote ab illo arcu q cadet inter eaſdẽ ſemidiametros ,pductas ad aliam partẽ periferiæ circuli nõ poteſt fieri reflexio formæ puncti a,ad uiſum b, niſi ab uno tm̃ pũcto. Eſto itaq; qđ forma pũcti a,reflectatur ad uiſum h, à trib9 pũctis ſpeculi ,ppoſiti arcus.ſ.unius interiacẽtis ſemidiametros a h & b h, quæ ſint puncta g d e,& ducantur lineæ a g hg,a d,h d, b d, a e, h e, b e, & à puncto a, ri uiſu, ducanẽ in eadem ſuperficie tres lineæ æquediſtantes tribus ſemi



diametris,quæ ſunt h g,h d,h e, quæ lineæ æquediſtantes ſint a k,a f,a n, ita quod linea a k,ſit æquediſtãs ſemidiametro h g,& linea a f,ſemidiametro h d,& linea a n, ſemidiametro h e,cũ itaq; linea a k,ſit æquidiſtans ſemidiametro h g, & linea b g, cõcurrat cũ eadẽ ſemidiametro in puncto g,palã p 2.primi huius,q̃m linea b g,cõcurret cũ linea a k, ſit ergo punctus cõcurſus k.Similiter q̃q; per eandẽ rationẽ linea b g d,cõcurret cũ linea a f, ſit cõcurſus pũctus f,ſimiliter q̃q; linea b e,cõcurret cũ linea a n,ſit pũctus cõcurſus n,de inde à puncto b,erigaẽ ppendicularis ſup ſuperficiẽ circuli,cuius centrũ h,p 12. undecimi,ſit q; b t,& q̃m axis x h,eſt perpendicularis ſup ſuperficiẽ illius circuli,erit per 6. undecimi,linea b t,æquediſtans axi x h.Sumat q; in linea b t punctũ quodcũq; qđ ſit t, & ab il lo ducanẽ tres lineæ ad tria puncta k f n, q̃ ſint lineæ t k,t f,t n, & à tribus punctis g d e, erigant p 12.undecimi,tres pp̃dicularẽs ſup ſuperficiẽ circuli,cuius centrũ h, q̃ ſint g m,d l,e q,erũt ergo p 6.undecimi,lineæ b t & e q æquediſtãtes,& q̃m,ut patet p 1. primi huius,oẽs lineæ æquediſtantes ſunt in eadẽ ſuperficie,palã p 1.undecimi,q̃m lineæ b t & e q,ſunt in ſuperficie trianguli b t n,igiẽ linea e q,ſecabit lineã t n,ſit ut ſecet ipſam in puncto q,& penitus per eundẽ modũ ſit ut linea d l,ſecet lineã t f in pũcto l,& linea g m, ſecet lineã t k in pũcto m, Erũt q; per 92.primi huius, hæ 3.lineæ,ſ.e q & d l, & g m,partes lineæ longitudinis ſpeculi,cũ ſint in ſuperficie colũnæ ſpeculi pp̃dicularẽs ,pductæ ſu per ſuperficiẽ circuli,cuius centrũ h,& per cõſequẽs ſint rectæ ſuper baſes ſpeculi per 23.primi huius,& à puncto q,ducaẽ per 31.primi,linea æquidiſtantis lineæ n a, q̃ ſit linea q u,hæc itaq; per 30.primi,erit æquediſtans lineæ h e,q̃m ipſa h e,æquidiſtat lineæ a n, ut patet ex pmiſſis,q̃a itaq; axis x h,cõcurrit cũ linea h e in pũcto h, palã per 2. primi hu=

 ius

ius, quoniam ipse axis cócurret cũ eius æquidistante ducta à pũcto q, sit cócursus in pũcto u, & sit illa æquidistans linea q u, & ducat̃ linea t a, hæc itaq; secabit lineã q u, quoniam linea q u, ducitur à latere trianguli t b n, & alterius lineæ e q æquedistãtis basi t b, & omnes illæ lineæ sunt in eadem sup̃ficie, lineaq; t a, p̃ducta est inter lineã t u, æquedistãtẽ axi h u, & inter ipsum axẽ, patet quod linea t a, secabit lineã q u, sunt enim ambæ in eadẽ superficie, sit itaq; linearũ t a & q u, punctus sectionis i, & ducat̃ linea q a, quia itaq; lineæ h e & a n, sunt æquedistãtes, ut supra patuit, palã p̃ 29. primi, quia angulus b e h extrinsecus est æqualis angulo e n a intrinseco, & anguli h e a & e a n sunt æquales, quia coalterni, sed angulus reflexiõis qui est h e b, est æqualis angulo incidẽtiæ, quæ est a e h, p̃ 20. quinti huius. Erit ergo angulus e a n, æqualis angulo a n e, ergo per 6. primi in trigono e a n, duo latera e a & e n, sunt æqualia, sed linea e q est p̃pendicularis sup̃ superficiẽ trigoni a e n, quia & sup̃ sup̃ficiẽ circuli, cuius centrũ est h, est erecta, ut supra patuit, cũ itaq; linea a e, sit cõis duobus trigonis q e a & q e n, patet per 4. primi, quoniam illa trigona sunt æqualia, eritq; linea q n, æqualis lineæ q a, ergo p̃ 5. primi, quia trigoni q a n, duo latera q a & q n sunt æqualia, erit angulus q a n, æqualis angulo q n a, quia itaq; linea q i, æquedistat lineæ a n, patet p̃ 29. primi, quoniam angulus t q i extrinsecus, æqualis est angulo i n a intrinseco, & angulus i q a, æqualis est angulo q a n, quia sunt coalterni, erit ergo angul9 i q t, æqualis angulo i q a, forma itaq; puncti a, p̃ 20. quinti huius, reflectet̃ ad uisum existentẽ in pũcto t, à pũcto speculi quod est q, & eodẽ mõ demonstrandũ, quoniam forma pũcti a, reflectit̃ ad uisum existentẽ in puncto t, ab alijs duob9 punctis speculi similib9 pũcto a, quæ sunt pũcta l & m, sit ergo formæ pũcti a, ad uisum in punctũ t, fiet reflexio à trib9 pũctis speculi colũnaris cõcaui, quæ sunt q l m, & ex eadẽ parte colũnæ speculi nec est possibile ut fiat eiusmodi reflexio à plurib9 punctis speculi ex illa parte. Si enim det̃ quodcũq; punctũ superficiei speculi colũnaris cõcaui aliud ab illis trib9, à quo dicat̃ posse fieri reflexio formæ pũcti a, ad uisum in pũctũ t ducat̃ ab illo puncto dato linea lõgitudinis speculi sup̃ circulũ, cuius centrũ h, & ostẽdet̃ mõ p̃misso, quod à puncto periferiæ illius circuli, cui incidit illa linea lõgitudinis, potest forma puncti a, reflecti ad uisum existentẽ in pũcto b, & sic à 4. pũctis arcus interiacentis diametros circuli, in quib9 sunt centrũ uisus & pũctũ rei uisæ, fiet reflexio ad uisum. s. à trib9 punctis g d e, & à 4. dato quod est cõtra 40. octaui huius, & impossibile, nõ ergo fiet reflexio formæ pũcti a, ad uisum existẽtẽ in pũcto t, nisi à trib9 pũctis speculi colũnaris cõcaui, quæ sunt q l m ex una parte ipsius speculi. Si itaq; alia pars colũnaris speculi abscisa fuerit, patet quod non fiet reflexio à trib9 pũctis speculi, quod si totũ speculũ integrũ fuerit, possibile est fieri reflexionẽ à pũctis 4. Iam enim patuit p̃ 27. octaui huius, quod ex arcu circuli, cuius centrũ h, opp̃sito arcui g t d e c, potest forma puncti a reflecti ad uisum existẽtem in puncto b, ab uno tantũ pũcto. Sit ergo illud pũctũ 3, & ducat̃ semidiameter h 3, à pũcto 2, p̃ 31. primi, ducat̃ linea æquedistans, quæ sit a s, & ducat̃ linea reflexionis quæ sit b 3 cõcurrẽs cũ linea a s in pũcto s, cõcurret autẽ p̃ 2. primi huius, quoniam cõcurrit cũ linea h 3, æquedistãte ipsi a s, & à pũcto 3, erigat̃ sup̃ sup̃ficiẽ circuli, cuius centrũ h, linea 3 o p̃pẽdiculariter p̃ 12. undecimi, hæc ergo p̃ 6. undecimi, æquedistabit lineæ b c, ducat̃ itaq; linea t s, quæ sicut prius in alijs declarauimus, secabit lineã 3 o, quoniam sunt in eadẽ sup̃ficie, sit ergo punctus sectionis o, patebitq; secũdũ p̃missos prius modos, quoniam forma pũcti s, reflectit̃ ad uisum existentẽ in pũcto t, & à pũcto speculi quod est o, nec erit possibilis reflexio ab aliquo puncto sup̃ficiei speculi ex illa parte p̃ter quàm à pũcto o. Si enim det̃ quod ab aliquo alio pũcto hoc sit possibile, sequet̃ ut prius deduximus, quod similiter ab alio pũcto illius arcus circuli, cuius cẽtrũ h, quàm à pũcto 3, possit forma pũcti a, reflecti ad uisum existẽtẽ in pũcto b, quod est ĩpossibile, & cõtra 29. octaui huius. Si itaq; forma pũcti a, ab uno pũcto circuli, cuius cẽtrum h, reflectit̃ ad uisum existentẽ in pũcto b, reflectet̃ eadẽ forma pũcti a, ad eandẽ speculi colũnaris cõcaui ad uisum existẽtẽ in pũcto t, ab uno tantũ speculi pũcto, et si à duob9 punctis speculi fiat reflexio formæ pũcti a ad b, & à duob9 pũctis speculi reflectet̃ a ad t. Si uero una harũ reflexionũ à trib9 fiat pũctis, fiet etiã reliqua à trib9, & ab illa parte circuli uel speculi nõ est possibile fieri plures reflexiões, sicut autẽ ab uno tantũ pũcto arcus oppositi in circulo fit reflexio formæ pũcti a ad punctũ b, sic etiam ex illa parte speculi ab uno tantũ pũcto fit reflexio formæ pũcti a, ad uisum existẽtẽ in pũcto t, Itẽ linea t b æquedistat axi x h,

x h. Sūt ergo in eadē sſpficie p 1. primi huius, q̄ eſt ſupficies b h u, nec em̄ poteſt alia ſumi plana ſuperficies in qua ſint illæ lineæ t b & h x, per 1, undecimi. Itē nec poteſt ſumi aliqua plana ſuperficies in qua ſit punctus a, & axis x h, præter ſuperficiem a u h, per 18. undecimi, eſt erecta perpendiculariter ſuper ſuperficiem circuli cuius centrum eſt punctū h, cū per 92. primi huius, axis h u, ſit perpēdicularis ſuper ipſam, punctus ergo c, nō eſt in eadem ſuperficie cum puncto a, erecta ſuper ſuperficiem ducti circuli, ſed neq; illa puncta c & a, ſunt in eodem circulo, ſed neq; ſunt in axe ſpeculi, quoniā linea b c eſt æquediſtans axi ſpeculi qui eſt x h. Superficies ergo in qua forma puncti a, reflectitur ad uiſum exiſtentē in pūcto c, eſt oxigonia ſectio, uerū ꝓducta linea c a, ex utraq; parte ultra puncta c & a, ut fiat linea p r, cum quatuor ſint ſuperficies reflexionis, quia à quatuor punctis fit reflexio quæ ſunt q l m o, & in qualibet illarum quatuor ſuperficierum neceſſe eſt eſſe duo puncta quæ ſunt a & c, patet quod linea p r, eſt cōmunis illis quatuor ſuperficiebus per primam undecimi, quoniam lineæ p r, ſunt centrū uiſus quæ eſt punctum c, & punctum rei uiſæ quod eſt punctum a, quæ neceſſe eſt eſſe in oīm ſuperficie reflexiōis factæ ab his ſpeculis, ut patet per 3. huius, quælibet aūt illarum ſuperficierum ſecat ſpeculum ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum in puncto ſuæ reflexionis, & cuilibet illarum ſuperficierum reflexionis, & ſuperficiei in illo puncto ſpeculū contingentis cōmunis ſectio eſt linea recta, per 3. undecimi, & ſicut puncta reflexionis non ſunt eadem, ſicut lineæ cōmunes illarum ſectionū ſunt eædem, linea itaq; p r, eſt perpendicularis ſuper unam tantum illarū quatuor cōmuniū linearū non ſuper duas, quoniam ſi eſſet perpendicularis ſuper duas illarum linearum, eſſet perpendicularis ſuper duas ſuperficies ſpeculum ſecundum puncta illarum linearū contingentes, linea itaq; p r, neceſſario tranſiret axem, cum tamen oſtenſum ſit prius quod linea c a, quia eſt pars lineæ c p r, cadat citra axem ſpeculi quæ eſt x h, neceſſario ergo oportet duci quatuor diuerſas lineas perpendiculares ad illas quatuor lineas cōmunes à pūcto rei uiſæ quod eſt a, quæ erūt quatuor katheti incidentiæ perpendiculares ſuper oxigonias ſectiones cōmunes illis ſuperficiebus reflexionum & ſpeculi. Quælibet itaq; iſtarum perpendicularium aut erit æquediſtans lineæ reflexionis, aut concurret cum illa ſiue intra ſpeculum ſiue extra, ſi fuerit æquediſtans, erit locus imaginis ipſe pūctus reflexionis ut ſupra patuit in undecima huius, & cum quatuor ſint huius perpendiculares, erūt quatuor loca imaginū, & quatuor imagines, ideo quod quatuor ſunt loca reflexionum. Si uero omnes illæ quatuor perpendiculares concurrunt cum lineis ſuarum reflexionum, erunt item quatuor imagines, qa quatuor ſunt concurſus illarum linearum, ſic ergo loca imaginum numerantur ſecundū numerum punctorum reflexionis, & hoc eſt propoſitum.

XVI.

In ſpeculis columnaribus concauis dato centro uiſus in puncto rei uiſæ punctum reflexionis inuenire.

Sit ſpeculum columnare concauum, cuius axis ſit d h, ſitq; punctū rei uiſæ a, & centrum uiſus b, quæ ſiūt in locis datis, dico quod eſt poſſibile punctum reflexionis inueniri. Si enim pūctum rei uiſæ quod eſt a, & centrum uiſus quod eſt b, fuerint in una plana ſuperficie ſpeculum trans axem ſecante, tunc patet per 93. primi huius, quia communis ſectio ſuperficiei reflexiōis, & ſpeculi eſt linea longitudinis, poteſt itaq; inueniri punctū reflexionis ſicut in ſpeculis planis per 46. quinti huius, quod ſi puncta a & b, non fuerint in tali ſuperficie, imaginetur ſuperficies tranſiens per punctum a, ſecans ſpeculum æquediſtanter baſibus, erit ergo per 100. primi, communis ſectio ſuperficiei illius & ſuperficiei ſpeculi circulus, centrum itaq; uiſus quod eſt punctum b, aut eſt in ſuperficie illius circuli aut non, ſi ſic, poteſt reflexionis punctum inueniri in periferia illius circuli, ſicut ſupra in 27. octaui huius, docuimus in ſpeculis ſphæricis concauis. Si uero centrum uiſus b, non fuerit in ſuperficie illius circuli, tunc cū punctum rei uiſæ, & centrum uiſus ſemper ſit in ſuperficie reflexionis, per 3. huius, patet quod cōmunis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſpeculi in hoc ſitu eſt ſectio oxigonia; ducatur ergo à puncto b, centro uiſus perpendicularis ſuper ſuperficiem illius circuli per 11. undecimi, & replicetur tota ꝓbatio proximæ præcedentis, eſt palam, quia inuenitur pūctus reflexionis, quod eſt propoſitum.

XVII.

Centro uisus existente in puncto qui est communis sectio axis, & lineæ perpendicularis super superficiem contingentem speculum pyramidale concauum fiet reflexio formæ ipsius oculi ab una totali periferia circuli speculi æquedistantis basi, & solum per lineas perpendiculares, locusq; imaginis erit in centro uisus.

Esto speculum pyramidale concauum, cuius axis sit a h, & ducatur à puncto h, linea perpendicularis super superficiẽ contingentem speculum in puncto b, erit itaq; punctus h, communis sectio axis a h, & lineæ perpendiculares quæ est h b, dico quod si centrum uisus positum fuerit in puncto h, fiet reflexio formæ oculi uidentis à tota periferia unius circuli speculi æquedistantis basi cuius polus erit punctus h. Sit eñ punctus a, uertex speculi, & ducatur linea a b, ut ergo patet p 95. primi huius, erit linea a b, pars lineæ longitudinis speculi, eritq; trigonum h b a orthogonium, quoniam angulus a b h, erit rectus propter perpendicularitatem lineæ h b, super lineam a b, imaginentur ergo à pũcto h, plurimæ duci perpendiculares super lineas longitudinis speculi, sicut est linea h b, perpendicularis super lineam longitudinis quæ est a b, uel remanente fixo a h, latere trigoni a b h, & circumducto trigono quousq; ad locum unde exiuit redeat, describetq; punctum b, circulum in periferia concauitatis speculi, à cuius quolibet periferiæ pũcto fiet reflexio ad uisum existentem in puncto h, secundum lineas perpendiculares similes lineæ h b, hoc est secundum lineas quas motu suo determinabit linea h b, fiet autem reflexio solũ superficiei illius uisus per 21. quinti huius, & solum partis superficiei uisus, quam secant duæ lineæ perpendiculares à centro oculi existentes, & maiorẽ angulũ qui est impossibilis continentes. Erit autem in omnibus his reflexionibus semper locus imaginis in centro uisus, quoniam non fit reflexio nisi secundum perpendiculares, patet itaq; ꝓpositum, ita tamen quod inter centrũ uisus & speculi superficiem non sit aliquod corpus solidum quod obsistat.

XVIII.

Existentibus centro uisus pũctoq; rei uisæ in axe speculi pyramidalis concaui, possibile est reflectionem fieri à toto uno circulo superficiei reflexionis speculi, locusq; imaginis erit quidam circulus extra speculum.

Esto speculum pyramidale concauum, cuius axis sit linea a h, & uertex a, sitq; centrum uisus in puncto h, & sit punctus rei uisæ in puncto axis qui sit t, imagineturq; superficies plana secans pyramidem speculi secundum axis longitudinem, quæ sit a b h g, & qm̃ linea a h est axis speculi, erunt lineæ a b & a g, lineæ longitudinis speculi per 90. primi huius, ducatur itaq; à puncto rei uisæ quod est t, linea perpendicularis super lineam a b quæ sit t q, & producatur ultra punctum q, extra speculum ad punctum l, donec linea q l sit æqualis lineæ t q, & à puncto h, ducatur linea ad punctum l, quæ sit h l, hæc itaq; necessario secabit lineam a b, quoniã est cũ illa in eadem superficie, sit ergo ut secet ipsam in puncto b, & à puncto b, ducatur linea æquedistans lineæ t q, per 31. primi, quæ producta ad axem speculi sit linea b d secans axem a h in pũcto d, & copuletur linea t b, palam itaq; cum linea t q sit æqualis lineæ q l, erit per 4. primi, triangulus t b q æqualis triangulo q b l, & angulus q l b æqualis angulo q b t, sed angulus q t b æqualis est angulo t b d, p 29. primi, q̃a sunt coalterni, & angulus d b h extrinsecus est æqualis angulo q l b intrinseco. Est ergo angulus t b d æqualis angulo d b h, ergo per 20. quinti huius, forma pũcti t, reflectitur à pũcto speculi quod est b, ad centrũ uisus existens in puncto h, & quoniam linea t q est perpendicularis super superficiem speculi, patet per diffinitionem, quoniam ipsa est kathetus incidentiæ formæ pũcti t, concurret autem kathetus t q, cũ linea reflexionis q̃ est h b, in pũcto l, est ergo pũctus l, locus imaginis formæ pũcti t, per 37. quinti

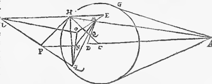
huius,

huius, si itaꝗ fixo latere t h, imaginetur trigonus t l h, moueri quousꝗ redeat ad locum unde incepit, tunc punctus b, motu suo describet circulum in superficie concaua speculi, & à quolibet puncto periferiæ illius circuli reflectetur forma puncti t, ad uisum existentem in puncto h. Similiter quoꝗ l, motu suo describet circulum extra speculum, in cuius totali periferia erit locus imaginis formæ puncti t, quoniam in tota illius circuli periferia katheti incidentiæ formæ puncti t, & lineæ reflexionum formæ puncti t ad uisum h, concurrent, patet itaꝗ propositum.

XIX.

In pyramidalibus cõcauis speculis communi sectione superficiei reflexionis & speculi oxigonia existente, & centro uisus punctoꝗ rei uisæ existentibus in eadem superficie basis speculi aut ei æquedistantis, neꝗ sit ipsorũ aliquod in axe speculi formarum punctorum rei uisæ, quarundam fit ab uno tantum pũcto speculi reflexio, quarundam à duobus, quarundam à tribus, quarundam à quatuor, non autem à pluribus, & secundum hæc loca imaginum numerantur.

Esto speculum pyramidale concauum a g u, cuius axis sit a d & uertex a, sitꝗ punctus e centrum uisus, & sit z punctus rei uisæ oblique incidens speculo, ita quod non sit in aliqua linearum perpendicularium super superficiem uisus, neꝗ sit in axe speculi q̃d' esta d, neꝗ fiat reflexio ab aliqua linearum longitudinis speculi, fiat tamen reflexio formæ puncti z ad uisum e, ab aliquo puncto superficiei propositi speculi. Erit ergo necessario communis sectio superficiei reflexionis & speculi sectio oxigonia per secundam huius, & sint puncta e & z, in eadem superficie circuli basis speculi aut æquedistantis ei, dico quod est possibile ut ab uno tantum puncto speculi uel duobus, uel tribus, uel quatuor, & non pluribus fiat reflexio ad uisum, & quandoꝗ unica apparebit imago, quandoꝗ duæ, quandoꝗ tres, quãdoꝗ quatuor, nec est possibile uideri plures imagines, quoniam totidem tantum sunt pũcta reflexionis possibilia, imaginetur itaꝗ superficies plana transiens per punctum z, æquedistans basi speculi, hoc itaꝗ superficies per 100. primi huius, secabit speculũ secundũ circulũ, centrũ itaꝗ uisus quod est pũctũ e, ut patet ex hypothesi erit in superficie illius circuli, cuius centrum sit c, & ducatur linea e z, quæ producta secet illum circulũ, palam ergo per ea q̃ demonstrata sunt in speculis sphæricis cõcauis per 40. octaui huius, quoniam in tali dispositione forma puncti z, reflectitur ad uisum existentem in puncto e, à periferia illius circuli ex una parte scilicet ab arcu interiacente semidiametros, in quibus puncta z & e consistunt, aut ab uno puncto speculi, aut à duobus, aut à tribus, et ex alia parte ab arcu scilicet interiacente illas semidiametros reliquas, in quibus puncta z & e, nõ consistũt, ab uno tantum puncto. Sumatur itaꝗ aliquis punctus circuli à quo fiet hæc reflexio, quod sit h, & ducantur lineæ z h & e h, & semidiameter c h, patet itaꝗ per 17. tertij, quoniam linea c h est perpendicularis super lineam circulũ in pũcto h contingentem, & per 20. quinti huius, palam est, quoniam linea c h diuidit angulũ z h e per æqualia, ergo per 29. primi huius, linea c h secabit lineã e z, sit ergo punctus sectionis q, ducaturꝗ per 101. primi huius, linea lõgitudinis speculi quæ sit a h, & à puncto q, ducatur linea cadens perpendiculariter sup lineam a h, per 12. primi, quæ sit q m secans lineam a h in puncto m, & producta ultra pũctũ q, secet axẽ speculi qui est a d in pũcto d, & ducant̃ lineæ z m & e m, & à



& à puncto z, quod est punctũ rei uisæ ducatur in superficie illius circuli linea æq̃distans
lineæ q h, q̃ sit z l, quia itaq; linea e h concurrit cũ linea q h in pũcto h, patet per 2. primi
huius, quõ linea e h, pducta ultra punctũ h, cõcurret cũ linea z l, sit cõcursus pũctus l, & à
puncto h, ducat̃ linea ppendicularis super lineã l z, q̃ sit h p, deinde in superficie e m z,
ducat̃ à pũcto z, linea æquedistans lineæ q m, q̃ sit linea z o, quia itaq; linea e m cõcurrit
cũ linea m q, patet p 2. primi huius, quod ipsa cõcurret cũ linea z o ipsius æquedistante,
Sit ergo cõcursus in pũcto o, & ducatur linea l o, & à pũcto p, ducat̃ linea æquedistans li
neæ l o, quæ sit linea p n secans lineã z o in pũcto n, & ducatur linea m n, palã itaq; ex p̃-
missis, & p 20. quinti huius, qđ angulus e h q est æqualis angulo q h z, sed quia lineæ c h
& l z æquedistant, patet p 29. quod anguli q h z & h z l sunt æquales, quia coalterni, sed
& angulus q h e extrinsecus est æqualis angulo h l z intrinseco, anguli ergo h l z & h z l
sunt æquales, ergo p 6. primi, latera h l & h z sunt æqualia, sed linea h p est perpendicu-
laris super lineã l z, basem ysochelis h l z, erũt ergo per 31. primi huius, trigona h l p & h
p z similia, ergo per 4. sexti, cũ linea h p, sit ambobus illis trigonis cõmunis, erit linea l p
æq̃lis lineæ p z, sed in trigono l o z, linea p n est æquedistãs lineæ l o, ergo per 2. sexti, erit
pportio lineæ z n ad lineã o n, sicut lineæ z p ad lineã p l. Est ergo linea z n æq̃lis lineæ n
o, itẽ cũ sicut patet ex p̃missis linea o z sit æq̃distãs q m, & linea h q sit æq̃distãs l z, ergo p
15. undecimi, erit supficies z l o æquedistãs superficiei q m h, & superficies e o l, secat illas
duas superficies, superficiẽ quidẽ q h m secũdũ lineã h m, & superficiẽ l o z secundũ lineã
l o, ergo p 16. undecimi, cõmunes sectiones superficiei e o l, cũ illis duabus superficiebus
æquedistantibus sunt æquedistantes, linea ergo h m æquedistabit lineæ l o, sed linea p n
æquedistat lineæ l o, ergo per 30. primi, lineæ h m & p n æquedistãt, quia itaq; linea h p,
cadit inť lineas h c & l z æquedistãtes, patet per 29. primi, quia anguli h p l & p h c sunt
æq̃les, quia coalterni, sed angulus h p l est rectus, ergo angulus p h c est rectus, ergo per
15. tertij, lineæ p h cõtingit circulũ, igiť superficies a h p est cõtingens pyramidem spe-
culi, ergo per 95. primi huius, cõtingit lineã illã secundũ lineã longitudinis q̃ est a h, &
in hac superficie erũt ambæ lineæ p n & n m, linea quidẽ m h, qm̃ est pars lineæ longitu-
dinis quæ est a h, linea uero p n, per 2. primi huius, Omnes em̃ lineæ æquedistantes ne-
cessario sunt in eadem superficie, & linea p n & h m æquedistãt, linea uero n m est in ea
dem superficie per primã undecimi, qm̃ pũcta n & m sunt in illa superficie, est aũt linea
d m ppendicularis sup supficiẽ a h p, speculũ cõtingentẽ, ergo linea d m
est perpendicularis sup lineã n m, p diffinitionẽ lineæ perpẽdicularis su
per superficiẽ, sed lineæ d m & o z æquedistãt, ut prius patuit, ergo p 29.
primi, linea n m q̃ est ppendicularis sup lineã d m, erit perpẽdicularis su
p eius æq̃distantẽ q̃ est z o, sed linea o n est æq̃lis z n, ergo p 4. primi, erit
linea m o æq̃lis m z, ergo p 7. quinti, erit pportio lineæ e m ad lineã m o
sicut eiusdẽ ad lineã m z. Est aũt pportio lineæ e m ad lineã m o, sicut li
neæ e q ad lineã q z, per 2. sexti, cũ lineæ m q & o z sunt æquedistãtes, in
trigono o z e, uel sic, est aũt pportio lineæ e m ad lineã m o, sicut lineæ e
h ad lineã h l, sed lineæ l h & h z sunt æquales p p̃missa, ergo per 7. quin-
ti, est pportio lineæ e h ad lineã h z, sicut ad lineã h l, est aũt p 3. sexti, cũ
linea h q, diuidat angulũ e h z p æqualia, pportio lineæ e h ad h z, sicut
e q ad q z. Est ergo p 11. quinti, pportio lineæ e m ad lineã m z, sicut li-
neæ e q ad lineã q z, ergo m q diuidit angulũ e m z per æqualia, p 3. se-
xti, est ergo angulus e m q æqualis angulo q m z, ergo per 20. quinti hu
ius, forma pũcti z reflectiť ad uisum existentẽ in pũcto e, à puncto specu
li quod est m, sicut itaq; forma pũcti z reflectitur ad uisum existentẽ in
puncto e, à solo puncto circuli quod est h, ita similiter reflecteť eadẽ for-
ma puncti z ad uisum e, à solo puncto speculi quod est m b, si fiat in hoc
situ reflexio à duobus punctis circuli, erit etiã reflexio à duobus punctis
speculi, & per eandẽ demonstrandũ, & si à tribus punctis circuli fiat re-
flexio, fiet etiã à tribus punctis speculi, & si fiat à quatuor punctis huius,
fiet etiam à quatuor punctis alterius & ab alia parte circuli, ita fiet etiã
reflexio

reflexio ab uno puncto speculi ex eadem parte, patet ergo propositum.

XX.

In speculis pyramidalibus concauis, cõmuni sectione supficiei reflexiõis & speculi oxigonia existente, & centro uisus punctoq́ rei uisæ existentibus intra speculũ, non in axe, nec in eadẽ supficie basis speculi, aut ei æquedistante, formarũ punctorũ rei uisæ quarundã reflexio fit ab uno tantũ pũcto speculi, quarundã à duobus, quarundã à tribus, quarundã à quatuor, non aũt à pluribus, & secundum hæc loca imaginum numerantur.

Sit ut in propositione præcedenti speculi pyramidalis concaui, quod sit a g u, uertex a, & axis a d, sitq́ punctus rei uisæ z, & centrum uisus e, ductaq́ per punctum z, superficie secante speculũ æquedistanter basi speculi, non sit pũctum e, in illa superficie, sed sub illa, uel super illam. Sit autem nunc exempli causa super illam, quia si ponatur esse sub illa, eadem erit demonstratio, dico itaq́ quod uerum est id quod proponitur, quia enim ut patet per 100. primi huius, communis sectio illius superficiei & speculi est circulus, ducatur à uertice speculi quod est a, linea per centrum uisus e, secans superficiem præmissi circuli extra ipsius centrum in puncto h, quæ sit a c h, hoc est impossibile, ideo quia centrũ uisus quod est punctum e, ut patet ex hypothesi est intra speculum, non in axe, sitq́ centrum illius circuli punctum q, palam itaq́ per 20. octaui huius, quia forma puncti z, potest reflecti ad uisum existentem in puncto h, ab aliquo puncto circuli, sit illud punctum c, & ducantur lineæ h c & z c & h z, & semidiameter q c, qui cum sit perpendicularis super lineam contingentem circulum in puncto c, per 17. tertij, ergo per 26. quinti huius, palam quod linea q c, diuidit angulum h c z per æqualia, ergo per 29. primi huius, patet quod linea q c secabit lineam h z, sit punctus sectionis n, & ducatur linea z e, à pũcto rei uisæ ad centrum uisus in punctum e, et linea longitudinis speculi quæ sit a c, palam itaq́ ex præmissis cum punctus z, sit ex illa parte diametri q c, & ex illa parte eiusdem sit punctum e, quod est centrum uisus, quoniam punctũ h, quod est in linea a e, est in eadem parte semidiametri q c, in qua est & pũctum e, patet ergo quod linea e z, secabit superficiem a q c, sit ut secet ipsam in puncto o, & ab illo puncto o, primo ducatur perpendicularis super lineam a c, scilicet lineam lõgitudinis speculi, quæ perpendicularis sit o p, hæc itaq́ ꝓducta ultra punctum o, necessario cadet super axem speculi qui est a d, ut patet ꝑ 96. primi huius, sit ut cadat in punctum d, & ducantur lineæ e p & z p, dico quod forma puncti z, reflectitur ad uisum existentem in puncto e, à puncto speculi quod est p, ducatur enim à puncto z, linea æquedistans semidiametro q c, ꝑ 31. primi, quæ sit z f, & quoniam linea h c concurrit cũ linea q c in puncto q, palam per secundam primi huius, quoniam ipsa concurret cum eius æquedistante scilicet cum linea z f, sit punctus concursus f, Item à puncto z ducatur linea æquedistans lineæ o p, quæ sit z k, & quoniam linea c p concurrit cum linea o p, patet quod ipsa producta ultra punctum p, cõcurret cũ illa z h, sit punctus cõcursus k, & ducatur lineæ k f & k h, & quia ut patet ex præmissis angulus o p c est rectus, angulus uero p c q est minor recto, per 89. primi huius, quoniam ipse est angulus quem continet linea longitudinis cum semidiametro basis, patet ergo per 14. primi huius, quoniam lineæ o p & q c, concurrunt in aliquo puncto producto ultra puncta d & q, cum itaq́ linea z f sit æquedistans lineæ q c, & linea z k æquedistans lineæ o p, & lineæ z f & z k concurrant in puncto z, lineæ quoq́ d p & q c, similiter concurrunt in aliq̃ puncto ut præostensum est, patet quod superficies f k z, & superficies o p q c, quæ est superficies a q c sunt æquedistantes, per 15. undecimi quod autem superficies o p q c, sit pars superficiei a q c, patet ex his, quoniam cũ linea p o, ꝓducta cadat in punctum axis quod est d, patet per primam undecimi, quod linea p o est in superficie a q c, sed & linea q c est in illa superficie, tota ergo superficies o p, q c est pars superficiei a q c, & quia superficies z k f & a c q, sup̱ duas lineas c p & k f, patet quod illæ duæ lineæ c p & k f sunt æquedistantes per 16. undecimi, ducatur itaq́ à pũcto c, linea perpendicularis super lineã z f, per 12. primi, quæ sit linea c s, erit ergo angulus c s f rectus, ergo ꝑ 29. primi, angulus s c q est

rectus, quoniam linea z f & c q æquedistant, ergo per 15. tertij, linea c s cõtingit in puncto c circulum, cuius centrum est punctum q, superficies itaq; a c s est contingens pyramidem speculi, continget ergo illam per 95. primi huius, secundum lineam lõgitudinis quæ est a c, sed linea o p est perpendicularis super lineam a c, est ergo linea o p, erecta super superficiem a c s cõtingentem pyramidem, quoniam linea o p est in superficie a q c, transeuntẽ per axem a d, & per lineam longitudinis a c, talis autem superficies ut patet p 97. primi huius, erecta est super superficiẽ contingentem speculum in linea longitudinis quæ est a c, quia ergo superficies a c s, secat duas superficies o p q c & z k f, quæ sunt æquedistantes, patet per 16. undecimi, quoniam duæ lineæ quæ sunt illarum superficierum communes sectiones sunt æquedistantes, quarum linearum una est linea p c, & altera sit linea s l, secans lineam z k in puncto l, patet quoq;, quia punctus l, cadit inter puncta k & z, lineæ itaq; p c & s l æquedistant, sed lineæ p c & f k æquedistant ad inuicem, quoniam sunt in superficiebus æquedistantibus, ergo per 30. primi, lineæ s l & f k sunt æquedistantes, & quoniam lineæ q c & z f æquedistant, patet per 29. primi, quod angulus n c z est æqualis angulo c z f, quia sunt coalterni, & angulus h c n extrinsecus est æqualis angulo c f z intrinseco, sed anguli h c n & n c z sunt æquales, ergo anguli c f z & c z f sunt æquales, ergo per 6. primi, lineæ c f & c z sunt æquales, & linea c s est perpendicularis super basem ysochelis c f z, trigona itaq; partialia quæ sunt c s f & c s z, sunt similia per 31. primi huius, ergo per 4. sexti, cum linea c s, ambobus illis trigonis sit communis, erit linea s f æqualis lineæ s z, sed cum linea s z æquedistet lineæ f k, in trigono f k z, erit per secundam sexti, proportio lineæ f s ad lineam s z, sicut lineæ k l ad lineam l z, erit ergo linea k l æqualis lineæ l z, ducaturq; linea p l, cum ergo superficies a c s l, in qua ducta est linea p l, sit erecta super superficiem z k f, in qua cadit linea z k, erit per diffinitionem superficiei super superficiem erectæ linea p l erecta super lineã z k, ergo per 4. primi, cum linea k l sit æqualis lineæ l z, lineaq; p l sit communis, & anguli ad punctũ l sint æquales, quia recti, erit angulus p k z æqualis angulo p z k, sed per 29. primi, angulus e p o extrinsecus æqualis est angulo p k z intrinseco, quoniam lineæ o p & z k æquedistant, & angulus o p z est æqualis angulo p z k, quia sunt coalterni, anguli ergo e p d & d p z sunt æquales, cum angulus p k z & p z k sunt æquales, ergo per 20. quinti huius, forma puncti z, reflectitur ad uisum existentem in puncto e, â puncto superficiei speculi quod est p, quod est unum propositorum. Si autem sumatur aliud punctum in circulo, cuius centrum est punctum q, â quo forma puncti z, reflectatur ad uisum existentem in puncto h, præmisso modo potest declarari quod ab alio puncto speculi reflectetur forma puncti z, ad uisum existentem in pũcto e, ab alio puncto quâm â puncto p. Similiter quoq; si forma pũcti z, reflectitur ad uisum existentem in puncto h, â tribus punctis circuli, reflectetur forma puncti z ad uisum e, â tribus punctis speculi, & si â quatuor punctis reflexio fiat in circulo, & â quatuor punctis reflexio erit in speculo, & secundum

hæc lo-

hæc loca imaginum numerantur, patet ergo propositum. Quod si dicatur quod à pluri
bus punctis speculi quàm à quatuor possit fieri reflexio formæ pũcti z, ad uisum existen
tem in puncto e, ducta ab illo puncto linea longitudinis super periferiam circuli, cuius
centrum est punctũ q, poterit per conuersionẽ præmissæ demonstrationis ostendi, quod
forma puncti z, reflectetur ad uisum existentẽ in pũcto h, à pluribus pũctis circuli quàm
à quatuor, quod est impossibile, & cõtra 49. octaui huius, semper enim ut patuit ex præ
missis à quotcunque punctis circuli reflectitur forma puncti z ad punctum h, à totidem
punctis speculi reflectetur eadem forma puncti z ad punctum e, & econuerso, & dicenti
contrariũ accidit impossibile modo prædicto, patet itaque quod pũctorum rei uisæ in his
speculis quædam habent unicam imaginem, quædam duas, quædam tres, quædam qua
tuor, & quod non est possibile causari plures imagines in speculis columnaribus uel py
ramidalibus concauis, sicut neque in sphæricis concauis, quod est notandum.

XXI.

Dato centro uisus & puncto rei uisæ in speculis pyramidalibus concauis, punctum reflexionis inuenire.

Sit speculum pyramidale concauum, cuius axis sit linea a d, sitque pũctus rei uisæ 3,
& centrum uisus sit punctum e, quæ sint in locis datis, dico quod est possibile punctum
reflexionis inueniri. Si enim punctum rei uisæ quod est 3, & centrum uisus quod est e, fu
erint in una plana superficie speculum trans axem secante, tunc patet per 90. primi hu-
ius, quia communis sectio superficiei reflexionis & speculi est linea longitudinis pyra-
midis speculi, potest itaque punctum reflexionis inueniri sicuti in speculis planis per 46.
quinti huius, quod si puncta 3 & b, non fuerint in illa totali superficie, imaginetur super
ficies transiens per pũctum z, secans speculum æquedistanter suæ basi, erit ergo per 100.
primi huius, communis sectio illius superficiei & speculi circulus, centrum itaque uisus quod
est punctum e, aut erit in illa superficie circuli aut non, quomodocunque autem sit, quia
ut patet per 12. septimi huius, impossibile est communem sectionem superficiei reflexio
nis & huius speculi circulum esse, sed erit semper tunc illa communis sectio oxigonia, re-
plicata ergo demõstratione 19. huius, uel proximæ præmissæ, patebit faciliter inuentio
puncti reflexionis, forma enim puncti 3, reflectetur ad uisum existentem in pũcto h, ab
aliquo puncto circũferentiæ circuli, cuius centrum est q, uel forte à duobus, uel à tribus,
uel à quatuor, & quotcunque fuerint, semper modo præmisso inuenietur punctũ reflexio-
nis illi puncto circuli correspondens, inuento puncto reflexionis illorum punctorum in
periferia circuli per ea quæ declarauimus in diuersis propositionibus octaui huius, patet
ergo propositum.

XXII.

Ambobus uisibus à speculis columnaribus uel pyramidalibus concauis quasi unica occurrit imago.

In his enim speculis puncta reflexionis eiusdẽ puncti formæ rei uisæ ad diuersos ui
sus eiusdẽ uidentis non habent multã diuersitatẽ distantiæ, propter uisuum approximatio
nem ad se inuicem, ut si puncti unius formæ imago sit aliqualiter ambobus uisibus oc-
currens duplicata, sunt tamen illæ imagines cõtiguæ & admixtæ, unde uidebuntur qua
si unica imago, diuersitas enim locorum illarum imaginum propter sui imperceptibili-
tatem nõ inducit aliquã distantiã in uisu, nec aliquem efficit errorem, uidet ergo imago
quasi una, & similiter per modũ quo in 59. octaui huius ostendimus, possibile est quod
diuersorum uidentium uisibus distantibus & diuersis, unica quandoque in his speculis, si-
cut & in alijs, occurrat imago, cui propter identitatem illius situs hic non duximus im-
morandum, patet ergo propositum.

XXIII.

Lineæ rectæ æquedistãtis axi speculi colũnaris cõcaui cẽtro uisus existẽte in eadẽ supficie uel in alia, reflexio fit à linea lõgitudinis speculi ad uisum.

Esto axis speculi columnaris concaui linea quæ z h, sitque linea uisa axi, speculi æque
distans t p h, sitque centrum uisus pũctum e, dico quod forma lineæ e q h, reflectitur ad ui-
sum e, à linea longitudinis speculi a b g, quæ est cõmunis sectio superficiei t h z k, & su-

perficiei speculi, & hoc quidem si centrũ uisus quod est e, non fuerit in sũpficie t h z k, demonstrari potest omnimode sicut in 30. septimi huius. Si uero centrum uisus fuerit in eadem superficie, demonstrabitur idem ꝓpositum, sicut in 50. septimi huius, reflectetur´q; forma puncti t, à puncto speculi g, & forma puncti q, à puncto speculi b, & forma puncti h à pũcto speculi a, erit itaq; angulus t g n æqualis angulo n g e, & angulus q b m æqualis angulo m b e, & angulus h a r æqualis angulo r a e, patet etiam per 30. septimi huius, quod lineæ e k, h a, q b, t g, concurrunt in pũcto o, patet etiam idem quod linea a b g, est linea recta extensa in longitudine speculi, & quod lineæ g z, b l & a d, sunt perpendiculares super superficiem contingentem speculum, quæ contingit ipsum secundum lineam a b g, & quod linea a b g, est perpendicularis super superficiem in qua est triangulus e b o, & quod linea t q est æqualis lineæ q h, & linea a b æqualis lineæ b g, palam itaq;, cum in his & in illis speculis hinc inde eadem sit demonstratio, quoniam formæ lineæ t q h, reflectitur ab his speculis à linea longitudinis ipsorum patet ergo propositum, quoniã siue linea longitudinis q̃ est a b g, sit in conuexo uel in cõcauo ipsius speculi, quantũ ad hoc nulla est diuersitas in ꝓposito.

XXIIII.

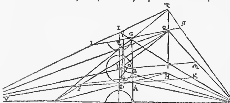
Imago lineæ æquedistantis axi speculi columnaris cõcaui centro uisus existente in eadem superficie, uidebitur recta æqualis & conformis rei uisæ.

Sit dispositio q̃ in præcedenti, reflectatur´q; forma lineæ t q h, à sũpficie speculi secundum lineam longitudinis quæ est a g, & sit centrũ uisus e, in ipsa superficie t h z k, dico quod imago lineæ t q h, uidebitur recta æqualis ipsi lineæ t q h, quælibet enĩ perpendicularis ducta ab aliquo pũcto lineæ t q h, erit semper in eadem superficie cũ centro uisus & axe, & ꝓbabuntur loca imaginũ punctorũ lineæ t q h, situari secundũ lineã rectã sicut in speculis planis p 52. quinti huius, ostensum est de lineis rectis uisis, ut si aliqua linea recta rei uisæ imaginetur in his speculis collocari in loco imaginis, & uisus situet̃ ꝓportionalit̃ ad illũ, sicut nũc situatus est ad lineã t h, erit locus imaginis illius lineæ, linea t h, & apparebit recta & æq̃lis rei uisæ. Similiter quoq; illud qđ est in linea rei uisæ superius, erit in imagine superius, et quod in re uisa est inferius, erit in imagine inferius. Erit itaq; imago cõformis rei uisæ, latitudo uero taliũ uisorũ erit maior q̃ latitudo suarũ imaginũ, qm̃ imagines secundũ latitudinẽ constringunt̃ ꝓpter pũcta reflexionũ q̃ angustantur, et pũcta latitudinis diuersant̃, qm̃ sinistrũ rei fit dextrũ imaginis, & dextrũ rei fit imaginis sinistrũ, patet ergo ꝓpositum.

XXV.

Lineæ rectæ æquedistantis axi speculi colũnaris cõcaui centro uisus non existente in eadem superficie imago quãdoq; uidebitur recta maior re uisa, quandoq; cõcaua, quandoq; cõuexa, quandoq; unica, quandoq; plures.

Remaneat dispositio præcedentis, nisi quod centrum uisus quod est e, non sit in sũpficie t h z k, dico quod erit ut proponitur. Repetita enim demonstratione 5. septimi huius, patebit quod in speculis columnaribus conuexis locus imaginis formæ puncti h,



lineæ t q h est in puncto s, & locus imaginis formæ q est in puncto c, & locus imaginis formæ puncti e est in puncto i. Sic ergo in linea s c i, sunt imagines formarum omnium punctorum lineæ h q c, & patet quod punctus c, est propin-

quior

quior centro uisus quod est e, quàm linea recta s i, & quod linea s i, est in superficie trigoni u h t, & quod duæ lineæ u h & u t sunt æquales, & quod duæ lineæ u s & u i sunt æquales, relinquitur ergo ut duæ lineæ t i & h s sint æquales, est ergo ꝓportio lineæ t i ad lineam i u, sicut lineæ h s ad lineam s u, ergo per 2. sexti, linea s i, æquedistat lineæ t h, patet etiã ex eadem 5. septimi, quia duæ lineæ 3, e i sunt æquales, ducatur ergo linea e u, quæ secet lineam s i in puncto f, diuidat ergo ipsam per æqualia, nam linea t h, diuisa est in duo æqualia in pũcto q, & erit linea t u, in superficie trigoni q u e, quæ est superficies circuli b f, æquedistans basibus speculi, punctus itaq; c, erit in superficie trigoni r u e, & similiter punctũ t, in superficie trigoni t c i, est ergo punctũ c, in linea quæ est communis sectio illarũ duarũ superficierum. s. trigonorũ q u e & t e i, sed hæc cõmunis sectio est linea e b, per 19. primi huius, punctus ergo c, cadit in rectitudinẽ lineæ e b, linea ergo q t, secat lineã e b, in rectitudinẽ ipsius, & duæ lineæ h u & t u, sub duobus punctis d & 3, nã duæ lineæ h u & t u sunt duo katheti incidẽtiæ. s. duæ lineæ ꝑpendiculares existẽtes à duobus terminis lineæ t h, super duas lineas cõtingentes duas portiones duarũ sectionũ columnarum speculi, in quarũ circũferentia sunt duo puncta a & g, à quibus fit reflexio punctorũ t & h, ad uisum in punctũ e, sup̃ficies ergo trianguli u h t, est sub axe speculi, quæ est 3 k, sed nullum punctũ ipsius axis, etsi ꝓtrahatur in infinitũ, erit unq; in sup̃ficie trianguli u h t, nam si hoc esset possibile, tunc si axis k 3 continuaretur cũ aliquo puncto lineæ h t secundũ lineam rectam, tunc illa superficies in qua esset illa linea recta, & linea u h t, esset superficies trianguli u h t, & illa superficies esset illa in qua sunt duæ lineæ æquedistantes, quæ sunt h t, & axis 3 k, & sic superficies in qua sunt duæ lineæ h t & k 3, esset superficies trianguli h u t, & sic totus axis 3 k, erit in superficie trianguli h u t, sed ex hypothesi axis est æquedistans lineæ h t, & secundũ istum modũ accideret quod axis k 3, secaret duas lineas h u & t u, sed & linea t h, secundũ eius punctũ h, est in superficie trianguli u e h, quæ est superficies reflexionis, & sectio cõmunis huic superficiei & sup̃ficiei columnaris speculi & sectio oxigonia, superficies ergo e u h, secat axem columnarẽ speculi in uno puncto. s. in puncto d, ut totũ præostensum est in cõmento 5. septimi. Si ergo axis k 3, secat lineam h u, punctus sectionis cũ linea h u, erit in superficie trianguli u e h, sed in hac superficie non est punctũ per quod axis transeat nisi punctũ d, secabit ergo axis k 3, lineam h u in puncto d, sed per 111. primi huius, uel per 44. septimi huius, ostensum est quod linea h u, secat axem sub puncto d, in duobus punctis, secabit linea h u axem k 3, quod est impossibile, axis ergo k 3, totus est extra superficiem h u t, & propinquior uisui existente in puncto e, q̃ sup̃ficies h u t, superficies ergo in qua sunt lineæ h t, & axis k 3, ꝓpinquior est centro uisus puncto e, q̃ superficies u h t, & punctũ f t est in superficie in qua sunt linea q l, per 7. undecimi, & in eadem sup̃ficie cũ lineis æq̃distantibus quas copulat, quæ sunt h t & 3 k, punctũ ergo t, est ꝓpinquius puncto e centro uisus q̃ sit linea s 3. Sed punctũ t cum sit cõmunis sectio linearũ e b & q l, ut in 51. septimi huius, præostẽdimus, palam quod est in rectitudine lineæ e b. Si ergo linea e b, ducatur ultra punctum b, ipsa perueniet ad punctũ t, supponatur itaq; peruenisse ad punctũ c, his itaq; sic præmissis patet quod si linea s i, q̃ est ostensa per 51. septimi huius, in speculis columnaribus conuexis esse imago lineæ t h, & esse æquedistãs lineæ t h, & axi 3 k, & si in aliq̃ corpore uisibili uisus fuerit in punctõ o, ex parte concauitatis speculi columnaris, tunc forma lineæ, si reflectetur ad uisum in puncto o, à linea longitudinis speculi, quæ est a b g, & diuersabuntur imagines eius secundum diuersitatem distantiæ suæ ab axe speculi, quæ est 3 k, quia cũ angulus e l m est acutus, ergo per 15. primi, angulus l b c est acutus, & linea e b c, est in superficie circuli b f, & linea l b est semidiameter illius circuli per 21. septimi huius, linea ergo e b c secat circulũ, & eius pars quæ est b t, est intra circulum & intra concauitatẽ speculi, & similiter est de linea o b, q̃m ipsa cadit intra concauitatẽ speculi, ideo q̃d angulus o b l est acutus, & duo anguli o b l & t b l sunt æquales, q̃m ipsi per 25. primi, sunt æquales duobus angulis q b m & m b e æqualibus, & semidiameter l b est perpendicularis super superficiẽ contingentem columnam speculi secundũ lineam longitudinis speculi transeuntem per punctum b, forma itaq; puncti t, incidit speculo per lineã

c b, & à puncto speculi b, reflectitur per lineam b o, & cõprehenditur à uisu existente in puncto o. Item patet per 5. septimi huius, & ibi declaratum est, quod superficies contingens speculum columnare in puncto g est sub puncto e centro uisus, linea ergo e g, secat illam superficiem contingentẽ, secat ergo in puncto g, qui est punctus reflexionis, lineam in eodem puncto g, contingentẽ periferiam sectionis columnaris, quæ est cõmunis sectio superficiei reflexionis formæ puncti t, lineæ t h, & speculi columnaris cõuexi, & quia secat illam lineam contingentẽ in puncto ipsius speculi, quod est g, secat ergo sectionẽ oxigoniam, & cadit intra ipsam, cadit ergo intra concauitatẽ speculi, & est linea g l, duæ ergo lineæ o g & g i, cadunt intra concauitatẽ speculi, & linea 3 g, est perpendicularis sup superficiẽ contingentẽ columnam speculi per 96. primi huius, quũ ducitur ab axe perpendiculariter super lineam longitudinis speculi transeuntẽ per punctũ m g, & duo anguli o g 3 & 3 g i sunt æquales per 15. primi, ut prius, forma ergo puncti i, incidit superficiei concauæ ipsius speculi secundum lineam i g, & à puncto speculi g, reflectitur ad uisum existentem in puncto o, secundum lineam reflexionis, quæ e g o, & eodem modo patet, quod forma puncti o incidit speculo secundum lineam s a, & reflectitur à puncto speculi ad uisum existentem in puncto d, secundum lineam reflexionis, quæ est a o, & etiam patuit in commento 51. septimi huius, quoniam duæ lineæ h u & t u sunt perpendiculares super duas lineas contingentes sectiones oxigonias transeuntes per duo puncta h & g, imago ergo formæ puncti s, est in linea l u, per 26. quinti huius, sed linea a o est linea reflexionis formæ puncti s, quũ à puncto reflexionis qđ est a, producitur ad uisum existentẽ in puncto o, imago itaq; forma puncti s, est in linea s o, per 37. quinti huius, punctũ ergo h, quod est cõmunis sectio linearum l d & o a, est locus imaginis formæ puncti s, similiter quoq; patet quod punctum t est locus imaginis formæ puncti i. Ducatur quoq; linea t l, à puncto t, ad punctũ centrum circuli b, eritq; linea a, pducta ultra punctũ c ppẽdicularis super lineam contingentẽ circulum per 17. tertij, est ergo linea t l kathetus incidentiæ formæ puncti c, per diffinitionẽ illius katheti, quia ergo forma puncti c, reflectitur ad uisum in punctũ o, à puncto speculi b, erit imago formæ puncti c, in linea q c l, quæ est kathetus suæ incidẽtiæ, sed & in linea reflexionis quæ est b o, necesse est esse eandem imaginẽ per 37. quinti huius, imago itaq; formæ pũcti c necessario est in puncto qđ est communis sectio linearum l t q & o b, hoc aũt potest esse in partibus diuersis, patuit enĩ per 11. octaui huius, qđ imago formæ puncti quæ reflectitur à cõcauitate circuli speculi, quãq; occurrit uisui inter uisum & speculũ, quãq; ultra speculũ quãdoq; in centro uisus, quãq; ultra uisum, quãq; in ipsa supficie speculi, & ut patet per 40. octaui huius, quãq; apparet una imago, quãdoq; duæ, quãq; 3. quãq; 4. imago ergo puncti c, cum formæ ipsius reflexio fiat à puncto periferiæ circuli æquedistantis basibus speculi erit forte in linea h q, ultra speculũ, & forte erit ultra lineam b q, & forte ultra lineam b o, retro uisum, & forte erit in linea b o, inter uisum & speculũ, & forte erit in pũcto o. f. in ipso centro uisus, & forte erit unica imago, forte 2. forte 3. forte 4. si itaq; locus imaginis formæ puncti c, uel alicuius puncti formæ lineæ s i, utpote illius secundũ quã lineã b c, pducta ultra punctũ c, secat lineam i s, quia & illud punctũ reflectitur à puncto speculi colũnare concaui, qđ est b, ad uisum existentẽ in puncto o, p 20. quinti huius. Si ergo locus imaginis formæ puncti c, uel illius puncti lineæ s i, fuerit punctũ q, tunc linea h q t erit diameter imaginis formæ lineæ i s, & si omnes imagines omnium punctorum lineæ s i fuerint in linea h q t, tunc imago eius erit linea recta, nam medium eius punctum, quod est punctum q, est in rectitudine duarum suarum extremitatum, quæ sunt h & t, quod si locus imaginis formæ puncti c, fuerit ultra punctum q, tunc imago lineæ rectæ quæ est s i, erit concaua, eiusq; concauitas respiciat uisum, & si imago formæ puncti c, fuerit in linea b o, uel in puncto o, centro uisus, aut inter speculum & uisum, tunc uidebitur imago lineæ s i conuexa, cuius conuexitas respiciet uisum, & si fuerit imago formæ puncti c, in linea b o, retro uisum, tunc iterũ uidebitur imago concaua, in cuius concauitate situabitur centrum uisus, quod si punctũ c plures habuerit imagines, tunc linea s i plures habebit imagines, quarum omnium extremitates contingentur in punctis h & t, &

t, & media ipsorum erunt distincta & separata, & linea h t, erit communis diameter omnium illarum imaginum quotcunque fuerint imagines, & forte linea h t, quæ est diameter imaginis, erit maior quam linea rei uisæ, quæ s i, in modica quantitate, patet ergo propositum.

XXVI.

Superficie lineæ rectæ uel curuæ uisæ, superficiem in qua est axis speculi columnaris concaui orthogonaliter secante, centroque uisus existente in utraque superficie, à circumferentia circuli, qui est communis sectio dictæ superficiei & speculi fiet reflexio, imagoque lineæ uisæ quandoque erit recta, uel aliquando conuexa.

Esto sicut in 52. septimi huius, proponitur, linea t h in superficie plana orthogonaliter secante superficiem in qua sunt centrum uisus e, & d punctus dati speculi columnaris qui sit d l, sitque centrum uisus quod sit e, in eadem superficie lineæ t h, facta quoque figuratione 52. septimi huius, compleatur demonstratio ut in illa propositione, eritque imago lineæ rectæ quæ est t h curua, si itaque speculum idem quod ibi conuexum accipit, assumatur concauum, & in loco imaginis collocata intelligatur linea curua secundum cuius terminos extremos ducatur etiam linea recta quæ sit in superficie rei uisæ, & centrum uisus disponatur proportionaliter circa illam lineam in eadem superficie, tunc locus imaginis lineæ curuæ uel rectæ uisæ erit lineæ t h recta, patet ergo propositum, & forte linea imaginis erit æqualis recta uel forte conuexa, sicut ostensum est in 57. octaui huius, & hoc eodem modo est deducendum.

XXVII.

Superficie lineæ rectæ uisæ orthogonaliter axem speculi columnaris concaui secante, centro uisus non existente in eadem superficie, reflexioneque facta ad uisum æqualiter distantem ab extremis illius lineæ eius imago uidebitur concauitatis magnæ uisum respicientis.

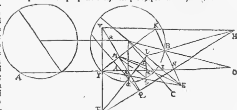
Fiat omnimoda dispositio figuræ quæ in 53. septimi huius, dico quod uerum est quod proponitur. patet enim per ea quæ in commento illius dicta sunt, quod puncta t & h, quæ æqualiter distant à centro uisus, puncto e, reflectuntur ad uisum à duobus punctis oxigoniæ sectionis, cadentibus cum quodam circulo æquedistante basibus speculi, qui circulus erit medius inter lineam h t, & inter superficiem transeuntem centrum uisus e, secante speculum æquidistanter basibus ipsius speculi, sit ergo ut forma puncti h reflectatur in punctum e, à puncto speculi b, qui erit punctus periferiæ cuiusdam sectionis oxigoniæ quæ est communis superficiei reflexionis & superficiei speculi, cadens in circulo b g, lineæ ergo h b & b e, continent angulos æquales cum linea contingente illum circulum in puncto b, & similiter forma puncti t, reflectitur ad uisum e, à puncto speculi g, & lineæ t g & g e, continent angulos æquales cum linea contingente circulum speculi in puncto g, lineæ quoque h b & t g, concurrunt in puncto l, & linea h b continet cum linea perpendiculari quæ est b o angulum acutum, linea ergo h b, secat superficiem contingentem superficiem columnæ in linea longitudinis, in qua est punctum b, linea itaque b l, cadit intra concauitatem columnæ, & super lineam g l. Similiter quoque duæ lineæ b l & g y, cadunt intra concauitatem columnæ, & per 15. primi, duo anguli a b d & d b i sunt æquales, cum ipsorum contrapositi, qui sunt r b o & o h b sint æquales per 20. quinti huius. Similiter quoque duo anguli l g d & d g y sunt æquales, si itaque linea l i, quæ in speculo columnari conuexo, & imago lineæ t h, fuerint nunc in aliquo uisibili opposita speculo columnari concauo, & centrum uisus fuerit in puncto l, tunc forma puncti i incidet in speculo secundum lineam i b, & reflectetur ad uisum in punctum l, à puncto speculi b, & linea h i est perpendicularis super lineam contingentem sectionem, in cuius periferia est punctum b, à quo fit reflexio imago ergo formæ puncti i, erit in katheto i h, per 36. quinti huius, sed & eadem imago necessario est in linea reflexionis quæ est b l, erit ergo in communi sectione in puncto h, erit ergo punctum h imago puncti i, ut hæc omnia patent per 37. quinti huius. Similiter quoque declarabitur, quod forma puncti y, incidet speculo per lineam y g, & reflectetur per lineam g l, à puncto speculi g, & eius imago uidebitur in puncto t, & ducatur linea q u, hæc ergo secabit lineam i y, quæ est inter duo puncta q & u, puncta quoque h q t u, sunt omnia in superficie circuli b g, ut patet ex similibus, secet ergo linea q u, lineam i y, in puncto m, punctum

itaque

itaq; m, in superficie transeunte per axem speculi, & per centrũ uisus punctum l, nam ut in cõmento præassumptæ propositonis 53. septimi huius paruit, puncta l & q, sunt in illa superficie, nam ut ibi acceptũ est, patet quod in illa superficie in qua erat centrũ uisus e, & axis speculi, in eadem erat linea e l d, sed & illa sũperficies secabit lineã h t, in puncto q, & linea e o, cadebat in punctũ u, ergo per 1. undecimi, linea q u, est in illa sũperficie, ergo & punctũ m, & quia duo puncta m & l sunt in superficie transeunte per axẽ columnæ, ideo forma puncti m, potest reflecti ad uisum in punctũ l, in illa superficie, & linea a 3, est cõmunis sectio superficiei columnæ speculi & sũperficiei transeunti per suũ axem, & per punctũ l, quod est centrum uisus, forma ergo puncti m reflectetur ad uisum in pũctum l, quod est centrũ uisus ab aliquo puncto speculi lineæ. s. a 3, & ducatur linea e m, q̃ erit in illa superficie, & linea e l, etiã erit in illa superficie, & punctũ e, ut supra patuit est elongatum à superficie contingente columnã speculi in linea a 3, ut patet per 5. septimi huius. Si ergo linea a 3, ducatur in continuũ & directũ intra punctũ 3, concurret cũ duabus lineis e m & e l, quæ sunt in una superficie cum linea a 3, concurrat ergo cum linea e m in puncto i, & cum linea e l, in puncto n, punctũ itaq; n cadet inter duo puncta e & l, quia punctum l, est intra concauitatẽ columnæ, & punctũ n est extra in ipsius conuexitate in superficie columnæ, q̃m est in linea longitudinis columnæ, quæ est a 3, punctum uero e, quod in speculis columnaribus conuexis suppositũ fuit esse centrũ uisus, & elongatum à superficie columnati speculi, patuit quoq; in demonstratione 53. septimi huius, q\' circulus b 3 g, est medius inter lineam h t, & inter superficiẽ exeuntem à puncto e, æquedistantẽ basibus columnæ speculi, & linea ꝑpendicularis exiens à puncto e, super lineam a 3, est in superficie transeunte punctũ e, & secante speculum æquedistanter basibus columnæ, ergo linea perpendicularis exiens à puncto e, super lineam a 3 n, cadit extra angulũ e i n, & uersus partẽ puncti n, q̃m linea e n, l d u, est cõmunis sectio sũperficierum reflexionis secundũ quas reflectunt̃ formæ punctoꝝ h & t, quæ cũ sint oxigoniæ sectiones, patet per 103. primi huius, q̃m ipsæ sunt obliquæ, secantes axem speculi, ergo & ipsaꝝ cõmunis sectio oblique incidit illi axi speculi, ergo per 32. primi, angulus e i n est acutus, ergo per 15. primi, angulus m i a est acutus, & angulus m i n erit obtusus per 13. primi, educatur ergo per 12. primi, à puncto m linea perpendicularis super lineã q i, quæ sit m k, secans lineam a i in puncto k, punctũ ergo k, erit inter puncta i & a, q̃m si caderet inter puncta i & n, fieret unius trigoni, unus angulus rectus & alter obtusus, qui est m i n, q\' est impossibile, cadet ergo punctũ k, inter puncta i & a, ꝓducat̃ itaq; lineam k, ultra punctũ k, ad punctum s, donec linea k s fiat æqualis lineæ m k. Erit ergo punctus s extra superficiem speculi, & ultra cõcauitatẽ eius, & punctus l, in quo est centrum uisus, erit intra ipsius speculi concauitatẽ, ducatur itaq; linea s l, quæ secabit lineã n k, q̃m cum linea n k, sit pars lineæ longitudinis speculi, patet q\' ipsa est cadens inter puncta s & l. Secet ergo ipsam in puncto f, & à puncto f, ducat̃ per 31. primi, linea æquedistans lineæ k m, quæ ꝓducta ad axem speculi secet ipsam in puncto x, sitq; linea f x. Erit ergo per 29. primi, linea f x, ꝑpendicularis super lineam longitudinis speculi, quæ est a n, q̃m linea m k, æquedistans lineæ f x, est ꝑpẽdicularis super ipsam a n, eritq; linea f x, in superficie transeunte per axem speculi, & per punctũ l. Est ergo linea f x semidiameter circuli transeuntis per punctũ f, æquedistanter basibus columnæ per 21. septimi huius, linea ergo f x, est ꝑpẽdicularis sup superficiẽ contingentẽ columnã speculi secundum lineam longitudinis, quæ est a 3, ducat̃ itaq; linea m f, quia ergo duoꝝ trigonoꝝ m k f, & f k s, duo latera m k & k s sunt æqualia ex hypothesi, & latus k f, cõmune ambobus illis trigonis, anguliq; ad punctũ k sunt recti, ergo per 4. primi, latus m f, est æquale lateri f s, ergo ꝑ 5. primi, angulus f m s, æqualis erit angulo f s m, linea uero f x, æquedistat lineæ s m, ergo per 29. primi, angulus x f l extrinsecus, æqualis est angulo f s m, intrinseco, & anguli x f m & f m s sunt æquales, quia coalterni, angulus ergo x f m, est æqualis angulo x f l, forma ergo puncti m, incidens speculo secundũ lineam m f, secundum lineam reflexionis, quæ est f l, reflectit̃ ad uisum existentẽ in puncto l, à pũcto speculi f, ꝑ 20. quinti huius, & linea x f, est perpendicularis super superficiẽ contingentẽ speculũ in

puncto

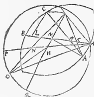
puncto f,& qm̄ linea m k est perpendicularis super superficiē speculi, quia est perpendicularis super lineam longitudinis, quæ est a 3, patet quod linea m k, est kathetus incidentiæ formæ puncti m, in ipsa ergo locus imaginis formæ puncti m, per 26. quinti huius, sed & idē locus est in linea reflexionis quæ est l f. In illarū ergo linearū cōmuni sectione quæ est punctus s, est locus imaginis formæ puncti m, per 37. quinti huius, & quia duæ lineæ f y & h t sunt æquedistantes & perpēdiculares super superficiē transeuntē per axē speculi & per centrū uisus q̃d est nūc punctū l, qm̄ linea h t, taliter fuit disposita in 53. septimi huius, duæ igitur superficies uniformiter exeuntes à duabus lineis h t & r i, erūt æquedistantes & ppēdiculares super superficiē transeuntē per axē, per 18. undecimi, & quia linea r i, est ppendicularis super superficiē trāseuntē per axem & per punctū l, ideo per 18. undecimi, superficies duarū linearū, quæ sunt r m y & m s, erit ppendicularis super superficiem transeuntē per axem, & per punctum l, & erit per 19. primi huius, linea m s communis sectio illarū duarum superficierum, & qa linea a k, cū sit pars lineæ longitudinis speculi, quæ est a 3, est in superficie transeunte per axem, q̃a omnis superficies secans columnam secūdum lineam longitudinis per æqualia, transeat per axem illius columnæ, ut patet p 93. primi huius, sed & linea a k, est ppēdicularis super lineam m s, quæ est communis sectio inter superficiē transeuntē per axem, & inter superficiē duarū linearū, quæ sunt r m & m s, ergo linea a k n est erecta super superficiē r m s, & linea a n, est æquedistans axi speculi, ergo per 8. undecimi, erit axis speculi perpēdicularis super superficiē in qua sunt duæ lineæ r m & m s. Illa ergo supficies est perpendicularis super axem columnæ, punctum itaq; s, est in supficie exeunte ex linea r i, perpendicularis super axem columnæ speculi, sed linea h t est in superficie perpendiculari super axem speculi æquedistanti superficiei exeunti ex linea r y, punctū ergo s, est extra lineam h t, est ppinquius pūcto l, centro uisus, q̃ sint duo pūcta h & t, & duo puncta h & t sunt imagines formarū duorū punctorū r & y, & punctū s est imago formæ puncti m, palam ergo, quia imago formæ lineæ r m y, est linea transiens per puncta h s t, sed talis linea est arcualis, qa punctū s est extra rectitudinem lineæ h t, transiens itaq; per puncta h s t, linea arcualis quæ sit h s t, & quia linea h t, secundū hypothesim 53. septimi huius, fuit elongata à cōuexo columnæ, erit linea h t, ultra superficiē speculi respectu puncti l, qd' est nunc centrū uisus, & iam supra ostensum est ultra cōcauitatē speculi respectu pūcti l, & pūctū l est intra cōcauitatē speculi, punctū ergo l, qd' est centrū uisus, est extra supficiem in qua est linea h s t, arcualitas ergo lineæ h s t, apparebit uisui manifeste, & qa punctū f, est in superficie columnæ speculi extra supficiē circuli b g, & linea t h est ultra speculū in supficie circuli b g, qm̄ est in supficie trigoni l h t, erit linea l f s, altior q̃ supficies trigoni l h t, linea ergo l s, erit altior duabus lineis l h & l t, respectu uisus l, punctū ergo s est altius q̃ duo puncta h & t, linea ergo h s t, apparebit uisui existenti in puncto l, cōcaua cōcauitate uisum respiciēte qd' est ppositū.



XXVIII.

Superficie incidentis lineæ rectæ uisæ oblique secantis axem speculi columnaris concaui centro uisus existente in eadem superficie, imago uidetur concaua respectu uisus & conuersa secundum situm.

Esto speculum columnare concauũ, cuius axis sit h q, & secetur per superficiem obliquam super axẽ, erit ergo cõmunis sectio illius superficiei & superficiei speculi sectio oxigonia per 103. primi huius, sit aũt sectio a b g, sed in 11. huius ostensum est, qđ quęq; in superficie oxigoniæ sectionis à puncto reflexionis erit linea perpendicularis super superficiem contingentẽ speculũ columnare, ex cuius duobus terminis. s. ex duabus communibus sectionibus sui, & superficiei ipsius speculi fit reflexio formaꝝ ad uisum, sit ergo in sectione a b g, huius ꝑpendicularis, quæ sit g a, & sit linea b e k, ꝑpendicularis sup lineã cõtingentẽ ꝑiferiã sectionis in pũcto b, & sit pũctũ b, ꝓpe pũctũ g, itaq; lĩea ducta à puncto b, cũ linea ꝑpẽdiculari ducta super supficiẽ speculi à puncto reflexionis quæ sit g, contineat sup axem speculi angulũ acutũ, patet ergo per 44. septimi huius, qm̃ linea b e k, secabit lineã ꝑpendicularẽ, quæ est g a, sub axe speculi, & cõtinebit cũ ipsa angulum acutum, fiat ergo illaꝝ lineaꝝ sectio in puncto e, angulus ergo b e g erit acutus ꝑ 32. primi, ut patet, cadatq; punctũ k in periferiã sectionis, & à puncto g, ducatur per 31. primi, linea æquedistans lineæ b k, quæ sit linea g d, erit ergo angulus d g e, per 29. primi, æqualis angulo b e g, ergo uterq; est acutus, linea ergo g d, erit intra cõcauitatẽ speculi, qm̃ linea à puncto g, termino ꝑpẽdicularis, quæ est a g, extra sectionẽ ducta continget sectionẽ, & continebit angulũ rectum cum linea a g, aut non continget, & continebit angulũ obtusum, fiat itaq; per 23. primi, super punctum g terminũ lineæ e g, angulus æqualis angulo e g d, qui sit e g l, lĩea ergo g l cõcurret cũ linea b e k, ꝑ 14. primi hui9, ideo qđ angulus g e l & l g e, ambo sunt acuti, sit concursus in puncto l, qui sit punctus lineæ b k, & in linea l e, ut contigerit, signetur punctũ m, & ducat̃ linea a m, erit ergo angulus m a g acutus per 32. primi, ideo ut prius ostendimus, quia angulus m o g, qui est maior angulo m a g, cũ sit ei extrinsecus & acutus, ut patet ex præmissis, linea m a, cadit intra sectionẽ, fiat q; super punctũ a, terminũ lineæ a g, angulus æqualis angulo g a m, qui sit angulus g a d, linea ẽm a d, concurret cum linea g d, ꝑ 14. primi huius, ideo qa anguli d g a & d a g sunt acuti, sit ergo cõcursus in puncto d, linea itaq; a d, secabit lineam b k, cõcurrens cũm ipsa per 2. primi huius, qm̃ concurrit cum eius æquedistante quæ est d g, secet ergo ipsam b k in puncto t, cum itaq; l k fuerit in aliquo corpore uisibili, & centrũ uisus fuerit in puncto d, tunc forma puncti l, uidebitur in puncto speculi g, quod est punctum reflexionis, & hoc accidit per 10. huius, ideo quia forma puncti l, reflectitur ad uisum existentẽ in puncto d, à puncto speculi g, & linea k l b, quæ est kathetus incidentiæ formæ puncti l, æquedistat lineæ g d, quæ est linea reflexionis, nunq; ergo concurrent, & sic locus imaginis formæ puncti l, erit in puncto reflexionis quod est g. Similiter q; forma puncti m, reflectit̃ ad uisum existentẽ in puncto d, à puncto speculi quod est a, & kathetus incidentiæ quæ est linea b m k, secat lineam reflexionis quæ est a d in puncto t, ergo punctũ t est locus imaginis formæ puncti m, per 37. quinti huius, transeat itaq; per punctũ d, quod est centrum uisus, supficies plana æquedistãs basibus columnæ, hæc ergo superficies secabit columnam speculi secundũ circulum per 100. primi huius, qui circulus sit p o r, & qm̃ centrum uisus d, est in superficie sectionis a b g, palam quod ille circulus p o r, secabit sectionem oxigoniam a b g, in duobus punctis per 104. primi huius, superficies ergo illius circuli secabit lineam b k, qm̃ secat lineam g d æquedistantem lineæ b k, ducitur ẽm per punctum d, sit ergo ut secet lineam b k in puncto k, sitq; centrũ circuli p o r punctũ h, & ducatur linea k h, quæ ducta per circulum secet ipsius periferiã in puncto p, & ducatur linea d h, quæ ꝓducta ad periferiam circuli incidat ipsi in pũcto k, forma ergo puncti k, reflectit̃ ad uisum existentẽ in puncto d, ab aliquo puncto arcus r p, ut patet ꝑ 27. octaui huius, uerũ hoc ostensum est de reflexione formæ uisibili ad uisum secundũ talẽ sitũ ab aliq puncto periferiæ circuli, sit ergo n f, fiat illa reflexio à puncto speculi, s. arcus p r, qđ sit pũctũ o, & ducant̃ lineæ k o, d o, h o, angulus k o h, est æqualis



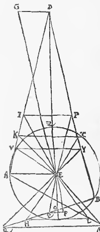
lis angulo h o d, per 20. quinti huius, & quoniam linea reflexiōis q̄ est d o, secat diametrum h p, ideo quia linea d h r, transit per centrum circuli, citra quē respectu puncti o, ducitur linea d o, hæc ergo secat diametrū h p, sit ut secet ipsam in puncto n. Est autē linea k h p, kathetus incidentiæ formæ puncti k, ergo per 37. tertij huius, punctū n, est locus imaginis formæ puncti k, ducatur itaq; linea k d, quæ per 19. primi huius, erit cōmunis sectio superficiei circuli p o r, & sectionis a b g, uel pars illius cōmunis sectionis, nam duo puncta k & d, sunt in utraq; illarū superficierū, & nihil de superficie sectionis oxigoniæ, quæ est a b g, est in superficie circuli r p, nisi in linea k d, uel linea cuius pars est linea k d, punctū ergo g, est intra circulū, & similiter punctū b, & sunt in superficie sectionis, & pūctū n, est in superficie circuli r o, & forma imaginis lineæ l m k, transit per puncta g t u, linea uero per transiens hæc puncta est arcualis, quia superficies sectionis est decliuis super superficiē columnæ per 103. primi huius, longior ergo diameter ipsius sectionis nō transit per totū axē columnæ, neq; est superficies sectionis æquidistans basi colūnæ, linea ergo t n g, quæ est imago lineæ rectæ k m l, cuius superficies secat axē speculi oblique, est curua maximæ curuitatis, & eius cōcauitas respicit uisum existentē in puncto d, & quia punctū t, est imago formæ puncti m, & punctū n, imago formæ puncti k, & punctū g, est imago formæ puncti l, patet quod imago lineæ l m k est cōuersa, ita quod superficiei punctus imaginis respectu uisus, qui est g, corrñdet infimo puncto lineæ uisæ, qui est l, & infimus punct9 imaginis qui est n, corrñdet supremo puncto lineæ uisæ, q̄ est k. Sic ergo situs partium imaginis nō est cōformis situi partiū rei uisæ, sed cōuersus & difformis, patet ergo propositū, patet itaq; ex hac propositione, & duabus p̄missis, quod lineæ rectæ æquidistantes axi speculi colūnaris cōcaui, & æquidistātes basi eius, & etiā quæ sunt obliquæ super superficiē eius, quandoq; uidebunt arcuales, quandoq; rectæ, quandoq; cōuersæ, formæ ergo eorū quæ cōprehendūtur in specularis colūnaribus cōcauis, quandoq; erit directa cōformis i suo situ situi partiū rei uisæ, & quandoq; erit difformis cōuersum habens sitū suarū partium respectu uisus partiū rei uisæ, & in respectu ad uisum.

XXIX.

Imago lineæ rectæ existentis in superficie speculū columnare concauum transaxem orthogonaliter secante, centroq; uisus existente in eadem superficie uidebitur recta, quandoq; maior, quandoq; æqualis, quandoq; minor reuisa, sed semper conuersum habens situm, & quādoq; una, quandoq; plures imagines uisui occurrent.

Sit secundum dispositionem 48. octaui huius, circulus a b 3, cuius centrū in superficie speculi columnaris concaui æquedistans basibus speculi, & sit centrū uisus in puncto d, erit ergo linea d g, ut in p̄dicta 48. p̄missum est perpendiculariter erecta super superficiē circuli, & sint duæ lineæ e a & e b perpendiculares super superficies cōtingentes superficiem colūnæ speculi, & erit superficies trianguli d e g, perpēdiculariter erecta super superficiē circuli a b 3, per 18. undecimi, quia linea g d est perpendicularis super superficiē circuli, hoc est super eā superficiē, cuius sectio efficit circulū a b 3, superficies ergo trigoni d e g, ut patet per 19. undecimi, & per 92. primi huius, transit per totū axem speculi, & per centrū uisus quod est punctū d, & neutra superficies earū q̄ sunt d b o & d a o, q̄ secant se in linea d o, ut patet per 19. primi huius, transit per totū axem, & in neutra illarū superficierū est aliquid de axe nisi punctum e, quod est centrū circuli a b t, utraq; ergo superficies q̄ sunt d b o & d a o, secat superficiē columnarē speculi secundū oxigoniā sectionē, & fit reflexio formarū ad uisum à duob9 punctis illarū sectionū, quæ sunt a & b, ut patet per p̄missam 48. octaui huius, formæ ergo pūcti r, reflectetur ad uisum existentē in puncto d, à puncto speculi quod est b, & forma puncti m reflectitur ad uisum in punctū d, à pūcto speculi quod est a, & quoniam kathetus incidentiæ formæ pūcti r, est linea r e n, secans lineā b d, q̄ est linea reflexionis in puncto n, & kathetus incidētiæ formæ pūcti m, est linea m e u, secās lineā reflexiōis quæ est a d, in pūcto u, patet quod pūcta n & u sunt loca imaginū formarū punctorū r & m, & erit linea n u, diameter imaginis formæ lineæ m r, & est minor q̄ linea m r, ut patet in 49. octaui huius, & similiter formæ duorū punctorū h & l, reflectentur ad uisum in punctū d, à duob9 pūctis speculi q̄ sunt

a & b, & erit ꝑ modũ prius dictũ cũ linea t k, diameter imaginis formæ lineæ l h, & secũ dũ ꝓmissã in 48. octaui huius, erit diameter imaginis t k, æqualis diametro rei uisæ quæ est linea l h. Similiter & quia linea p i, erit diameter imaginis formæ lineæ f q, & est maior quàm diameter rei uisæ quæ est linea f q, & oẽs istæ imagines erũt cõuersæ, ut ostensum est in 50. octaui huius. Si uero centrũ uisus fuerit in pũcto o, & formæ linearum quæ sunt p i, t k & n u, reflectant̃ ad uisum in puncto o, à punctis speculi quæ sunt a & b, tunc erit econ uerso. Erit enĩ diameter imaginis lineæ p i, quæ est linea f q, minor diametro t k rei uisæ & erit linea l h, diameter imaginis lineæ t k, & æqualis ei, & erit linea m r, diameter imaginis lineæ n u, & maior quàm illa. Omnesq́ imagines linearum istarum rectarum erunt rectæ, sed cõuersæ secundũ sitũ & ordinẽ ꝑtiũ quẽ habent ipsæ res, nam dextrũ rei fit sinistrũ imaginis, & sinistrũ rei fit dextrũ imaginis, & similiter est de ꝑtibus quæ sunt sursum & deorsum. Item cũ utraq; extremitatũ harum linearum unicã habuerit imaginẽ, & aliquod aliud punctum in medio plures habuerit imagines, tunc forma illius lineæ tot habebit imagines, quot punctũ mediũ ipsius, & oẽs istæ imagines copulabunt̃ ad puncta extrema illius imaginis, & erit illa linea unica diameter oĩm illarum imaginũ, & si utraq; extremitas illius lineæ uel altera ipsarum plures habuerit imagines, pũctũ nõ mediũ habuerit tñ unã. Iterum illa linea tot habebit imagines quot eius puncta extrema ambo, uel saltem alterni suum punctũ extremũ, & si utraq; extremitas uel altera plures habuerit imagines, & similiter punctũ mediũ multas habuerit imagines, tunc tota linea habebit imagines secundũ numerũ maiorẽ, & hoc patebit, sicut patuit supra de imaginibus speculorum sphæricorum concauorum. In speculis enĩ colũnaribus cõcauis accidit fallacia in omnibus quæ in eis cõprehendunt̃, sicut accidit in speculis sphæricis concauis, s. de formis specierum uisibilium, & de quantitatibus, & de numero suarum imaginum, & de conformitate ipsarum ad res, quarum ipsæ sunt imagines, & de difformitate situs ipsarum secundum cõuersionẽ formarum partialiũ cum omnibus fallacijs quæ approprianṫ cõuersioni, & oẽs fallaciæ sunt in his ut in speculis prædictis sphæricis concauis, patet, ergo illud quod ꝓponebatur.



XXX.

Lineæ rectæ uisæ non æquedistantis axi speculi columnaris cõcaui, cuius superficies incidentiæ secat axem oblique, centro uisus non existente in eadem superficie, uidetur imago curua diuersæ curuitatis secundum diuersitatem sui situs & conuersa.

Fiat in isto ꝓposito theoremate dispositio talis quæ in 28 huius, apparebitq; totum qđ ibi ponitur in his speculis colũnaribus concauis, posito itaq; ut aliqua linea recta non æque distet axe speculi columnaris concaui, cuius superficies incidentiæ oblique secat illum axem, si centrum uisus fuerit in illa superficie, tunc patet per 28. huius, quod imago illius lineæ uidetur curua respectu uisus, & conuersa secundum sitũ ipsius rei uisæ, quod si centrum uisus fuerit extra illam superficiem à puncto d, in quo est illic centrum uisus, tunc si à punctis a g o, à quibus fit ibi reflexio, erigantur lineæ longitudinis speculi per 101. primi huius, inueniantur puncta reflexionũ formarum punctorum m b k, pateťq; secundum modum plurium præmissarum, quod forma punctorum k m b, reflecteť ad uisum secũdũ dispositionẽ suo situi diuersam, & secundũ hoc disponeť curuitas imaginũ & cõuersio figuræ, quod si centrũ uisum nõ fuerit in liea ꝑpendiculariter erecta sup illã superficiẽ à pũcto d, tũc à centro uisus ducať ꝑpẽdicularis sup illã superficiem p 11. undecimi, & inuentis punctis reflexionis formarum punctorum b m k, patebit ꝓpositum ut prius, & hoc proponebatur.

Forma

XXXI.

Forma alicuius lineæ curuæ incidentis uertici speculi pyramidalis concaui oblique super axem reflectitur ad centrum uisus inter illam lineam & superficiem speculi constitutam à linea longitudinis speculi, imagoq́ ipsius uidetur recta, & si illa linea incidẽs fuerit recta, eius imago uidebitur curua modicæ curuitatis, cuius conuexitas uel concauitas est ad uisum.

Fiat dispositio omnimoda quæ in 55. septimi huius, inueniturq́ in speculis pyramidalibus conuexis lineæ rectæ quæ est a n, proposito modo illud speculum respicientis imago curua inter concauitatem speculi quæ est a p y, punctũ quoq; quod est sub superficie speculum contingentem secundum lineam longitudinis speculi quæ est a u e, à qua fit reflexio formæ lineæ rectæ uisæ quæ est a n, ad uisum existentem in puncto r, erit illic punctũ k, in quo puncto f, si fuerit centrum uisus erunt omnia puncta quæ sunt in illa curua imagine, uel quæ sunt in linea recta scilicet in diametro imaginis reflexa ad pũctum f, & imago lineæ curuæ quæ a p y, erit linea recta, quæ est a n, uel imagines duarũ extremitatum lineæ a p y, erunt in linea a n, & in extremitatibus illius, & loca imaginis puncti p, quod est in medio lineæ a y, diuersabuntur, & hoc potest eodem modo declarari sicut ibi simile declaratum est in 55. septimi huius, quoniam enim ut ibi declaratũ est, angulus z r f est æqualis angulo z f r. Est autem angulus p z h æqualis angulo t z r, per 15. primi, & angulus t z r est æqualis angulo z f r, per 29. primi, sed per eandem 29. primi, angulus h z f est æqualis angulo z f r. Est ergo angulus p z h æq̃lis angulo h z f, palam ergo per 20. quinti huius, quoniam fiet reflexio formæ puncti p, ad uisum existentẽ in puncto f, à puncto speculi pyramidalis concaui quod est z, & quoniam linea h p o est kathetus incidentiæ formæ puncti p, & linea f z o est linea suæ reflexionis ad uisum existentem in puncto f, patet per 37. quinti huius, quoniam punctum o, est locus imaginis formæ puncti p, similiter quoq; angulus y e d est æqualis angulo h e r, quæ per 29. primi, est æqualis angulo e r f, & per eandem 29. primi, angulus d e f est æqualis angulo e f r, sed ut in cõmento 55. septimi huius, ostensum est angulus e f r est æqualis angulo e r f, est igitur angulus y e d æqualis angulo d e f, ergo per 20. quinti huius, reflectitur ad uisum existentem in puncto f, à puncto speculi concaui quod est e, & quoniam linea y n, est kathetus incidentiæ formæ puncti y, & linea f e n est linea suæ reflexionis, patet per 37. quinti huius, quod locus imaginis formæ puncti y, & punctum n, & punctum a, sicut reflectitur à uertice speculi, sic locus imaginis suæ est ibidem, per ea quæ dicta sunt in 11. et 12. octaui huius, & in 10. huius, erit ergo imago totius lineæ a p y, curuæ, linea a o n recta, quoniam de alijs punctis est eodem modo demonstrandum, quod si aliquod uisibile statuatur in loco lineæ rectæ a y, quæ est diameter illius curuæ imaginis lineæ a p y, tũc duæ extremitates lineæ a y, quæ sunt a & y, habebunt ut prius loca suarum imaginũ in punctis a & n, loca uero imaginis puncti medij correspondentis puncto p, quæ cadit in producta linea z p, & aliorum punctorum mediorum diuersabuntur, & secundum diuersitatem cõcursus kathetorum incidentiæ formarum illorum punctorum cum lineis suarum reflexionum secundum quas à punctis lineæ longitudinis quæ est a u e, speculi, propositi concaui reflectuntur ad uisum existentem in puncto f, uel ultra lineam a o n, uel citra illam, loca imaginum illorum pũctorum diuersabuntur quandoq; ad cõcauitatem, quandoq; ad conuexitatem respicientem centrum uisus, erit tamen illa concuruitas modica, quoniam prædictorum locorum imaginum respectu lineæ a o n, modicus est excessus. Palam itaq; ex præmissis, quod si linea recta quæ est diameter imaginis curuæ q̃ est a p y, fuerit in aliquo uisibili, & centrum uisus fuerit in puncto f, tunc imago lineæ rectæ præmisso modo dispositæ forte uidebitur conuexa, & forte uidebitur cõcaua, quod est propositum.

XXXII.

Lineæ rectæ uisæ superficiei incidentiæ axem speculi pyramidalis concaui orthogonaliter secante, centroq́ uisus non existente in eadem superficie imago uidebitur concaua mirabilis concauitatis uisum respicientis.

Sit ut in 27. huius libri, centrum uisus punctum l, & linea uisa r m y, cuius extrema puncta quæ sunt r & y, æqualiter distent à centro uisus l, sitq́ centrum uisus extra superficiem lineæ r y, quæ producta secat speculum pyramidale cõcauum æquedistanter basi secundum circulum quæ sit b g, cuius centrum sit d, reflectaturq́ forma puncti r, ad uisum l, à puncto speculi g, eruntq́ puncta b & g, quamuis sint in circulo, ut cum sunt puncta reflexionum, erunt in duabus oxigonijs sectionibus secantibus se secundum lineam d l, ut patet hoc per 7. septimi huius, & p 19. primi huius, & quoniam quantum ad propositum demonstrandum non est aliqua diuersitas inter specula columnaria & cõcaua, tunc patet quod reiterata demonstratione 27. huius, erit locus imaginis formæ pũcti r, in puncto h, & locus imaginis formæ puncti i, erit in puncto t, locus uero imaginis formæ puncti m, erit punctum s, quod est extra rectitudinem lineæ t h, imago itaq́ lineæ r m i, est in quadam linea transeunte puncto h s t, sed talis linea est curua. Est ergo lineæ rectæ quæ est r m y imago curua, & quoniam punctũ s, est ultra concauitatem speculi respectu pũcti l, centrũ uisus, & punctum l, est intra illam concauitatem, palam quod punctum l, est extra superficiẽ in qua est linea h s t, curuitas ergo lineæ h s t, apparebit uisui manifeste, & quia punctũ f, cadit in ipsa superficie speculi pyramidalis concaui extra superficiem circuli b g, & linea t h est ultra speculum in superficie circuli b g, erit linea l f s altior quàm superficies trigoni l h t, linea ergo l s, erit altior duabus lineis l h & h t, punctum ergo s respectu uisus l, est altius quàm duo puncta h & t, linea ergo h s t, apparebit uisui existenti in puncto l, cõcaua maxima cõcauitate uisum respiciente, & hoc est ꝓpositum.

XXXIII.

Lineæ rectæ uisæ non æquedistantis axi speculi pyramidalis concaui, cuius sup̃ficies incidentiæ secat axem speculi oblique, imago uidetur curua diuersæ curuitatis secundum diuersitatem sui situs.

Quoniã enim ut in 31. huius, ostensum est, forma lineæ rectæ incidentis uertici huius speculi propositi oblique super axem, imaginem curuam uisui ad quem fit reflexio repræsentat, & per præmissam proximã patet, quod linea recta cuius superficies incidentiæ secat axem speculi orthogonalis, uidetur mirabilis concauitatis uisum respicientis. Si ergo inter has dispositiones situetur linea recta, cuius superficies incidentiæ, ut hic ꝓponitur, oblique secet axem speculi, patet quod imago illius lineæ diuersificabitur secundum modos diuersæ curuitatis, qui accidunt hinc & inde lineis secundum ambos præmissos modos situatis, cuius conformis est demonstratio cum præmissis, patet ergo propositum, nec em̃ dignum uidimus talibus immorandum, quæ ex prædemõstratis cõclusionibus suæ certitudinis subsistentiam lucide accipiunt, unde talia relinquimus animæ perquirenti.

XXXIIII.

Imago lineæ rectæ existentis in superficie speculũ pyramidale trans axem secante, centroq́ uisus existente in communi sectione eiusdem superficiei, & superficiei speculum secũdum axem secantis, uidebitur recta, quandoq́ maior, quandoq́ æqualis, quandoq́ minor re uisa, sed semper conuersum habens situm, & quandoq́ una, quandoq́ plures imagines uisui occurrent.

Fiat item ut in 29. huius, eadem dispositio figuræ, quæ facta est in 48. octaui huius. Si ergo aliquod punctũ cõmune ambabus superficiebus d a o & d b o, fuerit in axe pyramidis, ut punctum o, & si duæ lineæ a e & b e, fuerint ꝑpendiculares super superficies contingentes pyramidem speculi, hoc autem est possibile, quia lineæ a e & b e sunt æquales, possunt enim cum axe continere duos angulos acutos æquales, cum ergo hæ duæ lineæ fuerint perpendiculares super illas superficies, & uisus fuerit in puncto d, tũc superficies trigoni d e g, in qua sunt lineæ g e & d e, transibit per totã axem & per centrum uisus, & utraq́ superficies d a o & d b o, erit decliuis super axem speculi, & communes ipsarum sectiones cum superficie conica speculi erũt duæ sectiones oxigoniæ, & forma trium punctorũ quæ sunt r b q, reflectetur ad uisum existentem in puncto d, à puncto speculi quod

est b,

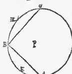
quod est b, formæ quoque trium punctorum quæ sunt, m l f, reflectētur ad uisum in puncto d, à puncto speculi a, cum ergo lineæ m l f & r h q, fuerint in aliqua superficie corporis uisibilis, & uisus fuerit in puncto d, tūc ut supra in 29. huius patuit, linea n u erit imago lineæ m r, & linea c k erit imago lineæ l h, & linea p i erit imago lineæ f q, erit itaque imago lineæ m r, quæ est linea n u minor quàm linea m r, & imago lineæ quæ est p i erit maior quàm linea f q, & imago lineæ l h quæ est c k, erit æqualis ipsi lineæ l h. Omnes quoque istæ imagines cōuersim habebunt situm respectu rerum quarum ipsæ sunt imagines uisu existente in puncto d, quod si uisus fuerit in puncto o, & lineæ n u, c k & p i quæ sunt imagines linearum m r, l h & f q, uisu existente in pūcto o, fuerint in superficie huius corporum uisibilium, tunc per eandem præmissam rationem in 29. huius, imagines illarum linearum n u, c r & p i, erūt lineæ quæ sunt imagines literarū m r, l h & f q, eritque imago lineæ p i, quæ est linea f q, minor quàm linea p i, & imago lineæ c k quæ est linea l h, erit æqualis suæ lineæ, & imago lineæ n u, quæ est linea m r, erit maior ipsa linea n u, & istæ imagines omnes erūt lineæ rectæ, & apparebunt ultra centrum uisus quod est in puncto o, & si imaginentur continuari capita illarum linearum per lineas n c p & b k i, erunt loca imaginum illarum linearum, lineæ m l f & k h p, puncta itaque istarum imaginum quæ sunt m l f, comprehenduntur super eandem lineam reflexionis quæ est a o, & puncta r h q, comprehenduntur super eandem lineam reflexionis quæ est b o, et imago puncti remotioris à uisu erit propinquior uisui, & imago puncti propinquioris uisui, erit remotior à uisu, conuersim itaque habebunt situm omnes istæ imagines, quod est propositum, patet itaque ex his quatuor propositionibus, quod lineæ rectæ quandoque in his speculis pyramidalibus cōcauis uidentur conuexæ, quandoque concauæ, quandoque rectæ, & quandoque maiores, & quandoque minores, & quandoque æquales rebus uisis. & sunt omnes rectæ imagines difformem situm habentes respectu situs rerū quarum sunt imagines, & accidit in his speculis sicut in alijs speculis numerari imagines secundū numerum punctorū reflexionis & forte imagines eiusdem rei diuersarū erunt formarum secundum diuersum situm suarū partium, quæ omnia ex præmissis principijs possunt faciliter declarari, hæc itaque de regularibus speculis sufficiant ad præsens. Deinceps uero in sequentibus huius libri ad tractatū quorundam irregularium speculorum comburentium ingenium conuertemus.

XXXV.

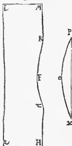
Possibile est speculum ex conuexo & concauo compositum fieri in quo dextra apparent dextra, & sinistra sinistra, & multa diuersitas imaginum occurrit.

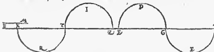
Assumatur in illa magnitudine qua quis construere uoluerit tale speculum, circulus qui sit a b g, & inscribatur ei latus pentagoni inscriptibilis eidem circulo per undecimā quarti, quod sit a b, & similiter inscribatur eidem circulo latus exagoni p 15. quarti, qd' sit b g, eritque per eādem 15. quarti, linea b g æqualis semidiametro circuli, & abscinditur ab illo circulo portio a e b, cuius arcus a b, per 27. tertij, est æqualis quintæ parti periferiæ circuli, & similiter abscindatur ab eodem circulo portio g z b, cuius arcus b g est æqualis sextæ parti circuli, fiant quoque formæ regulares ad quantitatem illarum duarum portionū, quarum una fiat secundum quantitatem portionis a e b, quæ sit cōcaua, ut est figura quam descripsimus z h c f k m l, altera uero facta ad quantitatem portionis quæ est g z b,

est g z b, sicut conuexa ut est figura x o p, & assumatur petia ferri rectangula, cuius longitudo sit maior quàm ambæ cordæ a b & b g, latitudo quoq; sit maior quàm corda b g, & incuruetur ferrum taliter, ut eius longitudo sit conuexitatis portionis a e b, ita ut superficies cõcaua quæ est k f c, sibi extrinsecus applicetur, & eius latitudo sit in parte longitudinis residuæ concauitatis portionis g z b, ita ut conuexitas superficiei x o p, sibi intrinsecus applicetur taliter, non fiat, ne forma conuexitatis impedimentũ accipiat ex forma cõcauitatis, sed in eadem superficie speculi ipsarum quælibet imprimatur, poliaturq; speculum ex partibus ambabus, ꝓpter qđ oportet ut lamina speculanda sit cõuenienter spissa, ut ex utraq; parte salua dispositiõe reliqua ualeat poliri, hoc itaq; speculum si super sedem uolubilem ad hãc præparatam componatur, & super



ipsam uoluatur, ita quod nunc conuexa nunc concaua superficies uisui se offerant, tunc apparebũt dextra dextra & sinistra sinistra, & distant quasi duobus cubitis, apparet imago cõmensurata & similis ueræ formæ, magis uero distãti ꝓtenditur imago in anterius, propius uero accedenti ad cõuexam superficiem speculi fit imago penitus informis, & magis accedenti informitas plus augetur, & contraria ei quod uidetur, fit imago magis quàm accedenti prolixior apparens, & fit facies uidentis consimilis formæ equi, & semper magis inclinato speculo, imago apparet plus inclinata, pmutato quoq; speculo, imago quandoq; habet caput sursum & pedes deorsum, & quandoq; pedes sursum & caput deorsum, & plus experientia quàm scriptura docebit imaginum diuersitates, Quia si connectantur duo specula sphærica, quorum unum sit concauum, reliquum cõuexum, non moto etiam speculo uariatur dispositio imaginũ, propter reuelationem enim formæ reflexæ ab uno speculo in alterũ, dextra apparebunt dextra, & sinistra sinistra, & in parte conuexa nõ mutabitur situs imaginis secundum sursum & deorsum, Sed in parte concaua uidebitur imago super capita uel ut antipodes, Causa uero omniũ horum in simplicibus speculis dicta est per præmissa, modo quoq; tali in præmisso speculo permiscentur imagines, & si in eadem concauitate sit speculũ planum ipsis speculis sphæricis conuexis & concauis interpositũ, uariabitur imaginũ quantitas, qa in planis est imago æqualis rei uisæ p 52. quinti huius, in cõuexis uero est minor per 39. quinti huius, In concauis uero quandoq; æqualis, quandoq; maior, & quandoq; minor, ut patet per 48. octaui huius, & tale speculum potest taliter componi. Sit superficies aliqua plana, quæ a b, & fiant in ipsa specula conuexa quæ sint a t g & t r k, & similiter fiant in ipsa specula concaua quæ sint g d e & z i t, & fiant specula plana quæ sint e z & k b, ponaturq; res uisa in puncto m, quæ à speculis illis ad uisum reflectatur, à planis itaq; speculis apparent æqualia idola & æqualiter distantia, & à conuexis minora & minus distantia, à concauis uero diuersa & diuersimode uisui occurrentia, sicut in alijs ꝑdemonstratum est. Ingeniũ uero modernorum & futurorum addat quod libuerit, quia sufficienter dedimus cogitantibus principia multorũ talium adinuentionũ, et nos quæ talia digna memoria inuenimus, posterius cõscribemus.





XXXVI.

A speculis columnaribus uel pyramidalibus concauis ignem difficile est accendi.

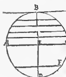
Si enim

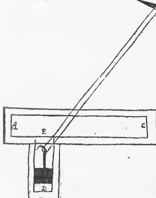
Si enim in speculis pyramidalibus concauis superficiei reflexionis, & speculi communis sectio sit linea longitudinis, non est necessarium ignem ab ipsis accendi, sicut neque à speculis planis, etiam si superficies reflexionis omnes se in axe columnæ intersecent, radij enim æquedistanter superficiei speculi incidentes, æquedistanter utiq; reflectuntur, perpendiculares quidem in se ipsos ad diuersa puncta speculi columnaris secundum quæ cum ipsi speculo incidebant axem secabant, & ita nunquam in pūcto concurrent, sed in tota linea axis distendentur, nō ꝑpendiculares uero radij oblique, scilicet superficiei speculi incidentes, quoniam secundum angulos quos faciunt cum perpendiculari ducta ab axe ad lineam longitudinis quæ est communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei contingentis columnam, ad partem aliā in eadem superficie à dicta perpendiculari reflectuntur, patet ergo, quia secundū quod æquedistantes ad inuicem incidunt, sic quasi æquedistantes ad inuicem reflectuntur, & non in puncto, sed in linea concurrēt per 29. primi. Quod si dicatur quod aliqua superficies reflexiōis se in axe colūnæ nō intersecent, sed sint æquedistātes, qđ est impossibile ut patet p 7. septimi huius, palā tñ est quod in eis reflexi radij nunq̄ concurrēt. Si uero sectio cōmunis supficiei reflexiōis, & superficiei columnæ sit circulus, tunc per eius centrū transeuntes radij, q̄m omnes sunt perpendiculares super superficies contingentes in punctis suæ incidentiæ, ut per 21. septimi huius, ostensum est, tunc patet quod omnes reflectuntur in seipsos, & concurrent in centro circuli illius siue sit basis columnæ speculi siue sit circulus basi æquedistantis, hoc autem centrum erit semper in axe, & sunt tot centra talium circulorum in axe, quot sunt circuli in columna, ad unum ergo punctum non reflectuntur radij totius superficiei speculi columnaris, sed ad totam axis lineam, quod si radij reflexi secundum circulum nō transeunt centrum circuli, tunc secundum angulorum incidentiæ diuersitatem fiet diuersitas reflexionis ad semidiametrum circuli, non fiet concursus in centro circuli radiorū in tota semidiametro, et sic ignis difficiliter accēdi poterit, sicut etiam prius dictum est in speculo sphærico concauo, ut patet per ultimam octaui huius, quod si communis sectio dictarum duarum superficierum sit sectio columnaris, tunc radij paucissimi concurrent, patet ergo quod non est possibile omnes radios superficiei speculi columnaris concaui in unum locum uel etiam in unam lineam aggregari, & ob hoc pauci antiquorum tali speculo pro combustioníbus sunt usi. Ex speculis etiam pyramidalibus lumen aggregari & ignem accendere nō est necessarium, quamuis ad hæc multarū acclinetur imaginatio, cuius causa est, quia in talibus speculis communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi non potest esse circulus alius, nec basis, nec æquedistans basi, propter hoc quod prius dictum est, & patet per secundam huius, in nullo ergo euentu possunt radij à periferia circuli in centro concurrere, sicut aliqualiter accidit in speculo columnari, quod si sectio communis superficierum dictarum sit linea lōgitudinis speculi, quoniam superficies speculum contingens contingit in linea longitudinis, tunc accidet in his speculis sicut prius dictum est in planis & columnaribus speculis, radij enim incidentes uel quoscunq; angulos fecerint cum linea longitudinis eosdem facient cū eadem reflexi, & sic radij incidentes æquedistant, & æquedistanter reflectuntur, non ergo concurrent etiam si sint in eadem superficie reflexionis, & si in diuersis sint superficiebus patet quod non concurrent nisi in axe, quia superficies reflexionis se sup axem pyramidis intersecant, & nunc concursus radiorum fiet in linea non in puncto. Si communis sectio superficierum dictarum sit sectio pyramidalis, nec adhuc omnes uel plures radij eiusdem superficiei uel diuersarum aliqualiter concurrēt, nullo ergo modo radij incidentes pyramidali speculo omnes, uel plures ipsorū, uel etiā pauci in puncto uno possunt concurrere, ut aliqd ignitioni resistens naleāt ignire, nec etiam pluralitas coniunctorum speculorū aliud ualidū respectu laboris supadditi apportabit, patet ergo illud qđ ꝓponebatur.

XXXVII.

Ex plurium ſpeculorum ſphæricorum concauorum interſectione ſpeculum comburens conſtitui eſt poſſibile.

Verbi gratia. Sit circulus alicuius ſpeculi ſphærici concaui, qui a b c d, & eius centrū e, interſecentq́; ſe in ipſo duo diametri a c & b d, orthogonaliter, incidantq́; radij ſolares in circulo, palam itaq; per ea, quæ in ultima octaui huius dicta ſunt, quoniam radius incidens circulo ſecundum aliquam diametrorū, uerbi gratia, ſecundum diametrum a c, reflectitur in ſeipſum trans centrum radiorum non æquediſtantium illi diametro a c, qui contingit circulum, palam quia incidit in punctū b, per 29. primi, angulus enim quem linea contingens cōtinet cū diametro eſt rectus p 17. tertij, & angulus b e a eſt rectus ex hypotheſi, & ille ergo radius contingens circulum nō reflectitur, quia nihil inuenit reſiſtens, pcedit ergo in cōtinuum & directū, alius uero radius æquediſtans diametro a c, cū linea in puncto ſuæ incidentiæ ſpeculū contingente, continet angulū rectilineū acutiſſimum, & modicam abſcindit portionē circuli, incidens & modicū ſe reflectens, ſed æqualiī. Sic itaq; omnes radij æquediſtantes diametro a c, incidentes circulo ſpeculi, æquales abſcindunt circuli portiones, ſemp enim angulus reflexionis eſt æqualis angulo incidentiæ, illi aūt anguli æquales ſemp æq̄les abſcindunt portiones p 43. primi huius, ſolus aūt radius incidens circulo æquediſtanter diametro a c, abſcindens portionem, cuius arcus eſt ſexta pars periferiæ circuli, & cuius corda eſt æqualis lateri exagoni inſcriptibilis eidem circulo reflectiī ad punctū c, terminum diametri c a. Eſt eñ diameter a c, æquediſtans medio lateri exagoni ſuo circulo inſcripti, quem exagonū diuidit illa diameter p æqualia, ut patet p 63. primi huius, ſitq́; ut talis radius incidat circulo in puncto f, omnes quoq; radij æquediſtantes ſemidiametro a c, incidentes reliquo arcui quartæ circuli, cuius corda eſt æqualis reſiduo alteri exagoni, & eſt arcus f c, reflectūtur ad illam partem circuli portiones æquales abſcindentes & oēs illi radij tranſeunt p aliquod punctum ſemidiametri c e, & quodcunq; punctū reflexionis imaginetur moueri circa axem a c, quouſq; redeat ad locū à quo exiuit, illud pūctū motu ſuo deſcribet circulus cuius polus erit punctū c, et à tota illius circuli periferia, fiet reflexio ad idē punctum ſemidiametri ſpeculi quæ eſt c e, fietq́; in illis punctis diametri combuſtio oppoſita aliqua materia cōbuſtibilis, ſed debilis & cū mora tēporis, qđ ſic fieri poſſit, ut loca plura cōbuſtionis uel omnia in unū punctū cōgregentur fiet fortior cōbuſtio. Hoc aūt uiſum eſt poſſibile fieri per interſectionem ſphæticā plurium ſpeculorū ſphæricoꝝ cōcauorum, non aūt inæqualiū, quia in illis nō cōuenienter uniformis poteſt inueniri ꝓportio. Relinquitur ergo qđ æqualiū ſpeculorū ſphæricorū ſit illa interſectio, ita ut illud quod uariat in locis cōbuſtionum diuerſitas diſtātiæ radiorū æquediſtantiū axi ſpeculi, & ad ipſam axem reflexaꝝ cōformet diuerſificatio centrorū, ut ſi centra ſphærarū ſpeculorū ſe interſecantium





tium secundũ omnia puncta unius semidiametri sphæræ uarientur, tũc enim pũcta combustionis aut oĩa aut plurima in unũ punctum colliguntur, & fortificabitur combustio secundũ illud. Huius aũt rei mœchanicũ artificiũ tradendũ cogitauimus illis, q̃ p manualem fabricã intendere uoluerint p̃missis, cuius forma talis est. Assumatur regula lignea uel ænea quadrangula planarũ superficierũ quãta placet, et sic eius latitudo tripla erit suæ spissitudini uel circa illud, deinde in medio suæ latitudinis cauetur secundũ lineã rectã, & planetur foramen, & ordinetur taliter, ut intra ipsam decurrere possit nauicula admodũ artificij tornatorũ, in qua nauicula uncus ferreus infigatur, & hæc regula sic concauata & disposita, taliter situetur ut eius cauata superficies sit erecta sup superficiẽ horizontis, & lineæ profunditatis suæ concauitatis sint ppendiculares sup superficiem horizontis, sitq̃ linea q̃ motu suo describet uncus motæ nauiculæ æqualis semidiametro ꝓpositi circuli, quæ est e d, ita q̃ punctũ e, cadat in intrinseca superficie ipsius unci ferrei, qui motu nauiculæ cui infixus est mouetur. Deinde assumatur alia regula lignea uel ænea similiter quadrangula ut prima, & planarũ superficierũ, & hæc similiter in sui superficie latiori cauetur subtiliter secundũ lineas rectas, & planentur sup̃ficies cõcauitatis ita ut sine impedimento per illã concauitatẽ possit alia subtilis regula uel funiculus moueri, Sitq̃ concauitatis illius regulæ dupla lineæ e d, hoc est ut sit æqualis diametro circuli q̃ est a c, & hæc regula cũ priori regula taliter adaptetur, ut eius superficies nõ concauata æquedistet horizonti, & eius superficies cauata respiciet cauaturã regulæ prioris, & ordinetur orthogonaliter sup illã ita ut angulus d e c sit rectus, & sit medius pũctus longitudinis suæ cõcauitatis correspondens pũcto e, qui est pũctus unci ipsius nauiculæ, & sint oĩa hæc in eadem superficie æquedistante superficiei horizontis. Fiatq̃ tertia regula ænea longa quadrangularũ sup̃ficierum planarũ & rectarũ linearũ, q̃ sit e f g. Sitq̃ eius pars e f æqualis semidiametro circuli q̃ est e c, sitq̃ taliter disposita, ut p aliquã armillã uel foramẽ applicetur unco nauiculæ secundũ punctũ e, & ut ipsa moueri possit per cõcauitatẽ lineæ a c, sitq̃ in puncto f nodus, cuius diameter sit maior diametro concauitatis regulæ a c, fiat quoq̃ reliqua pars lineæ e f g quæ est f g, lõgitudinis placitæ cuiuscũq̃, & in pũcto g, adhibeatur clauus acutus in fine, qui sit illius quantitatis, ut mota linea e f g, attingere possit pauimentum uel illam aliam superficiem substratam. His itaq̃ omnibus sic dispositis immittatur regula e f g, secundum foramen puncti e, in uncum nauiculæ, & trahatur nauicula plane per cocleam uel modo alio ut uidebitur, plano tamen & æquali tractu, & sequitur regula e f g, tractum nauiculæ, decurretq̃ punctus f, in superficie regulæ a c, & semper mutabitur centrum circuli, cuius diameter est linea e f, cum itaq̃ pũctus e, peruenit in punctũ d, tunc punctus f, erit in medio puncto lineæ a c, quod est centrũ circuli p̃missi, omniumq̃ punctorũ reflexionis lineis uel quarũcunq̃ formarum à quarta circuli quæ est c b, concursus radiorũ uel diffusæ uirtutis erit in centro circuli qđ est e, qm̃ omnia puncta combustionũ concurrentia in axe e b, reducta sunt ad punctũ e, quod est centrũ circuli, utpote omniũ radiorũ incidentiũ circulo speculi æquedistanter diametro a c. Similiter quoq̃ si placet fiat in alia quarta circuli descẽdente plane ipsa nauicula reducendo punctũ f ad punctũ a, tũc eñ punctũ g, lineæ f g, motu suo describet quandam lineam per clauum sibi affixum in pauimento figuralem, & hanc lineã dicimus lineam ecentralem, qm̃ est intersectio infinitorũ circulorũ, quilibet eñ punctus illius lineæ, exceptis punctis extremis correspondentibus pũctis a & c, ipsius diametri a c, & quibuslibet duobus punctis æqualiter distantibus à pũcto medio totius lineæ ecentralis diuerso correspondet centro, sicut et quælibet duo pũcta æqualiter distantia à pũcto sui medio respiciunt idem centrũ, & sunt pũcta unius circuli alterum circulũ secãtis, hæc ergo linea ad constitutionem propositi speculi utemur secundũ ipsam aliquam specularem superficiẽ cõcauantes, sicut p modũ demonstrationis & artificij inferius dicetur, patet ergo ꝓpositũ.

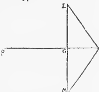
XXXVIII.

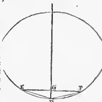
Ex intersectione plurium speculorum pyramidalium cõcauorum ignem est possibile accendi.

Quod hic proponimus primum fuit, quo duobis harum rerum scientiam perquirentibus occurrit, & in cuius rei inuentione primo animus noster cõquieuit, quia & si non

ad unum punctum mathematicum, ad unum tamẽ punctũ naturalem modicam & quasi insensibilem latitudinem habentem radij unius totalis superficiei possunt faciliter aggregari, quæ nobis uero postea occurrerũt ualidiora sunt. Nihil tñ istorũ duximus ꝓtermittendũ, ut posteriorũ animi altius excrescãt, ꝓsenti itaq; demonstrationi opus ipsum mœchanicũ duximus aliqualiter immiscendũ, nihil tamẽ de demonstrationis substantia obmittentes. Assumatur ergo quæcũq; pyramis quæ sit a b c d, cuius uertex sit punctum a, sintq́; lineæ longitudinis illius pyramidis a b & a c, & sit axis ipsius linea a d, quæ sit exempli causa partes 18. secundum quod diametri circuli suæ basis quæ est f b e c, est partes 6. eritq́; per 89. primi huius, punctum d centrũ circuli, qui est basis ipsius pyramidis, inscribaturq́; circulo basis linea æqualis semidiametro ipsius per primam quarti, quæ sit f e. Sitq́; aliqua diameter in circulo æquedistans inscriptæ lineæ, quoniam diuisa linea f e per æqualia ex decimo primi, producatur à puncto diuisionis, quæ sit g, perpendicularis super illam lineam ex undecima primi, hæc quoq; transibit per centrum circuli per tertiã primi, producaturq́; linea illa ad utranq; partem circunferentiæ & sit b c, extrahatur ergo perpendicularis à centro circuli basis quod est d, super diametrum b c, quæ sit d h, & producaẽ ad partem aliam circuli, fietq́; diameter quæ sit h k æquedistans lineæ e f, per 28. primi, producantur q; à punctis h & k, duæ lineæ longitudinis pyramidis ad uerticem quæ sint h a & k a, producatur quoq; à puncto e, linea æquedistans lineæ h a, ex 31. primi, & concurrant productæ lineæ in puncto x, concurrent autem ideo, quia ipsarum æquedistantes quæ sunt k a & h a, concurrunt in puncto a, inter duas ergo lineas e x & f x, cõtinuata plana superficies & terminata ad lineam f e, quæ sit trigonum f e x, palam quoniã intersecabit pyramidem. Eritq́; triangulus x f e, propter æque distantiam laterum æquedistans triangulo magno in pyramide, quæ est a h k, & sicut triangulus a h k, diuidit pyramidem per æqualia, eo quod sit duabus lineis lõgitudinis & diametro basis contentus. Sic etiam triangulus x f e, aliquam pyramidis resecat portionem, abscindatur ergo hæc portio à tota pyramide, quæ sit l f b e g, eruntq́; lineæ l f & l e, ꝑ 98. primi huius, partes æquales unius sectionis conicæ quæ est e l f, diuisa per æqualia in sui supremo pũcto quæ est l, ducantur ergo lineæ rectæ quæ sint l e & l f, & sint æq̃les, linea uero l b, quæ est pars lineæ longitudinis pyramidis, erit minoris quantitatis qualibet linearum l e & l f. Eritq́; linea b g, linea profunditatis huius portionis, linea uero f e, linea latitudinis, & linea l g, latus portionis erectum æquedistans lineæ d a, quæ est axis pyramidis. Expedit ergo ut operi mœchanico consulentes noticiam harum linearum omnium perquiramus, supponentes ea quæ in cordis & arcubus sunt probata, palam autem ex præmissis quoniã linea f e, quæ inscripta circulo, quia est æqualis eius semidiametro, est partes 60. secundũ quod diameter circuli est 120. arcus ergo f e, similiter est 60. secundũ qđ circulus est 360. ducãtur quoq; lineæ b f & b e, & quoniam diameter b c, diuidit cordam f e, per æqualia & orthogonaliter, patet quoniam lineæ rectæ f b & b e æquales sunt, ꝑ 4. primi, ergo arcus f b & b e sunt æquales, per 27. tertij, arcus itaq; f e, diuisus est ꝑ æqualia in puncto b, ergo arcus f b est partes 30. corda ergo f b, est 31. partes, tria minuta, & 30. secunda, sed quoniam linea f g, est medietas lineæ f e, quæ sint 60, paret quod linea f g, est 30, quadrentur ergo ex 45. primi, linea f b, & similiter linea f g, & quia quadratum lineæ f b, in triangulo f b g, subtenditur angulo recto, palam ex 46. primi, quia

quadratū lineæ f b, ualet ambo quadrata linearum f b & b g, ablato ergo ex quadrato f b, quadrato f g, remanet quadratum b g, extrahaẽ ergo radix quadrata illius residui, & ipsa est quãtitas lineæ b g, & secũdũ q̃ est linea f g 8. & 30. ptes, & ipsa 8. ptes. 2. minuta 29. secunda, secũdum uero quod diameter b c est partes 6. & semidiameter f e, partes 3. & linea f g partes 8. & 30. minuta, erit linea b g 24. minuta, & 6. secunda, prout ex tribus notis quartum ignotũ perquirens auxilio 20. ppositionis 7. diligens inquisitor facile poterit inuenire, qm̃ uero linea g l, erecta æquedistans est axi pyramidis quæ est d a, patet ex 29. primi, qm̃ trianguli d a b & g l b sunt æquianguli, ergo per 4. sexti, erit pportio lineæ d a ad lineam g l, sicut lineæ d b ad lineã g b, ergo per 16. quinti, erit permutatim lineæ d a ad lineã d b, sicut lineæ l g ad linea g b, sed linea d a, secupla est ad lineam d b, ex hypothesi, erit ergo linea l g, secupla lineæ b g, patet ergo, qm̃ linea l g, erit duæ partes, 24. minuta, 36. secunda, secundum quod linea d a est partes, 18. secundũ quod in triangulo l b g, angulus l b g est rectus, qa latus g l queadmodũ linea d a, orthogonaliter erectum est super supficiem circuli basis pyramidis p 89. primi hui9, & p 8. undecimi, patet ergo q̃a quadratũ lieæ l b, ualet quadrata ambarum lineaꝝ l g & b g, ex 46. primi huius, cõponantur ergo quadrata & aggregati radix quadrata extrahaẽ, & ipsa est quantitas lineæ l b, quæ secundũ ppositum numerũ quo semidiameter basis est 3. partes, erit duæ partes, 26, minuta. 35. secunda, & quia linea l g, erecta est super superficiẽ basis pyramidis, palam ex diffinitione lineæ erectæ super supficiẽ, qm̃ ipsam cum lineis g f & g e, angulos rectos facit, sicut etiã cum omnibus lineis in dicta superficie productis, quadratum ergo lineæ e l, rectæ quæ in triangulo rectilineæ quæ est e g l, angulo recto opponitur, ualet quadratum lineæ l g & lineæ g e. Cõiunctis ergo illis quadratis ipsius quadrati extrahaẽ radix, & patet q̃d linea recta quæ est l e, est duæ partes. 50. minuta. 19. secũda, & quia per eadẽ quadratũ lineæ rectæ quæ est f l, ualet quadratum lineæ f g, quæ est æqualis lineæ g e. & quadratũ lineæ l g, patet quia linea l f, est æqualis lineæ e l. Erit ergo liea f l duæ partes, 50 minuta. 19. secunda, habeẽ itaq; noticia omnium linearum portionis pyramidis assumptæ necessariæ operi præsenti. Cũ autẽ difficile sit assumi pyramidẽ pposito cõpetentẽ, qm̃ oportet ut ipsa tota esset concaua solidi corporis densi & polibilis pro factura speculi, ut prius dictum est, & ab illis difficilis fieret abscisio, sufficiat ipsam habere mathematicam in imaginatione. Cum ergo ad opus speculi libeat pcedere, fiat de corpore polibili albo, utpote argenteo uel ferreo bono portio pyramidis concaua, sit ut basis illius sectionis sit portio circuli, qui est basis imaginatæ pyramidis, cuius corda sunt medietas diametri imaginati circuli, & est linea f e, eritq; partes tres, sinus uero uersus qui g b, sit secundũ illam quantitatẽ. 24. minuta, 6. secunda, quæ est linea pfunditatis acceptæ sectionis, & forte qñ ptrahitur assimilatur sagittæ, secundũ quod illæ lineæ cordæ & arcui simulantur, & erunt lineæ e b & f l rectæ æquales, & ipsaꝝ qualibet est duæ partes, 50 minuta. 19 secunda, & erit linea l b duæ partes. 26. minuta, 35, secunda, secundũ dictam quantitatẽ, quæ oĩa si bene mensurata fuerint, patet q̃d habeẽ portio pyramidis, cuius circuli basis diameter est partes 6. & axis pyramidis partes 18. eritq; tale speculũ latius q̃ sit longum, & in breue spacium radios plurimos congregabit, q̃d si axem pyramidis imaginatus fueris 24. partes, secundum quod diameter est partes 6. tunc erit linea l g 4. partes & longius radij ptenduntur, eruntq; ex hiaꝝ lineaꝝ notitia, & ex notitia lineaꝝ e g & g f, quarum notitia supponitur, eo quod sunt medietas semidiametri, omnes aliæ lineæ notæ componenti quadrato lineaꝝ notaꝝ, & radicem lateris oppositi recto angulo extrahenti, & minoꝝ

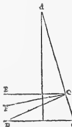




talium est infinita, eo quod secundū omnem numerum axem pyramidis accipi est possibile, diametro tñ circuli basis nō mutata secundū numerum, & si mutetur secundū quātitatē partium numeratarū, certitudo ergo numerorū operationi indagatoris soliciti relinquatur, sinus em̄ uersus & medietas semidiametri circulo inscripto semidiametro, secūdum quē fit basis portionis abscisio, nō poterunt uariari, ex quorū notitia ad aliarū linearum notitiam poterit ꝓcedi. Quod si radios ad longam distantiam aggregari placuerit ex quo tñ uirtutem ipsorū debilitari patulū est, nisi quantitas aggregationis quantitatem uincat distantiæ, illud erit in excessū pyramidis lateris erecti ipsius. s. axis pyramidis respectu semidiametri basis, & semidiameti basis respectu sinus uersi, potest ergo si placet circulo basis inscribi medietas semidiametri, hoc aūt cū sit ꝑtes 30. secundū q̃d tota diameter est partes 120. si ex notis notum extrahatur, inueniet̃ arcus sibi corrñdens in circulo, 28. partium, 57. minutorū, 21. secūdarū, qui ex 29. tertij, si per æqualia diuidatur erit medietas ipsius 14. partes, 28. minuta, 40. secūda, 30. tertiæ, secundum qd' circulus est 360. cuius arcus cordam operans inueniet 15. partes, 7. minutæ, 13. secunda, 20. tertia, secūdū quod diameter est 120. semidiameter quoq; partes 60. sed quod diameter est partes 3. erit 45. minuta, 21. secunda, 40. tertia, sitq; latus f b, sed linea f e inscripta circulo æqualis medietati semidiametri, per diametrū orthogonaliter superstantem ei, ex 3. tertij, diuidit̃ per æqualia in puncto g, ergo linea f g est medietas lineæ f e, quæ est pars & 30. minuta, linea ergo f g, est 45. minuta, quadratū itaq; f g, auferatur ex quadrato f b & residui extrahat̃ radix quadrata, & erit linea g b, quæ est sinus uersus ipsius arcus f e, 5. minuta, 42. secunda, 44. tertia, cuius immutabili hæc posita quantitate numerati axe pyramidis quocunq; in numero & quantitate uariata diametro basis 6. partiū, cuiuscūq; quantitatis existentis, omnes lineæ abscisæ sectionis, ut prius operanti possūnt faciliter inueniri. Fabricata itaq; sectione pyramidis si placet ex ferro competentis spissitudinis, mensuratione'q; facta linearū præmissarum in illa secundū ꝓportionem axis imaginatæ pyramidis, & secundū diuersitatē lineæ basi inscriptæ, quā fieri posse diximus secūdū quantitatē semidiametri uel medietatē ipsius, ut secundum hæc quantitas sinus uersi & tota ꝓportio uarietur, planetur speculum intrinsecus ne partes partibus multum præmineant quantū est possibile. Quia uero & si hoc speculum secundū ultimū possibilitatis poliretur, tñ quia est pars pyramidis, omnes radij ipsius uel plures ad unum punctū aggregari esset impossibile, ut patet per 26. huius. Oportet ergo ante politionē completam aliam sibi adhibere medelam. s. ut in eo fiant diuersarum intersectiones pyramidum quod per tale artificium poterit cōpleri, qm̄ em̄ in assumpta pyramidis portione, triangulus l b g, qui continetur à lineis intra sectionē assumptis, est notorū laterum, æqualis ei triangulus in aliquo plano describatur, quæ sit item l b g, qui si duplatus fuerit, ꝓtracto latere l g, quousq; linea g m, sit æqualis lineæ g l, & compleatur triangulus l b m, palam quod siue sit orthogonius siue ampligonius, siue oxigonius, quia ex doctrina 54. quarti, circulus sibi potest circumscribi, circumscribatur ergo, quod ut facilius fiat, assumatur prior dispositio. s. ut linea b g, sit 24. minutorum, 6. secundorum, & linea l g, 2. partium, 24. minutorum, 26. secundorum, eritq; l g, secupla lineæ b g, ꝓducatur ergo linea b g, in cōtinuum & directum ad punctū p, donec linea g p sit secupla lineæ l g, erit ergo proportio lineæ p g ad lineam g l, sicut lineæ g l ad lineam g b, ergo per 16. sexti, illud q̃d fit ex ductu lineæ g p in lineā b g, erit æquale quadrato lineæ g l, sed quadratum lineæ g l, æquale est ei quod fit ex ductu lineæ g l, in lineam g m, quia linea l g, est æqualis lineæ g m. Illud ergo quod fit ex ductu lineæ p g in lineam g b, est æquale ei quod fit ex ductu lineæ l g in lineam g m, ergo lineæ p g & l m, in circulo aliquo se intersecant ex conuersa 24. tertij. sed linea p b, secat lineam l m per æqualia, & orthogonaliter ei super stat ex prius datis, transit ergo linea b p, per centrum circuli ex prima tertij, quæ diuidatur per doctrinam eiusdem per æqualia, & erit in puncto diuisionis centrum circuli circumscriptibilis triangulus l g b, & erit diameter circuli quæ est linea b p, 14. partes. 51 minutum. 42. secunda, cuius medietas est 7. partes. 25. minuta. 51. secundū, & est punctus ille post completam fabricam locus aggregationis radiorum speculi secundum dictam

dictam dispositionis quantitatem, præterq; modicum quod perditur in limando, quod si basi eiusdem pyramidis inscribatur medietas semidiametri axe pyramidis existente 18, erit linea b g. 5. minuta. 42. secunda. 44. tertia, cuius secuplum est latus l g, quod erit. 34. minuta. 16. secunda. 24. tertia, cuius item secuplum erit linea g p, & ipsa erit. 3. partes. 25. minuta. 38. secunda. 24. tertia, à ducta ergo linea b g, erit linea b p. 3. partes 31. minutũ. 21. secũdũ. 8. tertia, cuius medietas est pars una. 45 minuta. 40. secũda. 34. tertia, & est punctus ille locus aggregationis radiorum speculi secundum talem quantitatem dispositi, præter illud quod deperditur in limando. Similiter etiam est in reliquis formis speculorum secundum quantitatẽ varias acceptorum, & semper secundum proportionem axis pyramidis respectu diametri basis, & semidiametri respectu sinus versi, fit diuersitas elongationis puncti aggregationis radiorum à speculo, qui secundum eundem modum est in omnibus perquirendus. Assumatur ergo pars circuli circumscribentis triangulum l m b, & resecetur secundum lineam b p, quæ est diameter, & deinde ducatur à centro illius circuli quæ sit q, linea q l, & resecetur circulus secundum illam, remaneatq; q l b sector, in quo postea fiant intersectiones triangulorum diuersarum pyramidum huiusmodi, quĩa enim angulus l b g, est angulus semicirculi, patet ex 15. tertij, quĩa ipse est maximus omnium angulorum acutorum, ergo est maior quolibet angulo trianguli cuiuslibet pyramidis, resecetur ergo ab ipso angulo alicuius trianguli, cuius latus tertium à centro circuli puncto q, productam rationem angulum contineat cum linea b q, quæ est semidiameter circuli, producaturq; à puncto b, linea secans arcum b l, prout vicinius possit puncto b, & sit arcus resectus b t. Verum adhuc à puncto b, ducantur latera aliorum triangulorum intersecantia arcum b l, & sint loca intersectionum c d e f l, eruntq; lineæ productæ, quĩa angulum acutum continent cum linea b q, omnes concurrentes cum linea à punctu q, orthogonaliter imaginata erigi, quæ sit q s, ut patet per 14. primi huius, facientq; triangulos, includentes semper altiores ipsis triangulis inclusis ex 21. primi, sintq; omnium illorum trigonorum superiora puncta signata per notam 8. quorum triangulorum quilibet si moueatur latere erecto fixu manente, describet pyramidem rotundam, & pars motus partem pyramidis efficiet axi copulatam, & pars trianguli resecta causabit partem pyramidis habentem proportionem ad totam pyramidem, sicut pars trianguli ad totum triangulum, & sicut partialis motus ad totũ motum, quĩa uero patet per secundam huius, quod in speculo pyramidali concauo secũdum lineas longitudinis pyramidis fit reflexio, ita quod angulus quem facit radius incidens cum linea longitudinis speculi, est æqualis angulo reflexionis. s. ei quem facit radius reflexus cum eadem linea longitudinis speculi, ut si super lineam longitudinis pyramidis alicuius speculi quæ sit a b reflectatur radius e c, æquedistanter semidiametro basi incidens quæ sit b d, patet quia angulus e c a, æqualis est angulo d c b, quĩa eñ ut patet per 20. quinti huius, quoscunq; angulos facit radius incidens cum perpendiculari erecta super superficiem contingentem speculum in puncto incidentiæ, eosdem facit radius reflexus cum eadem perpendiculari, uniuersaliter eñ angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis. Resumatur ergo q l b, sector, & eius trianguli, quia quod demonstratum est in pyramidalibus, uerum etiam est in triangulis causantibus pyramides. Incidit ergo ipsi sectori in puncto c, radius æquedistans lineæ q b, quæ sit h c. Erit ergo angulus incidentiæ, quæ est h c s, æqualis angulo reflexionis, sed angulus h c s, æqualis est angulo q b c, quia per 29. primi, est angulus h c s, æqualis angulo q b c, & angulus q b c, est per 5. primi, æqualis angulo q c b, ideo quod latera q b & q c sunt æqualia per diffinitionem circuli, erit ergo angulus reflexionis æqualis angulo q b c, ergo linea reflexionis æqualis erit lineæ q b, per 6. primi, secundum lineam ergo q t, fit reflexio incidens, ergo radius in punctũ b, reflexus à puncto c, concurrit in puncto q, quia à puncto c, aliam lineam æqualem lineæ q b, continentem cum linea b c, angulum æqualem angulo q b c duci est impossibile. Similiter etiam angulus incidentiæ qui est k d f, æqualis est angulo reflexionis, sed & idem est æqualis angulo q b d, secũdũ pmissum modum deducendo ex 29. primi, ergo angulus q b d, & angulus reflexionis radij k d incidentis

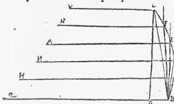
sunt



ſunt æquales, ergo ſecundum lineam q d ſit reflexio. Similiter autem eſt & in alijs demonſtrandum, patet ergo quod omnes radij inciden-tes in puncta ſectionum factæ per latera triangulorum productæ à puncto b, uerſus axem q s reflectuntur ad punctum unum, quod eſt centrum accepti circuli, & quia ſectiones illæ fieri poſſunt quaſi infini-tæ ab una linea ſic ordinata in ſectore ad unũ punctum mathematicũ aggregationes autẽ radiorum fiunt quaſi infinitæ, hæc ergo demon-ſtratio patet, quod omnes radij incidentes punctis b c d, e f l, reflectũ-tur ad unum punctum, qui eſt q, & ſi portiunculæ præminentes, ut d o c auferantur, regulabunt termini c d & e f, interiacentes lineas. ita quod reflexio ab illis facta non multum diſtabit à puncto reflexionis quæ eſt q. Eritq; aggregatio omnium radiorum totali lineæ b l inci-dentium ad unum punctum ſenſibilem naturalem in circuitu puncti q, hæc ergo linea b l, motu ſuo ſuperficiem ſectionis præaſſumptæ py-ramidis ſuperius limando & cauando producet, à qua tota fiet refle-xio ad punctum unum naturalem, ut inferius docebitur. patet ergo propoſitum, faciunt enim iſti trianguli motu ſuo pyramides ſe inter-ſecantes.

XXXIX.

Si ſectionem parabolam linea recta contingat, & à puncto contactus du-catur recta perpendiculariter ſuper diametrum ſectionis productam ad cõ-curſum cum cõtingente, erit pars diametri interiacens perpendicularem & periferiam ſectionis æqualis parti interiacenti ſectionem & contingentem.



Sit ſectio parabola cuius no-men prius libro primo in cõmen-to propoſitionis 98. expoſuimus, quæ ſit l a g, cuius latus rectum ſit l g, & diameter a d, contingatq; hanc ſectionem in puncto b, linea recta, quæ ſit h b k, concurratq; di-ameter, quæ ſit d a, producta extra ſectionem cum linea contingente, quæ eſt h b k in puncto h & à pun-cto contingentiæ quod eſt b, duca-tur per 12. primi, linea perpendi-cularis ſuper diametrum a d, ſecãs ipſam in puncto 3, & ſit b 3, dico quod linea z a pars diametri interiacens punctum ſectionis perpendicularis b 3, & pe-riferiam ſectionis quæ eſt l a g, eſt æqualis lineæ a h, parti eductæ diametri, quæ interia-cet punctum h, quod eſt punctum concurſus diametro cum linea contingente, quæ eſt h b k, & punctum a, quod eſt terminus diametri cadens inter ipſam periferiam ſecti-onis, & hoc uniuerſale eſt, etiam ſi linea recta ſectionis contingat in puncto g, hoc aũt demonſtratum eſt ab Appollonio Pergeo in libro de Conicis elementis, & hic utemus ipſo ut demonſtrato.

XL.

Omne quadratum lineæ perpendicularis ductæ ab aliquo puncto ſectio-nis parabolæ ſuper diametrum ſectionis eſt æquale rectangulo cõtento ſub parte diametri interiacente illam perpendicularem & periferiam ſectionis, & ſub latere recto ipſius ſectionis.

Sit ut in præmiſſa ſectio parabola quæ ſit l a g, cuius latus rectum ſit l g, & eius dia-meter

metet sit a d. & à puncto aliquo sectionis quod sit b, ducatũ sup diametrum sectionis, quæ est a d, ꝑpendicularis b z, dico quod quadratũ lineæ ꝑpendicularis quæ b 3, est æquale ei rectangulo, qui fit ex ductu lineæ 3 7. quæ est pars diametri a d, intercidens ipsam perpendicularem b z, & periferiam sectionis in linea l g, quæ est latus rectum ipsius sectionis. Est ergo per 16 sexti, ꝓportio lineæ l g ad lineam z b, sicut ipsius z b ad lineã z a, hoc autẽ similiter demonstratũ est ab Appollonio Pergeo in libro de Conicis elementis, & nos ipso utemur ut demonstrato. Hæc uero duo theoremata cũ alijs Appollonij theorematib. in principio libri non cõnumerauimus, quia solum illis indigemus ad theorema subsequens explicandum, & nullo aliorum theorematum totius eius libri.

XLI.

Si in sectione parabola ab extremitate diametri ex parte periferiæ sectionis resecetur æquale quartæ parti lateris recti ipsius sectionis, omnis linea æquedistanter diametro incidens alicui puncto sectionis, & linea ab eodem puncto sectionis ad punctum abscisionis diametri producta cum linea contingente sectionẽ super illud punctum, continet angulos æquales.

Sit ut superius sectio parabola quæ l a b g, cuius diameter sit a d, & eius latus rectũ sit l g, ab extremitate quoqꝫ diametri a d, ex parte periferiæ sectionis, hoc est à parte pũcti a, resecetur per 3. primi, linea a e, æqualis quartæ parti lateris recti ipsius sectionis, quod est l g, incidatqꝫ linea t b, puncto sectionis quod est b, æquedistanter diametro a d & cõtinuetur linea à puncto b, ad punctum e, quod separat à diametro a d, lineam a e æqualem quartæ parti lineæ l g, & ducatur à puncto b, linea contingens sectionem, quæ sit h b k, dico quod duæ lineæ t b & b e, cum linea sectionem contingente, quæ est h b k, in puncto b, continent angulos æquales, ita ꝙ angulus t b k, est æqualis angulo e b h, angulus em̃ b e h, non potest euadere unam trium conditionum, aut em̃ erit acutus, aut rectus, aut obtusus, sit primo acutus, & à puncto b, ducatur per 12. primi, super diametrum a d, perpendicularis b 3 cadatqꝫ per 32. primi, punctũ 3, inter duo puncta a & e, & ꝓducatur diameter a d, ultra punctũ a, donec per 2. primi huius, cõcurrat cũ linea contingente sectionem, quæ est k b h, sitqꝫ concursus in puncto h, eritqꝫ angulus a h b acutus, cadet ergo ꝑpendicularis b 3, inter puncta h & e, & erit ꝑ 39. huius, linea a 3, æqualis lineæ a h, & itaqꝫ lineæ a e, est diuisa in puncto 3, & ei est æqualis uni parti diuidentiũ adiecta, quæ est a h. Erit ergo ꝑ 8. secundi quadratum lineæ e h, æquale ei quod fit ex ductu lineæ e a, in lineam h a, uel in lineam a 3 quater, & quadrato lineæ 3 e, sed linea e a, est quarta pars lineæ l g, ex hypothesi, ergo per 1. secundi, uel per 1. sexti, illud quod fit ex ductu lineæ a 3, in lineam a e, quater, est æquale ei quod fit ex ductu lineæ a 3, in lineam l g, semel. Illud ergo quod fit ex ductu lineæ a 3, in lineam l g cũ quadrato lineæ 3 e, est æquale quadrato lineæ e h, sed per præmissam patet, quod illud quod fit ex ductu lineæ a 3, in lineam l g, est æquale quadrato lineæ b 3, qm̃ linea b 3 est perpendicularis super diametrum a d, duo uero quadrata b 3 & 3 e, sunt per penultimam primi, æqualia quadrato lineæ b e, quadrata ergo linearum e h & e b sunt æqualia, ergo linea e b est æqualis lineæ e h, ergo per 5. primi, in trigono e b h, angulus e h b, est æqualis angulo e b h, sed linea t b & d a sunt æquedistantes, ergo per 29.

primi, angulus t b k extrinsecus, est æqualis d h b intrinseco, angulus ergo e b h, est æqualis angulo t b k. Eodẽ quoq; modo demonstrandum de qualibet linea æquedistante diametro a d & d e, linea copulata ad punctum e, qm̃ illa linea sup punctũ e cum diametro a d, angulũ continet acutum, patet ergo propositũ secũdũ hunc modũ. Quod si angulus b e h, fuerit rectus, adhuc patet ꝓpositum, qm̃ angulus c b k est æqualis angulo e b h, qm̃ em̃ angulus b e h est rectus, patet ꝙ linea b e est perpendicularis super diametrum a d, ergo linea e a per 39. huius, est æqualis lineæ a h, sed linea e a ex hypothesi est quarta pars lineæ l g, ergo linea h e, quæ est dupla lineæ a e, est medietas lineæ l g, ergo per 4. secundi, quadratum lineæ e h, est quarta pars quadrati lineæ l g. Id ꝙq; quod fiet ex ductu lineæ e a, in lineam l g, est æquale quartæ parti quadrati lineæ l g, per 1. sexti, qm̃ linea e a est ex hypothesi, 4. pars lineæ l g. Illud ergo quod fit ex ductu lineæ e a, in lineam l g, est æquale quadrato lineæ e h, sed id quod fit ex ductu lineæ e a, in lineam l g, est æquale quadrato lineæ e b per p̄missam, qm̃ linea e b, est ꝑpendicularis sup diametrũ a d, quadratum ergo lineæ e h, est æquale quadrato lineæ e b, ergo & linea e h, est æqualis lineæ b e, ergo ut prius p 5. primi, anguli e b h & e h b, sunt æquales, & qm̃ linea t b, æquedistat lineæ a d, patet per 29. primi, qm̃ angulus t b k, est æqualis angulo e b h, & similiter demonstrandum est de omni linea incidente ipsi sectioni, cum angulus b e h est rectus, & alius iterũ, quod proponebatur. Si uero angulus b e h sit obtusus, dico quod adhuc angulus t b k, est æqualis angulo e b h ducatur em̃ linea perpendicularis, quæ sit b 3, à puncto b, ipsius sectionis, cui incidit linea æquedistãs diametro a d, quæ est t b, illa quoq; ꝑpendicularis super diametrũ a d, sit b 3, cadetq; hæc perpendicularis b 3, inter puncta diametri, quæ sunt d & e, aliàs em̃ duo anguli unius trigoni b e 3 fierent maiores duobus rectis, qm̃ uno existente recto, qui b 3 e, angulus b e 3 esse obtusus, quod est impossibile, cadit ergo punctũ 3, inter puncta e & d, linea ergo a 3, est maior ꝙ linea a e, & qm̃ linea h b k contingit sectionem, & linea b 3, est perpendicularis super diametrum a d, erit per 39. huius, linea a 3, æqualis lineæ a h, ergo linea h a est maior ꝙ linea a e, fiat p 3. primi, linea a m, æq̃lis lineæ a e, remanet ergo linea h m, æqualis lineæ 3 e, linea ergo e m addita, utrobiq; erit linea 3 m, æqualis lineæ h e, quadratum ergo lineæ 3 m est æquale quadrato lineæ e h, qa itaq; linea 3 a, est diuisa in puncto e, & ei est adiecta æqualis uni diuidentium, quæ est m a, æqualis ipsi a e, patet per 8. secundi, ꝙ illud quod fit ex ductu lineæ 3 a, in lineam a m, uel in eius æqualem lineam a e quater, cum quadrato lineæ 3 e, est æquale quadrato lineæ 3 m, uel lineæ e h, quæ sunt æquales, sed illud quod fit ex ductu lineæ 3 a, in lineã a e quater, ut patet ex præmissis, est æquale ei quod fit ex ductu lineæ a 3, in lineam l g, p 1. secundi, uel per 1. sexti, qm̃ linea a e, est æqualis quartæ parti lineæ l g, ex hypothesi, illud ergo quod fit ex ductu lineæ a 3 in lineam l g, cum quadrato lineæ 3 e, est æquale quadrato lineæ e h, sed illud quod fit ex ductu lineæ 3 a, in lineam l g, est

æquale

æquale quadrato lineæ b 3, per præcedentē, qm̄ linea b 3, est ꝑpendicularis super diametrum a d, quadratum uero lineæ b e, per penultimam primi, est æquale quadratis ambabus linearum b 3 & e 3, patet ergo quod quadratum lineæ b e, est æquale quadrato lineæ e h, ergo linea e b, est æqualis lineæ e h, ergo per 5. primi, anguli e b h & a h b sunt æquales, sed ut prius t b & d h sunt æquedistantes, angulus ergo t b k, per 29. primi, est æqualis angulo d h b, ergo & angulus e b h, & similiter demonstrandum in omni linea incidente sectioni æquedistanter diametro a d, cum angulus b e h, est obtusus, patet itaq; generaliter propositum, nam omnis linea incidens periferiæ sectionis æquedistanter diametro, & alia linea quæ ab illo eodem puncto ducitur ad punctũ abscindens à diametro ex parte periferiæ sectionis partem æqualem quartæ parti lateris recti ipsius sectionis, cum linea sectionem in alio puncto contingentem, continent angulos æquales, & hoc proponebatur.

XLII.

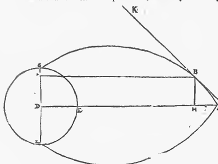
In omni superficie concaua cōcauitatis sectionis parabolæ, si ab extremitate axis cōtingentis sectionem abscidatur pars æqualis quartæ lateris recti ipsius parabolæ, omnis linea æquedistanter axi incidens illi superficiei, & linea à puncto incidentiæ ad punctum signatum in axe producta cum linea in illo puncto superficiem contingente continent angulos æquales.

Sit superficies concaua concauitate sectionis parabolæ, cuius uertex sit punctum a & hæc est sup̄ficies illa, quã motu suo circa axem fixum efficit ipsa parabola per 17. primi huius, & qm̄ ut idem patuit, huius superficiei basis est circulus, quem circa punctum d, motu suo describit linea g d, sit ille circulus g e 3, & sit huius superficiei concauæ axis linea a d, quæ fuit prius diameter sectionis parabolæ, & ab extremitate axis à puncto, s. a, abscindatᷣ ab axe lı̃ea a h, æq̃lis .4. ꝑti lateris recti ipsius sectionis, q̃ sit g z, cuius q̃rtæ ꝑti æq̃lis sit lı̃ea a h, & ducatᷣ à pũcto sup̄ficiei b, linea b t, æq̃distanter axi a d, p̃ 31. primi, & ducatur linea b h, dico quod duæ lineæ t h & b h, continent cum linea contingente superficiem concauam propositam in puncto b, duos angulos æquales, qm̄ enim linea a d & b e sunt æquedistantes, patet quod ipsæ sunt in eadem superficie per 1. primi huius, sed linea b h, cadet inter illas, ergo per 7. undecimi, ipsa est in eadem superficie cum illis, lineæ ergo t b & b h, & a d, sunt in una superficie, sit itaq; ut aliqua superficies plana contingat superficiem propositam super punctum b, superficies itaq; b c d a, secabit superficiem concauam, & erit per 19. primi huius, communis sectio ipsarum parabola, quæ sit a b g, cuius diameter erit linea a d, & erit communis sectio superficiei b c d a, & superficiei planæ contingentis istam superficiem concauam linea contingens sectionem a b g in puncto b, quæ sit linea l b k, quia itaq; linea l b k, contingit sectionem a b g, in puncto b, & linea a h, est quarta pars lateris recti, & linea t b, æquedistat lineæ a d, patet per præmissam, qm̄ duæ lineæ t b & b h, continent angulos æquales cum linea l b k, contingente sectionem in puncto b, qm̄ imaginata moueri superficie b c d a, circa axem fixum quæ est a d, patet quod punctũ b, motu suo efficit circulum in superficie concaua, à cuius totali periferia lineæ ductæ ad punctum h, continent angulos æquales, & idem accidit in quacunq; parte sectionis parabolæ, quæ est a b g, cadat punctus b, siue angulus b h a fiat acutus, rectus uel obtusus, patet itaq; quod omnis linea æquedistans axi a d, est incidens superficiei concauæ propositæ, & linea ab illo puncto ad punctum h, ducta cōtinet angulos æquales, & hoc est propositum.

XLIII.

Speculo concauo cōcauitatis sectionis parabolæ soli opposito, ita ut axis ipsius sit in directo corporis solaris, omnes radij incidentes speculo æquedistanter axi reflectuntur ad punctum unum axis distantem à superficie speculi secundum quartam lateris recti ipsius sectionis parabolæ speculi superficiem causantis, ex quo patet quod à superficie talium speculorum ignē est possibile accendi.

Sit speculum concauum concauitate sectionis parabolæ, cuius uertex sit punctum a, & basis ipsius sit circulus q e z, & eius axis a d, & distantia puncti axis quod sit h, à puncto uerticis speculi quod est a, sit æqualis quartæ parti lineæ q z .s. lateris recti sectionis parabolæ a b g, causantis motu suo super axem a d, superficiem ipsius speculi concaui quod soli opponatur secundum eius axem a d, sit eñ corporis solaris centrum k, situeturq́; speculum taliter ut eius axis a d, sic producta, ꝑueniat ad centrum solis in punctum k, dico quod oẽs radij solares æquedistanter radio k a, superficiei speculi propositi incidentes reflectuntur ad punctum h, lineæ a d, quæ est axis speculi, q̃m eñ omnes radij egredientes à quocũq; puncto corporis solaris super aliquod punctum sup̃ficiei speculi, egrediũtur secundum lineas rectas, ut patet p 1. secundi huius, tũc palam est, quia linea k a, est linea recta. Sit itaq; super periferiam alicuiꝰ sectionis parabolæ ipsius speculi, q̃ sit g a z q, punctũ g, signatũ utcunq; contingit, & à pũcto speculi g, per 31. primi, ad aliq̃d pũctum corporis



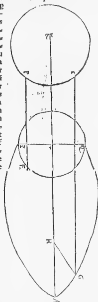
solaris quod sit t, ducat̃ linea g t, æquedistans radio a k, qui incidit superficiei speculi secundum axem a d. Est aũt necessariũ omnem lineam à quocunq; puncto speculi æquedistanter radio a k, productam ad superficiem corporis solis incidere, q̃m superficiei speculi ad superficiem solaris corporis aut nulla, aut modica est ꝓportio, sit ergo punctum t, quod est terminus lineæ g t, in ipsa superficie corporis solaris. Omnes itaq; lineæ quæ possunt duci à superficie ipsius speculi æquedistanter suæ axi a d, incidunt corpori solari, & secundum illas lineas fit incidentia superficiei speculi respectu radij qui incidit secundum axem omnium æquedistantium axi radioꝝ, hoc aũt est omniũ radioꝝ cuicũq; puncto superficiei totius speculi incidentiũ, q̃m p 31. primi, à q̃libet pũcto ꝓpe uel remote dato, scimus cuilibet datæ lineæ ut in ꝓposito est axis a d, ducere lineã æq̃distantẽ, dico itaq; qđ oẽs illi radij reflectunt̃ à totali sup̃ficie speculi ad unũ punctũ axis speculi ꝙ est punctũ h, oẽs eñ illi radij cũ sint lineæ rectæ, patet per p̃missam, quod cum lineis ab oĩbus punctis suaꝝ incidentiaꝝ ad punctum h, ductis cõtinent angulos æquales, ergo per 20. quinti huius, oẽs illi radij reflectunt̃ secundũ illas lineas transeuntes punctum h & ex hoc patet, qđ oẽs radij incidentes p̃iferiæ sectionis æq̃distanter radio incidenti secundũ lineã quæ est diameter ipsius sectionis reflectunt̃ ad punctũ diametri, q abscindit ex capite diametri à p̃te p̃iferiæ sectiõis partẽ æqualẽ q̃rtæ p̃ti lateris recti ipsius sectionis a b g, q̃m oĩs reflexio à q̃libet corpoꝝ politoꝝ regulariũ fit secundũ æqualitatẽ angulorum, quos cõtinẽt linea incidens & reflexa, cum linea in illo puncto superficie speculi à qua fit reflexio cõtingente, & q̃m oẽs illæ lineæ secant se in puncto h, patet qđ in puncto h, est cõcursus oĩm illoꝝ radioꝝ. In illo ergo pũcto aggregat̃ oĩs uirtus omnium radioꝝ totali sup̃ficiei speculi incidentium, & q̃m quilibet radiolus defert secum aliq̃d uirtutis actiuæ corporis solaris, patet quod in illo puncto tota uirtus est concurrens omnium

omnium scilicet radiorum superficiei speculi æquedistanter ipsi axi a d incidentium. Ex quo patet quod in illo puncto h, posito aliquo combustibili ignem est possibile accendi, & hæc est melior & fortior figura omnium figurarum radios solares ad unum punctum aggregantium, quoniam à tota superficie & à quolibet pũcto ipsius radij solares in unũ punctum aggregantur, patet ergo propositum.

XLIIII.

Speculum secũdum formam sectionis parabolæ uel lineæ ecentralis uel intersectionis pyramidalis uel cuiuscunq; alterius regularis uel irregularis datæ lineæ artificialiter constituere.

Lineam quam dicimus periferiam sectionis inueniat industria operantis, quæ & apud nos multis conatibus artificialiter est inuenta, faciliter tamen est imaginabilis, quoniam ut in 98. primi huius, diximus, ipsa est linea quæ est cõmunis sectio superficiei conicæ cuiuscunq; pyramidis, maxime uero rectangulæ & superficiei pyramidem per diametrum basis secanti, æquedistanter alicui lineæ longitudinis illius pyramidis, utpote ei cuius & axis pyramidis communis superficies est erecta super planam superficiem dicto modo pyramidem secantem. Talis itaq; sectio parabola sic artificialiter inuenta, sit a e g, & assumatur lamina ferri boni uel calibis, mensuræ & quãtitatis cuius placuerit, quæ sit a b g d, & protrahatur in ipsa sectio parabola quæ sit æqualis & similis sectioni a e g, & abscindatur lamina secundum illam sectionem a e g, uel secundum aliquã partem ipsius, siue placeat à parte uerticis quæ est a, siue ex parte unius sui capitis quod est g, siue ex parte alterius sui capitis quod est in latere eius recto oppositum puncto g, fit enim magna diuersitas proiectionis radiorum secundũ illam partium sectionis diuersitatem, resecta itaq; lamina a d b g, secundum formam & figuram sectionis a e g, acuatur extremitas laminæ quæ est secũdum formam sectionis acuitione bona, scilicet ut uidere ualeat totum illud super quod mouetur, & assumatur item alia lamina de calibe forti alicuius competentis spissitudinis, quæ incidatur iterum secundum formam præassumptæ partis illius sectionis, & illa superficies similis parabolæ secetur contiguæ multis sectionibus ad modum limæ, ita ut per ipsa possit limari ferrum. Deinde fiat corpus ferreum conueniens illi figuræ, cuius superficiem secundum formam intentam proponimus concauare & polire ad formam speculi, siue illud fiat secundum formam partis sectionis adiacentem uertice sectiõis parobolæ, siue capitis. In his enim est multa diuersitas & formæ uel figuræ speculi, quoniam forma figuræ speculi concauati secundum partes adiacentes uertici sectionis æqualiter hinc inde distantium à puncto uerticis est figuræ quasi annularis, & forma speculi cõcauati secundum partes adiacentes capitibus sectionis est figuræ quasi oualis, hoc est ad modũ longitudinis oui. Limetur itaq; speculũ cuiuscunq; figuræ fieri debuerit per limam sibi similem in figura, taliter ut superficies limæ quæ est secta ad limandum occurrat toti superficiei ipsius speculi. Si ergo speculum limatũ fuerit secundum figuram oualem, tũc ordinetur in loco fixo ita ut eius concaua superficies quantum ad lineam periferiæ suæ basis sit in periferia illius circuli basis, uel si fuerit figuræ annularis ad periferiam cir



culi æquedistãtis basi, & in loco axis figatur lamina lineæ superficiei incidentis uel incidente planantis, moueaturq́ꝫ ad concauandum speculum, & torneᵘtur sicut tornantur alia instrumenta, donec periferia acuta laminæ occurrat toti superficiei speculi, & euacuetur oĩs asperitas ipsius, planeq́ꝫ quoqꝫ quantũ est possibile, eritq́ꝫ tunc superficies illius speculi secundum totum habens figuram sectionis parabolæ, & fiet ab omnibus punctis suæ superficiei reflexio in punctum unum, similiterq́ꝫ modo faciat ingeniosus artifex in alijs lineis quibuscunqꝫ, ut in illis lineis quas per 37. & 38. huius docuimus inueniri, quoniam in omnibus his idem est operandi modus, ut secundum fixam diametrum a c, in 37. huius, uel secundum fixum punctum q, in 38. huius, fiat dictarum linearum reuolutio super subiectas sibi ꝓportionales corporis superficiei superficies, prouenientq́ꝫ figuræ similes illis lineis à quarum superficiebus reflexi radij omnes ad unum punctum naturalem uel mathematicum concurrent, patet itaqꝫ propositum.



LIBER DECIMVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS.

Vperius duos modos uisionis, scilicet eũ qui fit directe per unum medium diafonum, & eũ qui fit per reflexionem à politis corporibus tractauimus, super est nunc ut tertium uidendi modum, qui fit per refractionem factam à pluribus diafonis corporibus medijs inter uisum & rem uisam prosequamur. Quoniam & secundum hunc modum diuersimode uariatur actio naturalium formarum & modus actionis. Virtutes enim formarum naturalium aggregatæ per refractionem fortius agunt, & plus actionis formæ corporibus susceptibilibus imprimunt, unde etiam accenditur ignis ex radijs solis sub corpore sphærico diafoni densioris aère uel aqua, ut sub glacie uel cristallo, uniuersaliter uero aggregatio uirtutis radiorum stellarum uel aliarum formarum in eodem puncto naturali uel circa illud fit fortioris actionis, dispersio uero uirtutum naturalium formarũ debilitat actiones naturales, disgregata enim uirtus debilius & minus agit. In his autem oĩbus sicut & in alijs modis uidendi superius diximus, uisiua cognitio signum est non causa. Non enim quia uisus sic uidet, ideo sic accidit in formis rerum agentiũ, sed quia sic agũt formæ naturales, ideo ipsas sic agentes uidet uisus, nisi forte in quibusdam deceptionibus, quæ uisui accidunt per seipsum. Omnis autem passio secundum modos cuiuscũqꝫ refractionis naturæ accidens uel uisui, fit semper propter diuersitatem diafoneitatis mediorum corporum inter agens & passum, uel inter uisum & rem uisam. Corpora uero diafona nobis assueta, sunt aër, qui est rarioris diafoneitatis omnibus alijs diafonis corporibus, excepto corpore cœli, quod est rarius aère, ut postmodum demonstrabimus in progressu. Hic autem in tota sequente tractatu nomine aëris & ignem accipimus, quia licet inter hæc sit differentia specifica formalis & diuersa raritas in dispositionibus materiæ, nõ tamen ex hac diuersitate aliqua accidit diuersitas sensibilis in formarũ refractione, quoniam ignis qui apud nos est hic inferius, est in materia grossa terrea uel aquea uel aërea, & secundum hoc sequitur passiones corporum aliorum, ignis uero in sphæra sua est secundũ sui formalem distinctionem aëri contiguus, & secundum naturam diafoneitatis continuus, non habens distinctam superficiem ab aère in qua sit possibile refractionem sensibilem fieri. Aër enim quanto propinquior est cœlo, tanto fit rarioris diafonitatis, similiter et ignis, ita quod infimum ignis & supremũ aëris est diafonitas quasi una, in qua refractio sensibilis fieri non potest, & itaqꝫ superficies concaua ignis non est diuersæ diafonitatis & sensibiliter determinatæ à superficie conuexa aëris, ideo non fit refractio inter illa, & sic ignem in hoc tractatu sub nomine aëris implicamus. Est tamen aliqualis

refractio

refractionum diuersitas in aëre densiori & rariori, quoniam illa diuersitas densitatis fit sensibilis, sicut plurimũ accidit in aëre cõdensato prope terram, & maxime in crepusculis serotinis et matutinis tẽporibus. Diafonũ uero aliud diuersum ab istis est aqua continens etiam in se diuersitatem refractionis secundum rarius & densius quod est in illo suo genere, uno tñ nomine nuncupatur. Sunt enim aquæ calidæ sulphureæ & aquæ salsæ, ut maris, grossioris diafonitatis, quàm aliæ aquæ frigidæ claræ dulces. Alia uero corpora diafona nobis assueta sunt quædam lapides, ut cristallus, berillus, & similes ut sunt uitra. Dicitur etiã de quibusdam corporibus animatis quæ sunt diafona, ut de istis quæ colorantur coloribus corporum quibus superstant, quorũ animatorum corporũ passiones nõ ꝓsequimur, quia sunt figuræ irregularis. Superficies itaq; cœli quæ occurrit uisui est sphærica concaua, quæ si secetur ab aliqua plana superficie, erit communis sectio illarum superficierum linea circularis, cuius conuexum est ex parte uisus, ut patet per 69. primi huius, & superficies aëris quæ tangit illam est sphærica cõuexa, quæ si secetur à plana superficie, communis sectio erit linea circularis, cuius conuexum est ex parte cœli. Superficies uero aquæ ex parte uisus superstantis aquæ est sphærica cõuexa, quæ si secetur à plana superficie, erit communis sectio linea circularis, cuius conuexum est ex parte illius uisus. Vitrorum uero & lapidum diafonorum figuræ sunt rotundæ, aut planæ, aut irregulares, unde si secentur à planis superficiebus, fient in illis communes sectiones aut circuli, aut lineæ rectæ, aut irregulares, secundum quarum linearum & superficierum diuersitatem uariatur diuersitas passionum quæ uisibus occurrunt.

DEFINITIONES.

Linea incidentiæ dicitur linea secundum quam forma directe diffunditur per medium unius diafoni, & eadem dicitur linea extensionis formæ. Refractio dicitur incuruatio eiusdem lineæ ad angulum continendum, ut cum lineæ per quas una forma rei uisæ peruenit ad uisum, non recte procedunt, sed franguntur in superficie alterius corporis diafoni. Punctus refractionis est punctus superficiei corporis diafoni, in quo fit lineæ incidentiæ uel lineæ extensionis formæ refractio ad uisum. Linea refractionis dicitur linea à puncto reflexionis ad centrum uisus extensa. Linea perpendicularis hic nunc dicitur linea, quæ à pũcto refractionis erigitur super superficiem corporis, à qua fit refractio. Kathetus incidentiæ, dicitur linea à puncto rei uisæ super superficiem corporis in quo est res uisa & à qua fit refractio perpendiculariter producta. Superficies refractionis dicitur superficies in qua continent̃ lineæ incidentiæ & refractionis. Angulus incidentiæ dicitur minor angulus quem continet linea incidentiæ cum linea perpendiculari ducta à puncto refractionis super superficiem corporis à qua fit illa refractio. Angulus refractus dicit̃ angulus minor quẽ cõtinet linea refracta cũ ducta perpendiculari. Angulus refractionis dicitur angulus quem continet linea refractionis cum linea incidentiæ trans corpus diafonũ, in cuius superficie fit refractio in cõtinuum protracta. Directe uideri dicitur sicut & superius diffinitum est, quando forma rei uisæ sine refractione peruenit ad uisum. Oblique dicitur uideri, cum forma rei uisæ ad uisum peruenit refracte. Imago refracta dicit̃ forma rei uisæ oblique perueniens ad uisum. Locus imaginis refractæ, dicitur locus in quo imago refracta uisibus occurrit.

Supponimus aũt hic, Lumen Solis aliqualiter in matutinis & serotinis crepusculis uideri. Item iridem secundum figuram rotundam & colores uarios uideri.

THEOREMA I.

In omni superficie refractionis necessario sunt punctum, cuius forma refrangitur, & punctum refractionis, & centrum ipsius uisus, & perpendicularis ducta à puncto reflectionis super superficiem in qua fit refractio, ex quo patet quod unius refractionis unica tantum est superficies.

Sit superficies secundi diafoni densioris uel rarioris primo diafono, in qua sit linea a b c, & sit punctum cuius forma refrangitur punctum d, sitq; centrum uisus e, fiatq; refractio in puncto superficiei secundi diafoni quod est b, & à puncto b, super superficiem

abc,

a b c, ducatur perpendicularis b f, dico quod puncta d e b, & linea b f, sunt semper in eadem superficie refractionis, quoniam enim ut patet per diffinitionem præmissam in principijs libri huius, & per propositionem 46. secundi libri huius, linea radialis incidēs quæ est d b, & refracta quæ est b e, sunt in eadem superficie refractionis, punctum ergo d, cuius forma incidit & refrangitur, & punctum refractionis scilicet punctū in quo fit refractio quod est b, & centrum uisus quod est e, sunt in eadem superficie per primam undecimi, sed & per secundam undecimi, linea b f, quæ est perpendicularis super superficiem est in eadem superficie cum linea b c, ergo & cum lineis d b & b e, quoniam linea b f, est perpendicularis super lineam a b c, & cum illa in eadem superficie, similiter cū protracta linea d b ultra punctum b ad punctum g, est in eadem superficie, puncta itaq; d b e, & linea b f, sunt in eadem superficie per primam & secundam undecimi, omnis enim refractio aut fit ad ipsam perpendicularem b f, aut ab ipsa, & semper in eadem superficie in qua fiebat incidentia formæ refrangendæ, qm̄ enim omnis refractio fit ad omnē differentiā positionis, quia qua ratione fit ad unam partem, eadem ratione fit ad quamlibet aliam, determinatio ergo refractiōis ad tertiam differentiam positionis fit tantum per uisum, quia in quacunq; superficie centrum uisus fuerit, in illa tantum percipitur fieri refractio, patet ergo propositum, & ex hoc patet, cum ista puncta refractionis omnia scilicet d e b, & linea b f, superficiem refractionis constituant, quod horum aliquo deficiente non est superficies refractionis, & quod unius refractionis unica tantum est superficies refractionis, quoniam hæc omnia puncta in unica tantum superficie simili concurrere est possibile, & non in pluribus, & hoc est quod proponebatur.

II.

Necesse est enim omnem superficiem refractionis super superficiem corporis à qua fit refractio, siue illa superficies sit plana conuexa uel concaua, erectam esse.

Hoc quod hic proponitur patet per præmissam, quoniam enim in omni superficie refractionis necessario sunt punctum cuius forma refringitur, & punctū superficiei corporis à quo fit refractio, & centrū uisus perpendicularis ducta à puncto refractionis super superficiem corporis illius, in qua fit refractio, ergo per 18. undecimi, patet quod omnis superficies refractiōis est perpendicularis super superficiem corporis in qua fit refractio, si enim illa superficies fuerit plana, tunc euidenter patet propositum per 18. undecimi, ut præmissum est. Si uero fuerit illa superficies conuexa uel concaua sphærica, tunc patet, quoniam perpendicularis ducta à pūcto refractionis super ipsam superficiem corporis in qua fit refractio, semper transit centrum illius corporis, & est perpendicularis super illud corpus in pūcto refractionis contingente, ergo item per 18. undecimi, superficies refractionis est erecta super illam superficiem contingentem, ergo & super ipsam corporis superficiem. Similiter quoq; demonstrandum, siue figura corporis in qua fit refractio fuerit columnaris siue pyramidalis siue alterius figuræ cuiuscunq;, semper enim superficies refractionis erit erecta super superficiem corporis in qua fit refractio, & si accidat ut illa superficies corporis in qua fit refractio, fuerit æquedistantis horizonti, tunc perpendicularis ducta à pūcto refractionis super superficiem corporis, in qua fit refractio, est etiam perpendicularis super superficiem horizontis, per 23. primi huius, ergo & per 18. undecimi, superficies refractionis est perpendicularis, & erecta super superficiē horizontis, sed & hoc patet per declarationem quæ fit in instrumento, quod in prima secundi huius præmisimus, quoniam enim linea radialis incidens & refracta ab aliqua superficie unius corporis diafoni ad aliud corpus diafonum, ut patet per 46. secundi huius, semper sunt in una plana superficie, quæ est medius circulus illorum trium circulorum signatorum in interiori parte oræ instrumenti æquedistantis superficiei interioris laminæ instrumenti, sed illa superficies laminæ æquedistat superficiei dorsi instrumēti, cui

extrin-

extrinsecus supponitur superficies regulæ cubitalis tenentis instrumentum. Superficies itaq; medij circuli æquedistat superficiei regulæ longæ quadrangulæ suppositæ dorso laminæ per 24. primi huius, sed illa superficies perpendicularis est super superficiem laterũ longitudinis regulæ erectas super oras instrumenti, superficies itaq; medij circuli est per 14. undecimi, perpendicularis super superficiem longitudinis regulæ erectas super oras instrumenti, sed illæ duæ superficies regulæ sunt æquedistantes horizonti tempore experimentationis ꝑ instrumentũ positũ in uase ut cõsueuit. Superficies itaq; medij circuli est ꝑpendicularis sup superficiẽ horizontis, & quia superficies medij circuli est superficies refractionis, patet propositũ. Idem quoq; potest ostendi producta per imaginationem linea à centro medij circuli ad centrum mundi, hæc enim linea cum sit semidiameter mundi perpendicularis super superficiem aquæ quæ est in uase. Est autem illa linea in superficie medij circuli quæ est superficies refractionis. Est ergo per 18. undecimi, illa superficies perpendicularis super superficiem horizontis, cum enim lux refrangitur ab aere ad aquam erit refractionis linea cadens inter primam lineam per quam extenditur in aëre, quæ est linea incidentiæ suæ, & inter perpendicularem exeuntem à centro medij circuli super superficiem aquæ, & centrum lucis intra aquam semper procedit à centro medij circuli, palam ergo quod lux quæ refrangitur ab aere ad aquam, refrangitur in superficie perpendiculari super superficiem aquæ, ergo & super superficiem horizontis. Idem quoq; accidit cum ab aere ad uitrum fit refractio, patet ergo siue superficies corporis à qua fit refractio sit plana conuexa uel concaua, quod semper superficies refractionis est erecta super illam, & hoc est propositum.

111.

Centro uisus existente ultra medium secundi diafoni, omnes formæ oblique incidentes superficiei secũdi diafoni respectu uisus refractæ uisui occurrunt, perpendiculariter uero incidentes uidentur directe.

Quoniam enim lux pertransit corpora diafona quibus incidit, aut directe, ut cũ radius incidens est perpendicularis super superficiem corporis sibi oppositi, aut oblique, ut cum radius incidit oblique, & ab uno puncto corporis luminosi secundum omnem lineam ab illo puncto ducibilem fit luminis diffusio, ut patet ꝑ 20. secundi huius, & quia forma coloris semper diffundit se cum lumine, patet quod cuiuslibet puncti cuiuslibet corporis luminosi colorati uel lucidæ existentis in aliquo corpore diafono, forma lucis & coloris extenditur in uniuerso corpore diafono sibi ꝓximo, & peruenit ad superficiẽ corporis diafoni sibi oppositi, & si fuerit illud corpus diafonũ contingens illud secundũ corpus diafonũ quod sit alterius diafonitatis ab illo, tũc forma diffusa penetrat illud, & omnes lineæ radiales, secundũ quas illis corporibus diafonis oblique lumen uel color incidit refringũtur, præter ꝙ linea incidens perpendiculariter, sola enĩ illa extendit secundum rectitudinẽ in corpore diafono proximo sibi, & in corpore alio diafono proximũ corpus diafonũ contingenre, dũ tamen ꝑpendiculariter incidat utriq;, & si forte aliqua linearũ radialium perpendiculariter incidit pũcto superficiei continuæ cũ superficie corporis diafoni corporis ꝓximi, nec sit illius superficiei secundæ corpus diafonũ, uel si fuerit diafonum, non sit tamen eius superficies prioris superficiei diafoni æquedistans, tũc à puncto incidentiæ lineæ radialis sup superficiem secũdi corporis alia ꝑpendicularis duci potest, ergo tunc illa forma quæ superficiei prioris corporis secundũ ꝑpendicularem incidebat, delebitur, quoniã ab uno puncto ad unã superficiẽ duas lineas ꝑpendiculares duci est impossibile ꝑ 3. undecimi. Omnes ergo formæ illius pũcti transeũtes in corpus diafonum contingens ꝓximum illi puncto aliud corpus diafonũ, erunt reflexæ, & quoniam à quolibet pũcto cuiuslibet corporis luminosi uel colorati extenditur lumẽ & color penetrans totũ corpus diafonum obiectum, & refrangitur à superficie alterius corporis diuersæ diafonitatis illi succedentis per 47. secundi huius, patet quod forma lucis & coloris erit una forma continua cõiuncta, & refrangitur tota cõtinua & cõiuncta, superficie corporis diafoni existente cõtinua, & cũ forma refracta fuerit continua. Si ergo corpus densioris diafonitatis quàm sit primũ diafonum, illi formæ occurrerit, tunc

forma cõtinua magis aggregata & unita pueniet ad aliud corpus, & occurrente iterum corpore diafono rariore, tunc quilibet punctus corporis diafoni rariore per quẽ extenditur forma puncti, quod est in primo corpore luminoso uel colorato, transmutet formam lucis & coloris ad quodlibet punctũ ipsius secũdi uel tertij corporis diafoni per omnem lineam rectam quæ potest extendi ab illo pũcto. Si itaq; aliqs fuerit imaginatus pyramides rectilineas exeuntes à quolibet pũcto aëris ad superficiẽ corporis diafonitatis alterius pertingentes, & si in superficie eius corporis secundi diafoni corporis lineæ obliq̃ incidentes refringi imaginetur perpendiculari linea, quæ est axis illius pyramidis imaginatæ, sine refractione transeunte, tunc adhuc fit unum corpus continuũ in refractiõe, sicut & una est forma corporis incidens superficiei illius secundi corporis diafoni. Si ergo in loco imaginatæ pyramidis sistatur secundũ ueritatẽ in aere pyramis sensibilis, cuius corpus sit coloratũ uel luminosum densum, miscebitur lux uel color illius pyramidis cum luce uel colore corporis à quo fit refractio, & fiet ipsorũ multiplicatio per omnem lineam rectã quæ poterit extendi ab illo pũcto cui incidit, & forma puncti incidens alicui puncto densi extendetur p quamlibet linearũ refractaꝶ ad illud punctũ corporis in quo fit refractio sibi correspondente, & si uisus fuerit ex parte altera illius diafoni, tunc illæ formæ puenient ad uisum, sed ppendicularis quia nõ refringitur, peruenit ppendiculariter ad centrũ uisus, & formæ per lineas obliquas incidentes refracte & oblique perueniunt ad uisum, cũ itaq; lineæ secundũ quas forma refrangitur, se in aëre per omnem corpus medium diffundant, quando coniunguntur apud unum punctũ aëris, ideo quod ipsarum multa fit intersectio, ppter æqualitatem diffusionis formarum illaꝶ ad omnem differentiã positionis, tunc si centrũ uisus positũ sit in illo pũcto, cõprehendet uisus illud uisum secundum refractionem excepto unico pũcto ppendiculariter incidente, quoniã ille non refrangitur, ut in 47. secundi huius ostensum est, patet ergo propositum.

IIII.

Omnis formæ per refractionem uisæ si fiat refractio à medio secundi diafoni densioris primo ad uisum, uidetur fieri ad partem perpendicularis ductæ à puncto refractionis super superficiem à qua fit refractio. Si uero fiat à diafono rariori uidetur fieri ad partem contrariam illius perpendicularis.

Quod hic proponitur potest instrumentaliter demonstrari, ita ut demonstratio auxilio instrumenti sensibiliter exprimatur. Accipiatur itaq; prædictũ instrumentũ quo in præcedentibus usi sumus, cuius diametrum quam ibi signauimus, p lineas f g, nunc dicimus b q g, ita ut punctũ q, sit centrum laminæ basis instrumẽti, hoc itaq; instrumentum positum in uase æquedistanter superficiei horizontis situatur, & infundatur aqua usq; ad centrum laminæ, quod est q, opilentur quoq; foramina instrumenti cũ cæra uel alio modo, ita quod modicum remaneat de foraminibus circa mediũ ipsorum quod in ambobus foraminibus sit æquale, & hoc potest in æquali colũna illis foraminibus immissa mensurari. Deinde moueatur instrumentũ donec diameter b q g, sit perpendicularis super superficiem aquæ. Immittatur quoq; stilus albus subtilis in ipsum uas, ita quod eius extremitas cadat in punctum z, quod est extremitas diametri circuli medij quæ sit k f z, ponaturq; unus uisuum super superius foramen in punctum k, & claudatur reliquus, tunc enim uidebitur extremitas stili secũdum rectitudinem perpendicularis exeuntis ab extremitate stili super superficiem aquæ, nam centrum uisus & extremitas stili tũc sunt in linea k f z, perpendiculari super superficiem aquæ secundum quam fit uisio. Est enim linea k f z, perpendicularis super superficiem aquæ per 8. undecimi, ideo quod ipsa æque distat lineæ b q g, quæ ex hypothesi, est perpendicularis super eandẽ superficiem aquæ. Deinde declinetur instrumentũ donec linea b q g, obliquetur super superficiem aquæ, ponaturq; uisus sup superius foramen, & non uidebitur extremitas stili, moueatur itaq; extremitas stili in circunferentia medij circuli paulatim ad partem oppositam uisui, donec uideatur illa extremitas, & figatur in illo pũcto circuli medij in quo apparet. Si itaq; tunc ponatur aliquod corpusculum densum in superficie aquæ in centro medij circuli qđ

est f.

est f, tūc non uidebitur illa extremitas stili, ablato uero illo corpusculo uidebitur illa extremitas stili, quod si consideretur in numero graduum medij circuli distātia extremitas stili à pūcto z, inuenietur distantia sensibilis. Potest aūt punctus z, quod est extremitas diametri medij circuli transeuntis per centrum duorum foraminum sic inueniri, scilicet ut regulæ subtilis latior extremitas ponatur super cētrum laminæ, & media linea ipsius protendatur secundum diametrum laminæ, tunc enim acuum regulæ cadit super punctum z, ut præmissum est prius in propositionibus secūdi huius, quod si assumpto uitro quod sit pars alicuius sphæræ ut in illis propositionibus aliquibus assumptū est, cuius uitri superficies aliqua sit plana & aliqua conuexa sphærica, & illud uitrum applicetur laminæ, ita ut eius plana superficies sit ex parte foraminum, namq; quæ est suarum superficierum planarum communis differentia sit super lineam o d, secantem b q, semidiametrum laminæ perpendicularis. Sic ergo erit diameter k f z, perpēdicularis super planam superficiem uitri & super conuexam. Deinde ponatur instrumentū in aqua, ponatur'q; extremitas stili super punctum z, & centrum uisus super superius foramen, uidebitur'q; extremitas stili quæ in alio puncto circuli medij non poterit uideri, ex quo patet, quoniam extremitas stili quādo est in linea perpēdiculari super superficiem corporis, in qua fit refractio uitri, ut nūc est linea k f z, perpēdicularis super superficiem uitri, forma ipsius uidetur non per refractionem sed recte, ex quo patet quod forma perpendiculariter incidens non refrangitur, quod si conuexum uitri ponatur ex parte secunda foraminum, & differentia communis duarum superficierum planarum uitri ponatur super primum locum scilicet lineæ o d, quoniam & tūc linea k f z, est perpendicularis sup utrasq; superficies uitri, uidebitur ergo tunc ut prius extremitas stili in puncto z, quod si à superficie laminæ instrumēti euulso uitro à centro laminæ quod est q, in superficie laminæ ducatur semidiameter q r, continens cum semidiametro b q, angulum obtusum. Deinde ducatur semidiameter q u, continens eum linea q r, angulum rectum, & protrahatur ad aliam oram instrumenti, erit ergo angulus b q u acutus, & erit semidiameter b q, obliqua super lineam q u. Deinde linea quæ est communis differentia superficierum planarum uitri, ponatur super lineam q u, & sit plana uitri superficies ex parte foraminum, & sit medium differentiæ communis planarum superficierum ipsius uitri super centrum q. Erit itaq; tunc centrum uitri super centrum medij circuli ut præostensum est in alijs, & linea k f, transit per centrum uitri & est obliqua super superficiem ipsius planam, quoniam diameter b q æquedistans lineæ e i, quæ est k f, oblique cadit super lineā q u, & quoniam linea k f, transit per centrum uitri, palam quoniam ipsa est perpendicularis super conuexam superficiem uitri. Deinde à puncto r super lineam q r, ducatur perpendicularis in ora instrumenti usq; ad circunferentiam medij circuli quæ sit r e, & fiat nigra utraq; illarum linearum q r & r e, ut melius per uisum ualeāt notari, & imaginetur ducta linea e f, hæc itaq; per 73. primi huius, erit perpendicularis super conuexam superficiem uitri, quoniam transit per eius centrum, & est perpendicularis super planam uitri superficiem, quoniam est æquedistans lineæ q r, perpendiculari super lineam q u, cui supposita est illa communis sectio planarum superficierum ipsius uitri, punctus itaq; e est punctus medij circuli, in quem cadit perpendicularis exiens à centro uitri super planam superficiem ipsius, ponatur itaq; instrumentum sic dispositum, in uas, & ponatur extremitas stili albi ut prius in puncto z, & ponatur uisus super foramen ipsius in puncto k, tūc non uidebitur extremitas stili, moueatur itaq; stilus in circūferentia medij circuli ad partem contrariam puncto e, nec tunc uidebitur extremitas stili, moueatur autem ad partem puncti e paulatim, & uidebitur extremitas stili. Quod si tunc pūctum f, quod est centrum medij circuli, cooperiatur aliquo corpusculo, non uidebitur extremitas stili, sed

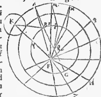
illo corpusculo remoto iterum uidebitur illa extremitas stili. Ex hoc itaq; patet, quod formæ illius extremitatis stili comprehensio quæ sit a, est secũdum refractionem factam à centro uitri, & quod forma refracta est in superficie circuli medij quæ est perpendicularis super superficiem planam uitri, & inuenietur locus formæ extremitatis stili quæ est a, inter punctum e & z, & quoniam refractio fit à centro uitri, linea ducta à centro uitri ad extremitatem uitri, quæ media est inter lineas f z & f e, & sit a f, palam quia est perpendicularis super conuexam superficiem uitri, & peruenit eius forma ad uisum per lineam k f, per centra ambarum foraminum transeuntem, quæ magis distat à linea perpendiculari super superficiem planam uitri, quæ est linea f e æquedistans lineæ q r, quoniam linea per quam incidit ipsi uitro forma puncti a, cum itaq; forma puncti a, inciderit uitro per lineam a f, & transiuerit per totũ corpus uitri perpendiculariter, quoniam ipsa linea q f, cum transeat centrum uitri est perpendicularis super superficiem uitri. Cumq; pertransito corpore uitri peruenit ad axem, cuius corpus est rarioris diafonitatis quàm sit corpus uitri, & peruenit ad centrum uisus, patet quod est refracta à suo primo progressu lineæ a f, & peruenit ad progressum lineæ z f k, & quoniam linea z f, est remotior à perpendiculari ducta à pũcto refractionis super planam superficiem uitri quæ est linea e f quàm sit linea a f, quoniam punctum a, cadit in superficie medij circuli inter puncta e & z, patet quod hæc refractio erit ad partem contrariam perpendicularis e f, ductæ à puncto refractionis super superficiem aëris continentis planam superficiem uitri, nam linea f z, pertransiens centra amborum foraminum magis distat ab illa perpendiculari e f, quàm linea exiens ab extremitate stili ad centrum uitri quæ est a f, producta in continuum & directum, caderet inter perpendicularem e f, productam, & inter lineam f k, quia itaq; peruenit ad punctum k, quoniam in illo uidetur, palam quia fit refractio ad partem contrariam ipsius perpendicularis quæ est e f, & quoniam hæc forma refringitur ex uitro ad aërem, qui subtilior est uitro, patet quod simili modo fit refractio ab aqua ad aërem, quoniam enim aër est subtilior quàm aqua. Quod si conuexum uitri ponatur ex parte secunda foraminum, & communis differentia suarum planarum superficierum ponatur super lineam q u, sitq; medium punctum illius communis differentiæ super centrum laminæ quod est q, palam quia linea k f, erit obliqua super planam uitri superficiem, & perpendicularis super eius superficiem conuexam, eritq; linea r q, perpendicularis super planam superficiem uitri, quoniam est perpendicularis super lineam u q, & erit linea e f, perpendicularis super conuexam superficiem uitri, per 72. primi huius, & super eius planam superficiem per 8. undecimi, quoniam lineæ e f & r q æquedistant, ponaturq; extremitas stili albi quæ sit a, super punctum z, ut prius, statuaturq; uisus super superius foramen instrumenti in puncto k, & tunc non uidebitur extremitas stili quæ est a, moueatur itaq; stilus ad partem puncti e, per circumferentiam medij circuli, & tunc non uidebitur extremitas stili. Deinde moueatur ad partem cõtrariam puncti e, & tunc uidebitur extremitas stili, caderq; linea f z intra lineam a f, rectam exeuntem ab extremitate stili ad centrum uitri, secundum quam extenditur illi forma puncti a, & inter perpendicularem f e, refringitur forma puncti a, extremitatis stili à centro uitri ad uisum per lineam f k, transeuntem centra amborum foraminum, propterea quod linea a f, oblique incidit superficiei uitri planæ, à qua fit refractio. Erit quoq; illa refractio ad partem perpendicularis lineæ, scilicet f e, exeuntis à loco refractionis super planam superficiem uitri, & hæc forma exit ab aëre & refringitur in uitro quod est grossius aëre, formæ itaq; quæ refranguntur à grossiori corpore ad subtilius, declinant ad partem contrariam illi parti in qua est perpendicularis exiens à loco refractionis super superficiem corporis diafoni à qua fit refractio, & formæ reflexæ à corpore subtiliore ad grossius, declinant ad partem, in qua est perpendicularis producta, & hoc est propositum.

Quantita-

V.

Quantitates angulorum refractionis ex aere ad aquam experimentaliter declarare.

Differentia angulorum refractionis est secundũ quantitates angulorum incidentiæ contentorum sub linea incidentiæ uel extensionis radij in primo corpore, & sub perpendiculari exeunte à puncto refractionis super superficiẽ corporis secundi, anguli eñ refractionum crescunt & decrescunt secundum dispositiones illorum angulorum incidentiæ in corporibus & situbus diuersis, & quia, ut patuit per p̃missam, tunc à corpore subtilioris diaphoni ad corpus grossius fit refractio ad perpendicularẽ, pductam à puncto refractionis super superficiẽ secundi corporis, & à corpore grossioris diaphoni ad subtilius fit refractio ad partem contrariam perpendicularis sic ductæ, ut patuit per p̃missam, tunc patet quia differunt etiam illi anguli secundũ diuersitatẽ diaphonitatis secundi corporis. Et ut hæc differentia angulorum experimentaliter pbetur, diuidatur à circulo medio qui est in periferia instrumenti ex parte centri foraminis, quod est in circũferentia instrumẽti circa punctũ k, arcus 10. partium ex illis partibus quibus tota periferia medij circuli diuisa est in 360. partes, qui arcus sit k n, & à puncto n, ducatur in ora instrumenti linea perpendicularis super superficiẽ laminæ quæ sit n l, cadatq́ punctus l, in superficie laminæ ducatur quoq; ab hoc puncto l, ad centrum laminæ instrumenti quod est q, linea l q, & à centro medij circuli quod est f, ducatur linea ad punctũ n, quod sit f n, sitq́ diameter medij circuli ducta à puncto k, per centrum f, linea k f 3, transiens per centra amborum foraminum, quæ sunt k & y, & per centrum medij circuli. Deinde in circũferentia medij circuli à puncto n, separetur arcus 90. partium sequens arcũ k n, qui sit arcus n s, & à centro medij circuli quod est f, ad punctũ a, ducatᷓ linea quæ sit f s, quæ erit perpendicularis super lineam f n, per ultimã sexti, ideo quia illæ duæ lineæ continent quartã partẽ circuli, remanebitq́ arcus residuus ex medio circulo qui est a 3, partes 80. Deinde ponatur instrumentum in uase, & situetur uas æquedistãter horizonti, & infundatur aqua clara usq; ad punctũ q, centrum laminæ, & in ortu solis in mane moueatᷓ instrumentum donec linea l q, contingat superficiẽ aquæ. In hoc ergo situ diameter medij circuli, qui est æquedistans lineæ l q, signatæ in superficie laminæ similiter cõtinget superficiẽ aquæ, locus eñ istarum duarum linearum non differunt in respectu superficiei aquæ, quo ad sensum, & linea n f, continget cum linea f s, angulum rectũ, ut supra patuit, est ergo linea f s, perpendicularis super superficiem aquæ, & semidiameter f 3, continet cũ linea f s, angulum, cuius quantitas per ultimam sexti, est 80. partium, qm̃ illi angulo subtenditur arcus partiũ 80. qui est arcus s 3, arcus uero interiacens puncta k & n, subtendit angulũ declinationis puncti k à puncto n, & à superficie ipsius aquæ.



Deinde mutetur instrumentum in p̃misso modo dispositũ cũ toto uase, donec eleuato sole sup horizonta secundum altitudinem arcus k n, lux transeat per duo foramina, & signetᷓ centrum lucis in ora instrumenti quæ est intra aquam, fiatq́ supra centrum lucis signum aliquod per aliquã puncturã, eritq́ signum illud quod sit h, in circũferentia medij circuli, auferatᷓ itaq; instrumentũ, & respiciatur punctũ h, cadatq́ ipsum inter punctũ 3, quod est extremitas diametri medij circuli transeuntis per centra duorum foraminũ, & inter punctum s, quod est extremitas perpendicularis exeuntis à centro medij circuli erectæ super superficiẽ aquæ, ut patet per p̃missam, patet ergo tunc quod angulus refractionis est ille quẽ subtendit arcus 3 h, interiacens punctũ h, & punctũ 3, & ex numero partiũ huius arcus patebit quantitas anguli refracti & anguli refractionis, & pportio anguli refractionis ad 80. ptes, quæ sunt tunc quantitas incidentiæ anguli. Deinde signetur in circũferentia medij circuli arcus k m, pertransiens punctum n, qui sit partium 20. & ducatur linea m p, in ora instrumenti perpendiculariter super supficiẽ laminæ, & ducatur linea p q, in superficie

aminæ ad cētrū q, & ab arcu m 3, resecetur arcus m c, partium 90. & ducatur linea c f, à puncto t, ad centrum circuli medij quod est f, relinquetur ergo arcus t 3, partiū 70. Deinde ponatʳ instrumētū in uas, & reuoluatʳ quousq; linea p q, tangat superficiē aquæ, erit ergo linea t q, perpendicularis sup superficiem aquæ, & linea k f 3, transiens per centra ambo℞ foraminū continet cum linea c f, angulum 70. partiū. Deinde considereʳ altitudo solis, & moueatur instrumentū quousq; lux transeat per ambo foramina, & signetur sup cētrum lucis cadentis intra aquam signum u. Deinde considereʳ arcus u 3, & quia ipse subtenditur angulo refractionis, patet quantitas illius anguli per cōputatonē ptiū arcus, eritq; nota ꝓportio anguli 3 f u, ad angulū incidentiæ qui est 3 f t, quē continet diameter transiens per centra ambo℞ foraminum, cū perpendiculari f c, qui angulus incidentiæ est partes 70. Similiterq; ꝓcedatur signando arcum k x, quæ sit partium 30. & est eadē expimētatio. Deinde sumatʳ arcus partiū 40. deinde 50. deinde 60. deinde 70. deinde 80. & semper ꝑ cōputationē partium arcus circuli medij interiacentis punctum 3, & centrum lucis, erunt anguli refractionis noti, & ipso℞ ꝓportio ad angulos incidentiæ contentos sub perpendicularibus & diametris transeuntibus centra foraminū semꝑ erit nota, nō solū autē per 10. sed etiam per alios quoscunq; numeros integros uel fractos p̄missa arcuum diuisione potest ꝓcedere, quia semꝑ est idem modus declarandi, & ut summarie ho℞ angulo℞ quantitates & ꝓportiones perstringamus, qñcunq; alicuius radij transeuntis per corpus aeris suæ debitæ dispositionis exprobatū fuerit in superficie aquæ facta refractio, fueritq; aqua suæ propriæ dispositionis in diaphonitate cōpetenti formæ aquæ, si angulus incidentiæ contentus in centro f, sub semidiametro k f, & linea radij incidentis fuerit 10. partium, erit angulus contentus in centro f, sub semidiametro f 3, & sub linea radiali refracta quasi duarum partium, & 5. minutorum, & sic cōsequenter secundum formam tabulæ quā inferius subiungemus, patet ergo ꝓpositum.

VI.

Quantitates angulorum refractionis ex aere uel aqua ad uitrum planum uel conuexum, & econuerso experimentaliter declarare.

Diuidatur arcus medij circuli instrumenti modo illo, ut in præmissa, sitq; arcus k n, 10. partium, & ducatur linea n l, ꝑpendicularis sup superficiē laminæ, copuleʳ quoq; linea l q, & supponatur uitrum formatū cubice superficiei ipsius tabulæ, ita ut communis sectio duarū superficie℞ plana℞, quæ est linea recta, ut patet per 3. undecimi, supponatʳ lineæ l q, taliter ut secundū sui punctum medium supponatur lineæ signatæ in superficie tabulæ ꝑpendiculari sup lineam l q, quæ est æquedistans lineæ s f, ductæ in supficie medij circuli, sitq; medium punctū illius lineæ uitri super punctū q, centrum laminæ, ponaturq; superficies uitri plana ex parte foraminū, & appliceʳ bene uitrum laminæ, & instrumentū positum in uase moueatur, donec lux transeat ꝑ ambo foramina, signeturq; sup centrū lucis signum, & considerenʳ quantitates angulo℞ refractionis ex aere ad uitrum per quantitates arcuū, ut in præcedente. Quod si aliqs perscrutari uoluerit angulos refractionis ex uitro ad aerem uel aquā, accipiat uitrū qđ est pars sphæræ, ut ipsi superius usi sumus in ꝓpositionibus secundi libri huius scientiæ, & in 4. secundi huius, & ponatur conuexū uitri ex parte centro℞ 2. foraminū, ponaturq; medium lineæ quæ est differentia cōmunis superficie℞ plana℞ sup centrum laminæ, ita quod illa cōmunis differentia sit super lineam l q, tunc ergo lux quæ transit centra 2. foraminū, perueniet recte ad centrū uitri, & reflectiʳ apud illud de uitro ad aerem, diuidanturq; postmodū arcus successiue, ut in præmissa, & mutetur uitri positio, ita ut illa cōis planarum supficierum ipsius uitri sectio sit sup lineam p q, sitq; iterū medius punctus illius lineæ uitri sup punctum q, centrū laminæ, & sic factis ulterioribus diuisionibus circuli medij, ductisq; lineis ut prius,

& mutato

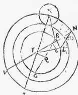
& mutato uitro secundum illas, habebunt anguli refractionũ particulares, & ipsorũ ꝓportio ad angulum incidentiæ quẽ continet diameter pertransiens centrũ foraminũ cũ ꝑpendiculari ꝓducta à loco refractionis sup superficiẽ planam ipsam superficiem uitri conuexam contingentẽ. In his em̃ dispositionibus uitri respectu laminæ instrumenti, semp erit centrum uitreæ sphæræ in puncto f, eritq; p 72. primi huius, linea s f, similis illi ꝑpendicularis sup superficiẽ conuexam uitri, & sup superficiẽ planam ipsius, à cuius punctorũ aliquo fit refractio, qm̃ quælibet illarũ linearum est perpendicularis sup lineas æquedistãtes lineis l q & p q, & similib. illis quibuscũq;. Scitur'q; ut prius reiterata operatione cum extremitate stipitis totius refractionis modus, & anguli refractionis à uitro ad centrũ uisus existens in puncto k, centro foraminis superioris, & in his duobus sitibus cum refractio fit ab aere ad uitrum, uel à uitro ad aerẽ, semp inuenientur quantitates angulorũ refractionis de aere ad uitrũ, & de uitro ad aerẽ æquales, qm̃ angulus contentus à linea, per quẽ extenditur lux ad locũ refractionis, & à linea perpendiculari ducta à puncto refractionis, cum fit refractio ab aere ad uitrũ, æqualis fuerit angulo contento à linea per quã extendit' lux, & à ꝑpendiculari ducta à loco refractionis cũ refringitur de uitro ad aerẽ, ut patet instrumentaliter operanti. Si uero uoluerit aliqs experiri quantitates angulorũ refractionis à conuexo uitri ad aerẽ, diuidat ut prius de circũferentia medij circuli ex parte puncti k, centri foraminis quod est in ora instrumenti arcũ 10. partium, quæ sit k n, & ducant' ut prius linea n l, & linea l q, & à linea l q, quæ est semidiameter laminæ ex parte centri q, abscindat' linea æqualis semidiametro sphæræ ipsius uitri, quæ sit q o, & à puncto o ducat' perpendicularis super diametrũ laminæ b q g, quæ protracta ultra diametrum sit o d, secans diametrũ b q g in puncto d. Deinde supponatur communis sectio planarũ superficierũ uitri huic ꝑpendiculari o d, ita quod punctum medium illius sectionis sit sup punctũ o, erit itaq; centrũ uitri in superficie medij circuli & eiusdem circuli diameter quæ est k f 3, erit perpendicularis sup superficiẽ uitri planam per 8. undecimi, qm̃ est æquedistans diametro laminæ b q g, quæ est perpendicularis super illam superficiẽ, & sup illam differentiã cõmunem illarũ duarũ planarũ superficierum uitri, erit quoq; centrũ circuli medij in superficie conuexa uitri, ideo quia linea f q, exiens à centro medij circuli quod est f, ad centrũ laminæ quod est q, est æqualis lineæ productæ à centro uitri ad medium lineæ quæ est differentia cõmunis supficierũ planarũ uitri, ut patet ex his quæ præmissa sunt in figuratione huius figuræ uitreæ in 45. secũdi huius, & utraq; istarũ linearũ est ꝑpendicularis sup superficiẽ laminæ, ergo per 25. primi huius, illæ duæ lineæ sunt æquales & æquedistantes, ergo per 33. primi, linea copulans centrum uitri quod est in aliquo puncto planæ superficiei ipsius uitri cũ centro medij circuli est æqualis lineæ q o, copulanti centrũ laminæ quod est q, cũ medio puncto differentiæ cõmunis duarũ planarũ supficierũ ipsius uitri quod est punctum o, sed linea q o, posita est æqualis semidiametro uitri, ergo & linea æquedistans ei est æqualis semidiametro uitri. Centrũ ergo medij circuli est in conuexo uitri, lineæ ergo k f, quæ est semidiameter medij circuli cũ nõ transeat centrũ sphæræ uitreæ, patet quia est obliquæ incidẽs sup eius conuexam superficiẽ, ergo per 47. secundi huius, cũ eadẽ diameter oblique incidat supficiei aeris cõtinẽtis refrangit' ipsa à ꝑpendiculari ducta à puncto refractionis super ipsam superficiẽ aeris, imaginent' itaq; semidiameter uitri ꝓduci ex utraq; parte ad circũferentiam circuli medij, quæ fiat linea n f u, secans diametrũ circuli medij quæ est k f 3 in puncto f. Erit itaq; per 15. primi, angulus k f n, æqualis angulo 3 f u, & erit per 25. tertij, arcus u 3, æqualis arcui k n, qui est positus esse 10. partium. Est ergo arcus u z 10. partium notus, ergo & angulus u f 3 est notus. Intueatur itaq; aliqs centrum lucis refractæ, & inuenietur remotius à puncto 3, quod est extremitas lineæ transeuntis ꝑ centrũ duorũ foraminũ q̃ sit punctum u, quod est extremitas lineæ transeuntis per centrum uitri ab eodẽ puncto 3, quæ est extremitas diametri circuli medij, hæc ergo reflexio facta est ad partẽ contrariam diametri ꝓductæ à loco refractionis quæ transit centrum uitri, & arcus medij circuli interiacens punctum 3, & centrũ lucis signatũ est quantitas anguli refractionis, angulus em̃ refractionis est apud centrum circuli medij, qm̃ ut patuit

patuit per 44. secundi huius, lux extendit̃ super lineam trãseuntẽ per centrũ duorũ foraminum recte, donec perueniat ad conuexũ uitri, & cum est angulus incidentiæ 10. partium, fit angulus refractus quasi 13. partium, & angulus refractionis quasi partium trium, factisq́ ut in præcedentibus diuisionibus arcuum à puncto k, inuenietur diuersitas angulorũ refractionis per instrumentum, & si infundat̃ aqua uasi, tunc erit aqua loco aeris, & p̃misso mõ inuenietur diuersitas angulorũ refractionis à uitro ad aquã, & differentia secundũ quod illi refractioni est ꝓpria, & quantitas angulorũ refractorũ & angulorũ refractionis, respectu eorũ quæ sunt in aere, q̃d si à puncto 3. ducere placuerit extremitatẽ stili, ut prius, tunc secundum illud facta dispositione situs uitri occurrit eadem quantitas angulorum quæ prius, patet ergo propositum.

VII.

Quantitates angulorum refractionis ex aere uel aqua ad uitrum concauũ uel econuerso experimentaliter inuenire.

Accipiatur clarum uitrum mundũ æquedistantiũ superficierũ omnium, cuius longitudo sit maior in uno grano hordei, q̃ diameter uitri sphærici cõuexi, quo superius usi sumus. Sitq́ latitudo eius æqualis longitudine, sitq́ spissitudo eius dupla diametro foraminis, quod est in ora instrumenti, & fiat una suorum laterũ quadratorũ concauitas rotunda semicolumnaris, ita quod semidiameter basis columnæ concauæ sit in quantitate semidiametri uitri sphærici, & sint cõmunes sectiones planarũ superficierũ huius uitri lineæ rectissimæ. Potest aũt hæc forma uitri sic fieri per artificium, ita quod fiat talis forma ex ære uel lapide, & uitrũ liquefactũ fundat̃ super ipsum, & poliat̃, diuidatur itaq́ à centro foraminis oræ instrumenti, qđ est k, in circũferentia medij circuli arcus, cuius quantitas sit illa secũdũ quã quis uult experiri quantitates angulorũ, q̃ sit arcus k n, & à pũcto n, ducat̃ in ora instrumenti linea n l, perpendicularis super sũpficiẽ laminæ, & ducatur linea l q, in superficie laminæ ad centrũ eius quod est q, & à semidiametro l q, resecetur ex parte centri q, linea q o, æqualis semidiametro basis concauitatis columnæ, & à puncto o, extrahatur per 12. primi, ꝑpendicularis super diametrũ laminæ b q, & ꝓtrahatur in utramq́ partẽ, & sit o e, secans diametrũ b q g in puncto e, & supponatur uitrum laminæ, ita quod dorsum concauitatis, hoc est superficies plana concauitati supposita sit ex parte duorũ foraminũ, & quod ex concauitate respiciente foramina duæ superfluitates rectilineæ quæ superfluũt sũp diametrum columnæ sint directæ & fixæ suppositæ isti lineæ perpendiculari o e, & præseruetur hoc, ut distantiæ duarũ extremitatũ diametri basis cõcauitatis columnaris distent æqualiter à puncto o, à quo exeunt directe perpendiculares.



Erit ergo tunc centrũ basis cõcauitatis columnaris super punctũ o, à quo exiuit linea o e perpendicularis super lineam q b, & super punctum, cuius distantia à centro laminæ, quod est q, est æqualis semidiametro concauitatis columnaris, secundũ hanc ergo dispositionem applicet̃ uitrum firmiter superficiei laminæ, & erit superficies medij circuli secans concauitatẽ columnarẽ & æquedistans basi eius, q̃m basis eius in hac dispositione est in superficie laminæ instrumenti. Superficies ergo medij circuli per 100. primi huius, secat sũpficiem columnarẽ concauã secundũ circulũ, cuius semidiameter æquedistat semidiametro basis cõcauitatis ipsius columnæ, & linea continuans centra istorũ duorũ semicirculorũ. s. basis, & alterius sibi æquedistantis, erit perpendicularis sũp superficiem laminæ incidens ad punctum o, q̃m ipsa per 25. primi huius, est æqualis lineæ ꝑpendiculari f q, exeunti à centro medij circuli, quod est f, super centrũ laminæ, qđ est q, sed & linea e q, est æqualis semidiametro basis columnæ ex hypothesi, ergo p 33. primi, linea quæ exit à centro medij circuli quod est f, ad centrũ semicirculi, qui fit in superficie columnæ concaui æquedistans basi, est æqualis semidiametro basis concauitatis concauæ columnæ, centrũ itaq́ medij circuli, quod est f, est in circũferentia semicirculi

culi in columna uitrea facti. Est ergo centrum f, in concaua superficie columnæ, & quia terminus planus uitri superponitur lineæ perpendiculari productæ à puncto o, super b q, diametrũ laminæ, palam quia diameter laminæ quæ est q b, est perpendicularis sup planam uitri superficiẽ, quia etiã planæ superficies sunt super se inuicem perpendiculariter erectæ, erit ergo linea k f 3, ptransiens centra amborũ foraminũ ppendicularis sup superficiem planam, quæ est in parte conuexa uitri per 8. undecimi, quia illa linea k f 3 est æquedistãs semidiametro laminæ b q g, quæ est ppendicularis super illã superficiẽ ut patet ex p̃missis, & hæc superficies plana uitri est ex parte foraminũ. In hoc ergo situ lux quæ extendit̃ p lineã transeuntẽ centra duorũ foraminũ, extendit̃ in corpore uitri recte, donec perueniat ad concauũ uitri, & tunc reflectit̃ apud concauam superficiẽ uitri, cum enĩ non transit per centrũ circuli, qui est in concaua superficiei uitri, patet per 72. primi huius, qm̃ ipsa nõ est perpendicularis super cõcauam superficiẽ uitri, refrangitur ergo in concaua superficie uitri, & cõmunis sectio illius lineæ & concauitatis uitri, est centrũ circuli medij, & in hoc pũcto fit refractio ex aere ad uitrũ, arcus itaq; cadens inter centrũ lucis & punctũ 3, qui est terminus diametri transeuntis per centrũ amborũ foraminũ subtendit̃ angulo refractionis. Similiter quoq; patet in cuiuslibet aliorũ arcuũ refractione à puncto k, & potest ostendi quantitas omnium angulorum refractionis à concaua uitri superficie. Quod si uitrũ sic disponat̃ ut cõmuni sectione suarũ planarũ superficierum posita super lineam o e, conuexitas uitri respiciat centra foraminũ, tunc quia linea k f 3, ptransiens uitrũ puenit ad cõcauũ uitri irrefracta, cũ sit ppendicularis sup planã supficiẽ ipsius, obliq; uero sup concauã eius supficiẽ, ergo & sup cõuexã supficiẽ aeris cõtingẽtis uitrũ, refringet̃ ergo à concaua uitri supficie, & hæc refractio est à concauo uitri ad aerem, & anguli qui fiunt ex aere ad uitrum in concauo uitri sunt idem istis, qm̃ semper anguli refractionis à uitro ad aerem, & ab aere ad uitrum sunt idem, cum angulus quem continet linea per quam primo extenditur lux, est perpendicularis exiens à loco reflexionis, sit idem angulus, & eodem modo possunt sciri anguli refractiõis de aqua ad uitrum & de uitro ad aquam in superficie uitri concaua, uel in superficie alia quacũq;, quod si extremitas stili ducatur à puncto 3, in periferia medij circuli, ut prius, tunc facta dispositione situs uitri secũdum exigentiam illius refractionis, occurret notitia angulorum huius refractionis ad uisum sicut prius, patet ergo propositum.

VIII.

Anguli omnium refractionum per tabulas declarantur.

Acceptis instrumentaliter prout potuimus propinquius angulis omnium refractionum à quibuscunq; diaphonis notis ad inuicem, ut ab aere ad aquam & uitrum, & ab aqua ad uitrum, & cõuerso ab aqua & uitro ad aerem, & à uitro ad aquam, inuenimus quod semper idem sunt anguli refractionum à quocunq; raro diaphono ad diaphonũ densius illo, & ab eodem denso ad idem rarum, secundum hoc fecimus has tabulas, quarum hæc est forma. Et præmittimus angulos incidentiæ in primis, deinde alios angulos subiungimus secundum modos suorũ circulorũ quos præmittimus in capitibus suarum linearum. Potest itaq; secundum has tabulas experimentaliter inuentas per instrumentum præmissum, diligens inquisitor scire omnes angulos refractionum à medijs diuersæ diaphonitatis quibuscunq;, & patet ex eis, qm̃ anguli incidentiæ formæ eiusdem puncti propinquiores radio à puncto rei uisæ supficiei corporis diaphoni, à qua fit refractio perpendiculariter incidenti sunt minores, & remotiores ab illo sunt maiores, ut patet hoc in subscripta figura per 31. primi, ablato enĩ angulo maiore à suo recto qui relinquitur, fit minor alio angulo quando à recto aufertur angulus minor, eritq; in eodẽ diaphono densiore primo angulus refractionis ab angulo incidentiæ maiori, maior angulo refractionis ab angulo incidentiæ minori, excessus quoq; anguli refractionis maioris super angulum refractionis minorem erit minor excessu angulorum incidentiæ maioris super maiorem, & proportio anguli refractionis ab angulo incidentiæ maiori ad illum angulum maiorem, erit maior proportione anguli refractionis ab angulo incidentiæ minore ad illum minorem, & angulus refractus, f. ille quem addit angulus

incidentiæ maior super angulum suæ refractionis, est maior angulo refracto quem addit angulus incidentiæ minor super angulum suæ refractionis: semper itaque in medio secundi diaphoni densiore primo, erit angulus refractus minor angulo incidentiæ, & proportio istorum angulorum refractorum ad æquales angulos incidentiæ diuersificatur secundum diuersitatem densitatis ipsorum mediorum, cum enim per aerem eundem & secundum æqualitatem anguli incidentiæ fit refractio in aqua & uitro, acutiores fiunt anguli refracti in uitro quam in aqua, & sic secundum diuersitatem diaphonitatis anguli uariantur. Si uero medium secundi diaphoni fuerit rarius, tunc semper angulus refractus erit maior angulo incidentiæ. Eritque istorum angulorum habitudo ad alios angulos reuerse se habens angulis præmissis, ac si promissæ tabulæ modo reuerso ordinentur, & istorum angulorum refractorum & refractionis secundum maiorem & minorem raritatem diaphonitatis secundi medij ad eundem angulum incidentiæ proportio uariatur; quando enim à uitro ad aquam uel ad aerem fit refractio, tunc anguli qui fiunt in aere sunt maiores angulis qui fiunt in aqua, & secundum hoc angulorum refractiones ad angulos incidentiæ proportio uariatur. Hæc itaque sunt quæ accidunt lucibus & coloribus, & uniuersaliter omnibus formis in diffusione sui in corporibus diafonis & in refractione quæ accidit in illis omnibus tam secundum se quam in respectu ad uisus. Patet itaque quod quærebatur.

Tabula quãtitatũ angulorũ incidentiæ oĩbus sequẽtibus cõis.	Anguli refracti ab aere ad aquã		Anguli refractionis eiusdem.		Anguli refracti ab aere ad uitrũ		Anguli refractionis eiusdem.		Anguli refracti ab aq̃ ad uitrum.		Anguli refractionis eiusdem.	
	par.	minu.	par.	minu.	par.	minut.	par.	minut.	par.	minut.	par.	minuta.
10	7	45	2	5	7	0	3	0	9	30	0	30
20	15	30	4	30	13	30	6	30	18	30	1	30
30	22	30	7	30	19	30	10	30	27	0	3	0
40	29	0	11	0	25	0	15	0	35	0	5	0
50	35	0	15	0	30	0	20	0	42	30	7	30
60	40	30	19	30	34	30	25	30	49	30	10	30
70	45	30	24	30	28	30	31	30	56	0	14	0
80	50	0	30	0	42	0	38	0	62	0	18	0

	Anguli refracti ab aq̃ ad aerem.		Anguli refractionis eiusdem.		Anguli refracti a uitro ad aerẽ		Anguli refractionis eiusdem.		Anguli refracti a uitro ad aquã		Anguli refractionis eiusdem	
	par.	minut.	par.	min.	par.	minut.	par.	minu.	par.	minuta	par.	minuta.
10	12	5	2	5	13	0	3	0	10	30	0	30
20	24	30	4	30	26	30	6	30	21	30	1	30
30	37	30	7	30	40	0	10	30	33	0	3	0
40	51	0	11	0	55	30	15	0	45	0	5	0
50	65	0	15	0	70	30	20	0	57	30	7	30
60	79	30	19	30	85	0	25	30	70	30	10	30
70	94	30	24	30	101	30	31	30	84	0	14	0
80	110	0	30	0	118	0	38	0	98	0	18	0

IX.

Centro uisus & puncto rei per refractionẽ uisæ in diuersis diaphanis loca propria permutãtibus, eædẽ lineæ incidẽtiæ & refractionis noĩa permutãt.

Satis iam patuit ex præmissis huius 10. tractatibus, quod formæ uisæ per refractionẽ extenduntur directe per lineam rectam, donec perueniant ad superficiem alterius corporis diafoni in quo est uisus. Deinde refringũtur ab illo alio corpore diaphono per aliã lineam rectam, quæ continet cum linea incidentiæ angulum. Sit itaque centrum uisus a, & punctum rei uisæ b. Sitque superficies corporis in quo est punctũ b, ad uisum existentem in puncto b, superficies c d e, & refringatur forma puncti b, ad uisum existentem in puncto a, à superficie corporis c d e, puncto d, sitque linea incidentiæ quæ b d, & linea refractionis quæ d a, dico quod si centrũ uisus & punctum rei uisæ permutent loca, ita ut centrũ

uisus

uisus positum sit in puncto b, & punctum rei uisæ in puncto a, tunc adhuc fiet refractio ab eodem puncto corporis quæ est d, & linea a d, erit linea incidētiæ, & linea d b, erit linea refractionis, & sic tm̄ linearũ nomina permutantur manētibus eisdem lineis & eodem angulo, hoc autē patet per experientiam, cū em̄ aliqs existens in aere inspexerit aliud corpus contentū sub alio corpore quod est diaphonū, differens in sui diaphonitate ab aeris diaphonitate, tunc uisus cōprehendet omnia quæ sunt ultra illud corpus, quæcunq; opponuntur uisui, & si cooperuerit alterum uisuū, & aspexerit cum reliquo, uidebit illa eadem quæ prius, siue illud medium sit aer uel aqua uel uitrū uel cristallus. Qđ si uisus ponatur intra aquam aut sub uitro uel cristallo, uidebit omnia corpora uisibilia q̄ sunt ultra illud aliud corpus diaphonum in ipso aere, siue ergo uisus fuerit in aere uel in uitro semper cōprehendet omnia eadem quæ prius, patuit aūt per 4. huius, quod uisus per medium diaphoni diuersi non cōprehendit res quæ nō sunt in perpendiculari ducta à centro uisus super superficiem diaphoni corporis nisi per refractionem, omne ergo punctū comprehensum à uisu, præter illud punctum quod est in prædicta perpendiculari, comprehenditur per refractionē, & qm̄ formæ omnium punctorum quæ sunt in omnibus uisibus existentibus ultra corpus diaphonum, refranguntur in eodem tempore ad centrum unius uisus, patet quod si alicuius rei uisæ punctum esset in puncto, in quo tunc est centrum uisus, refrangitur forma illius puncti ad omnia puncta quæ sunt in omnibus uisibus existentibus ultra illud corpus diaphonnum oppositum uisui in illo tempore, fieretq; illa refractio eodem modo, & similiter est de quolibet puncto propinquo illi puncto in quo est centrum uisus, qm̄ si centro uisus in eodem puncto remanente moueatur oculus ad omnem differentiam positionis, cōprehendet omnia illa uisibilia. Forma itaq; cuiuslibet pūcti cuiuscunq; rei uisæ cum fuerit ultra alıq̄d corpus diaphonū, extenditur ad superficiem corporis diaphoni ultra quod est, & refringitur ad uniuersum eius quod opponitur ei ex corpore aeris uel alterius diaphoni, & illa forma erit apud quodlibet punctum illius secundi corporis diaphoni, & ob hoc forma totius rei uisæ coniungitur apud quodlibet punctum aeris uel alterius corporis diaphoni; forma em̄ cuiuslibet punctorum rei uisæ diffundit semper lineam rectam ad unumquodq; pūctum corporis diaphoni, unde si tot fuerint centra uisuum in aere, quot sunt puncta aeris, quilibet illoꝝ uisuum uidebit totalē formam rei uisibilis, quæ est sub altero diaphono, nam semper forma rei uisæ tunc erit apud punctū apud quem erit & centrum uisus, unde etiam uisus motus de loco ad locū super idem diaphonum, semper eandem uidet formam quādiu forma illa secundum lineas rectas potest pertingere ad uisum, & similiter plures aspicientes comprehendunt unam rem in cœlo & in aqua uno & eodem tempore, forma itaq; cuiuslibet puncti rei uisæ extenditur ad quodlibet punctum corporis diaphoni in quo est res uisa, & formæ omnium punctorum rei uisæ congregantur apud quodlibet punctum cuiuslibet corporis diaphoni in quo existit, & apud quodlibet punctū corporis diaphoni diuersi ab illo corpore diaphono in quo existit res uisa, inter quodlibet em̄ punctum aeris, & quamlibet rem uisibilem existētem in aliquo corpore diaphono diuerso ab aere fit pyramis, cuius uertex est in aliquo puncto aeris, & basis in superficie rei uisæ, fiuntq; tot pyramides quot sunt puncta aeris, uel alterius corporis diaphoni in quo fit diffusio formarum, quia itaq; totum medium est plenum formis rerum, anguli uero refractionis quæ fiunt ab aere ad aquam sunt idem cum angulis refractionum quæ fiunt ab aqua ad aerem, ut patet per præmissam in tabulis. Idem uero anguli semper per easdē lineas cōtinentur, patet ergo quia locus centri uisus & punctum rei uisæ de uno diaphono ad alterum permutatis, semper quidem fit formæ universalis diffusio, non tamen percipitur qualibet forma à quolibet uisu in quolibet puncto, sed solum in illo à quo fit directio refractæ lineæ ad illum uisum, patet itaq; quia illæ lineæ manent eædem secundum substantiam nominibus tantum hinc inde permutatis, ut quæ prius fuit linea incidentiæ uel extensionis ipsius formæ, postea fiat linea refractionis, & econuerso, patet ergo propositum.

A C D E B

X.

Omnis refractio formam lucis & coloris quæ sunt in re uisa, debilius uisui repræsentat.

Hoc patet per experientiam, cum em aliud uisum est in medio secundi diaphoni, ut pote per aerem in aqua, & uisus fuerit ualde obliquus à ppendicularibus exeuntibus à punctis rei uisæ super superficie aquæ, & deinde uisus moueatur donec fiat positus in ppendiculari aliqua exeunte à re uisa super superficiem aquæ, tunc lux & color rei uisæ fiunt manifestiora quam essent cum aspiciebantur oblique, tunc em figura exiens ad uisum secundum lineas obliquas est refracta, & multum obliqua, in perpendiculari uero forma tota exit recte, & quædam partes eius oblique aut fere recte secundum quod plus uel minus distant à perpendiculari, patet ergo ex hoc, quod reflexio debilitat in formis reflexis luces & colores, quas formæ rerum uisarum per quodcumque corpus diaphonum secum deferunt ad uisum, nec em est aliqua alia differentia illarum formarum in esse suo, ergo nec quo ad uisum, nisi sola obliquitas inducens refractionem, & perpendicularitas adiuuans directionem uisionis, & secundum illa uisus iudicat formas lucis & coloris debiles uel fortes. Accidit itaque in corporibus uisis per medium secundi diaphoni propter refractionem fallacia, quæ non accideret in illis, si uiderentur recte, quia etiam ut patet per 33. quarti huius, Omnis linea uel superficies rei uisæ directe uisibus opposita perfectius uidetur quam obliquata, & secundum quantitatem obliquationis fit imperfectio uisionis, patet ergo propositum.

XI.

Imago refracta rei uisibilis nunquam occurrit uisui in loco rei uisæ, sed semper extra suum locum.

Qd' aūt hic proponitur, patet ratione & experientia, ratio autem est hæc, nam forma comprehensa à uiso in corpore diaphono alio ab aere non est in loco rei uisæ, quoniam uisus non comprehendit rem tunc in sua forma nec in figura, sed in alijs dispositionibus & alio modo, comprehendit em imaginem refractam in sua oppositione, cum tñ res non sit directe uisui opposita, & quia comprehendit rem refracte, ideo quia uisus est decliuis à perpendicularibus exeuntibus à re uisa super superficiem corporis diaphoni, comprehendit ergo ipsum ut extra suum locum non in suo loco. Per experientiam quoque idem patet. Assumatur uas habens oras erectas sup basem eius, & in medio fundi uasis ponatur denarius argenteus, & elonget se experimentans quousque uideat illum denarium in fundo uasis. Deinde elonget se paulatim ulterius, quousque non uideat ipsum, & in principio occultationis stet in suo loco uisu immoto, & præcipiat infundi aquam in uas, ita ut denarius non mutet locum, & tunc uidebit denarium in eius oppositione ipso non existente in eius oppositione, ex quo patet qd' forma quam experimentans uidet in aqua, non est in loco rei uisæ, nam si forma esset in loco rei uisæ, tunc esset res uisa comprehendi posset sine infusione aquæ in uas qd' non accidit in tanta distantia, ut patuit, imago itaque rei uisæ per refractionem non uidetur in loco ipsius rei, quod est propositum.

XII.

Omnis forma puncti per refractionem uisi comprehenditur in rectitudine lineæ per quam à puncto refractionis forma extenditur ad uisum.

Sit em punctus per refractionem uisus, qui est a, cuius forma refringatur ad uisum ab aliquo puncto superficiei corporis alterius diaphoni, qui sit b, & sit centrum uisus d, dico quod forma puncti a, comprehenditur à uisu secundum rectitudinem lineæ db, hoc aūt instrumentaliter declarandum, accipiatur itaque instrumentum primum, & ponatur in uase impleto aqua ut prius, & signetur aliquod uidendum p refractionem in ora instrumenti in oppositione uisus, & intueatur experimentans p ambo foramina ita ut uideat illud p refractionem. Deinde claudet secundum foramen instrumenti, & tunc non comprehendet res uisa, & si claudat primum foramen, si nisi

militer nihil uidebit, qm̃ absciſa eſt linea recta imaginabiliter exiẽs à cẽtro uiſus ad locũ refractionis, forma enim puncti uiſi per refractionem extenditur in corpore diafono in quo eſt res uiſa, & refrangitur in corpore diafono quod eſt inter ipſum & centrum uiſus, peruenitq; ad uiſum per lineam rectam exeuntem à centro uiſus ad punctum refractionis, & uiſus non comprehendit aliquid niſi in rectitudine linearmn radialium per quas forma uiſibilium mouetur ad uiſum, & ſi fiat operatio per interpoſitionem alicuius uitri uiſui & rei uiſæ, ut ſupra eodem modo penitus operando, patebit idem, & hoc eſt propoſitum. Viſus enim nihil comprehendit niſi in rectitudine linearum radialium, non enim patitur in progreſſione iſtarum linearum à pũctis rerum uiſibilium ad uiſum, quoniam non uidet niſi res ſibi oppoſitas, quarum formæ ſecundum lineas rectas multiplicant ſe ad uiſum ut patuit per ſecundam tertij huius, & per multas ſimiles, patet ergo quod proponebatur.

XIII.

Omnis forma uiſa per refractionem comprehenditur in linea perpendiculari ducta à puncto rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis à qua fit refractio.

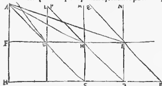
Quod hic proponitur, patet ideo, quia lux extenditur in corpore diafono tranſitu uelociſſimo, intelligendo illam uelocitatem modo prius expoſito, & iam patuit in his quæ dicta ſunt in 47. ſecundi huius, quia tranſitus lucis in corpore diafono ſuper lineam decliuem ſuper ſuperficiem illius corporis, eſt compoſitus ex motu ſuper lineam perpendicularem exeuntẽ à pũcto à quo extenditur lux ſup ſuperficiem illius corporis diafoni, & ex motu ſuper lineam ductam in ſuperficie corporis diafoni aut lineæ æquediſtantis ei, quæ eſt perpendicularis ſuper hanc lineam perpendicularem ductam à puncto corporis luminoſi, forma uero quæ extenditur à puncto rei per refractionem uiſæ ad ipſum punctum refractionis quæ eſt forma lucis exiſtentis in puncto rei uiſæ mixta cum forma coloris, ſemper extenditur ſuper lineam decliuem ſuper ſuperficiem corporis diafoni, hæc ergo forma extenditur ad locum ſuæ refractionis motu compoſito ex motu ſuper perpendicularẽ exeuntem à puncto ipſo uiſo ſuper ſuperficiem corporis diafoni, & ex motu ſuper lineam quæ eſt perpendicularis ſuper hãc perpendicularem. Eſt ergo motus formæ quæ mouetur ad uiſum aut ſuper perpendicularem ductam ab ipſo puncto cuius ipſa eſt forma ſuper ſuperficiẽ corporis diafoni, quamuis poſtmodũ translata ſit ab hac perpendiculari alio modo, aut motus eius eſt ſuper perpendicularẽ ductam ſuper illam priorem perpendicularem, & translata eſt poſt motum eius ſuper primam perpendicularem ductam à puncto rei formæ motæ ſuper ſuperficiẽ corporis diafoni, fitq; hæc trãslatio propter compoſitionem ex prædictis duobus motibus, forma ergo exiens à loco refractionis peruenit ad ipſum uiſum per motum formæ quæ mouetur ſuper lineam perpendicularem ductam à puncto rei uiſæ ſuper ſuperficiẽ corporis diafoni. Deinde multiplicat ſe ad uiſum, palam eſt quod proponitur per hoc, quia ſi punctum ſuperficiei corporis diafoni cui incidit perpendicularis ducta à puncto rei uiſæ contingat abſcondi à uiſu, utpote propter interpoſitionẽ alicuius corporis opaci, non fiet uiſio illius pũcti rei uiſæ, forma ergo rei uiſæ comprehenditur in perpendiculari ducta à puncto rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis à qua fit refractio, patet ergo propoſitũ, quod eſt manifeſtius, poſtmodum inſtrumentaliter ſtudebimus declarare.

XIIII.

Omnium formarum punctorum rei uiſæ plus diſtantium à linea perpendiculari, ducta à centro uiſus ſuper ſuperficiem corporis diafoni à qua fit refractio, maior eſt refractio quàm punctorum minus diſtantium ab illa.

Eſto centrum uiſus a, & linea uiſa per refractionem ſit b c d e, ſitq; communis ſectio ſuperficiei refractiõis & corporis, à cuius ſuperficie fit refractio lineæ f g h i, ſitq; perpendicularis ducta à centro uiſus ſuper ſuperficiem illius corporis linea a f, quæ incidat in punctum b, rei uiſæ & ſit a f b. Diſtetq; à puncto b, & à perpendiculari a f b, plus punctum d quàm punctũ c, & plus punctum e quàm punctum d, dico quod maior erit refra

ctio puncti e quàm puncti d, & maior puncti d quàm puncti c, forma enim pũcti a, cum sit in ipsa linea perpendiculari, patet per tertiã huius, quia non refrangitur, formæ uero aliorũ punctorum quæ sunt c d e, patet quod refranguntur per 4. huius, & quoniam ut patet per 49. huius, nulla refractio transmutat situm partiũ formæ refractæ, sed solum auget uel minuet figuram, patet quod de necessitate diuersitas formarũ punctorum rei uisæ refrangitur à diuersis punctis superficierum ipsius rei uisæ, ita quod forma puncti remotioris à uisu refrangitur à puncto superficiei remotiori à centro uisus, alias enim fieret trãsmutatio formarum uisarum per refractionem. Sit ergo ut forma puncti c, refrangatur à puncto g, et forma puncti d à puncto h, & forma puncti e à puncto i, & educantur à puncto g, linea g l, & à pũcto h, linea h m, & à puncto i, linea i n, perpendicularis super superficiem corporis diafoni per 12. undecimi, & producantur lineæ incidentiæ formarum ultra superficiem corporis linea c g in punctum o, & linea d h in punctum p, & linea e i in punctum q, & copulentur lineæ refractæ à punctis g h i, ad uisum quæ sunt g a, h a, i a, quia itaq; in trigono a f z, ductæ sunt lineæ a g & a h, patet per 21. primi, quoniam angulus a g f est maior angulo a h f, quia ergo anguli l g f & m h f, sunt recti & æquales, relinquitur angulus a g l minor angulo a h m, sed angulus o g l & p h m sunt æquales, quælibet enim linea incidentiæ cum sua perpendiculari continet angulos æquales propter æqualem distantiam punctorum b c d e, ab inuicem, & à superficie diafoni à qua fit refractio. Est ergo angulus p h a maior angulo o g a, & angulus q i a maior angulo p h a. Est autem eadem dispositio medij in quo fit refractio formarum punctorum c & d, à punctis g & h, patet ergo quod maior fit refractio à puncto h, remotiore ad uisum a, quàm à puncto g, propinquiore uisui illo puncto h. Similiter quoq; patet per eundem modum de puncto i, respectu pũcti h, fit enim secundũ præmissa angulus a i n maior angulo a h m, est ergo maior refractio pũcti i quàm puncti h, ergo est maior q̃ puncti g, patet ergo uniuersaliter quod ꝓponebatur. In omnibus enĩ punctis & superficiebus à quibus fit refractio est eadem demonstratio.



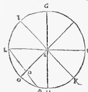
XV.

Locus imaginis refractæ cuiuslibet pũcti rei per refractionem uisæ est in communi sectione lineæ refractionis per quam peruenit forma ad uisum, & katheti incidentiæ exeuntis ab illo puncto rei uisæ super superficiem corporis diafoni uisum cõtingentis, ex quo patet quod locus imaginis formæ pũcti rei uisæ existentis in medio secũdi diafoni densioris primo approximat uisui, in rariore uero elongatur.

Verbi gratia, sit punctus rei uisæ per medium secundi diafoni a, & superficies secundi diafoni sit in qua est linea b c, & sit b punctus refractionis, & centrum uisus sit d, perueniatq; forma puncti a ad uisum d, secundum lineam refractionis quæ sit b d. Ducatur itaq; à puncto a, perpendicularis super superficiem b c, quæ sit a e, dico quod in puncto quæ est communis sectio lineæ perpendicularis a e, productæ d b, est locus imaginis refractæ, hoc autem patet, quoniam ꝑ undecimã huius, forma refracta occurrit uisui in linea d b, & ꝑ 12. huius, occurrit in linea ꝑpendiculari quæ est a e, occurrit ergo in communi ipsorum sectione quæ sit punctum x, hoc autem fortius instrumentaliter demonstrandũ.

strandum. Accipiatur columna rotūda lignea, cuius basis diameter sit unius cubiti, & altitudo modica, utpote duorum uel trium digitorum, & planentur superficies basiū eius, & in uno basium suarum inuento per primam tertij, centro, quod sit e, ducantur diametri quæcunq; placuerint, & sint duo, quæ g h & i k, oblique se secantes, quæ profundentur ferro ut appareant uisui, & impleantur profunditates ipsarum cerusa distemperata cum lacte uel cum alio albo liquore aut albo alio colore quocunq;, punctum uero centri quod est e, sit nigrum. Deinde accipiatur uas magnū profundū habens oras erectas, & ponatur in loco luminoso. Infundaturq; in uas aqua tanta, quod cū immissa fuerit columna in aquam erectam taliter, ut eius superficies planæ perpendicularis sint super fundum uasis, tunc ipsa aqua excedit punctum e, centrum circuli basis columnæ ad aliquot digitos, expecteturq; donec aqua quiescat in ipso uase, moueatur itaq; columna donec g h, diameter basis fit perpendicularis super superficiem aquæ, declinetur quoq; uisus extra ora uasis, quousq; appropinquet æquedistantiæ superficiei aquæ in tantum, ut possit uideri punctum e, centrum circuli, & diameter g h, & inuenietur centrū circuli e, in rectitudine illius diametri, deinde intueatur uisus diametrum i k, decliuem super superficiem aquæ, & inuenietur incuruari & frangi apud superficiem aquæ. Eritq; pars eius intra aquam cum parte eius extra aquam continens angulum obtusum respectu uisus, cum tamen diameter g h, extra aquam & intra aquam remaneat, linea una recta sine refractione uel continentiæ anguli, ex quo patet quod forma pūcti centralis quod est e, quam uisus comprehendit, non est apud centrū circuli basis, quia tunc esset etiam in rectitudine diametri decliuis quæ est i k, quia secundum ueritatem ille est eius situs. Cum ergo uisus comprehendit illud punctum extra rectitudinem diametri decliuis quæ est i k, & angulus quem continent partes diametri decliuis i k, sequentur perpendicularem g h, patet quod punctus in quo uidetur forma centri e, est eleuatus à centro basis columnæ, & quia uisus hoc punctū comprehendit in rectitudine diametri g h, patet quod forma centri f, est eleuata à uero loco centri secundū rectitudinē diametri perpēdiculariter quæ est g h, patet etiam ex diametri decliuis i k, incuruatione apud superficiem aquæ & ex rectitudine & continuitatis partis suæ intra aquam, quod omne punctū partis diametri i k, quod est intra aquam est eleuatū à suo loco. Deinde reuoluatur circulus basis colūnæ quousq; diameter i k, fiat perpendicularis super superficiem aquæ, erit ergo tunc g h, diameter decliuis sup superficiem aquæ, & tūc uidebitur forma puncti f, in rectitudine diametri i k, & extra rectitudinē diametri g h, quoniam illa uidebit̃ frangi & incuruari super superficiē aquæ, & angulus incuruationis obtusus erit respiciens uisum & diametrū i k, perpendicularem super aquæ superficiem. Idem quoq; accidet si plures sint diametri signati in superficie basis colūnæ, semper enim forma centri f, uidebitur in rectitudine diametri perpendicularis, & diameter decliuis uidetur incuruari apud superficiem aquæ, et continet angulū obtusum cū parte sui q̃ est intra aquam, quæ pars intra aquam semper uidebitur continua & recta. Ex hoc itaq; patet quod forma cuiuslibet puncti a, uisi in corpore diafonitatis grossioris, quàm sit aëris diafonitas, uidetur extra locū suū eleuata in rectitudine perpendicularis exeuntis ab illo pūcto superficiei corporis diafoni, cū linea d b, continuans d, centrum uisus cum puncto refractionis b, non fuerit perpendicularis super superficiem corporis diafoni, & quia sicut instrumentaliter & per rationem ostensum est per 11. huius, omne punctum comprehenditur à uisu in ipsius uisus oppositione & rectitudine lineæ per quam extenditur forma ad uisum, puncta ergo q̃ uisus cōprehendit per refractionē, quia sunt in oppositione uisus secundū lineam rectam in communi sectione perpendicularis a e, & lineæ d a, productæ ad perpendicularem, necessario uidentur. Est ergo punctus ille in quo illæ lineæ duæ secant se locus imaginis refractæ, qđ si fiat refractio formæ puncti uisi à corpore diafono subtiliori ad grossius, adhuc illud accidit quod in præmissis, quoniã adhuc locus imaginis refractæ erit in communi sectione lineæ refractionis per quam forma peruenit ad uisum, & lineæ perpendicularis ductæ à puncto rei uisæ super superficiem corporis à qua fit refractio. Assumatur enim uitrum superficierum planarum & æquedistantiū, cuius longitudo sit octo digitorū, latitudo

titudo & spissitudo sit æqualis quælibet quatuor digitorũ. Deinde basi columnæ ligneæ prædictæ prius inscribatur linea decẽ digitorũ per primam quarti, quæ sit l m. Eritq́ue m dictas lineæ l m, quinq; digitorum, diuidaturq́; in duo æqualia in puncto n, & à centro basis quod est f, ducatur linea f n, & pducatur illa linea ex utraq; parte ad periferiam ut fiat diameter o n f p. Erit itaq; per 3. tertij, linea f n, perpendicularis super lineam l m, & ducatur linea f l, & compleatur diameter l q, hæ itaq; duæ diametri o p & l q, pfundentur cultro, & impleatur diametri p o, concauitas colore albo, & diametri l q, concauitas colore alio. Deinde ponatur uitrum super basem columnæ, taliter ut altera extremitas lõgitudinis superponat̃ medietati lineæ quæ est n l, & quia uitrũ est in longitudine octo digitorum, & linea l n, quinq; digitorum, patet quod longitudo uitri excedit quantitatem lineæ l n, in tribus digitis, & distinguãtur de uitro tres digiti, de quibus duo erunt ex parte diametri l q, decliuis extra circulũ, & remanebit de longitudine uitri unus digitus ultra diametrum p o, perpendicularem super lineam l m, sitq́; corpus uitri ex parte centri f, scilicet inter lineam l m, & centrũ f, & sic applicetur uitrum tabulæ per glutinum, erit itaq; perpendicularis p o, erecta super extremitates uitri quæ sunt superficies duæ æquedistantes, & diameter l q, erit obliqua super illas duas superficies. Ponatur itaq; periferia circuli cui supereminet extremitas uitri ex parte uisus experimentantis, & ponat̃ alter uisuum in dicta communi circunferentiæ basis & extremitatis uitri, hoc est in puncto l, quod est extremitas diametri decliuis quæ est l q, & applicetur taliter uitro, ita qđ nihil uideatur cũ illo oculo nisi solus pũctus l, reliquus uero uisus sit in parte in qua est uitrum & circulus, & cooperiatur illud quod opponitur ei ex superficie uitri cum panno linteo uel bombacæ, applicata taliter superficiei columnæ, ut non uideatur nisi sola diameter decliuis l q, & per unum uisum contingentem uitrũ, diameter uero p o, perpendicularis alba uideatur utroq; uisu. Sic itaq; disposito uisu & instrumento, centrũ circuli f, inuenietur in rectitudine diametri p o, albæ, quæ est erecta super superficiem uitri, & inuenietur diameter decliuis quæ est l q, incuruata in superficie uitri, quæ est ex parte centri f, cadetq́; angulus incuruationis ex parte circunferentiæ, sed uisus cõprehendit partem diametri l q, quæ est sub uitro in rectitudine, & quoniam uisus tangit superficiem uitri, & diametri perpendicularis quæ est p o, aliqua pars est sub uitro, & alia extra uitrum ex parte extremitatis diametri ut est eius pars quæ o n, pars illa quæ est sub uitro comprehenditur à uisu existente extra uitrum secundũ refractionem, & pars o n, quæ est ex parte extremitatis diametri comprehenditur à uisu extra uitrũ existente recte & sine refractione, pars autem quæ est ex parte centri cõprehẽditur ab utroq; uisu per refractionẽ, nam lineæ exeuntes à centro uisus contingentis uitrum & extensæ in corpore uitri peruenientes ad superficiem uitri quæ est ex parte centri, om̃es fiunt decliues super superficiem uitri; pars ergo perpendicularis diametri p o, illa quæ est ex parte centri comprehenditur à uisu cõtingente uitrum per refractionem, lineæ uero exeuntes à reliquo uisu ad superiorem uitri superficiem erunt decliues super superiorem uitri superficiem, cum ergo extenduntur ad superficiem uitri reliquam quæ est ex parte centri f, erunt etiam decliues super illam, ut patet per 23. primi huius, illæ enim superficies uitri sunt æquedistantes ex hypothesi, uisus itaq; ille comprehendet etiam partem diametri p o, quæ est uersus centrũ f, duabus refractiõibus, partẽ uero quæ est sub uitro una sola refractione, partem uero superiorem quæ est p o, comprehendet absq; refractione, uterq; tamen uisuum comprehendit hanc diametrum p o rectam, & si experimentator cooperto altero uisu aspiciat solum per uisum qui positus est super uitrum, comprehendet perpendicularem p o rectam, & si eleuauerit uisum à superficie uitri, & intueat̃ diametrum p o ultra uitrũ, comprehendet tamen ipsam lineam rectam, quamuis cõprehendat ipsam secundũ refractionem, quoniã quilibet pũctus diametri p o, & si nõ comprehendat̃ à uisu in suo loco, cõprehendit̃ tamen in rectitudine perpendicularis q̃ exit à pũcto



puncto illo super superficiem uitri, hæc autem est sola ipsa linea p o, per 20. primi huius, quoniam ab uno puncto super unamquanque superficiem unam tantũ perpendicularem duci est possibile. Hæc aũt linea quæ est p o, à quolibet sui pũcto ꝓcedit ꝑpendiculariter suꝑ superficiem uitri. Omnis ergo refractio suorũ punctorũ fit super ipsam eandem, forma itaque centri f, quando uisus tangit uitrũ comprehenditur in rectitudine diametri p o, exeuntis perpendiculariter à centro f, super superficiẽ uitri & diametri decliuis l q, pars extra uitrũ existens uersus centrum f, comprehenditur non in suo loco, ideo quia pũctus centri f, non comprehenditur à uisu nisi præter suum locum, & cum angulus incuruationis fuerit ex parte circunferentiæ, tunc forma centri f, uidetur sub centro basis colũnæ, quia ergo forma cuiuslibet puncti comprehensi à uisu in secundo medio rarioris diafoni illo diafono in quo est uisus, est in rectitudine perpendicularis productæ ab illo pũcto super superficiem corporis diafoni quod est contingens uisum, & est remotior à superficie eiusdem diafoni quàm ipsum punctũ cuius uidetur forma, & quoniam omne punctũ comprehẽsum à uisu per 11. huius, est in rectitudine lineæ per quam forma peruenit ad uisum, patet quod forma cuiuslibet puncti in quibuscunque diafonis taliter situatis cõprehenditur in puncto, qui est communis sectio lineæ per quam forma peruenit ad uisum, & lineæ perpendicularis exeuntis à pũcto rei uisæ super superficiẽ corporis diafoni quod est contingens uisum, & patet ex præmissis correlariũ, locus enim formæ puncti rei uisæ per refractionem quando fit illa refractio in medio secundi diafoni densiore primo, tũc locus imaginis approximat ipsi uisui, ut patet in experimentatione prima de centro f, cũ ipsum uidetur sub aqua, cũ uero fit refractio à superficie alterius diafoni rarioris primo diafono contingente uisum, tunc locus imaginis elongatur à uisu, ut patet in experimentatione secunda de centro f, uiso sub uitro approximato uisibus, cuius forma per mediũ rarius uitro quod est aër diffunditur ad uitri superficiem, & per uitrũ refringitur ad uisum, ut enim exemplariter patet in prima figura præsentis propositionis, punctũ x, ꝓpinquius est uisui existenti in pũcto d quàm punctũ z, patet itaque propositum.

XVI.

Formæ puncti rei uisæ per refractionem existentis in medio secundi diafoni, locus imaginis quandoque est in ipso secundo corpore diafono, quandoque in eius superficie ut in ipso puncto refractionis, quandoque est inter uisum, & illud corpus diafonum quandoque retro uisum, quandoque in ipsa superficie uisus.

Quia enim ostensum est per præmissam, quod locus imaginis refractæ cuiuslibet puncti rei per refractionem uisæ est in communi sectione lineæ per quam forma peruenit ad uisum, & lineæ perpendicularis exeuntis ab illo pũcto rei uisæ suꝑ superficiem corporis diafoni uisum contingentis, cum illæ lineæ necessario cõcurrant, aut æquedistant, si concurrunt, patet quod ubicunque illæ lineæ se intersecauerint, siue hoc fit intra corpus diafonũ in quo est punctus rei uisæ, siue fuerit extra illud corpus inter uisum & superficiem illius corporis, siue hoc fuerit in centro uisus siue retro uisum, ibi semper erit locus imaginis formæ puncti rei uisæ. Si uero illa linea per quam forma peruenit ad uisum fuerit æquedistans illi perpendiculari, tũc non erit aliqua certitudo propria loci illius imaginis nisi solum ipsum punctũ refractionis, in illo ergo uidebitur imago illius formæ, sicut etiam accidit idem, quando linea refractionis & ducta perpendicularis in ipso puncto refractionis se intersecant, nec indigẽt hæc alia demõstratione nisi illa quàm in 12. octaui huius, in speculis sphæricis concauis posuimus, hæc enim refractio ut patet p 7. huius, quandoque fit à superficie concaua corporis diafoni, quod corpus est ex parte uisus contingens conuexum corporis diafoni quod est ex parte rei uisæ, unde est omnimoda demonstrationis similitudo faciendæ hinc & inde, patet erpo propositum, diuersantur enim illæ perpendiculares secundum diuersitatem superficierum corporum à quibus fit refractio.

XVII.

In refractione formarum à ſuperficiebus corporum alterius diafonitatis ad uiſum, ſemper fit deceptio in ſitu.

Quoniam enim ſecundum omnes lineas per quas forma extenditur ad uiſum ſemper fit refractio in ſuperficie corporis alterius diafonitatis, ut linea per quam forma extenditur in medio unius diafoni angulum contineat cum linea illa per quam in ſecundo diafono forma peruenit ad uiſum, ſola uero perpendicularis ducta à puncto uiſo ſuper ſuperficiem corporis diafoni non refrangitur, & omnis imaginis refractæ locus eſt in communi ſectione lineæ ſecūdæ per quam forma refracta extenditur ad uiſum, & lineæ perpendicularis exeuntis à puncto rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis diafoni uiſum cōtingentis per decimamquartā huius, hæc aūt ſectio ſemper eſt extra locum uerum puncti uiſi, quoniam ſola linea incidentiæ concurrit cum illa perpendiculari in ipſo puncto rei uiſæ, à quo ambæ illæ lineæ producuntur, palam ergo quia uiſus nunquam uidet formam rei uiſæ per refractionem uiſi ab alio loco & ſitu quâm ſit ipſa res uiſa, erit itaq; poſitio formæ comprehenſæ à uiſu alia à puncto rei uiſæ, & ſimiliter eſt de remotione, hæc autem ſunt quædam ſitus, pūctus enim communis ſectionis dictarum linearum faciens locum imaginis in refractione ex diafono denſiore ad ſubtilius ſe eleuat approximando uiſui, & in refractione ex diafono rariori ad denſius ſe deprimit, remouendo ſe à centro uiſus, ut patuit per correlarium 14. huius, patet itaq; quod locus imaginis ſemper ſe uariat, & ſecundū hoc decipitur uiſus ſecundum ſitum imaginis alium locum rei uiſæ & ſituationem aliam accipiens ſecundum illud, patet ergo propoſitum.

XVIII.

Omnis forma rei uiſæ per refractionem comprehēditur ac ſi res illius formæ ſit in loco imaginis conſtituta.

Sicut enim in 12. huius, dictum eſt, forma exiſtens in puncto refractionis peruenit ad ipſum uiſum per motum formæ quæ mouetur ſuper lineam perpendicularem ſuper ſuperficiem corporis diafoni ductam à puncto rei uiſæ. Deinde transfertur ad hanc perpendicularē per motum in rectitudine lineæ per quam forma peruenit ad uiſum, forma itaq; quæ eſt ſuper lineam perpendiculariter incidentem ſuperficiei corporis diafoni, & deinde mouetꝰ in rectitudine lineæ, ꝑ quam forma extenditur ad uiſum, eſt forma quæ extenditur à puncto uiſo in rectitudine perpendicularis exeuntis ex ipſo ſuper ſuperficiem corporis diafoni donec perueniat ad punctum ſectionis, inter hanc perpendicularem & lineam per quam forma extenditur ad uiſum, forma itaq; quam uiſus comprehendit refracta ultra corpus diafonum eſt per motum formæ, quæ peruenit ad uiſum à loco imaginis, comprehendit autem uiſus hanc formam in loco imaginis ſicut alia quæ in ſuo loco comprehendit ſiue refractione per medium unius diafoni & directe, uidetur itaq; res diſtans tantum à centro uiſus, quantum punctus imaginis diſtat ab eodem centro uiſus, quoniam ſitus loci imaginis in reſpectu uiſus, & ſitus formæ quæ eſt in loco imaginis, unde propter refractionem forma rei uiſæ comprehenditur in loco imaginis, patet ergo propoſitum.

XIX.

Communi ſectione ſuperficiei refractionis & ſuperficiei corporis diafoni in qua fit refractio exiſtente linea recta, punctoq; rei uiſæ exiſtente in perpendiculari ducta à centro uiſus ſuper ſuperficiem corporis diafoni qualiſcunq; à nullo puncto illius ſuperficiei fiet refractio, & una tantum imago uiſui concurret.

Eſto centrum uiſus a, & punctus rei uiſæ b, ſitq; g, aliquod punctum ſuperficiei corporis in quo fit refractio, quod ſit groſſioris uel rarioris diafonitatis quàm corpus quod eſt contingens uiſum, ducaturq; à puncto a, centro uiſus linea a g c, quæ ſit perpendicu-

laris

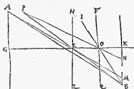
ris ſuper ſuperficiem corporis ſecundi diaſoni per undecimam undecimi, ſitq; punctus rei uiſæ qui eſt b, in linea g c, palam ergo per tertiam huius, quoniam uiſus a, comprehendet formam puncti b, recte ſine omni refractione, quia forma puncti b, in rectitudine extenditur per lineam b g, ad ſuperficiem corporis diaſoni quod eſt contingens uiſum in puncto a, & quia linea l g eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diaſoni contingentis uiſum, comprehendet ergo uiſus a punctum b, in ſuo loco ſecundum rectitudinem lineæ a g b, non eſt itaq; poſſibile ut punctum b, extra lineam b g a, refrangatur ad uiſum a. Si autẽ detur hoc eſſe poſſibile, ſit ſuperficiei illius diaſoni in qua eſt punctus refractionis b, alter punctus refractionis qui ſit p, extra lineam a g b, & refrangatur forma puncti b ad a centrum uiſus à puncto p, imaginemur itaq; ſuperficiem refractionis in qua ſit linea perpendicularis quæ a g b, tranſire per punctum p, & ſit communis ſectio huius ſuperficiei, & ſuperficiei corporis diaſoni in qua fit refractio linea recta quæ eſt g p d, per tertiam undecimi, & à puncto p, extrahatur perpendicularis ſuper lineam g d, per undecimã primi, quæ ſit k p l, & ſit linea k p l, producta ſecans ipſum corpus diaſonum, in cuius ſuperficie fit refractio formæ puncti b ad uiſum a. Eſt ergo linea k l p, perpẽdicularis ſuper ſuperficiem illius corporis diaſoni, ducatur itaq; linea b p, & producatur ultra corpus diaſonum uſq; ad punctum h. Erit ergo angulus k p h, contentus à linea p h, per quam extenditur forma, & linea k p, perpendiculari exeunte à pũcto refractionis quod eſt p, ſuper ſuperficiem corporis diaſoni, quia itaq; corpus diaſonũ quod eſt ex parte uiſus a, eſt ſubtilius illo quod eſt ex parte ipſius b, puncti rei uiſæ, tunc enim forma puncti b, peruenerit ad p, punctum refractionis, palam per quartam huius, quia refrangetur ad partem cõtrariam illi parti in qua eſt perpendicularis k l, non ergo peruenit forma refracta ad lineam a b, ergo neq; ad punctum a, quod eſt centrum uiſus, ſed datum eſt ipſum refrangi à puncto p ad punctum a, accidit igitur impoſſibile contra hypoteſim, & quocũq; alio puncto dato idem accidit impoſſibile, non ergo refrangitur forma puncti b ad uiſum a, ex aliquo pũcto ſuperficiei illius corporis diaſoni dato extra lineã a g b, ſed ſolum forma illa puncti b, ſecũdum rectitudinem peruenit ad uiſum a, quod ſi corpus diaſonum contingens ſuperficiem uiſus ſit denſius diaſono illo corpore quod eſt continens punctum rei uiſæ, tunc idem linea p h refrangetur ad partem perpendicularem p k, propter denſitatem diaſoni ſecundi, nec tamen concurret unquam cum perpendiculari p k, ergo neq; cum linea a b æquediſtante ipſi p k, per ſextã undecimi, quoniam ambæ lineæ a b & k l, ſunt erectæ ſuper ſuperficiem corporis diaſoni in qua eſt linea g p d, qualecunq; ergo fuerit diaſonum ſecundum, ſcilicet rarius uel denſius primo diaſono, ſemper puncto rei uiſæ ſic diſpoſito à nullo puncto illius ſuperficiei diaſoni fiet refractio ad uiſum, ſed uidebitur res in ipſa linea perpendiculari ducta à centro uiſus ad punctum rei uiſæ ſecante ſuperficiem corporis ſecundi diaſoni in uno tantum puncto g, forma ergo illius pũcti non comprehenditur niſi ex uno tantum puncto ſuperficiei illius corporis diaſoni, habet ergo tantũ unicam imaginem non refractam, quod eſt propoſitum.

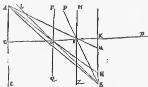
XX.

Communi ſectione ſuperficiei refractionis, & ſuperficiei corporis diaſoni in qua fit refractio exiſtente linea recta, punctoq; uiſo exiſtente extra

perpendicularem ductam à centro uisus super superficiem corporis diafoni densioris diafono uisum contingente, ab uno tantum puncto fiet refractio, & uidebitur unica imago.

Remaneat dispositio quæ est in proxima præcedente, & sit punctus b, extra lineam perpendicularem ductam à centro uisus a, super superficiem secundi diafoni quæ est a g c, educatur quoque superficies plana per lineam a g c, & per punctum b, hæc itaque erit perpendicularis super superficiem secundi corporis diafoni per decimamoctauã undecimi, & secabit soperficiem corporis diafoni secundum lineam rectam per tertiam undecimi, quæ sit g d, non ergo refrangetur per secundam huius, forma puncti b ad uisum a, nisi ab aliquo puncto superficiei in qua est linea g d, non enim transit per duo puncta a & b, superficies perpendicularis super superficiem secundi corporis diafoni, nisi solum superficies transiens perpendicularem a c, sed pperpendicularem a c, & per punctum b, non transit aliqua superficies plana nisi una sola, tantũ forma ergo puncti b, refrangitur ad punctum a, centrum uisus ab aliquo pũcto lineæ g d, quæ sit e, ducantur que duæ lineæ b e & e a, & extrahatur à puncto e, linea perpendicularis super superficiem g e d, per duodecimã undecimi, quæ sit h e z, quæ per primam huius, erit in illa superficie refractionis, erit ergo linea h e z, perpendicularis super duas superficies illorum duorum corporum diafonorum, quia ducta est perpendiculariter in superficie erecta super illas ambas superficies, producatur itaque linea b e, in continuum & directum, & sit linea b e p, erit ergo linea e p, cadens inter duas lineas e h & e a, per quartam huius, nam corpus diafonũ quod est ex parte a, centri uisus, est subtilius corpore diafono quod est ex parte b, ergo per eandẽ quartam huius forma puncti b, quæ extenditur per lineam b e, cum peruenit ad e, punctum datum refractionis refrangitur ad partem contrariam puncti perpendicularis quæ est z e h, erit ergo linea e p, inter duas lineas e b & e a, ducatur itaque à puncto uiso b, linea perpendicularis super lineam g d, per duodecimam primi, quæ sit b k, erit ergo linea b k, perpendicularis super superficiem corporis diafoni quod est ex parte b, quia ducta est perpendiculariter in superficie a b g, et recta super illam, educatur itaque linea a e, in continuum, hæc itaque resecabit ab angulo b e k, angulũ æqualem angulo p e a, per decimamquintam primi. Secabit ergo per 29. primi huius, & lineam b k, illi angulo subtensam. Secet ipsa itaque lineã b k in puncto m, palam itaque per decimam quartam huius, quoniam pũctus m, est locus imaginis formæ puncti b, & angulus p e a, est angulus refractionis. Dico itaque quod punctus b, non habebit aliam imaginem præter quàm illam quæ est in puncto m, nec forma eius refrangetur ad uisum in punctum a, ab alio puncto superficiei corporis diaphoni, quàm à puncto e, nec enim potest forma puncti b comprehendi à uisu nisi secundum perpendicularẽ



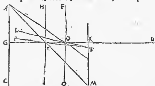


dicularem b k, per 12. huius. Si itaq; punctus b, aliam habuerit imaginē q̄ in puncto m, erit ille punctus in linea b k, & inter duo pūcta b & k, per 14. huius, quia corpus quod est ex parte b pūcti uisi est grossioris diaphonitatis illo corpore qđ est ex parte uisus a. Sit itaq; si possibile est illa alia imago formæ puncti b, in puncto lineæ b k, qđ sit n, erit itaq; punctus n, aut inter duo puncta m k, aut inter duo puncta m b, ducatˀ quoq; linea a n à centro uisus ad punctū n, hæc itaq; secabit lineam g d, ꝑ 1. undecimi, sunt enī puncta a b k, in eadē superficie cū linea g d, ut patet ex ꝑ̄missis. Secet ergo linea a n, lineam g d, in puncto o, ducaturq; linea b o, quæ ꝓducta ultra punctū o, signetˀ ad punctū b, erit itaq; punctū o, punctū refractionis formæ puncti b, ad uisum in punctū a, quia b o l est linea ꝑ quā extenditˀ forma, & est angulus l o a, angulus refractionis, ducatˀ itaq; à puncto o linea ꝑpendicularis sup lineam g d, ꝑ 11. primi, quæ sit linea f o q, erit itaq; linea f o q, ꝑpendicularis sup superficiē corporis diaphoni ꝑ 27. primi, & ꝑ 8. undecimi, & erit angulus l o f, æqualis angulo o b n, contento à perpendiculari f q, & à linea b o, ꝑ quā extenditur forma ad locum refractionis ꝑ 29. primi, qm̄ ut patet ꝑ 6. undecimi lineæ b k & f o q sunt æquedistantes, si itaq; punctus n, fuerit inter duo puncta m & k, tunc pūctus o, erit inter duo puncta e & k, secans lineam e k, ꝑ 32. primi huius, erit itaq; angulus e b k, maior angulo o b k, ꝑ 29. primi huius, q̄a omne totū est maius sua parte, & quia angulus p e h, est æqualis angulo e b k, ꝑ 29. primi, & angulus l e f, æqualis angulo o b k, ꝑ eandem 29. primi, qm̄ lineæ h 3 & f q, & b k, sunt inter se æquedistantes, erit ergo angulus p e h, maior angulo l o f, & angulus p e a, est angulus refractionis ex angulo incidentiæ qui est p e h, & angulus l o a, est angulus refractionis ex angulo incidentiæ qui est l o f, angulus ergo p e a, est maior angulo l o a, ꝑ 8. huius, ostensum est enī in corollario quod p̄cedit tabulas ibi positas, cuius ueritas patet ex p̄cedenti experimentatione, qm̄ anguli refractionū in medio secundi diaphoni grossioris quibus differunt anguli incidentiæ ab angulis refractis contentis sub linea perpendiculari ducta à puncto refractionis sup superficiem diaphoni, & à lineis refractis ad uisum in maiorib9 angulis incidentiæ sunt maiores, & in minoribus sunt minores, ergo angulus a e h est minor angulo a o f, qđ est impossibile, qm̄ enī per 21. primi, angulus a e g, est maior angulo a o g, & anguli h e g & f o g sunt æquales ꝑ 29. primi, & quia sunt recti, patet ergo angulus a o f, est maior angulo a e h, cū ergo sequatur impossibile ex datis, patet quod punctum n, non cadit inter puncta m & k. Similiter quoq; sequitˀ ex illis datis, ut angulus e b, sit maior angulo a o b quod est impossibile, & contra 21. primi, ꝓducta linea a b, quæ ambobus illis angulis subtenditˀ, & à cuius punctis terminalibus illæ lineæ ꝓducuntur. Si enī angulus p e a, sit maior angulo l o a, ergo per 13. primi, angulus a e b, est maior angulo a o b. Est enim uterq; illoꝝ super angulū suæ refractionis residuū duoꝝ punctoꝝ, quod si punctus n, qui datus est esse locus secundæ imaginis formæ puncti b, fuerit inter duo puncta m & b, lineæ b k, tunc punctus e, erit inter duo puncta o & k, ꝑ 32. primi huius, quod potest ostendi ut prius, & erit angulus e b k, minor angulo o b k, erit ergo ut prius, angulus p e h, minor angulo l o s, & erit angulus p e a, qui est angulus refractionis minor angulo l o a qui est etiā angulus refractionis, angulus ergo a e b, est maior angulo a o b, quod est impossibile ut prius per 21. primi, ducta linea a b. Impossibile est ergo quod punctus n, sit locus imaginis formæ puncti b, ergo neq; aliq̄d aliud punctum lineæ b k, præter punctum m, punctus itaq; b, existens in ꝓposito situ non habebit alium locum imaginis respectu uisus a, nisi solum punctum m, nec refrangitur ab alio puncto superficiei corporis diaphoni ad uisum a, nisi à solo puncto e, quod est propositum.

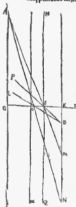
XXI.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafoni, in quo fit refractio existente linea recta, punctoq; uiso existente extra perpendicularē ductā à centro uisus per superficiem corporis diafoni rarioris corpore diafono uisum contingente, ab uno tantum puncto fiet refractio, & unica uidebitur imago.

Remaneat omnis dispositio ut in præcedentibus, nisi quod corpus diaphonū in cuius superficie est linea g d, & perpendicularis g c, quod est ex parte uisus a, sit grossioris diaphonitatis illo corpore, quod est ex parte b, puncti rei uisæ, & illud quod est ex parte puncti b, sit rarius, & sit linea b k, ducta à puncto rei, per 11. undecimi, perpendicularis super superficiē corporis diaphoni, sitq́ refractio formæ pūcti b, ad uisum a, ex puncto superficiei illius corporis quod sit e, & ducanť lineæ b e & e a, ꝑtrahaturq́ linea l e, usq́ ad punctū p, ultra superficiē corporis in qua est linea g s, & à puncto refractionis quod est e, ducať linea h e, perpendiculariter super lineam g k, cadet ergo linea a e, media inter duas lineas e p & e b, nā prima linea per quam extendiť forma



ad locum refractionis est linea b e p, sit autē refractio ad partem ꝑpendicularis e h, per 4. huius, nam corpus quod est ex parte uisus a, est grossioris diaphonitatis corpore qđ est ad partem rei uisæ b, ut patet ex hypothesi, ꝑtrahatur itaq́ linea a e, ultra punctum e quousq́ concurrat cum linea k b, concurret aūt cum illa per 2. primi huius, secat enī eius æquedistantē lineā h e 3. Secet ergo lineam k b in puncto m. Est itaq́ per 14. primi huius, punctus m, locus imaginis formæ puncti b, & ꝓfundabitur sub puncto b, ultra sitū rei, cuius ipsum habet formā, nam corpus quod est ex parte b, est subtilius illo corpore quod est ex parte uisus a, dico itaq́ quod forma pūcti b, non refrangitur ad uisum a, nisi à solo puncto e, & quod non habet imaginem nisi in solo pūcto m, si enī hoc sit possibile ut plures habeat imagines q̃ illa quæ est in puncto m, sit ut habeat imaginē in pūcto alio quod sit n, erit itaq́ punctus n, in linea perpendiculari b k, per 12. huius, & infra punctū b, p 14. huius, ꝑpter corpoꝝ diaphonorum medioꝝ ꝑpositam diuersitatem, aut igitur erit punctus n, inter duo puncta m & b, aut sub puncto m, sit primo inter duo puncta b & m, ducaturq́ linea a n, quæ secabit lineā e k, per 32. primi huius, qa ipsa ꝑducta à puncto lateris m e, secat latus k m, trigoni e k m, remotius à puncto a, quod est latus k m, & etiā ideo, quia puncta a & b, sunt in eadem superficie, & linea e d, est iacens inter illa puncta. Secet ergo ipsum in puncto o, est itaq́ o punctus refractionis, & ducať linea b o, quæ transeat usq́ ad punctū l, & ex puncto o, extrahať linea f o q, perpendiculariter super lineā g o d, per 11. primi, linea itaq́ b o, est illa linea per quā linea puncti b, extendiť ad punctū refractionis qđ est o, linea quoq́ o a, erit inter duas lineas o l & o f, q̄m in tali dispositione medioꝝ diaphonoꝝ semper fit refractio ad ꝑpendicularē per 4. huius. Si itaq́ punctus n, fuerit inter duo puncta m & b, erit p 32. primi huius, pūctū o, inter duo puncta e & k, ergo ut in p̄missa p 29. primi huius, angul9 o b k, erit minor angulo e b k, q̄m pars est minor suo toto, sed per 29. primi, angulus l o f, est æqualis angulo o b k, & angulus p e h, est æqualis angulo e b k, ideo qđ lineæ h e & f o, & k b sunt æq̄distantes, est ergo angulus l o f, minor angulo p e h, angulus itaq́ l o a, qui est locus refractionis p corollarium 8. huius, est minor angulo p e a, qui est etiā angulus refractionis, ergo angulus a o f, qui remanet de angulo l o f super angulū refractionis qui est l o a, est maior angulo a e h, qui remanet de angulo p e h, sup angulū refractionis qui est p e a, per eādē 8. huius, sed angulus a o f, est æqualis angulo



gulo a n k, ꝑ 29. primi, & angulus a e h, est æqualis angulo a m k, ꝑ eandẽ 29. primi, angulus itaq; a n k, est minor angulo a m k, quod est impossibile, & contra 16. primi. Si aũt punctus n, fuerit infra punctum m, tunc ut prius in ꝓxima huius, deductione facta punctus e, cadet intra punctũ o & k, & erit angulus o b k, maior angulo e b k, per 29. primi huius, & quia totũ est maius parte, angulus ergo l o f, erit maior angulo p e h, ꝑ 29. primi, ergo angulus l o a, est maior angulo p e a, & angulus a o f, est maior angulo a e h, ꝑ 8. huius, ut prius, ergo angulus a n k, per 29. primi, est maior angulo a m k, quod est impossibile, & contra 16. primi, non est ergo imago formæ pũcti b, in puncto n, nec in aliquo alio puncto lineæ m k b, præter q̃ in puncto m, q̃m idem impossibile accidit in omnibus datis punctis, ab unico ergo puncto in hac dispositione fiet refractio, & unica uisui occurrit imago, patet ergo propositum.

XXII.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafoni in quo fit refractio existente circulo, punctoq; uiso existente in perpendiculari ducta à centro uisus super conuexam superficiem corporis diafoni, formæ rei uisæ à nullo puncto fiet refractio, & una tantum uidebitur imago.

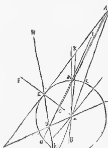
Sit centrum uisus punctũ a, sitq; b punctus rei uisæ ultra corpus diaphonum grossius illo corpore diafono, quod est circa uisum, & sit superficies illius corporis diafoni q̃ est ex parte b, superficies conuexa illa quæ est ex parte uisus a, sitq; cõmunis sectio superficiei refractionis & superficiei illius corporis diafoni per 69. primi huius, circulus c d e, cuius centrum sit pũctus 3, & ducat̃ linea a c 3 d, qui necessario erit ꝑpendicularis super superficiẽ corporis diafoni per 72. primi huius, q̃m transit per punctũ 3, centrum eius, sitq; b pũctus rei uisæ in ꝑpendiculari linea q̃ est a d, tũc itaq; uisus a, cõprehẽdet formã pũcti b, sine aliq̃ refractione, nã forma q̃ extẽdit se cũdũ lineã d a, extendit̃ recte in corpore diafono quod est ex ꝑte uisus a, per 3. huius, ideo qd' linea d a est perpendicularis super superficiẽ corporis diafoni quod est ex parte uisus comprehendet itaq; uisus a, forma puncti b, in suo loco & recte, sed & in hac dispositione forma puncti b, nunq; refringit̃ ad a uisum. Aut eñ punctus rei uisæ qui est b, erit in cẽtro corporis diafoni quod est 3, aut extra illud, si fuerit in centro 3, tunc nulla linea per quã extenditur forma puncti b, ad circũferentiam circuli c d e, refrangit̃ ad uisum a, q̃m omnes illæ sunt semidiametri perpendiculares super sup̃ficiem conuexam corporis diafoni, & quia sola linea 3 a, exit à centro circuli c d e ad uisum, patet quod forma puncti b, nõ refrangit̃ ad uisum a, cum punctus b, fuerit in centro 3, quod si punctus b, fuerit in linea c d extra centrum 3, aut igitur erit in linea d 3, aut in linea 3 c, si sit in linea 3 c, adhuc nulla sui fiet refractio ad uisum a. Quod si fuerit possibile, esto quod refrangat̃ ex puncto e, & ducatur linea b e, & ꝓtrahat̃ extra circulum ad punctũ h, & ꝓtrahatur linea 3 e, extra circulum ad punctũ p, erit itaq; linea 3 p, perpendicularis sup̃ superficiẽ corporis diafoni, quod est ex parte uisus. Cum itaq; corpus diafonum quod est circa uisum fuerit rarius corpore diafono quod est circa rem uisam, & circa punctum b, patet per 4. huius, qd' forma puncti b, q̃n extendit̃ per lineam b e, refrangitur in puncto e, ad partẽ contrariã illi parti in qua est perpendicularis 3 p, nõ ergo refrangitur tunc forma puncti b, ad uisum a, qd' si punctum b, sit in linea d 3, adhuc nõ refrangitur forma puncti b, ad uisum a. Si eñ hoc est possibile sicut refrangatur ex puncto e, & producat̃ linea b e ad punctũ k, & ꝓtrahatur linea 3 e ad pũctum p, sitq; ut forma puncti b, refrangat̃ ad uisum a, ex puncto e, ꝑ lineam e a, palam itaq; q̃m angulus r e a, est angulus refractionis, & angulus k e p, est contentus à linea b e r, ꝑ quã extenditur forma puncti b, & à ꝑpendiculari exeunte ab e, puncto refractionis sup̃ superficiẽ corporis diafoni à qua fit refractio, ergo per correlarium 8. huius angulus incidentiæ

incidentiæ qui est r e a, est minor angulo refracto qui est r e p, & linea b e 3, aut est minor q̃ linea 3 e, aut æqualis ei, quia punctus b, aut est inter duo puncta d & 3, aut in pũcto d. Est itaq; per 19. & p 5. primi, angulus e b 3, aut maior angulo b e 3, aut æqualis ei, sed angulus a e r, per 16. primi, maior est angulo e b 3, ergo & angulus b e 3, & angulus r e p, per 15. primi, est æqualis angulo b e 3. Erit ergo angulus a e r, maior angulo r e p, quod est contra præostensa & impossibile, forma ergo puncti b, nõ refrangitur ad uisum a, ex puncto e, sed nec ex alio puncto circuli c d e, nec ex alia circũferentia alicuius circulorũ in sũpficie corporis diafoni, in quo est punctũ b existentiũ, ut patet per 1. huius, palam ergo q̃m existente puncto b, in linea g d, nõ cõprehenditur forma eius à uisu a, per refractionẽ ex aliquo puncto superficiei corporis densioris, & nõ cõprehenditur nisi solum unũ punctũ, q̃m linea perpendicularis super superficiẽ corporis diafoni densioris nõ secat illius corporis superficiem nisi in uno tñ puncto, unica ergo tñ uidetur imago. Similiter quoq; demonstrandũ si corpus diafonũ qđ est circa centrũ uisus punctum a, fuerit densius corpore diafono, quod est circa pũctũ rei uisæ, quod est b, tunc enim semper fiat refractio ad perpẽdicularẽ ductam à dato puncto refractionis, & nunq̃ fiet ad centrũ uisus punctũ a, siue punctũ rei uisæ fuerit in linea e 3, uel in linea 3 b, & sequẽtur maiora impossibilia q̃ prius, & si fuerit in centro 3, patet quod non refrangitur, sed uidetur directe forma eius, & unica est eius imago, patet itaq; ꝓpositũ secundum oẽs eius modos.

XXIIII.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafani in quo fit refractio existente circulo punctoq; uiso iacente extra perpendicularem ductam à centro uisus super superficiem conuexam corporis diafoni grossioris corpore diafono uisum contigente ab uno tantum puncto fiet refractio, & unica uidebitur imago, loco tamen imaginis diuersificato secundum diuersitatem loci puncti uisi uel centri uisus.

Esto dispositio quæ in proxima p̃missa, nisi quod punctus rei uisæ qui est b, sit extra lineam a c d, tñ intra circulũ c d e, & quia forma puncti b, non refrangit̃ ad uisum a, nisi in circũferẽtia circuli c d e, quæ est in superficie refractionis, ut patet p 1. huius, & ex hypothesi, fitq; illa refractio à concauitate corporis diafoni, qđ est ex parte uisus contingens conuexũ corporis diafoni ex parte rei uisæ, fit ut refrangat̃ ad uisum a, ex puncto e, circuli c d e, dico quod non potest ex alio puncto superficiei corporis illius refrangi ad uisum. Sit enĩ si possibile est ut refrangat̃ ex pũcto alio circuli c d e, q̃ ex puncto e, qui sit punctus m, & ducatur lineæ b e, a e, b m, a m, 3 e, 3 m, sit quoq; ut lineæ 3 e & b m, cum sint in superficie circuli c d e, secent se in puncto quod sit g, & producatur linea b e, extra circulũ usq; ad pũctũ h, & linea b m usq; ad punctũ n, & linea 3 e, usq; ad punctũ n, & linea 3 e, usq; ad pũctũ p, & linea 3 m, usq; punctũ l, erit itaq; angulus h e p, per 15. primi, æqualis angulo incidentiæ, q̃m uterq; illorũ est contentus sub linea e b, per quã extendit̃ forma, & sub perpendiculari e p, exeunte à loco refractionis quæ est e, sup superficiem corporis à quo fit refractio, eritq; angulus h e a, angulus refractionis, & erit angulus l m n, æqualis angulo incidentiæ contentus sub linea n m, per quã extenditur forma, & sub ꝑpendiculari l m, exeũte à loco refractionis quæ est 3 m, & angulus n m a, est angulus refractionis: erit itaq; angulus h e p, aut æqualis angulo n m l, aut maior aut minor, si sit æqualis tunc per 8. huius, erit angulus h e a, refractionis æqualis angulo n m a, qui est similiter angulus refractionis, & q̃m uterq; ipsorũ cũ suo cõpari ualet duos recto



ctos per 13. primi, erit tunc angulus a m b, æqualis angulo a e b, quod ꝓducta linea a b, patet esse impossibile, & contra 21. primi, Si aũt angulus h e p, sit minor angulo l m n, erit angulus h e a, minor angulo n m a, ꝑ 8. huius, erit ergo per 13. primi, angulus a m b, minor angulo a e b, quod iterum est contra 21. primi, & impossibile. Si uero angulus h e p, sit maior angulo l m n, extrahat̃ linea e b, in partẽ puncti b, ad punctũ circũferentiæ qui sit f, & extrahatur linea m b, ultra punctũ b, ad punctũ circũferentiæ qui sit o, angulus itaq; e b m, erit ꝑ 54. primi huius, æqualis angulo qui est apud circũferentiã cadens in arcum æqualem duobus arcubus e m & f o, & cũ angulus h e p, ex hypothesi, sit maior angulo n m l, erit angulus 3 e b, ꝑ 15. primi, maior angulo n m l, ergo & angulus b m 3, per eundem 15. cũ ergo angulus 3 e b, sit maior angulo b m 3, erit excessus anguli m 3 e, sup angulũ e b m, æqualis excessui anguli 3 e b, super angulum b m 3, per 21. primi cum enim in trigonis e b g & m g 3, anguli intersectionis ad punctũ g, sint æquales, ut pa ꝑ 15. primi, & q̃libet reliquorum duorum cũ suo tertio ualeant duos rectos, patet ꝙ duo anguli reliqui unius trigoni sunt æquales duobus reliquis angulis alterius trigoni, in quanto ergo angulus 3 e b, est maior angulo b m 3, in tanto angulus m 3 e, est maior angulo e b m, arcus uero respiciens angulum m e 3, cum fuerit apud circumferentiam, erit duplus ad arcum m e, per 19. tertij, & per ultimam sexti. Si ergo angulus m 3 e, fuerit maior angulo m b e, tunc arcus m e duplicatus erit maior duobus arcubus m e & f o, & erit excessus arcus a x, duplicati super duos arcus m e & f o, æqualis excessui arcus m e, super arcum f o, q̄m arcus m e, utriq; est cõmunis, quo ablato remanet idem excessus, & si varietur ꝓportio Geometrica, nõ tamen uariatur ꝓportio Arithmetica, excessus ergo anguli m 3 e, super angulũ e b m, est ille qui respicit apud circũferentiam excessus arcus m e, sup arcum f o, sed excessus arcus m e, super arcum f o, est minor duobus arcubus m e & f o, q̄m est pars arcus m e, ergo excessus anguli a m e, super angulũ m b e, est minor angulo m b e, per ultimam sexti, & ut patet ex p̄missis, excessus itaq; anguli 3 e b, super angulũ 3 m b, est minor angulo m b e, ergo ut supra patet ꝑ 15. primi, excessus anguli h e p, sup angulũ n m l, est minor angulo m b e, ergo excessus anguli refractionis h e a, sup angulum refractionis, quæ est n m a, est multo minor angulo m b e, per 8. huius, sed excessus anguli h e a, super angulũ n m a, est excessus anguli a m b, sup angulũ a e b, per 13. primi, excessus itaq; anguli a m b, super angulũ a e b, est minor angulo m b e, excessus uero anguli a m b, sup angulũ a e b, & duo anguli m a e & m b e, quod patet ꝑ 33. primi huius, ꝓducta linea a b, duo itaq; anguli m a e & m b e, sunt minores angulo m b e, totum sua parte, quod est impossibile, forma itaq; puncti b, non refrangitur ad uisum a, ex alio puncto circuli c d e, ꝙ ex puncto e, unica ergo habebit imaginem, & hoc est ꝓpositum primũ. Sed & locus imaginis diuersat̃ secundũ diuersitatẽ loci in quo est punctum uisum quod est b, ꝓducatur enim linea b 3, ultra puncta b & 3, ad utramq; partẽ trans circuli c d e, quæ aũt concurret cum linea e a, aut erit æquedistans ei. Si concurrat, tunc concursus aut erit ad partem diametri ad quã est b, ꝓpinquior periferiæ ut in puncto k, aut concurrent in puncto aliquo alio ad partem uisus, ut in puncto r, si itaq; concursus fuerit in puncto k, tunc per 14. huius, erit imago ante uisum, & erit forma manifeste comprehensa à uisu, q̄m est in ꝑpendiculari 3 k, ꝓducta à cẽtro corporis diafoni sup supficiẽ corpis diafoni, q̃d si concursus fuerit in puncto r, erit imago pũcti r, & tunc forma cõprehenditur à uisu in eius oppositione, sed non manifeste, quia comprehenditur à uisu extra suũ locum, scilicet extra superficiem corporis diafoni inter uisum & illam supficiẽ. Si uero linea b 3, fuerit æq̃distans lineæ e a, tũc erit linea b 3, media inter duas lineas h b 3 & b 3 r, per 14. primi huius, & tunc imago uidetur indeterminata, & forma comprehendit̃ in loco refractionis, ut patet per 15. libri huius, & hoc est propositũ. Ex his itaq; patet, quod r e cuius forma comprehenditur à uisu existente ultra corpus diafonũ grossius corpore diafono quod est ex parte uisus, non fit refractio nisi ab uno tantum superficiei illius corporis puncto, & res illa non habet nisi imaginem unicam, neq; comprehenditur nisi unum tantum. Hæc enim refractio est à concauitate totius diafoni, quod est ex parte uisus, cõtingentis conuexum corporis diafoni, quod est ex parte rei uisæ, pa

tet etiam, quod secundum diuersitatem situationis puncti a, qui est centrum uisus, fit diuersitas locorum imaginum formæ puncti b, non transmutati secundum situm, quũ eadem est huius cũ præmisso modo alio declaratio, nisi quod tunc puncta refractionum diuersificantur.

XXIIII.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafoni in quo fit refractio existente circulo, punctoq; uiso iacente extra perpendicularem ductam à centro uisus super superficiem corporis diafoni rarioris diafono uisum contingente, ab uno tantum puncto fiet refractio, & unica refracta uidebitur imago, loco tantum imaginis diuersificato secundum diuersitatem loci puncti uisi uel centri uisus.

Esto omnis dispositio, ut in præcedente, nisi quod punctũ b, nũc ponimus esse centrũ uisus, & punctum a, punctum rei uisæ, refrangaĩ itaq; forma puncti a, ad uisum b, à puncto e, & erit linea refractionis a e b, forma itaq; extensa per lineam a e, refrangitur per lineam e b, sicut in præcedenti ppositione, forma extensa p lineã b e, refrangitur p lineã e a. Si itaq; forma puncti a, refrangitur ad uisum b, ex alio puncto circuli c d e, q̃ ex puncto e, tunc utiq; forma puncti b, refrangitur ad uisum a, ex eodem puncto, ut ostensum est in 9. huius, sed iam in præcedẽti declaratũ est hoc esse ĩpossibile, forma eñ extensa p lineam b e, & refracta per lineam e a, per præcedentem pximam, non potest refrangi ad uisum existentem in puncto a, ab alio puncto circuli c d e, neq; ex alio pũcto superficiei corporis diafoni, q̃m in superficie refractionis solus cadit ille circulus, non ergo refrangetur forma puncti a, ad uisum existentem in puncto b ex alio puncto circuli c d e, nisi ex puncto e, & unica tantum uidebitur imago, de diuersitate quoq; locorum imaginũ est idem sicut in præmissa declarandum, patet ergo propositum.

XXV.

Cum superficies sphærica conuexa corporis diafoni densioris aere fuerit opposita uisui existenti extra circulum communis sectionis superficiei refractionis & corporis sphærici diafoni densioris, possibile est lineam rectam taliter sisti, ut aliquis ipsius punctus directe & diuersa pũcta eiusdem lineæ uideantur refracte, totaq; forma illius lineæ refrangatur à portione superficiei corporis illius terminata circulo non magno, & locus imaginis suæ sit in centro uisus.

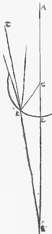
Esto cõmunis sectio superficiei refractionis & corporis sphærici conuexi densioris diafoni q̃ est aer, circulus g e d, cuius centrũ sit 3, ducaturq; semidiameter 3 e, sup cuius terminum, fiat per 23. primi, angulus 3 e k, æqualis maximo angulo incidentiæ quem continet linea extensionis formæ puncti rei existentis sub illo diafono ad uisum existentem extra illud diafonũ in aere uel in alio diafono rariori cum linea perpendiculari ducta à puncto e, super superficiẽ illius corporis in qua fit refractio, fiatq; angulus k e c, p eandem 23. primi, æqualis medietati maximi anguli refractionis, qui potest fieri inter corpora diafona quæcunq; data, ut inter aquã & aerem, uel econuerso, hoc aut est possibile, q̃m omnes isti anguli per 8. huius, sunt noti, & à puncto 3, centro corporis grossioris ducatur linea æquedistans lineæ e t, per 31. primi, quæ, pducta ex utraq; ad circumferentiam sit g 3 d, & linea e 3, ex parte puncti e, protrahatur extra corpus illud usq; ad h punctum, cum itaq; ut patet ex præmissis, proportio anguli 3 e k, ad duplum anguli k e c, sit maxima, pportio, q̃m angulus incidentiæ quẽ continet linea per quã extendit forma puncti rei uisæ ad superficiẽ corporis à qua refrangit, cũ linea ppendiculari à puncto refractionis sup superficiẽ illius corporis educta possit habere ad angulum refractionis quẽ exigit ille angulus incidẽtiæ quo ad sensum, anguli eñ refractionis, qui fiunt inter duo corpora diuersæ diafonitatis à luce transeunte per illa corpora diuersantur, quorum diuersitas quo ad sensum, habet finem, quem si angulus excesserit, tunc sensus non

comprehendet

comprehendet quantitatẽ refractionis, comprehendet enĩ directe centrum lucis transeuntis per illa duo corpora in rectitudine lineæ per quã extenditur, & hoc plenius experiri potest per instrumentũ quo superius usi sumus, & qm̃ ut patet ex præmissis, angulus e 3 d, est maior angulo k e t, ponatur ergo angulus d 3 t, æqualis angulo k e t, per 27. primi huius, quia itaq; linea e k, concurrit cum linea e t, patet per 2. primi huius, quia cõcurrit cum linea a d, eius æquedistante. Sit ut concurrat in puncto b. Similiter quoq; linea 3 t, concurret cum linea e t, sit ut concurrat in puncto t, & quia lineæ e b & 3 e, sunt inter duas lineas æquedistantes, & in eadem superficie, patet quod ipsæ se intersecãt, sit punctus sectionis k, eritq; per 32. primi, angulus 3 k e, æqualis duobus angulis k 3 b & k b 3, sed angulus k b 3, est per 29. primi, æqualis angulo k e t, angulus ergo 3 k e, est æqualis duplo anguli k e t, ergo per 7. quinti, erit proportio anguli 3 e k, ad angulum 3 k e, maxima proportio, quæ est possibilis inueniri inter angulum incidentiæ quẽ cõtinet linea per quam extenditur forma & perpendicularis inter angulum refractionis quem exigit ille angulus incidentiæ. Item à puncto e, per 31. primi, ducatur linea æquedistans lineæ t 3, quæ per 2. primi huius, cõcurret cũ linea 3 g, uersus punctum g, sit itaq; punctus concursus a, & extrahatur linea b e, extra circulum g e d, usq; ad punctum b, erit ergo angulus l e a, æqualis angulo 3 k e, per 29. primi, & angulus l e h, æqualis est angulo 3 e k, per 15. primi. Erit ergo ut patet ex præmissis, angulus l e a, angulus ille refractionis quem exigit angulus l e h, qm̃ per 15. primi, angulus l e h, est æqualis angulo 3 e k, qui acceptus est talis, ut ꝑponitur. Si itaq; cẽtrum uisus fuerit in puncto aliquo scilicet puncto aeris, & corpus diafonum densius aere, cuius conuexum est ex parte uisus a, fuerit continuatum usq; ad punctũ b, & non fuerit distinctum apud circulum g d e, ex parte b, ita ut diuersitas alterius diafoni nõ impediat naturam refractionis, tunc forma puncti b, extenditur per lineam b e, & refrangitũ per lineam e a, & comprehenditur à uisu in puncto a, per lineam e a, & qm̃ angulus refractionis qui est a e b, potest diuidi pluribus portionibus earũ quæ possunt esse inter angulos refractionis & angulos incidentiæ, quos continẽt ductæ ꝑpendiculares cum lineis per quas incidunt formæ corporib9 diafonis à quarũ superficie refranguntũ. In linea itaq; d b, erũt plura puncta quorum formæ extenduntũ ad arcum g e, & refranguntur ab illo ad uisum a, & forma totius lineæ d b, in qua sunt omnia illa puncta, refranguntur ad uisum a, ex arcu g e. Si itaq; figatur linea a g b, & reuoluatur trigonum a e b, in circuitu lineæ a b fixæ, & pars superficiei corporis diafoni quæ est ex parte rei uisæ fuerit sphærica, tunc punctum e, quod est punctum refractionis signabit motu suo in superficie corporis sphærica conuexa circulum ex parte uisus a, à quo tota refrangetur forma pũcti b, ad uisum a, sed locus imaginis in tota periferia circuli refractionis erit unus, qm̃ ut patet per 14. huius, locus imaginis est centrum uisus, in quo cõcurrit linea extensionis formæ quæ est e a, & ꝑpendicularis b 3 a. Similiterq; formæ omnium punctorum lineæ d b, excepto puncto d, refranguntur ab aliquo puncto arcus e g, secundum quod præmissum est, & locus imaginis omnium illorum punctorum semper erit in centro uisus, & sic tota imago illius rei uisæ est una, cõ

prehenditur itaq; forma huius rei uisæ ab ipso uisu formæ circularis apud circulum refractionis, & unicus eius punctus superior, tunc punctum d, uidetur in rectitudine perpendicularis transeuntis per centrum uisus & rem uisam. Cum ergo centrum uisus fuerit in uno corpore diafono, & res uisa fuerit in alio diafono densiori, & superficies corporis diafoni densioris quæ est ex parte uisus fuerit sphærica conuexa, fuerítq; uisus extra circulum, cuius conuexum est ex parte uisus, fuerítq; ille circulus remotior à uisu q̃ punctũ remotius formæ, cuius fit refractio, ut est in proposito punctum b, distans fuerit à duobus punctis sectionis factæ inter ꝑpendiculares & circumferentiam, & cum corpꝰ diafonum densius, quod est à parte rei uisæ fuerit totum cõtinuum usq; ad locum in quo est res uisa, nec fuerit in aliquo puncto mediũ intercisum, tunc uisus comprehendet formam illius rei uisæ & uere & refracte, & locus imaginis illius rei erit in centro uisus, uidebitur aũt in superficie uisus, quod est propositum. Si uero sic accidat, ut perpendicularis ducta à re uisa super superficiem corporis à qua fit refractio, æquedistet alicui illarum linearum per quas forma peruenit ad uisum, & alicui non, possibile erit ut forma rei uideatur partim in superficie corporis à quo fit refractio, & partim ĩ superficie uisus, & hoc erit ut monstruosum, huiusmodi quoq; infinita accidunt secundũ diuersitatem lineæ perpendicularis respectu lineæ extensionis ipsius formæ, eodẽ quoq; modo demonstrandum est, si punctus rei uisæ fuerit in diafono rariori, & centrũ uisus in diafono densiori, disposita figura secundum dispositionem illorum angulorum, quæ tali pertinent refractionem.

XXVI.



Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafoni, in quo fit refractio existente circulo pũctoq; rei uisæ existẽte in perpendiculari ducta à centro uisus super concauã superficiem corporis diafoni oppositam uisui forma rei uisæ recte occurret uisui, & à nullo puncto fiet refractio, una quoq; tantum uidebitur imago.

Sit a centrum uisus, & sit b punctus rei uisæ ultra corpus diafonum, quod sit exempli causa, grossius illo in quo est centrum uisus a, sítq; corpus grossioris superficies quæ est ex parte uisus sphærica concaua, cuius sit centrum g, dico quod punctus a & b, existentibus in una linea perpendiculari super superficiem illius corporis concaui, tunc b punctus rei uisæ unam solam habebit imaginem, & unam tantum formam apud centrum uisus a, ducatur enim linea a g, & extrahatur recte usq; ad punctum z. Erit ergo per 72. primi huius linea a z, perpendicularis super superficiem concauam corporis diafoni. Sitq; punctus b in linea a z, uisus itaq; a, comprehendet formam puncti h, in rectitudine lineæ a b, quoniam linea a b, est perpendicularis super concauam superficiem illius corporis, quod est diafonum grossius, neq; ab aliquo puncto ipsam poterit comprehendere refractam. Cuius contrarium si detur esse possibile. Esto ut forma puncti b, refrangatur ad a, uisum à puncto corporis e & ducantur lineæ b e & g e, erítq; linea g e, perpendicularis super superficiẽ corporis à qua fit refractio, & extrahatur linea b e, usq; ad punctum t, angulus itaq; t e g, est angulus incidentiæ contentus à linea per quam extenditur forma, & à linea perpendiculari exeunte à loco refractionis super superficiem corporis à qua fit refractio, & quia corpus quod est ex parte uisus a, subtilius est illo qđ est ex parte rei uisæ in qua est pũctũ b, palã ꝑ 4. huius, qm̃ erit refractio ad ꝑtẽ cõtrariã illi ꝑti in q̃ est ꝑpendicularis q̃ e g, & linea e t, nõ cõcurrit

cum

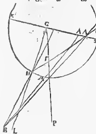
cum linea b a aliquo modo, forma ergo puncti b, non refrangitur ad uisum a, non ergo comprehendet uisus ipsam refracte sed solum recte, nõ ergo habebit apud uisum a, punctum b, nisi unam solam formã & unam imaginem. Si uero corpus in quo est res uisa fuerit rarius corpore in quo est centrum uisus, adhuc eadem est demonstratio, nec enim adhuc peruenit refractio ad centrum uisus, patet ergo propositum.

XXVII.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafoni, in quo fit refractio existente circulo punctoq; uiso iacente extra perpendicularem ductam à centro uisus super superficiem concauam oppositam uisui grossioris corporis diafono cõtingente uisum ab uno tantum pũcto fiet refractio, & unica refracta uidebitur imago, loco imaginis diuersificato secundum diuersitatem loci puncti uisi.

Esto dispositio quæ in præcedenti, & sit punctus b, extra lineam a z, & quoniã ut patet per secundam huius, omnis superficies refractionis perpendicularis est sup superficiem corporis â quo fit refractio, sit per 69. primi huius, communis sectio superficiei refractionis, & superficiei concauæ corporis diafoni â quo fit refractio circulus h d k, cuius centrum sit g, & sit punctus refractionis formæ puncti b ad uisum a, punctum h, dico quod non fiet refractio formæ puncti b ad uisum a, ex alio puncto circuli h d k, quàm ex puncto h. Si enim hoc sit possibile, sit idem aliud punctũ refractionis m, & ducant lineæ a h, b h, g h, a m, b m, g m, secetq; linea h a, lineam m g in puncto f, & protrahatur linea b h, intra corpus diafonum reliquum ad punctũ c, & linea b m ad punctum n, & linea g h ad punctum l, & linea g m ad punctũ p, secet linea a g, protracta ultra punctũ g, circunferentiam circuli in puncto k, aut igitur centrum uisus a, erit in linea k d, quæ est diameter circuli, aut extra illam ultra punctum k. Si uisus a fuerit in linea k d, tunc aut erit in centro g, aut in altera duarũ linearum g k uel g d, si ergo fuerit a centrũ uisus in centro g, tunc forma puncti b, non refrangetur ad uisum a, per præmissam proximã propositionem, lineæ enim continuantes corpus diafonũ sphæricum cum centro g, per 72. primi huius, sunt perpendiculares super superficiem corporis quod est ex parte uisus, non fiat autem aliqua reflexio formarum incidentium secundum lineas perpendiculares ut ibi ostensum est, forma itaq; puncti b, non refrangitur ad uisum a, in centro corporis diafoni existente. Quod si uisus a, fuerit in linea g d, tunc linea h c, erit inter duas lineas h a & h g, & similiter linea n m, erit inter duas lineas m a & m g, quoniam per 4. huius, & ex hypothesi refractio fit ad partem contrariam parti ambarum perpendicularium quæ sunt h g & m g, corpus enim diafonum quod est ex parte uisus a, est subtilius illo corpore diafono quod est ex parte rei uisæ. Si autem linea h c, fuerit inter duas lineas h a & h g, & â centrum uisus fuerit in linea g d, tunc angulus b h a, erit ex parte puncti d, scilicet respiciens punctum d, & similiter angulus b m a, erit ex parte puncti d, & erit punctum b, ultra lineam g h l, uersus pũctum k, quod patet per 15. primi. Si enim linea h c, cadit inter lineas h a & h g, tunc oportet quod linea h b, cadat inter lineas h l & g k, & erit angulus c h g, angulus incidentiæ contentus â linea per quam extenditur forma, & â perpendiculari g h, & similiter erit angulus n m g, angulus incidentiæ, & erit angulus c h a, angulus refractionis, & similiter angulus n m a, angulus uero n m g, aut erit æqualis angulo c h g, aut maior aut minor, si æqualis, ergo & angulus n m a erit æqualis angulo c h a, per 8. huius, & angulus b m a erit æqualis angulo b h a, per 13. primi, hoc autem impossibile & contra 33. primi huius, & 21. primi, ut patet ducta linea b a. Si autem angulus n m g sit maior angulo c h g, erit quoq; per 8. huius, angulus n m a maior angulo c h a, & sic angulus b m a erit minor angulo b h a, quod est iteq; impossibile ut prius, quod si angulus n m g sit minor angulo c h g, tunc angulus n m a, per octauam huius, erit minor angulo c h a, & sic totus angulus refractus qui est a m g, erit minor toto angulo refracto qui est a b g, & erit diminutio anguli refractionis qui est n m a, ab angulo refractionis qui est c b a, minor quàm diminutio anguli a m g, ab angulo a h g, qui ambo sunt angu

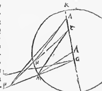
li refracti, in maiori enim quantitate, & si quandoq; in eadem ꝓportione excedit angulus refractus maior minorem, quàm illorum angulorũ refractionis maior minorem, ut patet per octauã huius, & ex tabulis. Si diminutio anguli a m g, ab angulo a h g est æqualis diminutioni anguli h g m, ab angulo h a m, ideo quia duo anguli compositi, qui sunt ad punctum f, punctũ scilicet sectionis linearũ k a & m g sunt æquales, per 15. primi, & reliqui duo anguli trigonorũ g f h & a f m, cuiuslibet cum suo tertio ualent duos rectos, per 31. primi. Diminutio itaq; anguli refractionis, qui n m a ab angulo refractionis a h c est minor, quàm diminutio anguli h g m, ab angulo h a m. Educãtur itaq; duæ lineæ h a & m a, ad circumferentiam circuli, & incidat linea a h puncto e, & linea m a puncto o, erit ergo angulus h a m, ille angulus quem respiciunt in circũferentia circuli h d k, duo arcus h m & o e, per 54. primi huius, & angulũ h g m, respicit in circumferentia arcus h m, duplicatus per 19. tertij, & quoniã angulus h g m est minor angulo h a m, ideo quia ut patet ex præmissis, angulus a h g est maior angulo a m g, patet per ultimam sexti, quia arcus duplicatus h m est minor duobus arcubus h m & e o, & erit diminutio arcus duplicati h m, à duobus arcubus h m & e o, diminutio arcus h m ab arcu e o, quoniã arcus h m, utrobiq; est communis, ergo diminutio anguli n m a ab angulo c h a, erit minor angulo quem respicit apud circũferentiam diminutio arcus h m ab arcu e o, sed angulus quẽ respicit apud circũferentiam diminutio arcus h m ab arcu e o, est minor angulo h a m, ut patet ex præmissis, ergo diminutio anguli n m a ab angulo c h a, erit minor angulo h a m, ergo per 13. primi, excessus anguli b m a super angulum b h a, est minor angulo h a m, sed excessus anguli b m a super angulum b h a, ꝑ 33. primi huius, sunt duo anguli h a m & h b m, ergo illi duo anguli sunt minores angulo h a m, totũ sua parte, quod est impossibile. Quod si centrũ uisus a, fuerit in linea g k, tũc sicut prius ostẽsum est, linea h c, erit inter duas lineas h g & h a, & linea m n, erit inter duas lineas m g & m a, erit ergo angulus b h a ex parte puncti k, & similiter angulus b m a, erit ex parte puncti k, & erit punctum rei uisæ quod est b, infra lineam g m p, ex parte d, & item ut prius anguli c h g & n m g, sunt anguli incidentiæ contenti à lineis per quas extenditur forma



& à perpendicularibus exeuntibus à punctis refractionis, & anguli c h a & c a h & n a m, sunt anguli refractionis. Si itaq; angulus c h g fuerit æqualis angulo n m g, nunc erit ut prius per octauam huius, angulus c h a æqualis angulo n m a, & sic itenper 13. primi, angulus b h a erit æqualis angulo b m a, q̃d est impossibile & contra 21. primi, ducta linea b a, ut supra. Si uero angulus c h g, est maior angulo n m g, tunc per 8. huius, angulus c h a erit maior angulo n m a, & sic iternm, angulus b h a erit minor angulo b m a, quod est impossibile, ut supra, q̃d si angulus c h g fuerit minor angulo n m g, tũc angulus c h a est maior angulo n m a, & sic totus angulus g h a, erit minor totali angulo g m a, eritq; tũc modo præostenso angulus h g m minor angulo h a m, ergo diminutio anguli h g m ab angulo h a m, erit minor quàm angulus g m a, & diminutio anguli c h a ab angulo n m a, est minor quàm diminutio anguli g h a, ab angulo g m a, est ergo minor quàm diminutio anguli h g m, ab angulo h a m, ergo diminutio anguli c h a, ab angulo n m a est minor quàm angulus g m a, sed diminutio anguli c h a ab angulo n m a, est excessus anguli b h a super angulũ b m a, excessus uero anguli b h a super angulum b m a, sunt duo anguli h a m & h b m, per 33. primi huius, ergo isti duo anguli simul sumpti sunt minores angulo h a m, totũ sua parte quod est possibile. Si uero centrũ uisus a, fuerit extra diametrum k d, hoc erit ad partem k, quæ respicit partem concauam superficiei sphæræ diafonæ, quoniam ad partem z, est conuexitas sphæræ corporis diafoni, à cuius superficie fit refractio. Si itaq; tũc corpus diafonũ in quo est centrum uisus a, fuerit continuum ad uisum a, ducantur duæ lineæ a h & a m, & quoniam illæ lineæ non sunt contingentes

circulũ

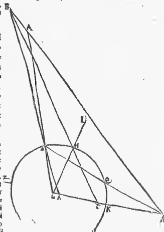
circulum d m k, palam per 57. primi huius, quoniam circulum secabunt, secetq; ipsum linea a h in puncto q, & linea a m in pũcto r, & producantur aliæ lineæ ut prius, Si itaq; angulus c h g fuerit æqualis angulo n m g, tũc angulus b h a est æqualis angulo b m a, quod est impossibile ut prius, & si angulus c h g fuerit maior angulo n m g, & angulus c h a erit maior angulo n m a, erit ergo per 13. primi, angulus b h a minor angulo b m, qđ item est impossibile ut supra. Si uero angulus c h g fuerit minor angulo n g m, erit angulus c h a minor angulo n m a, & totus angulus g h a minor toto angulo d m a, ergo ut prius, erit angulus h g m minor angulo h a m, sed angulus h g m, est ille quem apud circunferentiam respicit arcus h m duplicatus, & angulus h a m, est ille angulus quem respicit in circunferentia excessus arcus h m super arcum r q, ut patet per 55. primi huius, ergo arcus h m, duplicatus est minor excessũ arcus h m super arcũ r q, quod est impossibile, quoniam sic sequitur totũ esse minus sua parte, ubicunq; ergo secundũ hypothesim præmissam sit pũctũ rei uisibilis quod est b, extra perpendicularem ductam à centro uisus a, super superficiẽ corporis diafoni suppositi uisui, patet quia imago formæ puncti b, non refrangitur ad uisum a, nisi ab uno tantum puncto, & erit una tantum imago refracta, diuersificabitur quoq; locus imaginis semper secundũ diuersitatem concursus perpendicularis ductæ à puncto b, rei uisæ super superficiem corporis diafoni à quo fit refractio, cum linea per quam extenditur forma ad centrum uisus a, eritq; locus imaginis quandoq; retro uisum, quandoq; ante uisum, quandoq; in centro uisus, & si illas lineas contingat fieri æquedistantes ut non concurrant, erit locus imaginis in puncto refractionis, scilicet in superficie corporis à qua fit refractio, ut hæc omnia declarata sunt per 15. huius, patet ergo propositum.



XXVIII.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafoni in quo fit refractio existente circulo punctoq; rei uisæ iacente extra perpendicularem ductam à centro uisus super cõcauam superficiem oppositam uisui corporis rarioris diafono continente uisum ab uno tantum puncto fiet refractio, & unica refracta uidebitur imago.

Remaneat omnis dispositio proximæ præcedentis, nisi quod punctũ b, sit centrum uisus, & a sit punctũ rei uisæ, refrangatur itaq; forma pũcti a, à puncto superficiei corporis diafoni quod est h, & erit linea refracta q̃ a h b, forma itaq; extensa per lineam a h, refrangatur per lineam h b, sicut in p̃cedenti figuratione forma extensa p̃ lineam b h, refrangitur per lineam h a. Si itaq; forma pũcti a, refrangitur ad uisum b, ex alio pũcto circuli



circuli h d k, quàm ex puncto h, tunc utiq; forma puncti b, refrangetur ad uisum existentem in puncto a, ex eodem puncto, ut patet per 9. huius. Sed iam in præcedenti declaratum est, hoc esse impossibile, forma enim extensa per lineam b h, & refracta per lineam h a, non potest refrangi ad uisum in punctum h, ab alio pũcto circuli h d k, quàm ex puncto h, neq; ex aliquo alio pũcto superficiei corporis diafoni, quoniam in superficie refractionis solus cadit ille circulus, non ergo refrangitur forma puncti a, ad uisum existentem in puncto b, ex alio puncto circuli h d k, nisi ex pũcto h, & unica tantum uidebitur imago, & hoc est propositum.

XXIX.

Concaua superficie corporis diafoni densioris aere uisui opposita possibile est lineam rectam taliter sisti, ut aliquis eius punctus directe, & diuersa puncta eiusdem lineæ uideantur refracte, totaq; forma illius lineæ refrangatur à portione supficie illius corporis & locus imaginis suæ sit in cẽtro uisus.

Esto per modũ 23. huius, communis sectio superficiei refractionis, & corporis sphærici concaui densioris aere, ut utri uel cristalli per 72. primi huius, circulus g e d, cuius centrum sit punctum z, ducaturq; semidiameter z e, super cuius terminum punctum e, fiat per 23. primi, angulus z e k, æqualis maximo angulo incidentiæ quem continet linea extensionis formæ puncti rei existentis sub illo diafono ad uisum existentem extra illud diafonũ in aere uel in alio diafono rariori, cum linea perpendiculari ducta à pũcto e, super superficiem illius corporis in qua fit refractio, fiatq; angulus k e c, per eandẽ 23. primi, æqualis medietati maximi anguli refractiõis, qui potest fieri inter illa corpora diafona quæcũq; data, ut exempli causa inter uitrũ cõcauum & aerem, hoc autem est possibile, quoniam isti anguli per octauam huius, sunt noti, & à puncto z, centri corporis cõcaui uitri uel cristallini, ducatur linea æquedistans lineæ e c, per 31. primi, quæ producta ex utraq; parte ad circumferentiam sit g z d, & linea e z, ex parte puncti e, protrahatur extra corpus illud usq; ad pũctum h, & sit completa totali figuratione & demonstratione 23. huius, patet quod concaua supficie corporis diafoni densioris aere uisui opposita possibile est lineam rectam taliter sisti, ut aliquis eius pũctus uideatur directe, & diuersa pũcta eiusdem lineæ uideantur refracte, totaq; forma illius lineæ refrangitur ab una portione superficiei illius corporis concaui uitri uel cristallini terminata ad circulũ nõ magnum illius sphæræ, & quoniam punctus d, uideatur secundum perpendicularem a d sine refractione, omnium uero aliorũ pũctorum lineæ d b, formæ refrangentur, perpendiculares quoq; omnium illorum punctorũ sunt in linea b a, concurrentes cum lineis per quas ueniunt formæ ad uisum in ipso centro uisus puncto a, patet itaq; propositum per 14. huius. Ex præmissis itaq; octo theorematibus patent passiones occurrentes uisui propter medium secundi diafoni, in quo res est uisa, cuius figura est sphærica, siue sit conuexa, siue concaua, & quandoq; corpore secundi diafoni existente figuræ columnaris uel pyramidalis communis sectio superficierum refractionis est linea recta, tũc omnino uniformis passio accidit uisui per illa, & sicut accidit per corpora alia diafona planarum superficierum, quarũ communis sectio & superficiei refractionis est linea recta, est eodem modo demonstrandum. Quando uero illa communis sectio est circulus, tũc accidunt ea in corporibus diafonis columnaribus quæ accidũt in corporibus sphæricis concauis uel conuexis, præter hæc quod à circumferentia unius circuli superficiei corporis secũdi diafoni non potest in talibus corporibus fieri refractio ad uisum, sicut ostendimus in 23. huius, à corporibus sphæricis conuexis fieri, in corporibus uero pyramidalibus diafonis concauis uel conuexis non potest communis sectio superficiei refractionis & superficiei unius corporis esse circulus, sicut ostensum est in superficiebus reflexionũ, per 27. & 59. huius, & quoniam etiam omnes superficies refractionũ erectæ sunt super superficies corporũ, à quibus fit refractio, ut patet per secundam huius, unde istæ passiones non pertinent ad illa, qđ si communis sectio superficiei corporis diafoni, & superficiei refractiõis in corporibus columnaribus uel pyramidalibus diafonis fuerit sectio oxigonia, ab uno

tanto

tantum puncto fiet refractio, sicut nunc ostendimus in circulis uel conuexis uel concauis, & imago formæ rei uisæ quandoq; uidebitur intra corpus diafonum, quandoq; inter uisum & corpus diafonum, quandoq; in superficie corporis diafoni, quandoq; in superficie ipsius uisus, sicut accidit lineam perpendicularem ductam à puncto rei uisæ super superficiem corporis diafoni concurrere uel æquedistare lineæ extensionis ipsius formæ per quam forma peruenit ad uisum, unde non duximus talibus amplius immorandum.

XXX.

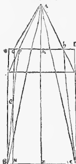
Superficiebus corporum diafonorum oppositorum uisui diuersarum figurarum uel ipsis corporibus diuersæ diafonitatis existentibus, loca imaginum formarum trans illa corpora uisarum diuersant, & occurrunt uisui formæ monstruosæ & imagines numeratæ.

Ex præmissis enim patet, quod in corporibus diafonis quæ sunt unius figuræ & substantiæ, una tantum occurrit uisui imago omnium corporum quorum formæ trans illa corpora diafona se multiplicant ad uisum. Si uero corpus diafonum per quod fit uisio fuerit superficiei cōpositæ ex diuersis figuris, ut forte ex plana & sphærica, & ex sphærica & columnari, tunc cum superficies opposita uisui fuerit diuersa ex diuersis figuris composita, & natura perpendicularium & linearum extensionis formarum secundum diuersitatem figurarū ipsarum diuersificetur, tunc patet per 15. huius, quod loca imaginum formarum uisarū diuersantur, & fortasse diuersa erunt puncta refractionum formæ eiusdem puncti rei uisæ ad eundem uisum, & diuersæ lineæ extensionis formarum, & diuersæ ꝑpendiculares, propter quod plures uidebūtur imagines eiusdem rei uisæ refractæ à superficiebus taliū corporum, unde si quis aspexerit aliquod uisibile existens ultra corpus diafonum, cuius superficies opposita uisui sit figuræ compositæ ex superficie sphæræ magnæ & paruæ, ut sæpe accidit in cristallis uel alijs lapidibus diafonis & uitris, patet quod centrum illarum sphærarum sunt diuersa per 81. primi huius, illæ enim sphæræ se intersecant. Erūt ergo perpendiculares illæ ductæ ab uno puncto rei uisæ super superficiem illius corporis magnam habentes diuersitatem, & si figura superficiei illorum corporum fuerit composita ex superficie sphærica & colūnari, patet quod maior est diuersitas punctorum refractionis & perpendicularium ductarum, difformabitur ergo dispositio imaginum trans hæc corpora diafona, & forte illa forma uidebitur monstruosa propter confluxum diuersarum imaginum ad constitutionem unius formæ, cum puncta refractionum fuerint ad inuicem propinqua, & intersectiones perpendicularium & linearum extensionis formarum fuerint ad inuicem propinquæ. Si uero pūcta refractionum uel prædictarum sectionum fuerint ad inuicem sensibiliter distantia, tunc uidentur plures imagines eiusdem rei uisæ, quoniam illarum refractio non est una neq; unitur, sed remanet diuersa, forma enim rei uisæ extenditur ab ipsa re ad superficies sphæricas uel columnares uel alterius figuræ ipsius corporis diafoni, & refrangitur ab illis apud concauitatem aeris continentis illud corpus diafonum, & ita fit comprehensio formarum eiusdem rei ex diuersis refractiōibus, unde imagines diuersæ fuerint numeratæ numero punctorū refractionis. Idem quoq; accidit si corpus diafonū uniforme in superficie fuerit diuersæ diafonitatis, scilicet in una sui parte densius, & in alia parte rarius, tūc secundum unam sui partem fit refractio ad partem perpendicularis, & in alia sui parte ad partem contrariam, & sic iterum aut formæ fiunt monstruosæ, aut forte aliter diuersæ & numero differentes, patet ergo ꝓpositū.

XXXI.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis à quo fit refractio existente linea recta, uisu quoq; existente in perpendiculari exeunte à medio puncto lineæ uisæ super planam superficiem corporis diafoni à qua forma illius lineæ refrangitur ad uisum, si linea uisa æquedistans fuerit superficiei corporis diafoni cuiuscunq; siue densioris siue rarioris primo, imago refracta rei uisæ comprehenditur maior re uisa.

Esto punctus a centrum uisus, & sit linea uisa in medio secundi diafoni, quæ b c, cuius medius punctus sit z, sitq; communis sectio superficiei refractionis & planæ superficiei corporis diafoni linea d e, ducaturq; à puncto z, quod est medius punctus lineæ b c, linea perpendicularis super lineam d e, per 12. primi, qui sit z m, quæ producatur ultra punctum m, & erit itaq; linea z m, perpendiculariter erecta super superficiem corporis planam, in qua est linea d e, quoniam superficies refractionis in qua producitur linea z m, & in qua est linea c d, erecta super illam superficiem corporis diafoni per secundã huius, sitq; linea b c æquedistans lineæ d e, existente itaq; centro uisus a, in linea z m, dico quod linea b c, uidetur maior quàm sit secundum ueritatem, nec enim transit per centrũ uisus quod est a, & per aliquod punctũ lineæ b c, præter punctum z, superficies quæ sit erecta sup superficiẽ corporis diafoni, nisi sola supficies refractiõis in qua sunt lineæ a z & b c, non enim transit per a, superficies erecta super superficiẽ corporis diafoni, nisi illa quæ transit per lineam a z, quæ est linea perpendicularis super superficiem corporis diafoni, nec exit à puncto a, perpendicularis super superficiem corporis diafoni, nisi linea a z, per 27. primi huius, non ergo transit per punctũ a, aliqua superficies perpendicularis super superficirm corporis diafoni, nisi solum illa, quæ transit per lineam a z & nõ transit aliqua superficies per aliquod punctũ lineæ b c, aliud à puncto z, & per lineam a z, nisi solum superficies in qua sunt duæ lineæ a z & b c, nõ transit ergo per uisum a, & per aliquod punctũ lineæ b c, præter punctũ z, superficies aliqua perpendicularis super superficiem corporis diafoni, nisi solum illa in qua sunt lineæ a z & b c, non ergo refringitur forma alicuius punctorũ quæ sunt in linea b c, nisi ex aliquo puncto ge lineæ d e. Ducantur itaq; per 11. primi, ex prædictis pũctis b & c, duæ perpendiculares super lineam d e, quæ ut patet ex præmissis necessario cadunt in illam, & sint lineæ b d & c e, & quoniam lineæ b c & d e, sunt æq̃distantes ex hypothesi, & lineæ b d & c e, sunt æquidistantes per 28. primi, patet quia quælibet illatum linearũ q̃ sunt b d & c e æquedistant lineæ a z, per eandem 28. primi, & patet q̃d non refrangetur forma puncti b ad uisum a, ex puncto d, per 3. huius, nec forma puncti b à puncto e, quoniam lineæ c e & d b, sunt perpendiculares super superficiem corporis diafoni, nulla autem perpendicularis refrangitur in aliquo corpore medio, sit itaq; ut forma puncti b, refrangatur ad uisum a, ex puncto p, & forma pũcti c, ex puncto h, & ducantur lineæ b p, p a, c h, h a, & protrahatur linea a p ultra pũctum p, ad perpendicularem b d, & quoniam linea p a concurrit cum linea z a, patet per secundam primi huius, quoniam ipsa concurret cum eius æquedistante scilicet linea b d, sit ergo cõcursus in puncto l, & eadem ratione concurrat linea a h, cum linea e c in puncto k, eritq; per decimamquartam huius, hoc punctũ l imago formæ puncti b, & punctum k imago formæ puncti c, quia uero linea a z, est perpendicularis super lineã b c, erit per quartam primi, linea c a æqualis lineæ b a, æqualiter ergo distant pũcta b & c, à pũcto a, pũcta itaq; refractionis quæ sunt p & h, æqualiter distabunt à pũcto a, quoniam medium per quod fit illorum pũctorum formarum diffusio est uniforme, & linea e d æquedistat lineæ b c, linea itaq; a p est æqualis lineæ a h, ergo per quintam primi, angulus a p h est æqualis angulo a h p, ergo per decimamquintam primi, erit angulus d p l æqualis angulo e h k, sed duo anguli p d l & h e k sunt recti, ergo angulus p l d, per 32. primi, est æqualis angulo h k e, ergo per 4. sexti, latera istorum trigonorum sunt proportionalia, quæ æquos angulos respiciũt, sed linea p d est æqualis lineæ e h, quia linea p m est æqualis lineæ h m, per 4. sexti, trigonorum enim a m p & a m h, anguli a d m sunt recti, & anguli a h p & a p h sunt æquales, & latus a m, cõmune æquale sibiipsi. Est ergo linea p m æqualis lineæ m h, hoc etiã patet p 31. primi huius, ysocheles enĩ est trigonus h a p, & perpendicularis, est linea a m, trigona ergo partialia, sunt æquiangula. Est ergo linea

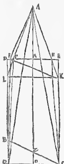


linea c h æqualis lineæ p d, patet ergo q̃m linea d l est æqualis lineæ e k, ducatũ itaq; linea l k, erit ergo p 33. primi, linea k l æqualis & æquedistans lineæ l c, angulus itaq; k a l est maior angulo b a c, p 34. primi huius, & linea k l est diameter imaginis lineæ b c, nam omne punctũ lineæ b c refrangitur ad uisum a, ab aliquo pũcto lineæ p h, sicut em̃ forma puncti b refrangitũ à pũcto p, et punctũ z, ꝑpendiculariter sine refractione transiens punctum m, peruenit ad uisum a, sic punctũ quod est inter b & z, refrangitũ ab aliquo pũcto lineæ p m, qđ est inter pũcta p & m, & sicut forma pũcti c refrangitũ ad uisum a, à pũcto lineæ e m qđ est h, sic om̃e punctũ lineæ c z, refrangitũ ab aliquo pũcto lineæ h m, & om̃e punctum lineæ b z ab aliquo puncto lineæ p m, ut si super lineam b z sit punctum n. Si itaq; dicatur quod forma puncti n, refrangatur ab aliquo puncto lineæ m d, extra lineam m p ex parte d, ut à puncto g, ducatur linea n g, palam itaq; qouniam linea n g secabit lineam b p, & sit punctus sectionis q, forma itaq; puncti q, perueniat ad uisum a, ex duobus pũctis refractionis. s. p & g, quod est cõtra 18. huius, & impossibile, forma itaq; puncti n, nõ refrangitur ad uisum a, ex aliquo pũcto lineæ p m quod est inter pũcta p & m, idem quoq; est de omni puncto lineæ z c, quod est inter pũcta z & c, nullũ enim illorum refrangitur ad uisum a, nisi ex aliquo pũcto lineæ h m quod est inter pũcta h & m, & quia in linea l k, omnes perpẽdiculares ductæ à punctis lineæ b & c, cũ lineis refractionis protractis se intersecant, patet quia linea k l est diameter imaginis lineæ b c, forma itaq; lineæ b c, uidetur in linea k l, maior quàm secundũ ueritatẽ sit linea b c, p 20. quarti huius. Sub maiori em̃ angulo uidetur, quia angulus k a l est maior angulo b a c, p 34. primi huius, qđ est ꝓpositũ, & huiusmodi deceptio accidit uisui ꝓpter debilitatẽ formæ reflexæ, ut patet p 10. huius, ꝓpter quod assimilat ipsam uisus formæ rei quæ uidetũ à maiori remotione, maior em̃ distantia debilitat formã, cõprehendit itaq; uisus formã lineæ b c, refractiue ex cõpositione anguli k a l maioris angulo b a c, ad distantiã maiorẽ quàm sit distãtia lineæ b c, & ad positionẽ æqualem pũcti b c, sic itaq; quantitas lineæ b c, comprehenditũ refracte maior ꝓpter magnitudinẽ anguli quod facit ꝓpinquitas ad uisum, & ꝓpter formæ debilitatẽ q̃ causatur ꝓpter refractionẽ, & sic uniuersaliter causa quare linea b c, apparet maior, est refractio formæ suæ in medio secũdi diafoni ad uisum, et est semꝑ demõstratio eadẽ, siue fiat refractio in sup̃ficie secũdi diafoni densioris siue rarioris primo, in quo est linea b c, nec em̃ est aliqua differentia quo ad illud, si tñ fuerit possibile inueniri corpora diafona taliter collocata, ut superficies plana possit esse in corpore rariore contingente ipsum uisum, sicut accidit cũ uitrum planum cõtingit uisum, ita quod centrũ foraminis uueæ in uitri plani sup̃ficie collocatũ. XXXII.

Cõmuni sectione superficiei refractionis & corporis à quo fit refractio existente linea recta, uisu quoq; existẽte in ꝑpendiculari exeunte à medio puncto lineæ uisæ sup̃ planã sup̃ficiem corporis diafoni à qua forma eius refrangitur ad uisum, si linea uisa nõ fuerit æquedistans sup̃ficiei corporis diafoni imago eius cõprehenditũ maior ipsa, & maior q̃ si esset sup̃ficiei corporis dia foni æquedistans.

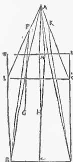
Sit dispositio eadẽ q̃ in p̃cedente, nisi qđ linea b c, nõ sit æq̃distans lineæ d e, sed sit pũctus c, remotior à pũcto a q̃ sit pũctus b, & à pũcto c, ducatũ linea æq̃distãs & æq̃lis lineæ d e, p 31. primi, q̃ sit linea c q, cuius medius pũctus sit o, & à pũcto o, p 11. undecimi, ꝓtrahatur linea ꝑpendicularis sup̃ sup̃ficiẽ corporis diafoni secans lineã d e, in pũcto m, & lineam b c in pũcto z, & sit centrũ uisus qđ est a, in illa perpendiculari, quæ est o m, eritq; punctus z, in medio puncto lineæ quæ est c b, quia enim linea b q est æquedistans lineæ z o, eritq; per secundam sexti, proportio lineæ q o ad o c, sicut b z ad z c, sed linea q o, ut patet ex præmissis est æqualis lineæ o c. Erit ergo linea b z æq̃lis lineæ z c, est ergo punctum z in medio lineæ c b, punctus itaq; lineæ d e, à quo forma puncti q, refrangitur ad uisum a sit p, & punctus à quo refrangitur forma puncti c, sit h, ducanturq; lineæ a h & a p, & protrahatur linea a p ad l, punctum lineæ d b, & linea a h ad k, punctum lineæ e c, cõcurrent autem illæ lineæ per 2. primi huius, ut ostendimus in præmissa. Eritq; punctũ k, locus imaginis formæ puncti c, & punctum l, formæ puncti q, ducaturq; linea l k, quæ

erit diameter imaginis lineæ a q & a c, erit itaq; ut in præcedenti angulus k a l maior angulo c a q, uiſus ergo comprehendet imaginem lineæ q c, maiorem quàm ſit linea q c, ut patet per præcedentem, & quia linea q p ſecat lineam b c, ſit punctus ſectionis r, palam itaq; cum punctus r ſit in linea q p, quoniam ipſe refrangetur ad uiſum a, ex puncto p, forma itaq; pũcti b, refrangetur ad uiſum a, ex aliquo pũcto lineæ p d, quod ſit inter pũcta p & d, nam ſi daretũ refrangi ex aliquo pũcto inter p & m, ſequeretur propter interſectionẽ lineæ incidentiæ formæ puncti b, & lineæ r p, unius puncti formam refrangi ad uiſum à duobus pũctis lineæ d e, quod eſt cõtra 18. huius, et impoſſibile, refrangatur itaq; forma pũcti b ad uiſum a ex f, puncto lineæ p d, & ducatur linea a f, quæ protracta ad lineam d e, ſecabit illam per 14. primi huius, ſecet ergo in puncto i, Eritq; per 14. huius, pũctus l, locus imaginis formæ puncti b, & ducatur linea i k, quæ erit diameter imaginis lineæ b c. Eritq; ſitus lineæ i k, reſpectu ſitus a, ſimilis ſitui lineæ b c, quia linea i k, aut erit æquediſtans lineæ b c, aut non, erit inter ipſarũ diſtantiam diuerſitas ſenſibilis mutans ſitum ipſarum reſpectu uiſus a, quia uero eſt inter diſtantiam lineæ b c, à uiſu grãdis diuerſitas, declinatio enim lineæ i k, à linea æquediſtante lineæ b c, quæ exit à pũcto k, erit ualde parua, angulus itaq; i a k eſt maior angulo l a k, per 29. primi huius, & ſimiliter angulus i a k eſt maior angulo b a c, per 34. primi huius, uidetur itaq; linea i k maior quàm linea b c, & ſitus imaginis lineæ i k eſt ſimilis ſitui lineæ b c, & linea i k, comprehenditur quaſi remotior propter debilitatem formæ, quia itaq; linea i k eſt imago formæ lineæ b c, palã quod in hoc ſitu linea b c, uidetur maior quàm ſit ſecundum ueritatem, & uidetur linea c q minor quàm linea b c, quia ut præoſtenſum eſt, angulus i a k eſt maior angulo l a k, ſecundum quem uidetur imago lineæ q c, & hoc eſt propoſitum, nec eſt diuerſitas ſitus diuerſorum diafonorum attendenda.



XXXIII.

Centro uiſus exiſtente extra ſuperficiem perpendicularium à pũctis rei uiſæ ſub medio ſecundi diafoni planam habente ſuperficiem ſuper eandem ſuperficiem productarum, lineaq; uiſa ſuperficiei eiuſdem corporis æquediſtãte, imago lineæ uiſæ comprehenditur maior ipſa.



Sit ut ſupra punctus a, centrum uiſus, & linea b c res uiſa, & ſuper ſuperficiem corporis à qua fit refractio educantur perpendiculares b d & c e, et continuetur linea d e, in ſuperficie ipſius corporis diafoni per quod fit uiſio refracta, ſitq; linea b c æquediſtans lineæ d e, & ſit a centrũ uiſus extra ſuperficiem, in qua ſunt lineæ b c & d e, & diuidatur linea b c in duo æqualia in pũcto z, & ducatũ linea z m perpendiculariter ſuper illam b c, ſecetq; lineam d e, in pũcto m, & à centro uiſus a, ducatur perpendicularis ſuper ſuperficiem b c d e, per 21. undecimi, quæ ſit a h, ita ut punctus h, imaginetur cadere in lineam m z, producaturq; linea a z, quæ per 22. primi huius, & ex præmiſſis erit perpendicularis ſuper lineam b c. Situatio itaq; puncti b uerſus a, centrum uiſus, eſt ſimilis ſituationi puncti c, reſpectu a, & diſtantia puncti d ad uiſum a, eſt æqualis diſtantiæ puncti b ad a, refringatur itaq; forma puncti b ad uiſum a, ex puncto p, & forma puncti c, ex puncto k. Sintq; pũcta p & k, extra lineam d e æquediſtantia lineæ l c, in ſuperficie corporis diafoni, ſituatio itaq; & diſtantia pũcti p ad a uiſum, eſt ſicut ſituatio & diſtantia pũcti h ad a uiſum, ducantur

itaq;

itaq; lineæ b p, p a, c k, k a. Est ergo superficies in qua sunt duæ lineæ a p & b d, perpendicularis sup superficiem corporis diafoni per 2. huius, cũ sit supficies refractionis, ergo & linea b d, quæ est ppendicularis sup supficiem corporis diafoni ducta à puncto b, erit in hac superficie, & similiter supficies in qua sunt lineæ a k & c k, est perpendicularis sup superficiem corporis diafoni, ergo & in illa superficie est linea t c, quæ est perpendicularis super eandem superficiẽ corporis ducta à puncto c, protrahat̃ itaq; linea a p, ultra p punctum, est palam p iam dicta & p secundã primi huius, qm̃ ipsa secabit lineã b d, quia ut patet per 28. primi, lineæ a 3 & b d, æquedistãt, quia ergo linea a p, secat lineam b d, secet ipsam in puncto l, secet'q; per eandem linea k d, ptracta ultra puncta k, lineam t c in puncto o. Est ergo per 14. huius, punctũ l locus imaginis formæ puncti b, & punctũ o locus imaginis formæ puncti c, erit quoq; situatio lineæ a l, sicut lineæ a o, & lineæ b l sicut lineæ t o, ducat̃ etiã linea l o, hæc itaq; erit diameter imaginis lineæ b c, & æqualis eidem b c, per 32. primi, ducantur itaq; lineæ a b & a c, utraq; ergo supficies a l b & a o c, est erecta similiter sup supficiem corporis diafoni per 2. huius, tres itaq; supficies sunt erectæ sup superficiẽ corporis diafoni, quæ sunt a l b, a o t, a m 3, & hæ superficies necessario secant se sup lineam ppendicularẽ, quæ est a h, exeunte à puncto a, super supficiem corporis diafoni per 19. undecimi, qm̃ cõmunis sectio illarũ necessario est ppendicularis super supficiẽ cui supstat, & ab uno puncto una tm̃ ppendicularis sup supficiem planam duci potest per 20. primi huius. Erit itaq; angulus b p l, per 15. primi, æqualis angulo refractionis, & linea b l d, est ppendicularis sup superficiẽ corporis à qua fit refractio, ergo linea a l, est obliqua sup ipsam per 13. undecimi, linea ergo a p, continet cũ ppendiculari super eandẽ superficiẽ exeũte à puncto p, quæ sit p g, angulũ acutũ qui est l p g, & erit ppendicularis p g, æquedistans lineæ d l, per 6. undecimi, qm̃ ambæ lineæ p g & d l sunt erectæ sup unam superficiẽ, ergo per 29. primi, angulus p l d, est acutus, ergo p 13. primi, angulus a l b est obtusus, ergo per 19. primi, linea a b, est longior q̃ linea a l, & similiter patere potest, qđ linea a o, minor est q̃ linea a t, sed lineæ a l & a o sunt æquales, & lineæ a l & a t sunt æquales, & linea l o, est æqualis lineæ l t, ergo per 34. primi huius, angulus l a o, est maior angulo b a t, & situs lineæ l o, est similis situi lineæ b c, qa lĩea exẽs à puncto a, ad medium lineæ l o, est perpendicularis sup lineam l o, per 22. primi huius, cum per 29. primi, linea l o, sit æquedistans lineæ b c, & etiã quia linea b c, est ppendicularis super superficiẽ in qua sunt lineæ a 3 & m 3, sup quã similiter per 8. undecimi, perpendicularis est linea o l, ergo linea o l, est perpendicularis super superficiẽ cõtinuantẽ centrũ uisus quod est punctũ a, cũ medio puncto lineæ l e. Situs ergo lineæ l o, respectu uisus a, est sicut lineæ b c, respectu eiusdẽ uisus a. Sed & linea l o, cõprehenditur remotius ppter debilitatẽ formæ, linea itaq; l o, uidet̃ maior q̃ linea b c, sed linea l o, est imago lineæ b c, palam itaq;, quia linea b c, uidetur maior q̃ sit eius uera quãtitas, & hoc est ppositum, nec ad istud aliquid coadiuuat indiuersitatem ipsa diuersa situatio mediorũ plus uel minus diafonorum.

XXXIIII.

Centro uisus existente extra superficiem perpendicularium à punctis rei uisæ sub medio secundi diafoni planam habente superficiem super eandem superficiem productarũ, linea'q; uisa superficiei eiusdem corporis non æquedistante, imago rei comprehenditur maior re uisa, maior quoq; q̃ si esset superficiei corpori æquedistans.

Remaneat dispositio quæ in p̃cedente, nisi quod linea b c, non sit æquedistans lineæ d e, quæ est in superficie corporis diafoni, & educat̃ à puncto e, linea e f, æquedistans lineæ d e, & cõtinuetur linea f l, ptrahendo lineam d b, perpendiculariter super lineam c f sit'q; prout in p̃missa ostensum est p, punctũ refractionis formæ puncti f, ad uisum a, & punctũ refractionis formæ puncti b, ad uisum a, sit punctũ q, & ducatur linea a q, & protrahatur ad lineã d b, cõcurret aũt cum illa, ut in proxima ostensum est. Sit ergo pũctus concursus g, qui est altior q̃ punctus l, nam punctus b, est ultra lineã a f, linea itaq; a g,

necessario erit ultra lineã a l, punctus ergo g, est altior puncto l, & ducatur linea q o. Erit ergo secundũ p̃missa linea g o, diameter imaginis lineæ b c, eritq́ʒ linea g o, maior q̃ linea l o, per 19. primi, qm̃ angulus g l o est rectus, & linea a g, minor q̃ linea a l, per eandẽ 19. primi, qm̃ angulus a g l est obtusus, ut supra patuit, & duæ lineæ a g & a o sunt in duabus superficiebus secantibus se. s. a g b & a o c, & differentia cõmunis istaꝝ duaꝝ superficierum transit per a centrũ uisus per 1. huius, quia ambæ illæ superficies sunt superficies refractionis, & centrũ uisus semper oportet quod sit in supficie refractionis, & qm̃ ut patet per 2. huius, illæ ambæ superficies sunt erectæ super supficiẽ corporis diafoni, à quo fit refractio, patet per 19. undecimi, qm̃ linea recta, quæ est cõmunis ipsaꝝ differentia, est erecta super illã superficiem, ergo duæ lineæ exeuntes à puncto a, nõ ꝑpendiculariter super illam corporis diafoni superficiẽ, sunt extra hanc cõmunẽ differentiã in his duabus superficiebus, q̃ lineæ sunt a b & a t, suntq́ʒ altiores duabus lineis a g & a o, cadunt em̃ ultra illas lineas, angulus itaqʒ g a o, est maior angulo b a c, per 34. primi huius, diuersitas em̃ situũ lineaꝝ g o & b c, à uisu a, nõ est magna, q͛a linea g o, aut est æq̃distans lineæ a c aut non, est in hac differentia sensibilis. Est ergo situs lineæ g o, respectu uisus a, sicut linea b c, respectu eiusdem uisus a, uidebit̃ itaqʒ per 20. quarti huius, linea g o, maior q̃ linea b c, sed linea g o, est imago lineæ b c, palam ergo, quia linea b c, uidet̃ maior q̃ ipsa sit secundũ ueritatẽ, & quia sicut in p̃missis patuit, angul9 o a g, est maior angulo a l, ui debitur imago o g, maior imagine o l, quæ est imago lineæ c f, æquedistantis lineæ e d, quæ est in superficie corporis à qua fit refractio, & hoc proponebatur.

XXXV.

In omnibus refractionibus factis à planis superficiebus corporum diafonorum ad uisum imagine apparente maiore ipsa re uisa, & pars imaginis uidebitur maior parte rei uisæ sibi proportionali.

Sit dispositio omnimoda quæ prius in 29. huius, & sit linea a m 3, secans perpendiculariter lineam k l, in puncto o, erit itaqʒ linea l o, medietas lineæ l k, & forma puncti 3, uidebit̃ in puncto o, quia uidetur in perpendiculari 3 o, tota quoqʒ linea b c, uidebit̃ in linea l k, & linea b 3, est medietas lineæ b c, & linea l o, medietas lineæ l k, & linea l k, uidet̃ maior q̃ linea b c, ergo & linea l o, uidebit̃ maior q̃ linea b 3, & erit utriusqʒ istoꝝ causa refractio, & quia centrũ uisus a, est in ꝑpendiculari a 3, exeunte à puncto 3, qui est extremitas lineæ b 3, super superficiẽ corporis diafoni, aut super superficiẽ transeuntẽ per extremitatẽ medietatis ꝑpendicularis super superficiẽ corporis diafoni æquedistanter superficiei corporis diafoni per 23. primi huius, uisus itaqʒ cõprehendit medietates uisibiliũ maiores q̃ sint, nã punctus o, qui est medium imaginis k l, est in ꝑpendiculari exeunte à puncto rei uisæ, siue res uisa sit æquedistans superficiei corporis diafoni siue nõ, sit item linea b n, pars aliqua lineæ b 3, & à puncto n, educatur linea n g, perpendiculariter super lineã b 3. Secetq́ʒ lineã l o, in pũcto g, erit ergo secũdũ p̃missa linea l g, imago lineæ b n. Sit itaqʒ punctus g, imago puncti n, aut ergo punctus g, erit in linea l g, aut ꝓpe, quocũqʒ uero istoꝝ existente erit linea l g, æqualis lineæ b n, aut ferè, & quia formaꝝ plus distantiũ à perpendiculari a 3, maior est refractio q̃ minus distantium per 13. huius, erit refractio formæ lineæ b n ad uisum a, maior quàm refractio lineæ 3 n,

ad

ad uisum a. Si ergo minor refractio facit totã l o, imaginẽ lineæ b 3, apparere uisui maiorem quàm sit linea b 3, ergo maior refractio faciet lineã l g, imaginẽ lineæ b n, uideri maiorem quàm sit ipsa linea b n, cũ maiorẽ efficaciam habeat refractio maior respectu minoris, linea ergo l g, quæ est imago lineæ b n, cõprehendit̃ maior quàm sit ipsa linea b n, & si uisus non cõprehender lineã l g, imaginẽ lineæ b n maiorẽ, ipsa linea b n, nõ cõprehẽdet imagines partiũ lineæ b n, quæ sunt ꝓpinquiores ad punctũ 3, maiores ipsis partibus, quia formæ illarũ partium sunt minores refractionis per 13. huius, quàm remotiores à puncto 3, sed refractio est causa magnitudinis imaginis, uisus ergo a, si nõ cõprehendet imaginẽ lineæ l g, maiorẽ quàm sit linea b n, nec cõprehendet imaginẽ lineæ l o, maiorẽ ipsa linea b 3, nec totã lineã l k, maiorem tota linea b c, qđ est impossibile, & contra 29. huius, uisus ergo cõprehender lineã l g, quæ est imago lineæ b n, maiorem ipsa linea b n, & ita comprehendit lineã b n, maiorẽ quàm sit secundũ ueritatẽ. Eodẽ quoq; modo potest idem in alijs refractionibus declarari, ut cum per modũ 31. huius, fuerit centrũ uisus extra superficiem ꝑpendiculariũ illarũ ꝓductarũ, quoniam idem accidit in omnibus illis modis, quibus imago rei uidetur maior ipsa reuisa, semper enĩ pars imaginis uidebit̃ maior parte rei uisæ, sibi correspondente, qđ est ꝓpositũ, & quia cõmunis sectio superficiei refractionis & superficiei corporis diafoni, ut plurimũ, est ꝑ se in linea recta, quando illud corpus diafonum fuerit grossius aere, per accidens uero accidit quandoq; cõtrarium ꝓpter uoluntariam situationem corporis densioris plani iuxta uisum, ut diximus in fine cõmenti 29. huius, patet euidenter quod 5. proxime præmissa theoremata per se intelligenda sunt, quando à superficie corporis diafoni grossioris aere fit refractio ad uisum in aere existentem, & per accidens econuerso.

XXXVI.

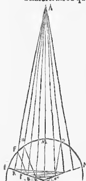
Communi sectione superficiei refractionis & corporis sphærici diafoni densioris aere à quo fit refractio existente circulo centroq; uisus in eadem superficie extra circulum in linea perpendiculari super illius corporis superficiem & re uisa inter centrum corporis & uisus existentibus, ita quod extrema rei uisæ æqualiter distent à cẽtro corporis, imago uidebit̃ maior re uisa.

Sit superficies sphærica corporis diafoni grossioris aere, cuius cõuexum sit ex parte uisus, cuius centrũ sit a, sitq; res uisa b c, sitq; centrũ corporis sphærici punctum d, quod sit ultra lineam b c, respectu uisus a, sitq; punctus 3, medius punctus lineæ b c, & ducant̃ lineæ d b, d 3, d c & ꝓtrahantur quousq; cõcurrant cum superficie corporis diafoni sphærici linea d b, in puncto e, & linea a 3, in puncto m, & linea d c in puncto n, & sit uisus a, in linea 3 m, quæ est perpendicularis super supficiẽ illius diafoni corporis per 72. primi huius, Erit itaq; a m 3 linea recta, & quoniam linea b 3, est æqualis lineæ 3 c, & quia puncta b & c, quæ sunt extrema rei uisæ æqualiter distãt à centro d, ex hypothesi. Erit etiam linea d b, æqualis lineæ d c. Erunt ergo trigona b d 3 & c d 3, æqlatera, quoniam linea 3 d, est cõis ambobus illis trigonis, ergo per 8. primi, erunt anguli ad punctum d æquales, qui sunt anguli 3 d b & 3 d c, & similiter erunt anguli ad punctum 3 æquales, sunt ergo recti. Est ergo per diffinitionẽ ꝑpendicularis lineã a 3, perpendicularis super lineam b c, ducantur quoq; lineæ a b & a c, ergo per 4. primi, erunt trigona a 3 b & a 3 c æqualia, linea ergo a c, est æqualis lineæ a b, puncta ergo b c, æqualiter distant à centro uisus a, habebunt itaq; b & c, æqualẽ respectũ ad uisum a, extrahat̃ quoq; supficies plana in qua sunt lineæ d e & d n & d m, hæc itaq; supficies secabit superficiem corporis sphærici secundũ circulũ magnũ per 69. primi huius, cuius arcus oppositus uisui sit n m e, eritq; in illa supficie centrũ uisus a, & linea uisa, quæ est b c, erit ergo per 1. huius, illa superficies superficiei refractio

fractionis quæ est perpendicularis super superficiẽ sphæricã, nec fit refractio formæ lineæ b c, ad uisum a, extra illam superficiẽ, & linea a 3, est perpendicularis super superficiẽ sphæricam corporis, dico itaq; quod imago lineæ b c, in hac dispositione uidebitur maior ipsa linea b c, quia em̃, ut patet ex præmissis, forma cuiuscunq; partis lineæ b c, non refrangitur ad uisum a, nisi ex aliquo puncto arcus e m n, sit ergo ut forma puncti b, refrangatur ad uisum a, ex puncto circuli h, & forma puncti c, ex puncto g, quia itaq; puncta b & c, æqualiter distant à puncto a, centro uisus, patet quod ipsorũ erit uniformis refractio ad uisum, per 13. huius, puncta ergo h & g, æqualiter distabũt à puncto m, arcus aũt e m & m n, sunt æquales p 25. tertij, ideo quia anguli m d e & m d n sunt æquales, qđ patet ex p̃missis, tm̃ ergo distabit punctus refractionis, qui est h, à puncto e, quantũ punctus g, à puncto n, & erit punctorũ istorũ situs & respectus æqualis, ducantur itaq; lineæ b h, a h, t h, a g, & pducatur linea a h ad lineã d e, sitq; punctus sectionis k, & similiter pducatur linea a g, ad lineam d n, in punctũ l, ducaturq; linea k l, quia itaq; in trigonis d a k, & d a l, anguli a d k & a d l sunt æquales, ut patet supra, anguli q̃q; l a d & k a d sunt æquales, qđ patet ductis lineis d h & d g, tunc em̃ cũ arcus m g & m h sint æquales ex præmissis, erũt p 26. tertij, anguli g n b, a d g, & a d h æq̃les, ergo p 4. primi, anguli l a d & k a d sunt æquales, ergo p 32. primi, trigona d a k & d a l sunt æquiangula, ergo p 4. sexti, cũ linea a d, sit æqualis sibipsi, erit linea d l, æqualis lineæ d k, & linea a k, æqualis lineæ a l, eritq; linea l k, æquedistans lineæ b c, uidebiturq; per 20. quarti huius, maior q̃ sit linea b c, qm̃ angulus k a l, secundũ quẽ uidetur linea l k, est maior angulo b a c, & quia positio & situs lineæ k l, est cõsimilis positioni & situi b c lineæ, qđ patet ex hoc, qđ cũ linea d l, sit æqualis lineæ d k, & linea e d, æqualis lineæ d b, erit linea l c, æqualis lineæ k b, ergo p 7. quinti, & 2. sexti, lineæ b c & l k sunt æquedistantes, ipsarũ ergo situs respectu uisus a, est consimilis, & similiter positio inter lineas, k l & b c, non est differentia in distantia quæ sit sensibilis, palã ergo q̃a linea k l, uidebiť maior q̃ sit, q̃a imago eius est maior ipsa, & hoc accidit etiam ideo, quia forma eius refracta est debilior q̃ uera forma, ut patet per 10. huius, patet ergo propositum.

XXXVII.

Communi sectione superficiei refractionis & corporis sphærici diafoni densioris aere à quo fit refractio existente, circulo uisuq; existente in eadem superficie extra circulum in linea perpendiculari super illius corporis superficiem, & re uisa inter centrũ corporis & uisus existentibus ita quod extrema rei uisæ inæqualiter distent à centro, imago uidetur maior re uisa.



Remaneat dispositio p̃cedentis, nisi qđ extremum lineæ b c, punctũ c, sit propinquius pũcto d, centro corporis diafoni, & punctũ b, remotius ab illo, dico qđ adhuc imago lineæ b c, uidebitur maior ipsa linea b c, ducať em̃ à puncto c linea c q, cuius extrema æqualiter distant à puncto d, qđ potest fieri si à linea d e, abscindať per 3. primi, liea æqualis lineæ d c, quæ sit d q, palã q̃a pea quæ in demonstratione p̃cedentis ostensa sunt, qm̃ imago lineæ c q, uideť maior ipsa linea c q, sit itaq; linea illa imago linea l p, & palam p 12. huius, qđ punctũ p, illius imaginis quod est imago puncti q, necessario cadet in linea perpendiculari ducta à puncto q, sup superficiẽ corporis diafoni, quæ est linea d e, inter puncta d & e, quia punctũ l, qđ est imago puncti c, erit in linea ppendiculari ducta à puncto e, sup superficiẽ corporis diafoni, q̃ est d n, & q̃a forma pũcti c, refrãgiť ad uisum a, ex pũcto circuli g, sit ut forma pũcti q, refrãgať ad eũdẽ uisum ex pũcto h, pater phypothesim, & p p̃cedẽtẽ, qm̃ pũcta g & h, æq̃liť distabunt à puncto m, & q̃a punctũ b, est remotius à centro corporis

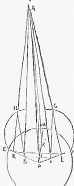
d, q̃

d, ꝙ punctū q, erit per ea quæ ostendimus in 13. huius, pūctū suæ refractionis remotius à puncto m, ꝙ punctum h, sit itaq; punctum illud f, & ducatur linea a, quæ cadet extra lineam a h, & hæc ꝓducta ad perpendicularē d e, secet ipsam in puncto k, cadet'q; punctum k in linea p e, inter puncta p & e. Si em̄ caderet in punctū e, esset linea a k, contingens circulū in puncto e, & secans in puncto f, qđ est impossibile, & si caderet in pūctū p, uel circa illū, tunc linea a k, secaret lineā a p, & punctus p, uel alter punctus illius sectionis refrangeī ad uisum a, ex duobus punctis h & f, qđ est impossibile per 21. huius, cadet itaq; punctū k, inter duo puncta p & e. Erit'q; per 14. huius, punctū k, imago formæ pūcti b, ducaī itaq; linea l k, quæ erit diameter imaginis formæ lineæ b c, quia itaq; linea l k, uidetur sub angulo l a k, & linea b c, sub angulo b a c. Est aūt angulus l a k, maior angulo b a c, ut manifestū est, quia totū est maius sua parte, patet ergo per 20. quarti huius, quia linea l k, uideī maior ꝙ linea b c, qđ em̄ sub maiori angulo uidetur, maius uideī, & etiam quia situs & positio lineæ l k, respectu uisus a, est cōsimilis situi & positioni lineæ b c, respectu eiusdē uisus a, patet quia lineæ b c & k l, aut sunt æquedistantes simpliciter, aut inter illaꝶ æquedistantiā non est diuersitas sensibilis, ergo per 29. primi, & p 4. sexti, linea k l, est maior ꝙ linea b c, & quia illaꝶ lineaꝶ l k & b c, ab ipso uisu nō est distantia sensibilis diuersitatis in remotione, uideī ergo linea l k, maior ꝙ līca b c, quia est maior, sed linea k l, est imago formæ lineæ b c, patet ergo ꝓpositum, comprehenditur etiam linea l k, quasi maior à uisu ꝙ linea b c, ꝓpter debilitatem formæ refractæ, qm̄ ut patet per 10. huius, refractio debilitat omnes formas lucis & coloris.

XXXVIII.

Centro uisus existente extra superficiem linearum perpendicularium à punctis rei uisæ sub corpore sphærico diafono densiore aere super eius conuexam superficiem oppositam uisui productarum, linea'q; uisa secundū sui extrema centro corporis æquedistante, imago lineæ uisæ comprehenditur maior ipsa linea uisa.

Esto centrum uisus punctū a, & linea uisa per refractionē sit b c, sit'q; punctus d, centrum corporis diafoni densioris aere, sit'q; ita ut linea b c, sit intra illud corpus secundū sui extrema b & c, æqualiter distans à centro d, à medio ꝗq; puncto lineæ b c, quod sit 3, à duobus extremis eius punctis ducantur in eadem superficie lineæ ꝑpendiculares super superficiem corporis, quæ productæ ad periferiā circuli sint b e, 3 m, & c a, hæ itaq; omnes ꝑ 72. primi huius, secabūt se in centro d, Erit ergo arcus n m e, in supficie illius corporis diafoni respiciens centrū d, nō sit aūt centrum uisus in aliqua istaꝶ lineaꝶ, sed sit extra supficiē in qua sunt illæ lineæ, dico quod imago lineæ b e, uidebitur maior ꝙ ipsa linea b c, ducatur em̄ linea a 3, & à centro uisus puncto a, ducatur ꝑpendicularis linea super superficiē circuli n m e, per 11. undecimi, q̄ sit a x, & quia ut patet ex p̄missis, & ꝑ 22. primi huius, est linea a 3, ꝑpendicularis super lineā b c, situatio itaq; puncti b, uersus uisum a, est ꝑ 4. primi, & ex p̄missis cōsimilis situationi puncti c, uersus eundē uisum a, & illoꝶ pūctoꝶ à uisu a, distātia est æqualis, sit itaq; ut forma pūcti b, refrangatur ad uisum a, à pūcto corporis diafoni q̄d sit h & forma puncti t, à pūcto g, sunt'q; pūcta g & h, extra supficiē circuli n m e, erit'q; illoꝶ punctoꝶ h & g, à uisu a, distantia æqualis, ducanī itaq; lineæ b h, a h, t g, a g. Erit'q; supficies in qua sunt duæ lineæ a h & b h, erecta sup supficiē corporis diafoni per 2. huius, qm̄ ipsa est superficies refractionis, ergo & linea b e, q̄ est ꝑpendicularis sup superficiē corporis diafoni

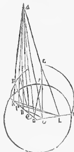


ducta à puncto b, erit in illa sup̃ficie per 1. huius. Similiter quoq; superficies in qua sunt lineæ c g & a g, cum sit superficies refractionis, patet per 2. huius, q̃m ipsa est erecta super superficiem corporis diafoni, ergo & in illa superficie est linea c n, quæ est perpendicularis super eandẽ corporis superficiem ducta à puncto c, ꝓtrahat̃ itaq; linea a h, ultra punctũ h, & palã per p̃missa & per 14. primi huius, qđ ipsa secabit lineã b e, sit ergo ut secet in puncto k. Similiter quoq; linea a g, ꝓducta ultra punctũ g, secet lineã d n in puncto l, eritq; situatio lineæ a k, respectu uisus a, sicut lineæ a l, unde linea a k & a l erũt æquales, & similiter erit linea d k, æqualis lineæ d l, quæ oĩa ostendi secundũ modũ quo p̃cessimus in p̃missa 34. huius, copuletur ergo linea l k, hæc itaq; erit diameter imaginis lineæ b c, & linea d k, æqualis lineæ d l, erit linea k b, æqualis lineæ l t, ergo p 7. quinti, & p 2. sexti, lineæ l k & b c, æquedistant, ergo per 29. primi, & per 4. sexti, linea l k, est maior q̃ linea b c, & quia sub maiori angulo uidetur apparet maior, & hoc est propositum.

XXXIX.

Centro uisus existente extra superficiem perpendicularium à puncto rei uisæ sub corpore sphærico diafono densiore aere super eius conuexã superficiem oppositam uisui productarum, lineæq; uisæ extremis centro corporis inæqualiter approximatis, imago lineæ uisæ comprehẽditur maior ipsa linea uisa.

Remaneat omnis dispositio ꝓximæ præmissæ, nisi quod extrema lineæ b c, inæqualiter distent à centro corporis diafoni, quod est d, sitq; linea d b, maior q̃ linea d c, secetur ergo ex linea d b, per 3. primi, linea d q, æqualis lineæ d c, & copulet̃ linea c q, cuius extrema æqualiter distabunt à centro d. Eritq; per præmissam imago lineæ c q, quæ sit l p, maior q̃ linea c q, & quia puncta q & b, sunt in eadem linea perpendiculari super superficiẽ corporis diafoni, quæ est d e, patet q̃d ipsa ambo sunt in eadẽ superficie refractionis quæ est a d e, & refranguntur ad uisum a, ex eodem arcu circuli, qui est cõmunis sectio illius sup̃ficiei, & superficiei corporis diafoni. Sit itaq; ut forma pũcti q, refrangatur à puncto illius arcus qui est h, cõformiter se habente ad uisum a, cũ puncto g, à quo refrangitur forma puncti c, patet per 13. huius, quod punctum à quo refrangitur forma puncti b, quod sit f, erit bassius puncto h, producta quoq; linea a f, intra corpus diafonum ad diametrum d e, in punctũ k, patet quoq; ut in 36. huius, quia punctum k, cadet inter puncta p & e, copulata quoq; linea l k, erit ipsa quasi æquedistans lineæ b c, & in eadem superficie cum illa. Erit ergo maior per 4. sexti, & etiam quia sub maiori angulo uidetur, maior uidetur, patet ergo propositum.



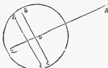
XL.

Lineæ refractæ uisæ transeuntis per centrum corporis diafoni sphærici densioris aere non existentis in perpendiculari ducta à centro uisus super illius corporis superficiẽ, imago semper uidetur maior ipsa linea.

Sit a centrum uisus extra corpus diafonum grossius aere, cuius centrum sit d, sitq; linea uisa b c, pertransiens centrum d, ita tñ quod centrum uisus nõ sit in illa linea b c, utcunq; protracta, dico quod eius imago semper uidetur maior ipsa linea, quoniam enim perpendicularis super superficiem corporis à quibuscunq; punctis lineæ b c productæ, omnes continent lineam b c, uisu quoq; in aere existente fit refractio semper ad contrariam partem perpendicularis ductæ à puncto refractionis super superficiem corporis, ut patet per 4. huius, ergo secundum præmissas demonstrationes patet quod lineæ extensionis formarum punctorum extremorum lineæ b c, quæ sunt b & c, productæ intra

corpus

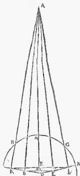
corpus diafonum, à cuius superficie fit refractio, intersecabunt perpendiculares puncto rum b & c, maior ergo semper uidebitur imago lineæ b c, quàm ipsa linea, quæ tunc fit pars suæ propriæ imaginis secundum ueritatem, patet ergo propositum. Posset quoque amplari modus iste demonstrandi ad alios situs lineæ uisæ, qui possent esse ultra centrum corporis diafoni densioris aere uisu existente extra illud corpus in aere, & conuexitate corporis respiciente uisum, uidetur enim & tunc imago quandoque maior re uisa præmisso modo, scilicet in alijs situbus ante centrum, ut cum linea uisa fuerit propinqua cētro corporis diafoni, & si linea uisa b c, fuerit perpendicularis super lineam a d 3, à cento uisus per centrum corporis, productam, & lineæ extensionis formæ extremorum punctorum lineæ b c, secent corporis sphærici diafoni superficiem, & secent lineas perpendiculares ductas à punctis b & c, super superficiē corporis diafoni intra corpus, tunc imago uidebitur minor re uisa. Si uero lineæ extensionis formæ punctorum b & c, fuerint contingentes circulū corporis diafoni in terminis perpendicularium ductarum à punctis c & b, super superficiē corporis, uel secantes circulum in eisdē terminis, tunc semper imago erit æqualis rei uisæ per 15. primi, & per 25. & 28. tertij, & uidebitur imago lineæ b c, sicut quædam corda arcus illius circuli, & si lineas extensionis formæ acciderit contingere circulū corporis diafoni in duobus punctis medijs illius arcus, ut si uisus sit ualde propinquus superficiei corporis diafoni, tunc illæ lineæ concurrent cum perpendicularibus extra corporis superficiem, uidebiturque imago lineæ b c, maior ipsa linea, & extra superficiē corporis secundum sui extrema extensa, quod si linea uisa b c, sit extra corpus diafonum, contingens ipsum, uel distans ab ipso, non existens tamen pars lineæ a d, tunc imago eius uidebitur minor re uisa, quando concurrit inter ipsum corpus diafonum, uel ultra illud inter rem uisam & superficiē corporis. Sed in assuetis uisibilibus non est aliquid tale, nisi forte fuerit aliquod corpus diafonum uitreum aut lapideum, & fuerit totum corpus solidum, & res uisa fuerit inter ipsum, uel si res uisa fuerit extra sphæram cristallinam aut uitream. Horum autē situum diuersitatem ex præhabitis principijs demonstrandum relinquimus ingenio perquirentis.



XLI.

In omnibus refractionibus factis à superficiebus sphæricis corporum diafonorum ad uisum imagine apparente maiore re uisa, pars imaginis uidebitur maior parti rei uisæ sibi proportionali.

Fiat dispositio quæ in 34. huius, & sicut linea d m, secet lineā, k l, quæ est diameter imaginis in pūcto o. Erit ergo linea k o, imago lineæ b 3, quæ in punctum 3, uidetur secūdum perpendicularem a 3, per 3. huius, & erit angulus k a o, maior angulo b a 3, & situs lineæ k o, respectu uisus a, est similis positioni lineæ b 3, respectu eiusdem uisus, & ambæ istæ lineæ æqualiter distant à centro uisus, uel si in hoc sit aliqua differentia, illa non erit sensibilis respectu uisus, imago itaque k o, uidetur maior quàm linea b 3, & earum puncta 3 & o, cadunt in linea 3 a, quæ est ducta à centro uisus, & cuius pars est linea 3 m, exiens ab extremitate lineæ b 3, perpendiculariter super superficiem corporis diafoni, cadens in punctum m, quod si assumatur alia pars lineæ b 3, quæ sit b f, & sit locus imaginis formæ puncti f, in puncto r, lineæ k o, tunc erit linea k r, imago lineæ b f, & sicut supra ostensum est, patet quod linea k r uidebitur maior quàm linea b f, quoniam plus refractionis accidit li



neæ b f, quàm lineæ f 3, per 13. huius, maior ergo ei debetur excessus imaginis quàm lineæ f 3. Si uero punctum a, centrum uisus sit extra superficiem, in qua sunt omnes perpendiculares exeuntes ex punctis lineæ b e, super superficiẽ corporis diafoni, à qua fit refractio, nam linea a 3, quæ exit à puncto a, perpendiculariter super medium punctum lineæ b e, quod est 3, non ꝓpter hoc est perpendicularis sup superficiem corporis in qua est linea b c, & quũ linea b c & k l sunt erectæ super lineam a 3 d, & linea k o, est imago lineæ b 3, & linea l o, est imago lineæ 3 c, & angulus quem respicit linea k o, apud centrũ uisus a, qui est angulus k a 3, est maior angulo b a 3, quàm quem respicit linea b 3, apud centrum uisus a, linea ergo k o, per 29. quarti huius, uidebitur maior quàm linea b 3, & similiter linea k r, uidebitur maior quàm linea b f, & omnia hæc patent ex illis quæ præmissa sunt in 33. huius, siue ergo superficies corporũ diafonorũ oppositæ uisui fuerint planæ, siue sphæricæ conuexæ, accidit imaginem rei uisæ uideri maiorem ipsa re uisa, in hoc tamen est differentia, quia in corporib. diafonis planarum superficierũ excessus magnitudinis imaginis sup rem uisam est solũ in apparentia uisus ꝓpter excessum angulorum secundũ quos uidet & imago & res ipsa uisa, aliæ cũ imagines secundũ ueritatem sunt æquales ipsis rebus uisis, sed in refractione facta à corporibus conuexis sphæricis imago est secundũ ueritatem maior ipsa re uisa, & etiam secundum apparentiam in uisu ꝓpter angulorũ excessum uidetur maior, quoniam in hoc situ imago respicit maiorem angulum apud centrum uisus quàm respiciat ipsa res uisa, & sunt utroq; modo partes imaginum maiores partibus rerum uisarum sibi proportionalium, patet ergo propositum.

XLII.

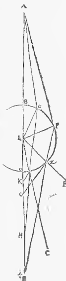
Omne corpus uisum in aqua comprehenditur maius quàm sit secundum ueritatem.

Qd' hic ꝓponit', patet satis ex p̃missis, sed & idẽ placuit experimẽtaliter declarare, & uniuersalẽ causam pticulariter exẽplare, assumat' itaq; corpus colũnare lõgitudinis unius cubiti, & aliquãtæ grossiciei & sit albũ, ut manifestius in aqua possit distĩgui. Sintq; supficies eius basis planæ, ita qđ p se sup illas possit stare æq̃liter sup supficiẽ horizontis uel terræ uel uasis. Deinde infundat' aqua clara in uas aliquod, cuius superficies basis sit plana, ita quod aqua non inmergat totam corporis longitudinem, & erigatur corpus super mediam basem uasis in aqua. Remanebit ergo aliqua pars eius extra aquam, qa ꝓfunditas aquæ est minor corporis longitudine, cum itaq; quieuerit aqua, uidebit' pars corporis intra aquã grossior quàm illa quæ est extra aquam, patet ergo propositum per experimentum. Sed & idem patet, quoniam enim conuexum superficiei aquæ, est figuræ sphæricæ, & opponitur uisui, & centrum superficiei aquæ, quod est centrum uniuersi, ut altàs ostendimus, semper est ultra omnia illa uisibilia quæ comprehenduntur in aqua, & aqua est grossior aere, siue extremitas rei uisæ fuerit æqualiter distans à centro aquæ, siue inæqualiter, & siue uisus fuerit in aliqua linearum ꝑpendicularium exeuntium ab aliquo punctorum rei uisæ super superficiem aquæ, siue omnes extra illas perpendiculares, semp est necessarium, ut patet ex p̃missis 6. propositionibus proximis, formam rei uisæ uideri maiorem ipsa re uisa existente extra corpus aquæ. Sed forte si aqua fuerit clara ualde, & pauca, quales aquas in loco subterraneo in concauitate montis, qui est inter ciuitates Paduã & Vincentiam, qui locus dicitur Cubalus, nos uidimus lucidas quasi ut aerem, tunc forte non comprehendetur imago formæ rei uisæ sub aqua tali esse maior quàm si in aere uideretur, quia tunc non est differentia in quantitate istorum quo ad sensum, quoniam densitas aquæ modicum addit super aeris densitatem, & ideo sensus tunc non distinguet quantitatis additioni, semper tamen secundum ueritatem imago sit maior ipsa re uisa, licet illud quandoquè lateat sensum, patet ergo propositum, magis enim est hoc euidens in aquis grossioribus, uel sulphureis calidis, in quorũ intuitu & mirabili transmutatione formarum primum nos amor huius studij allexit.

XLIII.

Re uisa ultra corpus diafonum sphæricũ grossius aere existente, ita quod centrũ uisus & res uisa & centrũ corporis sphærici sint in eadẽ supficie linea recta, cõprehenditur imago rei uisæ figuræ armillaris multo maior re uisa.

Sit centrum uisus a, & corpus sphæricum diafonum sit b d z g, cuius centrum sit e, et ducatur linea a e, quæ protracta secet superficiem sphæræ diafonæ in duobus punctis b & d, & protrahatur quoq; ultra punctum d usq; ad punctum h, transeatq; per lineam a b d h, superficies plana secans sphæram, & sit communis sectio illius superficie planæ, & superficiei sphæræ diafonæ per 69. primi huius, circulus b d z g, Iam autem ostensum est in 23. huius, quod in linea d h, sunt plura pũcta, quorum formæ refrangũtur ad uisum a, ex circũferentia circuli b d z g, & quod forma totius huius lineæ refrangitur ad uisum a, si arcus b g z d, fuerit continuus unius scilicet diafonitatis continentis lineam u h l, & si forma puncti h refrangatur ad uisum a, ex puncto corporis g, & forma puncti l, refrangatur ad uisum a, ex puncto corporis p, manifestum est quod forma totius lineæ refrangetur ad a uisum, ex arcu g p & ducãtur lineæ g h, p l, g a, p a, seceťq; linea g h, circunferentiam circuli in puncto m, & linea p l in puncto z, forma itaq; pũcti h, extenditur per lineam h g, & refrangitur per lineam g a, & forma puncti l, extendiť ad lineam l p, & refrangitur per lineam p a, & ducantur lineæ e m & e z, & extrahatur linea e m ad punctum c, & linea e z ad punctum f, forma ergo quæ extenditur per lineam a g, quoniam peruenit ad punctum g, refrangitur per lineam g h ad punctum h, & forma quæ extenditur per lineam a p, perueniens ad punctum p, per lineam p l, refrangitur & peruenit ad punctum l, & hoc si corpus diafonum fuerit continuum & unũ usq; ad punctum b. Si uero corpus sphæricũ fuerit signatum & terminatum apud circunferentiam sphæricam citra lineam h l, tunc forma quæ extenditur per lineam a g, refrangitur per lineam g m, in partem ꝑpendicularis c h, & cum forma peruenerit ad punctũ m, refrangetur secũdo in partem contrariam perpendicularis quæ est e m c, & concurret cũ perpendiculari e l, refrangatur ergo in punctũ k, perpendicularis e l, & similiter forma extenditur per lineam a p, refrangetur per lineam p z, & cũ peruenerit ad punctũ z, refrangetur secundo ad partem contrariam perpendicularem e z f, in partem perpendicularis e h, & cõcurret cum illa perpendiculari h e, sit punctũ cõcursus o, sic ergo refractio formæ quæ est à puncto p, peruenit ad punctũ z, ab illo puncto z, refrangitur ad diametrum e l, per lineã z o, forma itaq; puncti k, per nonam huius, extenditur per lineam k m, & à puncto m, refrangitur per lineam m g in punctum g. Deinde secũdo refrangitur à puncto g, ꝑ lineam g a ad uisum a, & similiter forma pũcti e, extenditur per lineam o z, & à puncto z, refrãgitur per lineam z p & in punctũ p. Deinde refrangitur ab illo pũcto p, per lineam p a ad uisum a, forma ergo totius lineæ k o, refrangitur ad uisum a, ex arcu g p, & si linea a k o, fuerit fixa, & imaginati fuerimus figuram k a g p, circumuolui circa lineam a k o fixam, tunc arcus g p, describet figuram circularem, utpote armillam, à cuius totali superficie refrangetur forma lineæ k o ad uisum a, & erũt centra uisus a locus imaginis, forma ergo lineæ k o, uidebitur in tota superficie circulari quæ est locus refractionis, & est armillaris in superficie sphæræ, forma itaq; lineæ k o uidebitur multo maior seipsa, & erit figura formæ diuersa à figura k o, hoc aũt potest sic experimento declarari. Accipiať sphæra cristallina aut uitrea perfectę rotunditatis, & accipiatur corpusculum paruum, ut cæra nigra sphærica, quæ ponatur in capite acus, ponaturq; sphæra cristallina in oppositiõe alterius uisuũ, et claudatur reliquus. Eleuetur acus



ultra sphæram, & aspiciatur mediũ sphæræ, & sit cæra opposita medio sphæræ in linea recta, uidebiturq́ in superficie sphæræ nigredo rotunda in figura armillæ, quod si non uideatur talis figura, moueatur cæra ante & retro donec uideatur talis rotunditas, & tũc auferatur cæra, & recedet nigredo, quod si cæram reduxerit quis ad locum & situm priorem, reuertetur statim nigredo rotunda armillaris. Sed & in his multa est diuersitas quã relinquimus studio perquirentis.

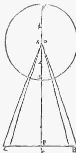
XLIIII.

Re uisa trans corpus diafonum columnare densius aere, itaq; centrum uisus, & centrum alicuius circuli corporis æquedistantis basibus columnæ, & res uisa sint in eadem linea recta, imago rei uidebitur duplicata.

Sit in corpore columnati grossioris diafonitatis quàm sit aer circulus b g d z, & sit centrum uisus a, & cætera ut prius in præcedente, dico quod forma lineæ k o, uidebitur duplicata, quoniam ipsa uidebitur apud arcum g p, & apud arcum sibi æqualem & sibi correspondentem ex arcu b d, in alia parte semichilindri, sed hæc forma non erit circularis, quia figura a h p g, cum fuerit circũuoluta circa a k, lineam immotam fixam, nõ trãsibit per illam lineam arcus g p, per totã superficiem columnarem, sed refrangetur forma ex aliquibus portionibus columnæ, erit cõtinua in una parte, & similiter in alia, nam superficies in qua sunt puncta l k, transiens per axem columnæ facit in superficie columnæ quæ est ex parte uisus a, lineam rectam transeuntem per punctum b, & extensam in longitudine columnæ, et non refrangetur forma lineæ k o, ex illa linea recta, nam linea k h, erit perpendicularis super illam lineam rectam. Non ergo erit forma rotunda corpore diafono existente columnari, sed erunt duæ formæ quarum altera refrangetur super alteram, uidebitur ergo linea k o, habens imagines duas, quarũ utraq; est maior quàm linea k o, & erunt illæ duæ formæ eædem apud punctum a, quod est centrum uisus, quoniam in illo puncto a, est locus ambarum illarũ imaginũ, ut patet per 14. huius, patet ergo propositum, non potest autem fieri huiusmodi refractio à superficie corporũ pyramidalium quoniam linea k a, non est perpendiculariter erecta sup superficiem conicam taliũ corporum, uidelicet potest esse, ut superficies refractionis secet huiusmodi corpora secundũ circulum, quemadmodum etiam de superficiebus reflexionum & de speculis pyramidalibus conuexis uel concauis ostensum est in præmissis libris.

XLV.

Centro uisus existente in diametro corporis diafoni sphærici cõcaui densioris aere, & re uisa respiciente conuexum illius corporis, imago uidebitur quandoq; minor re uisa, quandoq; maior ut cum sit figuræ armillaris.



Sit centrum uisus a, lineaq́ uisa sit b c, & sit corpus sphæricũ concauum densioris diafonitatis quàm sit aer, cuius centrum sit d, & diameter e d f, sitq́ linea b c, extra conuexum illius corporis, & centrum uisus a, sit in diametro illius intra corpus concauum, dico quod semper imago rei uisæ lineæ b c, erit minor ipsa re uisa. Si enim cẽtrum uisus a, fuerit in centro corporis puncti d, palam per 72. primi huius, quoniam omnes lineæ extensionis formarũ pũctorum lineæ b c ad uisum a, erunt perpendiculares sup superficiem corporis, quoniã transeunt centrum eius, locus ergo imaginis per 15. huius, erit ipse arcus refractiõis, uidebiturq́ imago curua minor re uisa. Quod si a, centrum uisus fuerit in aliquo punctorum semidiametri e d, propinquioris rei uisæ, uel in aliquo punctorum semidiametri d f remotioris, adhuc semper lineæ extensionis formarum ad uisum secabunt perpendiculares ductas à punctis rei uisæ super superficiem corporis diafoni à qua fit refractio, in ipsis punctis refractionum, hoc est in punctis arcus à quo fit refractio uel circa illa puncta intra corpus diafonum uel extra illud, uidebi

uidebitur ergo imago quandoq; curua, quandoq; recta, quãdoq; irregularis, sed semper minor re uisa, quoniam ut patet corda uel alia diameter imaginis est minor re uisa, & omnis linea cadens inter centrum uisus punctum a, & inter lineam b c, est minor quàm linea b c, cum ceciderit inter lineas a b & a c, ut hæc patere possunt per 29. primi, uel per 4. sexti. Est itaq; in tali dispositione semp imago minor ipsa re uisa, eritq; eius imago quandoq; maior, ut cum sit figuræ armillaris. Si enim linea b c, situetur in diametro f d e, tunc formarum punctorum b & c, fiet refractio ab aliquibus duobus punctis unius arcus circuli corporis & punctorum mediorum lineæ b c, fiet refractio à punctis medijs illius arcus, & si linea a b c, remanẽte fixa imaginetur illa figura circumuolui quousq; redeat ad locum, unde motus accepit principiũ, describetur per arcũ refractionis quædam superficies armillaris in tota sphærica superficie corporis à qua totali fiet refractio ad uisum E. eritq; locus imaginis in centro uisus, qui applicans formam uisam ipsi superficiei refractionis, rem iudicat figuræ armillaris, ut hæc amplius omnia declarauimus in 41. huius, patet ergo propositum. Sed in uisibilibus nobis assuetis nihil comprehenditur à uisu ultra corpus diafonum sphæricum densius aere, cuius concauitas sit ex parte uisus, nisi forte tale corpus fiat artificialiter ex uitro uel cristallo uel glacie aut aliquo illis simile, refractio tamen quæ fit ad uisum à superficie concaua cœli similis est isti, nisi quod secundum illam non fit refractio nisi formarum sphæricarum, quarũ naturam & modum inferius duximus persequendum.

XLVI.

Imago formæ cuiuslibet rei uisæ figuratur diuersimode secundum figuram superficiei corporis à qua fit refractio ad uisum.

Quoniam enim locus imaginis refractæ est semper in cõmuni sectione katheti incidentiæ, qui est perpendicularis à puncto rei uisæ productus super superficiem corporis diafoni, in quo est res uisa, & lineæ per quam forma peruenit ad uisum, ut patet per 14. huius. Si ergo imaginati fuerimus quod ab uno quoq; puncto rei uisæ exeat kathetus incidentiæ qui est perpendicularis super superficiem corporis in quo est res uisa, tunc habebimus quandam figuram columnarem uel corporalem exeuntem à superficie totius uisi corporis ad superficiem corporis diafoni, & hæc figura secat pyramidem radialem secũdum quam fit uisio refracta, cuius uertex est in centro uisus per 8. quarti huius, & istarũ duarum figurarum corporalium, columnaris scilicet et pyramidalis communis sectio est locus imaginis formæ rei uisæ. Si itaq; superficies corporis à qua fit refractio formæ rei uisæ fuerit plana, tunc corpus imaginatũ cõtinens omnes perpendiculares erit similiter planæ superficiei, quare illa imago erit æqualis, uel modico maior quàm sit forma rei uisæ, uidebitur tamẽ semper multo maior re uisa. Quod si corpus à quo fit refractio fuerit sphæricum, & cõuexum eius sit ex parte uisus, fueritq; res uisa in centro ipsius corporis diafoni, uel inter illud centrũ & uisum, tunc imago rei uisæ erit figuræ pyramidalis, quoniam omnes perpendiculares quæ sunt katheti incidentiæ concurrunt in centro corporis diafoni per 72. primi huius, et hæc imago quanto magis extenditur uersus superficiẽ conuexam corporis diafoni, tanto magis amplificatur, & ubicunq; locus imaginis fuerit inter rem uisam & superficiem corporis sphæricam, semper imago erit amplior re uisa. Si autem locus imaginis fuerit ultra rem uisam, tunc imago erit strictior re uisa. Si uero res uisa fuerit ultra superficiem sphæricam corporis diafoni uel ultra centrum eius, tũc cum omnes katheti incidentiæ secent se in centro corporis, citra corpus imaginatũ, duæ pyramides oppositæ, quarum uertices cõiunguntur in centro corporis diafoni, & loca imaginum tunc possunt esse diuersa, & forte accidet quandoq; imaginem uideri maiorem re uisa, quandoq; æqualem, & quandoq; minorem, quod si corpus diafoni sphærici concauitas fuerit à parte uisus, & conuexitas ex parte rei uisæ, tunc idem per rationem qua prius corpus imaginatum erit pyramis, cuius uertex erit in centro corporis diafoni, quanto ergo magis hoc corpus imaginatum extenditur uersus centrum corporis diafoni, tanto magis constringitur, & quanto magis extenditur ad partem illam, tanto magis dilata-

dilatatur & amplificatur superficies, unde secundum hoc locis imaginū diuersificatis, di uersificatur & quantitas imaginum formarum, quia si locus imaginis fuerit propinquior centro corporis diafoni concaui quàm ipsa res uisa, erit imago maior ipsa re uisa, & si fuerit locus imaginis propinquior centro corporis diafoni concaui quàm ipsa res uisa, erit imago minor ipsa re uisa, & si fuerit locus imaginis remotior à cētro corporis quàm res uisa, erit imago maior ipsa re uisa, & hoc exemplificauimus in corporibus diafonis sphæricis conuexis & concauis, eodem modo in corporibus columnaribus & pyramidalibus conuexis & cōcauis potest intelligi, uniuersaliter aūt quando locus imaginis est superficies corporis diafoni à qua fit refractio, tunc semper imago induit figuram superficiei à qua fit refractio, unde in conuexis superficiebus fit conuexa, in concauis concaua, in columnaribus corporibus fit oblōga columnaris, & in pyramidalibus corporibus pyramidalis. Diuersificantur etiam figuræ imaginum in eodem diafono secundū diuersum situm eiusdem rei uisæ respectu uisus, unde forma eiusdem rei ut pedis uel manus, quandoq; uidetur stricta & curta, quandoq; arta & longa, secundū quod perpendicularis à punctis illius rei ad superficiem corporis diafoni productæ illi superficiei incidūt diuersimode, sic eū uarie à lineis extensionis formarū intersecantur, & uariatur multiformiter imago, ut patet p. 14. et 15. huius, horum quoq; omniū causa sufficienter patet ex præmissis, palam ergo est id quod proponebatur.

XLVII.

Vna imago refracta occurrit eiusdem uidentis uisibus ambobus.

Quoniam enim forma eiusdem rei uisæ refracta ab aliqua superficie corporis diafoni, in quo est illa res, se offert ambobus uisibus eiusdem uidentis, tunc in ipsius uisione non fit quantum ad actum uidendi, differentia à simplici uisione, quam pertractauimus in tertio & quarto libro huius scientiæ, ubi diximus quod res secundum pyramidem uisionum, cuius uertex est in centro uisus, & basis in superficie rei uisæ, & ostendimus q̄ tūc ab ambobus uisibus uidetur una forma, unde idē hoc supponimus in formis refractis, ut in formis directe uisis. Si eīm homo comprehendit aliquid uisibile in cœlo aut in aqua, aut sub uitro uel cristallo ambobus uisibus, & claudat unum uisuum, nihilominus cōprehendet illud uisibile, ambobus ergo uisibus & uno tantum uisu comprehenditur eadem forma, & hoc est propositū, non eīm uidimus in talibus aliquid ulteriores moræ dignū.

XLVIII.

Cristallo sphærica soli opposita ignem possibile est accendi in re combustibili quæ post illam.

Sit centrum solis punctum a, sitq; cristallus sibi opposita, cuius centrum b, sitq; ut superficies plana centra amborū quæ sunt a & b, pertransiens, secet ipsam cristallū sphæricam secundum circulum per 69. primi huius, quæ sit c d e f g, dico quod si aliquod combustibile ponatur post hanc cristallum, ita quod cristallus sit media inter solem & rem cōbustibilem, ut stupam uel aliquid consimile, possibile est ut ignis in illo corpore accendatur. Imaginetur enim à centro solis a, usq; ad centrum cristalli quod est b, diffundi radius qui sit a b, cum itaq; radius iste sit perpendicularis super corpus solis & super corpus cristalli, per 72. primi huius, quoniam transit per amborum centra, palam per 47. secundi huius, quia non refringitur, sed transit corpus cristalli refractionis. Omnesq; radij soli superficiei sphæricæ cristalli æquedistanter medio a b incidentes, palam quoniā incidunt oblique, ergo per eandem 42. secundi huius patet, quoniam omnes illi radij refranguntur ad perpendicularem a b, quoniam quilibet illorum radiorū refrangitur ad perpendicularem à puncto refractionis super superficiem cristalli, quæ perpendiculares omnes concurrunt cum diametro a b, in centro sphæræ cristalli, sit autem ad illas perpendiculares refractio, ideo quod corpus cristalli densius est corpore aeris per quod transeunt radij inter corpus solis & corpus cristalli incidentes, & quoniam in distantia æquali à radio a b, alij radij à corpore solis præcedentes corpori cristalli incidunt secundum angulos æquales per 43. primi huius, palam per octauam huius, quoniam secūdum æquales angulos refrangūtur, imaginetur itaq; radius a b, produci ultra corpus cristalli, & pa

tet quo

tet quoniam à quolibet circulo corporis cristalli totius superficiei solis oppositæ refranguntur radij ad unum punctum perpendicularis a b, sicut & omnes perpendiculares cōcurrunt in centro b, in aliquo itaq; illorum pūctorum perpendicularis a b, retro corpus cristalli posito cōbustibili ignis accenditur in illo, si moram duxerit: omnes enim anguli refractiōis ex aere ad superficiem superiorem cristalli, unius circuli, cuius polus pūctus est secundum quem linea a b, secat superficiem cristalli, sunt æquales, & eorum radiorum anguli refractionis â superficie cristalli ad aerem sunt æquales, & quoniā quilibet illorū radiorum refrangitur â linea perpendiculari â puncto suæ refractionis sup superficiē cristalli productæ, patet quod omnes illi radij æqualiter refracti concurrunt in uno puncto lineæ a b, productæ ultra superficiem cristalli, & quia illa puncta naturalia latitudinem habent, patet quod in ipsis radij plurimi cōcurrūt, possunt ergo rem combustibilem sibi positam inflammare, quod est propositum, forte tamen portio sphæræ cristallinæ minor hemisphærio fortius inflammaret in loco cētri sui posita re inflammabili, quoniā omnes radij totali illi supficiei sphæricæ perpendiculariter incidentes cōcurrerent in centro per 72. primi huius. Sed in horum experimentatione est in maxima latitudo q̃ relinquimus ad talia curiosis.

XLIX.

Stellas cœli & lunam secundum refractionem à uisibus comprehendi instrumentaliter declaratur.

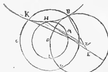
Instrumentum armillarū ponatur in loco eminenti, unde appareat horizontis pars orientalis, ita quod armilla quæ est in loco circuli meridiei sit posita in superficie circuli meridiei, & polus eius sit exaltatus à superficie terræ secundum eleuationem poli mūdi super illius habitabilis horizonta, & in nocte obseruetur aliqua stellarū fixarū magnarum, quæ tamen peruenit ad circulū meridianum sic transiens per centrū capitis experimentatis aut prope, & consideretur illa in ortu suo dum eleuatur super superficiem horizontis, & tunc reuoluatur armilla reuolubilis in circuitu poli mundi, qui est polus æquinoctialis, donec fiat æquedistans circulo magno cœli transeunte per polos æquinoctionalis, & per centrum corporis illius stellæ, & certificetur locus stellæ ex armilla, ita ut habeatur distantia stellæ à polo mundi. Deinde obseruetur stella donec ueniat ad circulum meridiei, moueaturq; armilla mobilis donec fiat æquædistans circulo stellæ ut prius, & sit in superficie circuli meridiani, & tunc iterum habebitur distantia stellæ à polo mundi, cum stella fuerit in cenith capitis aut prope, inuenieturq; distantia stellæ à polo mundi in tempore ortus & eleuationis stellæ minor ipsius distantia ab eodem polo tempore quo est in cenith capitis uel prope, patet itaq; ex istis quia uisus cōprehēdit formas stellarum orientium reflexe & non recte, quoniam quælibet stellarum fixarum semper mouetur per eundem circulum, ex circulis æquedistantibus æquinoctiali, nisi forte secūdum motum latitudinis uarietur parū in tempore longo, de quo alibi plenius dicemus. Si itaq; uisus comprehenderet stellas recte non refracte, tunc uisus cōprehenderet quamlibet stellarum in suo loco, & esset omni hora noctis eiusdem stellæ à polo mundi eadem distantia in uisu, cuius contrarium accidit uisui per instrumentum. Similiter quoque accidit in luna, si enim aliquis per tabulas æquauerit locum lunæ in aliqua hora prope ortum eius, & habeat latitudinem eius & distantiam à polo mundi notam, & item æquet ipsam pro tempore mediæ noctis, & sciat latitudinem eius & distantiam à polo mundi. Si itaq; inueniatur locus lunæ per armillas tēpore ortus sui nō accidet diuersitas inter computationem per tabulas & experimentationem per instrumentū, inuento uero loco lunæ per armillas dum est in meridiano circulo, erit distantia linea cenith capitis inuenta per instrumentum, cum latitudo lunæ est meridiana maior, & cū est septentrionalis minor uera distantia eius ad cenith capitis inuenta per computationem tabularum, patet ergo quod lux lunæ non peruenit ad uisum recte, sed refrangitur in aliquo medio corpore secūdi diafoni, quia nisi refrangeretur eadē eius esset distantia à cenith capitis per instrumentū & per tabularum computationem, ut accidit cū esset in horizonte,

nunc autem differt, palam est ergo propositum, quia omnes stellæ uident̃ ꝑ refractionẽ.

L.

Diafonitas corporis cœlestis rarior est aeris & ignis diafonitate.

Disposito enim instrumento armillaris ut supra, inuenienda est distãtia alicuius stellarum à cenith capitis, & in loco experimentationis sit circulus meridiei a b g, & sit cenith capitis punctũ b, & polus mundi sit punctũ d, centrũ quoq; mundi sit pũctus e, & ducatur semidiameter meridiani circuli quæ sit e b, pertransiens centrum uisus experimentantis, quæ sit punctus z, sitq; circulus h c, æquedistans circulo æquinoctiali & polo ipsius qui est d, Eritq; polus illius circuli h c, punctus d, per 68. primi huius, propter distantiam illorum circulorũ. Sitq; circuli h c distantia à puncto d, polo mundi, illa in qua inuenitur stella in hora certificationis distantiæ primæ, quæ est in ipso puncto sui ortus, & sit locus stellæ in illa hora punctus h, sitq; circulus alter qui k b g, æquedistans æquinoctiali circulo, & etiam circulo h c, cuius distantia à polo mundi, quæ est d sit illa, in qua inuenitur stella in secunda hora considerationis, quæ sit stella existente iuxta cenith capitis in circulo meridiano quæ est a b g. Eritq; circulus k b g æquedistans polo mundi qui est d, & ualde propinquus ipsi cenith capitis, aut transiens per punctum b, quod est cenith capitis. Ille ergo circulus k b g, est in quo cessat obliquitas refractiõis, nam cũ stella fuerit in cenith capitis in puncto b, aut ualde prope, tunc uisus comprehendet eius formam recte, nam linea e z b à centro mundi e, per centrum uisus z, ad cenith capitis b pertingens, est perpendicularis super concauum sphæræ cœlestis, & super conuexum sphæræ aeris per 72. primi huius, quoniam transit per centrum utriusq; illarum sphærarum, uisus itaq; propter perpendicularitatem lineæ z b, sup̃ sphæras aeris & cœli, comprehendet stellam existentem super hanc lineam recte, siue corpus cœli & aeris sint eiusdem diafonitatis siue diuersæ, quoniam ut supra ostensum est per tertiam huius, perpendicularis linea radialis non refrangitur in medio secundi diafoni, forma itaq; stellæ apparentis in puncto b, sine omni refractione peruenit ad uisum per medium corpus cœleste & ignis & aeris, quorum in hoc loco acceptio est uniformis, quoniam ignis plus diafonus est aere, & ex lucibus cœlestibus nihil ad nos peruenit uel ad nostros uisus, nisi per medias sphæras ignis & aeris quæ quantũ ad illud sunt sphæra quasi una, stellã itaq; existentem in cenith capitis aut prope illud, comprehendet uisus in suo uere circulo æquedistante circulo æquinoctiali super quem mouebatur ab initio noctis quousq; peruenit ad circulũ meridianum. Cũ in circulo itaq; k b g, fuerit stella in prima experimentatione, sit autem circulus altitudinis transitus per stellam in prima hora experimentationis circulus b h k, Secetq; iste circulus circulum k b g, in ambobus punctis, scilicet in puncto k, qui est in parte orientis, & in pũcto g, illi directe oppositæ, secetq; circulum h c, scilicet in puncto h, in quo corpus stellæ uidetur esse in tempore primæ considerationis, & quia distantia stellæ secundum uisum à polo mundi fuit in prima experimentatione minor quàm in secunda, patet quod circulus h c, est propinquior polo d, quàm circulus k b g, punctus itaq; h, circuli altitudinis qui est b h k, propinquior est ipsi cenith capitis b quàm punctus k. Ducantur itaq; duæ lineæ h z & k z, ad centrũ uisus z, quia ergo stella comprehenditur à uisu in prima hora experimentationis in pũcto h, circuli b h k, & tunc erit in superficie circuli b h k, & cum stella erit in illa hora secundum ueritatem in circũferentia circuli k b g, oportet necessario ut stella in illa hora fuerit secundum ueritatem in puncto communi illis duobus circulis qui sunt k b g & b h g, qui est punctus k, super tertam, comprehenditur autem à uisu in puncto h, per lineam z h, quia forma stellæ peruenit ad uisum in rectitudine lineæ h z, & linea quæ est inter stellam & uisum secũdum ueritatem, est linea k z, palam ergo quod uisus non comprehendet stellam quæ est in pũcto k recte, cõprehendet ergo ipsam refracte, & quia in corpore cœlesti, ꝓpter homogeneita



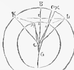
mogeneita

mogeneitatem suæ diafonitatis non potest fieri refractio, fiet ergo illa in aliquo puncto corporis illi propinqui. Sit itaq; locus refractionis factæ in medio secundi diafoni, quod est aeris uel ignis puncto m, & ducatur linea k m, & protrahatur à puncto m, linea recta usq; ad punctum z centrum uisus, quia ergo forma stellæ extenditur à stella per lineam k m, & refrangitur ad uisum, per lineam k m z, formæ uero non refranguntur nisi occurrerit corpus diuersæ diafonitatis, ut ostendimus in secundo libro huius, & in præmissis huius libri propositionibus, ergo corpus cœleste in quo est stella, est differentis diafonitatis ab aeris & ignis diafonitate, & quia locus refractionis est apud superficiem transeuntem inter duo corpora differentia in diafonitate, ut patet per 4. huius, punctus itaq; m, est in concauitate cœli, & si producatur linea e m, hoc secundum ueritatem erit semidiameter sphæræ cœli, cuius concauum attingit conuexum ipsius ignis, est ergo perpendicularis super superficiem cœli concauã contingentem aerem uel ignem, & super superficiem aeris uel ignis conuexam, & quia forma stellæ extensa in corpote cœlesti per lineã k m, refrangitur in aere ad uisum per lineam m z, linea uero k m, protracta ultra punctũ m, secaret lineam z m, elongans se à puncto e, centro mundi, ideo quia oblique incidit cõcauæ superficiei ipsius cœli, palam quia illa refractio est ad partem in qua est perpendicularis e m, transiens per punctum refractionis perpendiculariter super conuexam superficiẽ aeris, & quoniã neq; in cœlo, neq; in terra, neq; in aere est aliquod corpus densum politũ, à quo possit fieri reflectio ut à speculo, patet quia illa diuersitas accidit propter refractionem formæ in medio secundi diafoni, corpus itaq; aeris est grossius corpore cœli, ut patet per quartam huius, & hoc est propositum.

LI.

Diametri omnium stellarum & lineæ determinantes distantias quarum libet duarum stellarum in cenith capitis uel circa existentium, minores comprehenduntur per refractionem quàm si directe uiderentur.

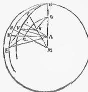
Sit circulus meridianus in aliquo horizõte b f k, & cõmunis sectio superficiei huius circuli, & superficiei cõuexitatis sphæræ cœli infimi p 69. primi huius, sit circulus m e z, erunt ergo isti duo circuli in eadẽ superficie & cõcentrici. Sit ergo centrum ipsorũ qđ est centrum mundi pũctũ g, sitq; centrũ uisus punctũ c, & ducatur à centro mundi g, ad centrũ uisus c, linea g c, & extrahatur linea g c in partes donec occurret circulo meridiei in pũcto b, secetq; circulũ qui est in sũpficie cœli cõcaua in pũcto e, erit itaq; pũctus b, cenith capitis quo ad uisum, sic itaq; k l, arcus cuius corda k l, sit diameter alicuius stellæ aut distantia inter aliquas duas stellas, & linea c b, transeat per mediũ arcũ k l ad punctũ b, et secet cordã l k in puncto p, arcus itaq; k b est æqualis arcui b l, & ducãtur duæ lineæ c k & c l. Erit ergo angulus k c l, quidã angulus secundũ quẽ uisus c, cõprehendit arcũ k l, qñ ipsum recte comprehendit. Sit itaq; ut forma pũcti k, refrangatur ad uisum c, à pũcto m, circuli m e z, qui est signatus in cõcaua superficie ipsius cœli infimi, ut præassumptum est, & forma pũcti l, refrangatur ad uisum c ex pũcto z, ducantur lineæ g m & g z, à centro mundi ad loca refractionũ, ducantur quoq; lineæ k m, l z, z c, forma itaq; pũcti k, extenditur per lineã k m, & refrãgitur ad uisum c, p lineam m c, & quoniam linea g m, exit à centro ad circũferentiam, palam p 72. primi huius, quod ipsa est perpendicularis sup superficiẽ sphæræ cœli incidens pũcto m, quod est punctũ refractionis, et quia p præmissam corpus cœli qđ est z m, est rarioris diafonitatis q̃ corpus aeris, in quo est uisus c, palam p 4. huius, quia refractio q̃ fit secundum lineam m c, erit ad partem ppendicularis lineæ quæ est m g. Erit itaq; punctũ m, inter duas lineas c b & c k, quia si pũctus m esset ultra lineã c k, tunc perpendicularis exiens à pũcto g ad punctũ m, esset etiam ultra punctũ k, & ita cũ forma pũcti k refrangitur ad partem perpendicularis m g, & non perueniret ad perpendicularem g e, ergo non perueniret ad uisum c, palam itaq;, quoniã punctus m, est inter duas lineas c k & c b, & eodem modo declarari potest, quia punctũ z, est inter duas lineas c b & c l, extrahatur itaq; linea c m ad q, punctũ



circuli meridiani, & linea c z ad punctũ r, eiusdem circuli meridiani. Erit itaq; arcus q k æqualis arcui k r, & angulus q c r erit minor angulo k c l, quũ est pars eius. Sed angulus q c r est angulus ꝑ quẽ uisus c, cõprehendit arcũ c k l refracte, & angulus k c l, ꝑ quẽ uisus c, comprehendet arcũ k l recte, si ipsum recte posset comprehendere, sed remotio arcus k l, à uisu est maxima, qua ꝓpter quantitas eius uera certificatur, uisus itaq; per existimationem nõ per certitudinẽ accipit remotionẽ arcus k l, sed existimatio uisus quũ cõprehẽdit refracte, non differt ab existimatione eius, quũ comprehendit recte, nisi in hoc solũ, quod putat se recte cõprehendere quũ comprehendit refracte, uisus itaq; c, cõprehendit arcum k l, refracte ex angulo minori q̃ ille angulus quo ipsum cõprehendit recte, & secundum cõparationẽ ad illã eãdẽ remotionẽ, ad quã comparat si ipsam recte cõprehenderet. Sed uisus c, cõprehendit magnitudinẽ ex quantitate anguli respectu remotionis pũcti c, quod est centrũ uisus a, à superficie rei uisæ ꝑ 20. quarti huius, ergo cõprehendit quantitatẽ arcus k l, refracte minorem q̃ si cõprehenderet illam recte, & si figura in qua sunt pũcta k l r b imaginetur circũuolui linea c b, existente immobili, describetur circulus secãs meridianũ circulũ in duobus pũctis, cuius circuli polus erit punctũ b, cenith capitis, & erũt omnes anguli qui sunt apud uisum c, contenti duabus lineis similibus lineis c k & c l, inter se quælibet suæ cõpari æqualis, uisus ergo c, cõprehendet formã arcus k l, refracte in omni situ in respectu circuli meridiei, cũ fuerit in uertice capitis minorẽ, q̃ cõprehẽdet ipsam recte, & si linea c b, secuerit arcũ k l in duo æqualia, tũc duo puncta q & r, erũt inter duo puncta k & l. Eritq; angulus q c r minor angulo k c l, & erit omnis angulus æqualis angulo q c r, exiens à pũcto c, secãs stellã, & linea exiens à cẽtro uisus c, in superficie illius circuli secabit circulũ minorẽ ipsius stellæ, & cõprehenditur quãtitas eius minor q̃ sit, & sic tota stella uidebit̃ maior q̃ sit, oĩs ergo stella uidet̃ minor cũ est in cenith capitis q̃ si uideret̃ directe, & similiter est de oĩ distãtia inter quaslibet duas stellas, cũ cenith capitis fuerit inter duas extremitates illius distantia, comprehendetur eñ in oĩbus suis positionibus minor, q̃ si directe cõprehenderetur sine refractione. Omnis itaq; stella in uertice capitis aspiciẽtis existens uidet̃ minor q̃ in alio loco cœli, & quãto magis remouet̃ à uertice capitis, tanto semꝑ apparet maior, itaq; in horizonte apparet maior q̃ in alio loco, & hoc est cõmune oĩbus stellis, planetis scilicet & fixis, quod in cenith capitis uel prope illud semꝑ sunt minores, & hoc similiter apparet in lineis determinantibus stellarum distantias, hoc est in ipsis stellarũ distantijs, ut spaciorũ cœli quæ sunt inter stellas magis q̃ in quantitatibus stellarũ, nam quãtitas stellæ quo ad uisum est res parua, & excessus suæ quantitatis res parua, sed magis cõprehenditur diuersitas & excessus distantiarũ, patet ergo ꝓpositum.

LII.

Diametri stellarũ uel lineæ stellarum distantiam determinantes, existentes in horizõte aut inter horizonta & circulũ meridiei, taliter ut æquedistent horizonti, uidebũtur propter refractionẽ minores q̃ si directe uiderentur.



Sit item circulus meridianus qui p b, cuius centrũ quod est centrũ mũdi sit punctus m, & sit centrũ uisus a, & cenith capitis pũctũ b, & ducat̃ linea a b, et sit diameter stellæ aut distantia inter aliquas duas stellas linea d e, æq̃distans horizonti, & sit circulus altitudinis transiens ꝑ unã extremitatẽ diametri stellæ, aut distantiæ inter duas stellas circulus b d, & alius circulus altitudinis transiens ꝑ alteram extremitatẽ diametri stellæ aut distantiæ sit circulus b d, & alius circulus altitudinis transiens extremitatẽ diametri stellæ aut distantiæ sit circulus b e, cõmunes quoq; sectiones superficierum istorum duorũ circulorum & superficiei concauæ cœli infimi sint duo circuli g h & g z, forma itaq; pũcti z, refrangit̃ ad uisum a, in superficie circuli g h, esto ut hoc fiat in pũcto h, & forma puncti e, refrangitur ad uisum a, in superficie circuli g z, sic itẽ in puncto z, ducant̃ lineæ a d, a e, a h, a z, m z, m h, & produ-

producatur linea m 3, ad arcũ b e, in punctum n, & linea m h, pducatur ad arcum b d, in punctũ f, & qm̃ linea d e, æquedistat horizonti, cũ sit quædam pars circuli æquedistantis circulo horizontis, ut alicuius illorũ circulorum qui Arabice dicatur Almucantara, palam p 68. primi huius, qm̃ cenith capitis quod est punctus b, est polus circuli d e, qm̃ ipse est polus horizontis, arcus itaq; b d, est æqualis arcui b e, per 27. tertij, cordæ em̃ illorum arcuum sunt æquales p 65. primi, linea itaq; m h, est ppendicularis sup supficiem corporis diafoni cœlestis per 72. primi huius, qm̃ exit à centro mundi, linea itaq; h a, refrangitur à puncto h, ad uisum a, & erit eius refractio ad partem diametri h m, per 4. huius, aer em̃ est densior corpore cœlesti, ut patet p 48. huius, refringetur ergo ad partẽ cõtrariã illi, in qua est ps reliqua ppendicularis q̃ h f, ergo h, pũctũ refractionis est altius q̃ linea a d, & similiter declarabitur quod 3 punctus refractionis est altior q̃ linea a e, duo ergo puncta f & n, quæ sunt termini duarũ linearũ perpendicularium m f & m n, sunt inter duo puncta d & e, & cenith capitum quod est b, ita quod punctum f, est inter duo puncta e & b, & angulus refractionis qui est apud punctũ h, est æqualis angulo refractionis qui est apud punctũ 3, per 13. huius, qm̃ situs duorũ punctorũ d & e, respectu uisus a, est consimilis ex hypothesi, tm̃ ergo distat punctus f, à puncto d, quantũ punctus n, à puncto e, extrahatur itaq; linea a h, ad punctũ t, & lineam a 3, ad punctũ k, distabit itaq; punctus t, à puncto d tm̃, quantũ punctus k, à puncto e, & ducatur linea t k, qui necessario erit æquedistans lineæ d e, per 88. primi huius, qm̃ arcus e k, est æqualis arcui d t, est ergo linea t k, minor q̃ linea d e, per eandem 88. primi huius, & lineæ a t, a k, a d, a e sunt æquales, quia punctum a, centrũ uisus est quasi centrũ mundi, & omnium arcuum signatorũ ut b d & b e, duæ lineæ a t & a k, sunt æquales duabus lineis a d & a e, & basis t k, trigoni a t k est minor q̃ basis d e, trigoni a d e, ergo p 25. primi, erit angulus t a k, minor angulo d a e, sed angulus t a k, est angulus secundũ quẽ linea d e, comprehenditur refracte, & angulus d a e, est angulus secundũ quẽ linea de, comprehenditur recte, patet itaq; illud quod proponebatur, siue linea d e, sit diameter alicuius stellarum, siue ipsa sit linea determinans distantiam inter stellas.

LIII.

Diametri stellarum aut lineæ determinantes distantiam stellarum in aliquo circulo altitudinis super horizonta erectæ, per refractionem uidentur minores quàm si directe uiderentur.

Remaneat dispositio quæ supra, & sit diameter alicuius stellæ uel distantia aliquarum duarũ stellarũ linea d e, quæ sit erecta in aliquo circulo altitudinis transeunte per cenith capitis, qđ est punctũ b, qui circulus altitudinis sit b d e, sitq; cõmunis sectio supficiei circuli b d e, & superficiei concauitatis sphæræ infimæ cœlestis, circulus a h 3, per 69. primi huius, & ducant̃ lineæ a d & a e, & refrangat̃ forma puncti d, ad uisum a, ex puncto h, & forma puncti e, ex puncto 3, copulẽt̃ quoq; lineæ d h, quæ pducat̃ ultra punctũ h, in punctũ n, & e 3, quæ pducat̃ ultra punctũ 3, in punctũ o, patet ergo ut in pcedente proxima, qđ punctũ h, est altius q̃ linea a d, & qđ punctũ 3, est altius q̃ linea a e, ducantur itaq; lineæ a h, h d, a 3, 3 e, m h, m 3, & ptrahat̃ linea m h, ultra punctũ h, ad circulum altitudinis in punctũ t, & linea m 3, ultra punctũ 3, in puncto k, erit ergo angulus refractionis qui fit ex refractione formæ pũcti e, ad uisum a, qui est angulus a 3 m, ualde paruus, qm̃ linea a m, qui est semidiameter terræ respectu tantæ distãtiæ, nõ est alicuius sensibilis quantitatis, ut aliàs declarauimus in scientia motuũ cœlestiũ, & angulus refractionis eius erit paruus sequens modũ illius anguli a 3 m, qm̃ cũ aer sit densior corpore cœlesti, ut patet p 48. huius, palã p 4. huius, qm̃ fit refractio ad ppendicularẽ quæ est 3 m. Erit ergo p 8. huius, angulus e 3 m, & similiter angulus b h t, acutus, ergo angulorũ a h d & a e 3, uterq; erit obtusus p 13. primi. Pũctũ itaq; 3, aut erit in superficie horizontis, aut altius, si erit in superficie horizontis, erit ergo in extremitate ppendicularis exeuntis à centro uisus, quod est a, sup lineam b a, ppendiculariter superficiei horizontis insistentẽ, quæ ppendicularis imaginat̃ esse ducta in supficie horizontis, aut si fuerit al-

tius horizonte, erit altius illa linea ppendiculari, & pūctō h, erit semp altius puncto 3, angulus ergo a h m, est minor angulo a 3 m, qd' patet si super punctum m terminum lineæ a m, fiat per 23. primi, angulus æqualis angulo a m 3, quit sit a m p, ducta linea m p, ad periferiam circuli g h 3, facto quoq; angulo q a g, æquali angulo h a g, ita ut per 7. tertij, linea a q sit æq̃lis lineæ a h, copulet̃ linea h p, in trigono ergo h m p, duo anguli m h p & m p h sunt æquales per 5. primi, sed ĩ trigono h a p, latus a p, est maius latere a h, q̃d est maius latere a q, per 7. tertij, est ergo per 19. primi, angulus a h p, maior angulo h p a. Relinquit̃ ergo angulus a p m, maior angulo a h m, est aūt per 4. primi, angulus a p m, æq̃lis angulo a 3 m, est ergo angulus a h m, minor angulo a 3 m, ergo p 8. huius, angulus formæ incidētiæ pūcti d, q est angulus b h t, est minor angulo incidētiæ formæ pūcti e, qui est angulus e 3 k, ergo angulus a h d, est maior angulo a 3 e, p 13. primi, quia p 8. huius, minores anguli incidentiæ minores habent angulos refractionū, & ita angulus m h a, est minor angulo o 3 a, relinquit̃ ergo angulus a h d, maior angulo a 3 e, & duæ lineæ m t & m k sunt semidiametri circuli b d e, & duæ lineæ m h & m 3, sunt semidiametri circuli g h 3, linea itaq; m t, ē æqualis lineæ m k, & linea m h, est æqualis lineæ m 3, p diffinitionem circuli, linea itaq; h t, est æqualis lineæ 3 k, q̃m sunt remanentiæ linearū æqualiū ablatis æqualibus, & angulus d h t, est minor angulo e 3 k, ergo linea h d, est minor q̃ linea o 3, q̃m linea continens cū linea t h, angulū æqualē angulo k 3 e, qui est maior angulo d h t, erit maior q̃ linea d h per 7. tertij, linea ergo d h, est minor q̃ linea e 3, & duæ lineæ a d & a e sunt æquales, similiter duæ lineæ a h & a 3 sunt æquales, quia punctū a centrū uisus, est centrū circulorū b d e & g h 3, triangulus ergo a h d, est minor triāgulo a 3 e, q̃m illorū duorū trigonorū duobus lateribus existentibus æqualibus tertium est inæquale, ergo circulus cōtinens trigonū a h d, est maior circulo cōtinente trigonū a 3 e, quia angulus a h d, est maior angulo a 3 e, & linea h d, est minor q̃ linea 3 e, linea itaq; h d, distinguit de circulo minore cōtinente triangulū a h d, arcum minorē arcu simili illi arcui quē resecat linea 3 e, ex circulo minore cōtinente triangulū a e 3, angulus ergo h a d, est minor angulo 3 a e, sit ergo angulus 3 a d, cōmunis illis ambobus angulis, erit ergo angulus h a 3, minor angulo d a e, angulus uero h a 3, est angulus secundū quē uisus a, cōprehendit lineā d e, per refractionē, & angulus d a e, est angulus secundū quē cōprehenderet̃ forma lineæ d e, recte si hoc posset fieri, uisus itaq; a, cōprehendit lineā d e, reflexe minorē q̃ recte per 20. quarti huius, q̃m sub maiori angulo comprehendit ipsum reflexe q̃ recte, patet ergo propositum.

LIIII.

Omnes stellæ uidentur rotundæ maiores in horizonte q̃ in medio cœli, nisi q̃nq; contrariū accidat propter interpositos uapores uisibus & stellis.

Omnes stellæ cōprehendunt̃ rotundæ, q̃m utraq; diametrorum suarū. s. longitudinis & latitudinis cōprehendit̃ æqualiter minor, quàm si cōprehenderet̃ recte, quilibet ergo suarū diametrorū decliuium cōprehenditur æqualiter minor per refractionē q̃ si comprehenderet̃ recte, stella ergo cōprehendit̃ rotunda in omni suo situ, omnes quoq; stellæ cōprehendunt̃ minores p refractionē, q̃ si directe uiderent̃, q̃m ipsarū diametri comprehendunt̃ minores, u patet ex ppositionibus p̃missis, & hoc uerū est, quantū à parte refractionis, quæ fit in medio secundi diafoni qd' est aer, qui est dēsior cœlo per 48. huius, in cœlesti itaq; cōcaua superficie, fit refractio ad perpendicularem exeuntē à puncto refractionis super illam superficiem, hoc est ad lineam quæ est semidiameter mundi per 4. huius. Diuersitas uero refractionis quæ fit secundū distantiā stellarū à polo mundi inuenitur

uenit parua, q̄m illi anguli refractionis sunt ꝑui, unde secūdū ipsos nō diuersificat̃ sensibiliter quātitas stellaꝝ, sed magnitudo stellaꝝ & quātitas distātiæ ipsaꝝ ab inuicē multū differūt, cū sunt ĩ horizōte, & cū sunt iuxta cenith capitū, uel ĩ medio cœli, ꝓpt̃ sensibilē diuersitatē suæ refractionis, & hic est error ꝑpetuus, q̄a causa eius est ꝑpetua, s. uictoria raritatis corpis cœlestis sup aeris raritatē, accidit tñ q̄nq3 uideri stellas maiores una uice q̄ alia, ut si uapor grossus sit ĩter uisum & stellas, tūc em̄ ꝓpt̃ refractionē lineaꝝ extēsionis formaꝝ stellaꝝ in illo uapore ad ꝑpendicularē, & ꝓpter refractionē à supficie illius uaporis factā iterum ad aerem in quo est uisus, quæ refractio fit ab illa perpendiculari, dispersior occurrit forma uisui, & sub angulis maioribus uident̃ formæ stellaꝝ, sicut etiam accidit de denario sub aqua uiso, qui uidetur maior q̄ si in aere uideretur, huius aūt quantitas uisionis stellaꝝ maxime accidit cū stellæ sunt in horizonte, aut ꝓpe illū, & sic duæ refractiones subsequentes primam, qui fit in concaua supficie ipsius cœli, & sit semper in omni stellaꝝ uisione, faciunt nouas immutationes circa stellaꝝ uisionem, uapor em̄ ille grossus cū fuerit in horizonte aut ꝓpe, & nō fuerit continuus usq3 ad mediū cœli, erit portio cuiusdā sphæræ cōcentrice mundo, & erit supficies eius quæ est ex parte uisus plana, ꝓpter qđ formæ aut distantiæ stellaꝝ, quæ sunt ultra illum uaporē uidebunt̃ maiores q̄ si sine illo uapore uiderent̃, in illo em̄ loco cōcauitatis cœli ex quo refrangitur forma stellæ ad uisum, est forma stellæ, & ex ipso extendit̃ ad uisum si non interuenerit uapor grossus, qđ si uapor grossus uisibus & stellis interuenerit, tunc extenditur forma stellæ ad superficiē uaporis supremā, & refrangit̃ in illa ad perpendicularē. Deinde extendit̃ ad supficiē infimam uaporis, & refrangit̃ ab illa ad aerē purum cōtinentē uisum, & fit illa refractio ad partē contrariā perpendicularis exeuntis à puncto refractionis sup planā superficiē uaporis, sic ergo forma stellæ & eaꝝ distantia uidet̃ maior q̄ si uideretur post refractionē factā in concauo cœli à supremo corporis elementaris, nulla facta refractione in superficie uaporis ad aerē, qui est sub uapore & sub densiore corpore rarior existens, & continens ipsum uisum. Causa uero ꝓpter quā omni uapore medio excluso uident̃ stellæ & stellaꝝ distantiæ maiores in horizonte q̄ in medio cœli aut ꝓpe, coadiuuat̃ plurimū per existimationē uidentis, q̄m existimat stellas plus distare à uisu in horizonte q̄ in medio cœli, existimās ipsum partē cœli, quæ est iuxta cenith capitis ꝓpinquiorē sibi q̄ eam quæ est inter horizonte, ut ostendimus ꝑ 14. huius, comprehendit ergo uisus quantitatē stellæ, & quantitatē distantiæ, quæ est inter stellas cum fuerit in horizonte aut ꝓpe, ex cōpositione anguli sub quo fit uisio ad distantiā remotam, & cū fuerit in medio cœli aut ꝓpe illud, cōprehendit ipsaꝝ quantitatē ex cōpositione anguli æq̄lis primo aut ferè ad distantiā ꝓpinquā, inter quā & distantiā horizōtis uidet̃ diuersitas maxima, & sic iudicat stellaꝝ quātitatē secūdū modū quo diiudicat quantitatē uisibiliū consuetoꝝ, quæ em̄ à remotiori sub eodē angulo uident̃ quo alia ꝓpinquiora, illa remotiora iudicant̃ à uidentibus esse maiora, ut ostendimus hoc 4. libro. Hæc em̄ causa uisionis stellaꝝ est ꝑpetua & immutabilis omnibus uidentibus communis, & eodē modo accidit uidentibus in cōprehensione distantiaꝝ ipsaꝝ stellaꝝ, nam formæ harum distantiaꝝ nō diuersant̃ apud uisum in diuersis temporibus, sed sunt semper eodem modo se habentes, & uisus assimilat ipsas distantijs rerum assuetarum, quæ maxime distant à uisu super superficiem terræ ipsius, patet ergo propositum.

LV.

Scintillatio accidit semper omnibus stellis fixis propter diuaricationem formæ in loco imaginis ex motu subiecti corporis accendentem.

Quoniam em̄ ut patet ex p̄missis 5. theorematibus, locus imaginis formæ cuiuslibet stellaꝝ erit in conuexo aeris uel ignis sub concauo cœli infimi ignem continentis. Horū aūt elemētoꝝ quodlibet mobile est se ꝑ motu recto, utpote sursum ꝓpter leuitatē quæ est in illis, mouetur aūt per accidens motu circulari una cū motu diurno cœli, propter formā stellaꝝ ipsis incidentē necesse est diuaricari & distrahi, sicut ipsa forma uidetur aliqualiter locū mutare ꝓpter motū corporis in quo uidet̃, nec est diuersitas in isto siue lumen stellaꝝ ꝑ se ipsum diffundat̃, siue fiat hoc ꝓpter reflexionē luminis solaris à

stellis. Semper em̃ tam lumen per se diffusum à corpore luminoso, q̃ lumen ab alijs corporibus diffusum, q̃n per refractionẽ uidetur fit debilius per 10. huius, unde cum habet locum imaginis in corpore mobili diuersis motibus, aut uno motu forti necesse est formam illã debilitatã diuaricatã & distinctã uideri ꝓpter motum corporis subiecti, in q̃ uidetur, unde in his talis refractio luminis nõ est causa, & huius simile est in aqua uelociter currẽte, à cuius superficie formæ stellarũ reflexæ uident̃ plus scintillare q̃ in ipso loco suæ imaginis refractæ ꝑ aerẽ uideant̃, q̃n ꝓpter motũ aq̃ distrahit̃ forma reflexa, & mutat̃ loc9 imaginis reflexæ, ꝓpter q̃d & stellarũ formæ plus moueri uident, & ideo apparẽt ampli9 scintillãtes. Similiter q̃q; formæ stellarũ ĩ loco suæ imaginis tẽpore uẽtorũ ꝓpter maiorẽ motũ corpis medij plus scintillãt. In planetis uero nõ semꝑ accidit scintillatio, q̃ñ licet plus scintillant, & in eis sit idẽ locus imaginis, & ipsorũ formæ propter refractionẽ debilitent̃, tñ propter ꝓpinquitatẽ ad nos uidentes nõ accidit eis multa debilitas, quia minor fit in eis refractio per 13. huius, ꝑueniunt ergo formæ ipsorũ fortes ad uisum, unde & locum imaginis suæ, q̃uis corpus subiectũ moueatur, penetrent immote & sine omni diuaricatione, nisi forte aliq̃d corpus grossius aere uisibus & planetarum formis interponat̃, utpote uapor aquaticus grossus, tunc etem̃ propter incertitudinem motus illius uaporis, præsertim cũ à uentis agitatur, formæ planetarũ quasi scintillantes perueniunt ad uisum, & ex hac causa aliq̃ñ & ipsam solẽ uidemus scintillantem in mane cũ fuerit in ortu suo uisibilis secundũ spirituum uisibiliũ resolutionẽ, propter quorũ resolutionẽ & motũ, sol semper aliquãdiu aspectus uidet̃ scintillare & moueri forma eius, q̃m recipit̃ in spiritibus motis, qui propter uictoriã luminis cum fuerint in fine suæ corruptionis ab actu uisiõis mutati, rarificant̃ suꝑ suæ naturæ cõsistẽtiam, unde mouet̃ motu sibi improportionato & insolito, fiuntq; causa motus formæ uisæ, & tũc uidet̃ forma rei uisæ scintillare, sicut etiã accidit cũ à corporibus politis fit fortis reflexio luminis ad uisum, tunc em̃ ꝓpter improportionẽ illius luminis ad spũs uisibiles fit motus illorũ spirituum, & uidentur formæ illorum corporum scintillantes & motæ, quia recipiuntur in corpore cõmoto. Sic itaq; scintillatio semꝑ accidit omnibus stellis fixis, q̃m causa illius est ꝑpetua. s. diuaricatio formæ suæ in loco imaginis accidens ex motu subiecti corporis. In planetis uero scintillatio accidit ut raro, quia causa eius est eueniens ut raro. In alijs uero corporũ formis, quarũ excellentia corrumpit sensum, non est propríe scintillatio, siue illa corruptio fiat per simplicẽ luminis immissionem, uel per reflexionem à corporibus politis, quia illa scintillatio non accidit sensui ut est suæ propriæ dispositionis, sed ut est infimæ suæ corruptionis. & em̃ si habentibus in oculis formam rei motæ, aut etiam mouentibus, omnia moueri uideant̃ ꝓpter motum spirituũ, sine regimine animæ discurrentiũ, non propter hoc differunt formæ rerum omnium scintillare. patet ergo ꝓpositũ. Et quia secundũ præmissos refractionũ modos passiones uisibilium infimorum & supremorũ transcurrimus, restat ut refractiones quæ in medijs accidunt corporibus aliqualiter pertractemus, utpote illas quæ in uaporibus medijs occurrunt.

LVI.

Non aggregatis radijs corporis luminosi in corpore non luminoso plus q̃ in medio lumine sensibilius fieri est impossibile.

Quod hic proponitur patet, quia lato lumine per aliquã partẽ medij, uniformis erit extensio radij secundũ lineam rectam per primam huius secundi, unde si non aggregentur radij in corpore aliquo occurrente ipsis radijs luminis, non erit plus sensibile lumen in illo corpore q̃ fuerit in alia parte medij, per quam ferebatur secundum extensionem ad motũ linearũ rectarum, lumine em̃ inæqualiter lato ꝑ unum corpꝰ, & aliud, nisi fiat aliqua diuersitas ipsius luminis, nõ magis in uno q̃ in alio corꝑe sentiet̃, alijs circũstantijs in uisu & remotione existentibus æq̃libus, q̃d si fiat diuersitas luminis in radijs respectu diuersorũ corporũ, ut patet ꝑ 4. huius, tũc in eo corꝑe in q̃ magis radij disgregant̃ minus luminis apparet. Si ergo ĩ aliq̃ corꝑe pl9 luminis apparebit, necesse ẽ ĩ illo corꝑe radios plus aggregari, patet ergo q̃d nõ aggregatis radijs corꝑis lumĩosi in corpore nõ luminoso

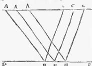
noso

noso plus ꝙ in medio lumẽ sensibilius fieri in aliquo corpore ꝙ sit in medio unius diasoni impossibile est. Ex quo patet, quod si radij in aliquo corpore plus aggregentur ꝙ in medio, quod in illo corpore lumen sensibilius ꝙ in medio apparebit, & secundum quantitatem aggregationis radiorum lumen uidebitur intendi.

LVII.

Radios corporis luminosi per reflexionem uel refractionem aggregari palàm est.

Istud patet per hoc, q̃m cum radius reuerberatur uel reflectitur ab aliquo corpore, tũc quia per 20. quinti huius, angulꝰ incidentiæ est æqualis angulo reflexionis, & radius incidens & reflexus sunt in eadem superficie, ut patet per 25. quinti huius. In superficie ergo eadem radij duo ad æquales angulos incidentes reflectuntur & uniunt̃ sic ut fiant unum, aggregant̃ ergo, quia duo obtinent unum locum, imò minus unũ. Verbi gratia, sit ut in superficie una reflexionis quæ sit a b c, incidant duo radij à diuersis partibus diametri corporis luminosi. s. a & c, ad unum punctũ corporis in q̃ fit reflexio, quod sit b, & sint anguli incidentiæ æquales, producta ergo à puncto b, linea in dicta superficie ad utramq; partem. s. ea quæ est communis sectio sup̃ficiei reflexionis & superficiei corporis à quo fit reflexio, quæ sit d b e, erit angulus incidentiæ qui est a b d, æqualis angulo reflexionis, qui est c b e, per 20. quinti huius, sed & secundum angulum incidentiæ qui est e b c, fit reflexio radij c b, ergo radius b a, reflexus, & radius c b incidens, efficiuntur unus radius, & radius b c, reflexus, radius quoq; a b, incidens efficiuntur unus. Sic autẽ est de alijs omnibus qui incidunt secundum pyramidem, cuius conus est in aliquo puncto corporis, à quo fit reflexio, & basis in corpore luminoso, patet ergo quod ad minus omnes illi radij in se duplicantur, unde cum ipsi sint infiniti, q̃m solum sunt entes in potentia in continuo, & tales pyramides sunt tot quot sunt pũcta in corpore à quo fit reflexio, patet quod ipsi per reflexionẽ aggregãtur.



Sed & per refractionem in medio secundi diafoni lumen aggregari per experientiam sensibiliter adhibitam patere potest. Cũ enim ostensum sit quod in medio secundi diafoni densiori aere à parte opposita superficie incidentiæ semper fit radiorum aggregatio, imò concursus in punctũ unum, & ibi lumen & calorem generant, imò quod ignitionem efficiunt in corpore inflammabili cui immorantur, ut patet per 46. huius. Refractio itaq; lumen generat, quoniam adunat radios. Sed & in superficie à quo fit refractio in profundum corporis densioris diafoni radius incidens & refractus, qui in medio unius diafoni producti, essent linea una, angulũ refractionis constituunt. Suntq; per 46. secundi huius, in una superficie quæ dicitur superficies refractionis, est semper orthogonalis super superficiem corporis in quo fit refractio per 2. huius, unde tales radij omnes sic sibijpsis incidentibus quando sunt refracti uicinantur & aggregantur secundum diafoni secũdi dispositionẽ angulo refractionis ad angulũ incidentiæ suæ uariato. In grossiori enĩ uel densiori diafono radius non perpendicularis magis debilitatur, unde ad perpendicularem uehementius refrãgitur & in uiciniorem punctũ axis cadit, angulus ergo fit acutior angulo incidentiæ suæ respectu eius, si secundum idem punctum radius subtilioris diafoni incidisset, & ob hoc, q̃m angulus ex omnibus refractis radijs cum linea, quæ est communis sectio superficiei refractionis, & superficiei corporis in quo fit refractio, est minor in corporibus densioris diafoni ꝙ minus densi, patet quod in corporibus densioribus & radij plus aggregantur ꝙ in minus densis, per 8. huius, fit itaq; illorum radiorum aggregatio quandoq; propter lucis reflexionem ad punctum unum Mathematicum uel naturalem, ut in nono libro huius scientiæ per specula comburentia ostendimus fieri aggregationem radiorum, & in alijs libris ubi de talibus sermo fuit. Fit etiam hæc aggregatio quandoq; per refractionem, quoniam radij secundũ æquales angulos incidentes per 8. huius, secundum æquales angulos refranguntur, & quandoq; cõcurrunt in puncto uno, ut patet per 46. huius, semper aũt in talibus & radij reflexi & refracti

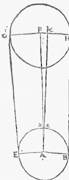
fracti quodammodo in eadem parte medij se duplicant, unde faciunt maius lumen, aggregatis autẽ per refractionem radijs, ut patet ex præmissis, tunc illo existente in loco aggregationis lumen generatur, & quandoq; in corporibꝰ diafonis superficiem leuem habentibus densioribus aere propter leuitatem superficiei lumen incidens ab ipsis reflectitur, ut ostendimus per 1. quinti huius, tunc propter reflexionem lumen aggregatur, & item quia in illis corporibus propter diuersitatem densioris diafoni fit luminis refractio ad perpendicularem intra corpus, ut patet per 4. huius, tunc in periferia cuiuslibet superficiei refractionis propter acutum angulum refractionis ipsis ad inuicem radijs uicinatis fortificatur sensibilitas luminis, quãdo ergo superficies talium corporum sunt leues ut politæ per naturam, tunc licet in ipsis fiat refractio, ab eorum tamẽ superficie fit etiã reflexio radiorum, licet debiliter, & ꝓpter hoc duabus his causis concurrentibus in superficie corporum talium lumen aggregatur, & apparent corpora plurimum luminosa, quamuis magis densa magis appareant luminosa. Non sunt autem modi alij aggregationis radiorum quàm reflexio & refractio, ad hos enim ut ad primos, si qui alij modi apparuerint, radialiter reducuntur, patet ergo propositum.

LVIII.

Sine oppositione corporis densioris q̃ꝫ sit medium proximum radijs corporis luminosi ipsorum radiorum reflexionem uel refractionem uel maiorem sensibilitatem impossibile est fieri.

Istud patet per hypothesim, qm̃ radij cuiuslibet corporis radiosi sunt in se semper luminosi & uniformes, si ergo medium per quod feruntur sit uniforme, nunq̃ꝫ reflectuntur uel refrangentur, sed semper ferentur in continuum & directum, ut patet per 1. secundi huius, nec lumen propter eorum dispersionem aggregabitur ut uincat lumen quod ex æquali diffusione luminis receptum est in oculo uidentis, nec etiam ad uisum fiet reflexio, nec refractio in partem oppositam ad axem pyramidis uisualis, nec lumen uel sensibilitas luminis maior efficietur, patet ergo propositum, quoniam sine oppositione corporis densioris q̃ꝫ sit primum medium per quod fertur radius corporis luminosi, ipsorum radiorum reflexionem uel refractionem fieri non est possibile, qm̃ omnis reflexio uel refractio semper fit ab aliquo talium corporum, ut est habitum ex præmissis.

LIX.



Quantitatem arcus circuli magni terræ secundum quẽ illuminatur à sole possibile est declarari.

Supposito ex his quæ alibi declarata sunt per antiquos & nos, quod corpus solis sit maius corpore terræ, palam per 27. secũdi huius, qm̃ sol aspicit terram secundum superficiem terræ maiorem medietate superficiei ipsius terræ. Sit itaq; circulus secundum quem terra illuminatur à sole, qui b c d e, cuius centrum sit a, & sit circulus maior solaris corporis, qui g h, cuius centrum sit f, ducanturq; lineæ contingentes utramq; horum circulorum qui sint b h & c g, proportio itaq; b c d e, terræ, est illuminata à sole qui est maior hemisperio, ducantur itaq; lineæ a b & f h, quæ erunt æquedistantes per 28. primi, qm̃ utraq; ipsarum est perpendicularis super lineam b h, utrosq; circulos contingentem per 17. tertij, & quoniam linea h f, est maior q̃ꝫ linea b a, ut patet ex suppositis, resecetur à linea f h, æqualis lineæ a b, per 3. primi, sitq; h k æqualis ipsi a b, & ducatur linea a k, eritq; per 33. primi, linea a k, æquedistans lineæ h b, ergo linea a k est perpendicularis super lineam f h, & quia linea f h, est 5. partes & medietas partis ferè, secundum quod linea a b, est pars una, ut demonstrauimus est in Astronomicis, remanet linea k f, 4. partes & media. Per eandem quoq; uiam Astronomicam ostensum est, quod secundum quantitatem, qua semidiameter terræ est

pars

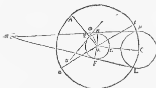
pars una,linea a f,est partes 1210.cum sit distantia solis à terra in medijs longitudinibus eius. Si ergo secundum quantitatem qua linea a f,est 1210,partes,linea f k,est 4. partes,& medietas partis,erit secundum quantitatem qua linea a f est 120.partes,linea f k,29.minuta,12.secunda,& secundum quantitatem qua linea a f,est 60.partes,linea f k,est 14.minuta & 36,secunda,circumscripto ergo circulo in trigono orthogonio. q est f k a,per 5.quarti,erit arcus quem subtendit corda f k,quasi 13.minuta,& 56.secunda,ergo per ultimam sexti,erit angulus b a f,13.minuta,& 56.secunda. secũdũ quod angulus rectus est 90.partes,arcus ergo c d,13.minuta,& 56.secunda,secundum quod arcus b c,est partes 90.per ultimam sexti,quoniam angulus b a c,est rectus per 34.primi, angulus enim k h b, est rectus, totus ergo arcus b d, erit 90.partes,13. minuta, & 56. secunda.Sed arcus d e,est æqualis arcui d b,totus ergo arcus b c d e,est 180,partes,27.minuta,& 52.secunda, quod quærabamus.

LX.

Summorum uaporum consistentiam ad quantum possint eleuati pertingere,possibile est inueniri.

Ad hoc quod hic proponitur demonstrandum,utemur consuetis in scientia astrorum,ut in præcedenti,Sit itaque per 69.primi huius,circulus secundum quem superficies plana transiens centrum solis & terræ,secat terram circulus a b c,& sit locus uisus a, & sit linea d a e,contingens circulum,& quoniam angulus contingentiæ est indiuisibilis, quia est minimus acutorum per 15.tertij,tunc patet quod uisus non cadet sub linea d a e,sed tantum super illam,& quoniam,ut patet per 27.secundi huius,umbra terræ est pyramidalis. Sit illa pyramis umbræ terræ,ante crepusculum matutinum, quando primo uidetur aer albescere in mane,c f e g,cuius uertex sit f,aer itaque cadens intra hanc pyramidem non illuminatur à sole, sed radius solaris cadit super omnem aerem, qui est extra hanc pyramidem, quoniam illum non impedit per obstaculum terræ, non tamen uidetur usui illuminatum hoc quod est extra hanc pyramidem, quoniam ut patet per 54.& per 56.huius, non fit luminis reflexio ab aere puro & subtili. Tria sunt ergo quæ in hac dispositione res faciunt non uideri, ut si cadant sub linea contingente,& per uisum transeunte,uel si cadant intra superficiem conicam pyramidis umbræ terræ, uel si tanta sit subtilitas materiæ corporum mediorum,ut ab ipsis non fiat reflexio ad uisum,sit quoque ut linea e a d,contingens terram in puncto a,centro uisus,secet superficiem pyramidis illius umbræ in puncto extra pyramidem,quod sit punctum e,ut propinquum umbræ,aer ergo qui est apud punctum e, est inuisibilis,non quod cadat sub linea terram contingente, quoniam ille aer est in superficie horizontis,nec quod cadat intra superficiem pyramidis umbræ terræ,quoniam est extra illam ,sed manet inuisibilis propter subtilitatem materiæ suæ,quia non habet mixtionem uaporis densioris aer à quo reflectatur lumen solis ad uisum,ut patet per 56.huius,imaginemur ergo moueri solem usque ad principium crepusculi matutini,& quoniam uertex pyramidis umbræ terræ ad locum nadir solis semper procedit,ut patet per 27.secundi huius,& ex causa eclypsium lunarium patet, quod illa pyramis omne corpus medium habet necessario transire. Sit ergo tunc pyramis umbræ terræ h i k,cuius uertex sit h,quæ interfecet lineam e d,quæ est diameter horizontis in puncto m,In hoc itaque puncto m, ex significato ipsius nominis crepusculi

primo uidebitur reflexum lumen solis, ut fiat sensibile, hoc autem necesse est accidere ex densitate aeris inspissati per naturam uaporum, quia ab aere simplici non fit reflexio, ut patet ex præmissis huius libri propositionibus, & per primam secundi huius, punctum ergo m, est punctum altissimum in quo consistit eleuatio uaporum aerem inspissantium. Describatur quoq; consequenter circulus altitudinis pertransiens centrum solis in hora diei crepusculi, qui sit a b c d, qui per 69. primi huius, secabit sphæram terræ secundum circulum, qui sit e f g h, cuius centrum sit k. Sitq; linea à centro terræ ad cenith capitum ducta, quæ sit a e k, sitq; linea b k d, perpendicularis super lineam a k, semidiametrum circuli altitudinis. Eritq; linea b k d, diameter cuiusdam circuli, cuius sup̃ficies per 18. undecimi, erit erecta super superficiem altitudinis secans sphæram terræ in duo hemisphæria, nec est differentia sensibilis superficiei huius circuli à superficie circuli horizontis. Sit itaq; corporis solis centrum in puncto c, eritq; per attentionem Astronomicam, scilicet instrumentalem armillarum uel astrolabij, uel tabularum, totalis arcus b c, quo distat centrum solis ab ipsa superficie horizontis ferè 19. partes, secundum quod circulus altitudinis est 360. & quoniam diameter solis est quinquplus diametro terræ & eius continens medietatem, fiat circa centrum c, circulus l m, secundũ diametrum quintuplam & medietatem continentem lineæ e k, quæ est semidiameter terræ. Erit quoq; ut patet ex præmissis circulus l m, maximus circulorum corporis solaris, producaturq; linea c k, à centro solis ad centrum terræ secans superficiem terræ in puncto g, & quoniam longior radius à corpore solis exiens, & ad terram pertingens quasi linea contingens est per 16. secundi huius, ducantur duæ lineæ contingentes ambos circulos, solis scilicet & terræ, qui sunt l f n & m h n, secundum quas lineas per 27. secundi huius, cõtinentur illuminatio solis & umbra terræ, producatur quoq; linea contingens circulũ terræ in puncto e, quæ sit p o, secetq; lineam m h n, lineam p o, in puncto q. Eritq; punctũ q, locus luminosus in tpe crepusculi, & quoniam pũctus n, qui est uertex pyramidis umbræ, quia semper est in nadair solis, secundum motum solis declinat, & partibus suæ basis uicinus uelocius mouetur, patet quod primũ in quod radius solis cadit extra pyramidem, est summitas uapor eleuatorũ à terra & aqua, producatur ergo linea k r q, à centro terræ ad summitatẽ uaporum, signeturq; punctus r, in sup̃ficie terræ, & ducatur linea k f. Eritq; arcus f g h, pars terræ illuminata, cuius quãtitas, ut patet per p̃missam, est 180. partiũ, 27. minutorũ & 52. secundorũ, secũdũ quod totus circulus e f g h, est 360. partes. Erit medietas ipsius quæ est f g, partes 90. & 13. minuta, & 56. secũda, hæc est ergo quãtitas anguli f k g, secundum qđ 4. recti sunt 360. partes, sed angulus b k c, ex p̃missis, & p̃ultimã sexti, est 19. ptes, quoniam est angulus crepuscularis. Remanet ergo angulus e k h, 18. ptes, 46. minuta, 4. secunda, & quoniam linea q e, est æqualis lineæ q l, per 58. primi huius, quoniam ab uno puncto ducant eundẽ circulũ cõtingẽtes, erit p̃ 8. primi, angulus q k e, æqualis angulo q k h, erit ergo angulus q k e, 9. ptes, 23. minuta, & 2. secunda, & quoniam angulus k q e est rectus p̃ 17. tertij, erit angulus k q e, p̃ 32. primi, cõplementum unius recti, hoc est 80. ptes, 36. minuta, & 58. secunda, prout 4. recti ualet 360. ptes, & secundũ qđ duo recti ualẽt 360. ptes. Erit ergo angulus k q e, 161. ptes, 13. minuta, & 56. secũda, circũscripto ergo circulo ipsi trigono q e k, erit arcus quẽ subtendit linea k e, 161 ptes, 13. minuta, & 56. secũda, corda ergo eius q̃ est linea k e, erit 118. ptes, 23. minuta, & 20. secũda, 18. tertia, secundũ quãtitatẽ q̃ diameter q k, est 120. ptes, & secundũ quãtitatem qua diameter q k est 60. erit corda k e, 59. partes, 11. minuta 40. secunda, 9. tertia, ergo secundum quantitatem qua linea k e, est 60. erit linea k q, 60. partes, & 48. minuta, & quinquaginta secunda, ablato itaque à linea k q, paribus sexaginta, quæ est quantitas



titas

titas lineæ q r, semidiameter terræ, remanet linea k q, quæ est summa uaporum eleuatio 48. minuta, & quinquaginta secunda, secundum illam quantitatem qua diameter terræ est 120. partes, & quoniã secundum Cosmographos maximus circulus terræ secundum miliaria est notus, ergo secundum illum quantitas diametri est nota, ergo & linea r q est nota, & hoc est propositum. Est autem secundum computationem Abbomadi ex miliaribus, quibus terræ circunferentia est 24000. miliaria, linea r q, 51. miliarium, 47. minuta, & 34. secunda, & 31. tertium sunt ferè. Summa ergo ad quod eleuãtur uapores secundum ipsorũ consistentiam minus ꝙ 52. milia passuum, ut patere potest ꝑquirenti.

LXI.

Ab aqua & aere denso & uapore rorido reflexionem radiorum corporis luminosi fieri manifestum est.

Istud in politis corporibus, & ut in speculis & similibus sensus cõperit, nosq; in pluribus præmissis huius scientiæ libris istud sumus cum amplitudine studij persequuti. In aqua uero soli exposita patet, quia radius in parte soli opposita uidetur, & maxime si locus oppositus sit obscurus, hoc autem fit per reflexionem. In aere etiam aliqualiter densiori idem euenit, ut quando inspissatus est & consistens quasi in nubem, tunc enim ab ipso fit luminis reflexio, ut apparet in crepusculis serotinis & matutinis. Huic etiam attestatur quod tempore pluuiali radij solis sæpe in aere disperguntur, & nix tenuiter ad terram pertingit propter humiditatem & grossiciem aeris contrapositi ipsi soli, hoc etiam patet, quoniam in aere modicæ densitatis in hyeme maxime flante austro circa lucernas frequenter uidetur lumen reflecti secundum formam circularem, & maxime uisibus humidis ad quos de facili fit luminis reflexio & formarum, cum uirtus uisiua propter debilitatem organi debilitatur, sic quod non potest densitatem modicã aeris penetrare, sed ad uisum forma rei uisæ refrangitur ab aere modicæ densitatis, sicut ad uisus fortes refrangitur solum ab aliquo solido peruietatem non habente, unde etiam in uisu aliquis debilitatus & nõ acute uidens propter ophtalmiam uel propter aliud, uidet quandoq; imaginem suã in aere grosso ante se, sicut in speculo, stantem contra se, & ambulantem cum ipso quando ipse ambulat, & respicientem ad ipsum, & sic quidam notus meus post plurium noctium uigilias cum compulsus nocte sequenti equitaret, formam suam hoc est uirum alium secum equitantem uidit, cũ transiret quãdam aquam, circa ꝙ grossus fuit aer, & cum staret stetit & ille alius, & omnia opera ipsius faciebat, cum aũt ad aerem serenum uenit ille notus meus, tunc socius eius disparuit, quia non fuerat nisi forma sua. Et sicut uisui debili error accidit, nec mirum, quia & quandoq; sanis uisibus hoc accidit ab aere spisso & longe distante, sicut etiam auxilio speculorum, ut in ultima septimi huius ostendimus, posset fieri, quod aliquis imaginem propriam uel aliam non in speculo sed extra speculũ uideret in aere in loco imaginis, qui per industriam posset ad locũ certum uariari. In uapore etiã rorido fit reuerberatio luminis, quãdo incipit uapor aqueus dissolui in guttas, quia quælibet suarum partiũ fit quasi speculũ, & ob hoc lumen reflectitur ab ipso, & istud apparet in aqua guttatim sparsa, quoniam ab illa lumen etiã ad partem oppositam reflectitur, & sic post reflexionẽ coloretur, patet ergo propositũ.

LXII.

A superficie aquæ & aeris densi, & uaporis roridi, & similibus refractionẽ fieri ad perpendicularem patens est.

Quod hic declarandum proponitur, patet per 4. huius, sed etiã experimentis cõprobatur, & hoc est uniuersale, quando forma rei uel radius per mediũ rarius ad densius diafonum procedit, tunc enim semper in medio secundi diafoni fit refractio ad perpendicularem. uerbi gratia, exposita aqua in uase soli in fundo uasis uidebuntur radij aggregati, lucescente etiam sole super aerem densum uisui & soli interpositi, quandoq; lux aggregatur, & maior calor peruenit in nobis, quamuis multa pars luminis superius ad nubes uicinas reflectitur, & hoc fit maxime in tempore præcedente tempus pluuiarum, unde post talem improportionatum tempori calorẽ & lumen insolitum sæpius pluuia descen

 dit.

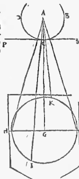
dit. Ex quo patet, quia nube in uaporem roridum resoluta refractio fit radiorum in ipso uapore rorido, & ad nos perueniunt radij solis aggregari per refractionem, patet ergo quod in aqua & in aere denso & uapore rorido quandoque forma uel lumē est in rariori diafono & incidit illis diafonis densioribus, diafonum quoque in quo est uisus non multū differt à diafono in quo fit refractio, tunc fiet refractio sensibilis ad perpendicularem: quod si forma uel lumen sit in densiori diafono, uel ultra densius diafonum uideatur, tunc fiet refractio à perpendiculari, & ob hoc omnia talia uisui apparent maiora sua certa quantitati, ut patet per 40. huius, & ob hoc accidit quod summitates rerū in mari uisarum refractæ uidentur, eo quod forma ipsarum dispergitur à perpendiculari in secundo diafono subtiliori scilicet in aere, & uidentur formæ illorū in concursu lineæ refractæ cū perpendiculari ducta à re uisa ad superficiem aquæ, ut patet per 14. huius, & denarius uidetur positus in uase sub aqua in ea distantia, in qua uisus propter altitudinē perisferiæ uasis sine aqua ipsum denarium directè non uideret, & tunc uidetur etiā maior qm̄ sub maiori angulo uidet. In aere etiā denso, utpote quando Euri flant, & aer humidus fit & ingrossatur, omniū rerum uidentur magnitudines maiores, sol quoque & omnia astra orientia & occidentia propter caliginem aut aerem uaporibus terræ ingrossatum illis uisibus interpositum, uidentur maiora, quàm in medio cœli existentia, ut patet per 52. huius, & hæc est causa temporalis, alia uero est perpetua, quam diximus ibidem, ex hoc etiā peruenit quod si in loco imaginis, uel inter imaginem & uisum ponatur uitrum clarū uel cristallus, ita ut imago reflexa à speculo ad certum locum aeris uideatur per uitrum, tūc eā imago maior uidebitur, & secundum quod media diafona multiplicata à densiori in rarius fuerint, forma se uisibus ita uicinabit, qd' ultimo ipsa per aerem uideatur, tunc forma maxima uidebitur, cuius ratio patet ex præmissis pluribus theorematibus huius libri. In istis enim corporibus medijs omnibus sic dispositis fit refractio à perpendiculari ducta à centro rei uisæ ad superficiem corporis diafoni rem ipsam uel formā refractā continentis. His ergo modis fit in propositis corporibus uel similibus sibi ad uisum refractio, Inter hæc uero maxime fit in aqua, magis autē fit in uapore rorido incipiente aquā fieri q̄ fiat ab aere, nec mirū, quia uapor roridus qui fit tēpore transmutationis nubium ex uapore continuo inguttatim sperisam aquam est grossior aere, unde in ipsa facta refractio plus sentitur, non potest autem tunc figura rei uisæ cuius forma refrangitur distincte ad uisum peruenire propter refractionum multitudinem, sed peruenit uisui tantum aliqua forma rei, sicut patet etiam quod in speculis paruarum partium uel superficierū refractarū alterius super alteram eleuatarum, & si modicæ præeminentiæ sint, ita tamē quod superficies ipsorum speculorum non sint in eadem linea recta uel curua, tunc non apparet rei propria quātitas uel figura, sed apparet rectè color ipsius rei uisæ, cuius forma reflectitur ab ipsis, per quod manifeste patet quod forma corporis luminosi quæ ab aqua uel aere grosso integre, scilicet quo ad figuram & lucem uel colorem reflectitur ad uisum à uapore rorido, sine figura & quantitate certa, sed tantum cum suo colore uel lumine, & ita cum à uapore rorido fit reflexio ad uisum luminis solaris uel stellarum, non uidentur formarum reflexarum figuræ propriæ, sed tantum formæ luminis reflexi, patet ergo propositum.

LXIII.

Omnis corporis sphærici luminosi irradiationem in corpore cuius superficies æquedistat superficiei cōtingenti corpus radiosum sphæricum in puncto ubi perpendicularis ductā à centro corporis sphærici super superficiem corporis illuminandi secat superficiem corporis sphærici, possibile est fieri secundum pyramidē rotundam, cuius basis est in corpore irradiato, uertex uero in centro corporis luminosi, ex quo patet omnē huiusmodi irradiationem fieri secundum angulos incidentiæ æquales.

Sit corpus radiosum sphæricum, in quo sit circulus magnus qui b c d, & eius centrū sit pun

ſit punctum a, contingatq́ ipſum ſuperficies plana quæ ſit s p in puncto c, & ſit ſuperficies corporis illuminandi à corpore ſphærico ſuperficies g, quæ eſt ex hypotheſi æquediſtans ſuperficiei a p, & ſit linea a c g, ducta à centro corporis ſphærici perpendicularis ſuper ducti corporis ſuperficiem, dico quod irradiationem illius corporis poſſibile eſt fieri ſecundum pyramidem rotundam, cuius baſis eſt in ſuperficie corporis g, uertex uero in puncto a, centro corporis luminoſi. Si enim ꝑpendicularis a g, in centro uel in media ſuperficiei g, non ceciderit, ducatur ad ipſius ſuperficiem g, breuius extremũ linea a f, ſuper cuius terminum in puncto a, conſtituatur angulus ex 23. primi, æqualis angulo g a f, quæ ſit g a h, producaturq́ linea a h ad ſuperficiem g, & producantur in ſuperficie g, lineæ g f, & quoniam duorum triangulorum a g f & a g h, anguli a g f & a g h, qui ſunt ad baſem, ſunt æquales, ex diffinitione lineæ erectæ ſuper ſuperficiem, & anguli g a f & g a h ſunt æquales, & latus a g commune, patet ex 26. primi, quia latus a f erit æquale lateri a h & f h æquale g h, ſimiliter etiam facto alio angulo æquali g a f & g a h, angulus triangulorum qui ſit g a k, productisq́ lineis a k & g k, erit ſicut in præcedentibus, linea a k æqualis lineæ a f uel a h, & erit linea g k æqualis lineæ g f uel g h, cum ergo ex pũcto g, exeant tres lineæ æquales & in eadem ſuperficie, patet ex 9. tertij, lineã f h k, ſecundũ quantitatem lineæ g f à puncto g, productam eſſe circularem, quia itaq; irradiatio fit ſecundum has lineas, ſcilicet a f, a h, a k, & ſecundum alias omnes ducibiles angulos æquales cum linea a g, prædictorum triangulorum angulis qui ſunt ad punctum a, continentes, ut eſt linea a l, & aliæ, patet ex diffinitione pyramidis rotundæ, qm̃ fit irradiatio ſecũdum pyramidem rotundam, fit enim ſecundum figurã quæ deſcribi poſſit per triangulũ d g f, orthogonium, latere a g, fixo manente, & a f & g f, lateribus reuolutis ad locum unde inceperant moueri, & ex præmiſſis patet, quoniam huius irradiatio ſemper fit ſecundum angulos incidentiæ æquales, patet ergo propoſitum. Si dicatur quod etiam fit irradiatio extra hanc pyramidem, hoc eſt uerum, ſed quia natura lucis eſt ſemper æqualiter diffundi, ut patet per 20. ſecundi huius, tunc fiet ad omnem partem ſuperficiei g, ſecundum pyramidem uel ſecundum partem pyramidis in ipſa receptam parte alia pyramidis ad ſuperficiem corporis non illuminabilis protenſam, unde ſi pars illuminata extra ſignatam pyramidem modica fuerit, non fiet in ea ſenſibilis irradiatio propter radiorum paucitatẽ, qui ſi magna fuerit cum ipſa ad æquales angulos, multi radij conueniant, tunc irradiatio ſenſibilis erit propter multorũ radiorum concurſum & æqualitatem angulorum, & ſic eſt poſſibile propter lucis unigenitatem irradiationem fieri ſecundum lineam circularẽ quæ ſit terminus baſis pyramidis uel parti baſis. Eodem autem modo demonſtrandũ, ſi ſuperficies g æquediſtet ſuperficiei g p, contingenti corpus luminoſum in b d, punctis, uel in alijs pũctis ſignatis. Vniuerſaliter autem corporum quæ ſplendorem ſenſibilem à corpore aliquo luminoſo accipiunt, oportet quod ſit talis aſpectus ad corpus luminoſum, ut theorema ſupponit, ſcilicet æquediſtantia ad ſuperficiem planam contingentem corpus luminoſum in puncto ubi perpendicularis ducta à centro corporis radioſi ad ſuperficiem corporis illuminandi ſecat ſuperficiem corporis luminoſi, & huius ſignum eſt irradiatio lunæ, quæ nunquã niſi in parte ſoli oppoſita illuminatur, & ſemper medietas illius, ea ſcilicet quæ ſolẽ reſpicit eſt illuminata neceſſario propter naturam præmiſſi aſpectus, aliã uero partẽ irradiatio ſolis niſi forte per refractionem nullatenus attingit, & quoniam pyramides uerticem habentes in centro corporis luminoſi, ad infinitas baſes in corpore irradiando una baſe alteri inſcripta applicantur, ideo tota ſuperficies irradiati corporis corpus luminoſum aſpiciens multiformiter irradiatur, & augmentatur irradiatio, quoniã



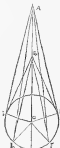
oportet

oportet ut tale corpus sit densius medio per quod lumen uenit ad ipsum, oportet enim quod tale corpus habeat aliquid densitatis, unde si lumẽ nihil haberet resistentiæ trãsiret nec corpus pertransitum irradiaret, aut etiam in ipso non fieret reflexio uel refractio per 56. huius, & quoniam per reflexionem radij aggregantur, & similiter per refractionem ex 55. huius, tunc per 54. huius, radijs non aggregatis plus sensibilis non fieret irradiatio quàm in medio, nũc autem irradiatio in theoremate supponitur, patet ergo quod oportet corpus irradiatũ esse densius q̃ sit corpus propinquũ corpori luminoso, & exẽplariter uero hic declarari potest per hoc quod in 37. secũdi huius ostendimus, quia si p foramẽ rotundũ penetret radius solis, statim in corpore opposito ad basem applicat̃, & in formã pyramidis lumen figurat̃. Signũ ergo est quod in quolibet radio corporis luminosi idem fiat, qui cũ sint naturæ homogeneæ, eadem est natura in toto & in parte, et ad minus si illud nõ sit necessarium semp̃ fieri, est tñ possibile fieri ut proponitur, patet ergo intentum.

LXIIII.

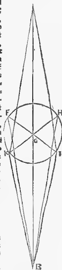
Si ad idem centrum uisus ab aliqua superficie fiat luminis refractio uel reflexio, necesse est extremum illius luminis superficiei uisus circulariter secundum rotundam pyramidem incidere, ex quo patet tunc centrum corporis irradiantis, & centrum uisus centrumq́ circuli basis pyramidis irradiationis refractæ uel reflexæ in eadem recta linea consistere oportere.

Supposito quod aliquod corpus irradiatum sit inter uisum & inter corpus luminosum irradians, & sit illud medium corpus diafonum, ita quod radij refracti in centro uisus ualeant aggregari, aliter enim non uideretur irradiatio. Sit quoq; centrum corporis irradiantis a, superficiesq́ corporis irradiati sit f h i k, perpendicularis ducta à centro corporis luminosi super illam superficiem sit a g, & ducantur lineæ a f, a h, a i, a k, & lineæ g f, g h, g i, g k, & sit centrum uisus b, ducanturq́ lineæ b f, b h, b z, b k, b g, quoniam itaq; ut patet ex hypothesi lumen corporis irradiantis per refractionem uidetur in puncto b, & per tertiam huius, perpendicularis non refrangitur, sed transit ad angulos rectos ut incidebant ad lineas f g, h g, i g, k g, & in uno pũcto, ut in cẽtro oculi cõcurrunt plures radij refracti, qui oblique incidunt illi superficiei ex hypothesi, qua autẽ ratione aliquis radius refractus peruenit ad centrum uisus, eadem ratione omnes radij incidentes superficiei corporis f h i k, secundum circulum, cuius centrum est punctum g, refracte perueniunt ad centrum uisus, ut patet in 46. huius, sunt eñ illi anguli incidentiæ omnes æquales, ut patet per præmissam, ergo & anguli refractionis omnes erunt æquales per 8 huius, in centro ergo unius uisus nulli radij extremi cõcurrunt, nisi qui refrangũtur secundum angulos æquales, sic ergo ut sit illa refractio secundum aliquos angulos extremos qui sint b f g & b h g & b k g & b i g, erunt ergo illi anguli æquales, sed & anguli ad pũctũ sub linea b g, & sub lineis f g, h g, i g, k g, sunt æq̃les, quia sunt recti, sunt ergo trigona b g k, b g h, b g k, b g i, æquiangula per 32. primi, ergo per 4. sexti, ipsorum latera sunt proportionalia, sed latus b g est æquale sibijpsi, cum omnibus sit illis trigonis commune, latera ergo b f, b h, b k, b i, sunt æqualia inter se, & latera g f, g h, g k, g i, sunt inter se æqualia, ergo per nonam tertij. linea h f i k, est periferia circuli, cuius centrum est punctum g, & sic describitur in oculi superficie, fit ergo pyramis refracta, cuius uertex est in puncto b, à centro uisus, & eius basis est in illuminata superficie, estq́; alia pyramis illuminationis, cuius uertex est in pũcto a, centro uisus, & eius basis est etiam circulus f h i k, patet ergo quod istarum duarum pyramidum lineæ g f, g h, g i, g k, sunt in eadem superficie ut prius, quoniam ab eisdem lineis in quas radius incidit etiam refrangitur, una est ergo superficies communis terminans istas duas pyramides quæ est circulus f h i k, & est basis ambarum illarum pyramidum, patet etiam hoc ex 5. undecimi, quia illæ lineæ



secũdum

secundum unum punctum qui est g, cum linea b a, angulos rectos faciunt, angulus enĩ f g b est æqualis angulo f g a, quoniam uterq; ipsorum est rectus, ex eo quod suppositũ est angulum a g f, esse rectum, eritq; superficies in qua sunt lineæ f g, h g, i g, orthogonaliter super superficies omnis refractionis, patet ergo unum propositorum. Quod si centrum uisus fuerit inter corpus irradiatum, & corpus irradians constitutum, tunc eadem dispositione manente, nisi sole puncto b, inter a & g, puncta cõstituto, patet propositũ, ex eo quod tunc corpus irradiatum non uidetur nisi per reflexionem luminis recepti à corpore luminoso, & semper angulus incidentiæ erit æqualis angulo reflexionis ꝑ 20. quinti huius, quia angulus extrinsecus angulo a g f in triangulo a g f, pyramidis illuminationis, erit æqualis angulo b f g, qui fit ad basem trianguli b f g, pyramidis reflexiõis, nec erit possibilis uisio irradiationis nisi in puncto axis pyramidis illuminationis, ubi secundum æquales angulos reflexi radij à tota superficie illuminati corporis concurrunt. Eruntq; omnes anguli triangulorum pyramidis reflexionis qui sunt ad basem æquales inter se per 20. quinti huius, quoniam anguli extrinseci pyramidis irradiationis qui sunt anguli incidentiæ, omnes sunt æquales inter se, omnes itaq; radij ad uisum reflexi qui sunt in eadem superficie per 6. primi, erunt æquales, & quoniam lineæ f g, h g, i g, k g, sunt æquales, patet per 9. tertij, lineã f h i k, esse periferiam circuli quod est secundum propositum, & quoniam linea b g, quæ est perpendicularis sup illam superficiem, omnibus illis trigonis est cõmunis, & angulus cuiuslibet triangulorum qui sunt ad basem æqualis est, alterius sibi correspõdenti ꝑ 106. primi huius, cũ lineæ f g, h g, i g, k g, sunt ad inuicem æquales, ut declaratũ est prius, & ab ipsis fiet reflexio ad uisum quia erit per radios ab ipsis reflexos pyramis inscripta pyramidi ad eandẽ basem, sed diuersæ altitudinis, quoniam punctum b, qui est centrum uisus positus est esse inter corpus irradians & corpus irradiatum, & erit illa basis communis duabus pyramidibus, scilicet pyramidi irradiationis & pyramidi reflexionis orthogonalis super omnes superficies reflexionis, patet ergo quod correlarie proponebatur per 107. primi huius. Visum est etiam quibusdam ad propositam uisorum circulationem coadunare circulationẽ foraminis lineæ, ac si ad periferiam foraminis solum radij incidãt, & sic in superficie uisus rotundentur, quod & si sit aliquãdo possibile, non tamen est uniuersaliter necessarium, quia etiam cuicunq; parti superficiei uisus radij incidant secundum angulos æquales, semper accidit necessario figuram uideri circularem, per 73. quarti huius. Ex istis itaq; manifeste patet, quia & si tota superficies alicuius corporis irregularis uel regularis rectilinea uel circularis sit irradiata, non tamẽ uidebitur nisi circularis pars eius irradiata, quando per reflexionem uel refractionem uidetur, quia oportet ad hoc quod uisus ipsum iudicet irradiatum, radios plures in cẽtro oculi aggregari; non autem cõcurrunt nisi illi qui incidentes ad superficiẽ corporis irradiati & reflexi ad centrum oculi omnes æquales angulos cõstituunt, tales autem incidunt secundum circulum, faciunt enim pyramidem ut patet ex præmissa, & reflectuntur uel refrangũtur necessario secundum circulum eundem, ergo superficies illius corporis semper uidebitur circulariter irradiata, nec uidebit uisus illã irradiationem nisi fuerit in puncto concursus linearum taliter reflexarum cõstitutus, & propter hoc in eadem superficie irradiati corporis diuersis uisibus diuersi apparebunt circuli, quia eædem lineæ in diuersis punctis nõ concurrunt, sed in uno tantum, & remotioribus maiores apparebũt circuli, scilicet illi quibus ad maiores angulos incidebant radij, & ad maiores reflectuntur uel refranguntur, & sunt exteriores in periferia basis. Sic ergo pyramis interior, scilicet reflexionis uel refractiõis inscribitur pyramidi alteri reflexionis uel refractionis minorem exterius ambienti, centrũq; uisus propinquius superficiei irradiatæ minorẽ uidebit circulum ꝙ uisus remotior, quĩ radij



in minori circulo secundū angulos minores incidunt, & secundū angulos minores reflectuntur p 20. quinti huius, uel secundū minores angulos refranguntur p 8. huius, patet aūt p 106. primi huius, quia secundū q angulus refractiōis uel reflexionis plus minuit, secundū hoc angulus in uisu cōtentus augmentatur, & quia angulus refractionis uel reflectionis semp est acutus rectilineus diuisibilis, propter hoc angulus ad axem semp fit rectus p 89. primi huius. Ex præmissis quoq; patet corporū perpulcrum auxiliū 12. huius, qm̄ em̄ in pyramide orthogonia centrū circuli basis & conus semper sunt in eadem linea, ut in axe in proposito erunt a & g, in axe a g, sed eadem ratione erunt b & g in eadē linea, linea uero l g & g a, cōiunctæ sunt linea una, eo qd' f g, à termino ipsarum exiens cū ambabus facit angulos rectos, quomodocunq; ergo se habeat uisus ad corpus irradiatū, dummodo ad ipsum fiat reflexio uel refractio, patet ꝓpositū, qm̄ semper centrū corporis irradiantis & centrū oculi & centrū circuli basis utriusq; pyramidis irradiationis. f. & uisionis sunt in eadē linea, scilicet axe pyramidis irradiationis, nec aliter est possibile uideri irradiationē.

LXV.

Iridē ex reflexiōe & refractiōe radiorū corpis luminosi uideri necesse est.

Locuturi de iride, de illa principaliter intendamus quæ intersecans horizōtem ad diuersas partes mundi ꝓtenditur, quamuis etiā de alijs quæ illi iridi similia uidenẗ intentionem nō principaliter facturi simus. Quoniā uero iris fit ex multitudine luminis corporis luminosi in uisu recepti, hoc patet sensui; qđ aūt non aggregatis radijs corporis luminosi lumē sensibilius possit fieri in corpore nō luminoso q̄ in medio, p quod prius lumē ferebaẗ, ostensum est p 54. huius impossibile esse, unde patet ex hoc q lumē uigoratur ex aggregatione radiorū corporis luminosi ut sensibilius fiat in aliquo corpore q̄ in medio, quia uero aggregatio radiorū corporis luminosi fiat p reflexionē uel per refractionē q̄ fit in corpore densioris diafoni q̄ mediū, per quod antea ferebatur, declaratū est p 55. huius, patet itaq; generaliter qd' luminis maior sensibilitas per reflexionē uel p refractionē in oībus uisibilibus causaẗ. Quod uero iris specialiter ex reflexione fiat, patet p hoc, quia lumen eius sensibile peruenit ad uisum ut suppositū est in principio libri huius, ostensum est quoq; p 20. quinti huius, quod oīe quod uideẗ per reflexionē, sic uidetur, quod angulus secundū quē forma speculo uel alteri corpori polito incidit, fit æqualis angulo secūdum quem illa forma reflectitur ad uisum, quod etiā patet per 26. quinti huius, ducta ꝑpendiculari à pūcto incidentiæ sup superficiē corporis politi ad q̄ reflexionis anguli referuntur, cōtinet em̄ radius incidens & radius reflexus cū eadem ꝑpendiculari angulos æquales, si itaq; forma iridis fiat in uisu, patet iridem p reflexionē radiorū corporis luminosi ad uisum causari. Quod uero iris per refractionē etiā radiorū corporis luminosi fiat, patet p hoc, quia nō generatur iris nisi in aliqua diafona materia existēte in medio, & ꝓhibente transitū luminis. Iam quoq; dictū est in 4. huius, qd' in corporibus diafonis densioribus primo diafono, & si ab ipsorū superficie fiat reflexio semp tamē fit refractio ad ꝑpendicularem, et sic lumen taliū corporū superficiebus oblique incidens quasi secūdum unam lineā ad duas partes oppositas diuisum ꝓtenditur, fit itaq; p refractionē in talibus corporibus luminis aggregatio q̄ uisui offertur, sicut & quodlibet aliud uisibile, & sicut nubes alba, & lumē ab illorū corporū superficie ad uisum reflexū coadiuuat, ut actū minoris sensibilitatis faciat in uisum, sicut uidemus qd' à corporibus albis q̄ plus habent luminis sensibilior fit reflexio q̄ à corporibus medio colore coloratis, hoc etiā patet p luminis ꝓfundationē in iridis generatione, cū enim ea q̄ solū reflexionē luminis habent tantum in supficie irradienẗ. Materia iridis sensibiliter inuenitur in ꝓfundo irradiata, et ob hoc cōperit Philippus sodalis Platonis, & ut quotidie quoq; circa iridem deambulantibus contingit, & nos ipsi experimento hoc didicimus, iris mutaẗ secundū mutationē uidentis, sequitur em̄ fugientem ab ea, & illū qui ꝓgreditur ad eam fugiens antecedit, & si quis ad dextrū uel sinistrū latus ꝓgressus fuerit, iris ad idem latus uidebitur moueri, sed secundum reflexionem solū uisa fugiunt fugientē & occurrunt accedenti, uidentur enim talia semp in cōcursu lineæ reflexionis ad uisum ꝓgredientis, cū perpendiculari ducta à pūcto rei uisæ sup superficiē corporis à qua fit reflexio formæ uisæ, ut patet p 37. quinti

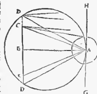
huius,

huius, iris ergo nõ solum uidetur per reflexionẽ, sed etiã per refractionẽ luminis intra corpus à quo reflectitur, quãuis accedenti ad eũdem uel ab ipso elongato ab alijs & alijs superficiebus corporũ lumini obuiantiũ fiat reflexio luminis ad uisum, quoniam fuga iridis ꝓgrediẽti ad eã & sequutio fugientis ab ea, accedit ꝓpter diuersas reflexiões, quæ fiunt ad uisum à diuersis partibus materiæ iridis, scilicet secundũ quod uisus mutat pũcta in quibus ab angulis basis unius pyramidis oẽs radij in centro ipsius oculi cõcurrunt, & quia tales bases sunt infinitæ, & pũcta in quibus eorum radij reflexi in axe colligũtur sunt infinita, patet etiã quod per reflexionẽ multiphariam uidentur irides infinitæ secundũ infinitatem punctorũ in axe pyramidis occurrentis accedenti uel recedenti secundũ lineam eiusdem axis uel etiã à latere eunti secundum mutationẽ axis à centro corporis luminosi per aliũ punctum suæ superficiei excũtis, quàm per illũ quo primus axis exiebat, fit enim uisus ad latera sic mutanti noua pyramis & noua basis, aliudq́ est punctũ superficiei corporis luminosi, per quod uenit radius perpẽdicularis ad superficiẽ materiæ iridis, qui in ipsum cadente centro oculi fit axis pyramidis utriusq;, uidentur itaq; hoc modo irides infinitæ ad quamcũq; differentiã positionis qs uidentiũ motus fuerit, dũ modo cõtra corpus luminosum nõ moueatur, quod etiã si uerũ sit per reflexiõis naturã posse fieri, refractio tñ radiorũ corporis luminosi semper augmentat lumen, ut uideri ualeat sensibilius à uisu, patet enim quod refractio radiorũ corporis luminosi aggregat lumen ut fiat magis uisibile, quoniam ꝓpter refractionem radiorũ circa eandem partẽ medij radius duplicatur. Similiterq; ipsorũ radiorum reflexio lumen aggregat et ad uisũ sensibiliter reducit, iris uero nõ fit nisi ex aggregato lumine, nec fit ex illo nisi occurrat uisui, ergo ad generationẽ iridis refractio radiorum corporis luminosi & reflexo eorundẽ necessario existunt, & hoc est quod in p̃senti theoremate perquirere uolebamus.

LXVI.

In uapore rorido iridem generari necessarium est.

Quod hic ꝓponitur patet, quia cũ iris non fiat sine lumine, immo luminis multitudine, lumen aũt nõ aggregatur nisi ex reflexione aut refractione radiorum corporis luminosi, ut patet p 5. quinti huius, hæc aũt nõ fiãt, nisi tñ fiat obiectio corporis densioris aere per 65. huius, ergo in loco generatiõis iridũ nõ erit ipsius generatio sine corpore irradiali, à cuius superficie possit fieri reflexio & refractio luminis incidẽtis, aliquid uero solidorum planorũ ibi esse est impossibile, sed neq; aquã, quoniam hæc curreret subito ad inferiorẽ locorũ sibi possibilẽ, iris uero aliq̃ tẽpore manet, nec tñ posset in aqua cõtinua figura iridis generari, quoniam lumẽ integrũ reflecteretur à superficie aquæ ꝓpter continuitatẽ ipsius aquæ. Iris q̃ fit in aqua diffusa per remos, fit propter aquæ dispersionẽ, quia tũc remone ꝓ manu utitur nauta aquã rorãs, & ob hoc cũ aqua sic fuerit fusa in ipsa



colores iridis apparẽt, nõ etiã potest esse quod sit aer grossus in quo iris generatur, quoniam impressio luminis in aere nõ efficeret colores iridis, sed faceret quandã albedinẽ, ut apparet in crepusculis maturinis in ipsarum principijs & etiã terminis crepusculorum serotinorum & uniuersaliter in similibus quibuscũq;. Non etiã potest esse uapor cõtinuus, siue sit eleuatus ad generationẽ nubis siue sit in nubẽ cõdensatus. Esto enim quod sit possibile à uapore cõtinuo nubẽ generari, ponatur ergo corpus radiosum cuius cẽtrum sit a, in circulo horizõtis, secetq; ipsum superficies orthogonaliter erecta sup superficiẽ horizontis ꝑ centrũ ipsius corpis, & ducatur in illa superficie secante ꝑ centrũ corpus luminosi linea h g. Huic itaq; superficiei secãti aut æq̃distat uapor cõtinuus iradialis aut nõ. Si æquedistat, sit linea eius superficiei b c d æq̃distans lineæ h g. Incidãtq; sibi radij a b, a c, a d, & sit linea a b, ꝑpendicularis sup superficiẽ uaporis q̃ in se reflectetur ꝑ 21. quinti huius, & reflectentur etiã lineæ a c, a d, qa nõ sunt, ꝑpendiculares, quoniam aũt ãgulus a c b est acut9 ꝑ 32. pri. cũ angulus a b c sit rect9, patet ꝑ 13. pri. quod angulus d c a est obtusus, perpẽdicularis ergo extracta à pũcto c, nõ cõcurret cũ axe a b, ergo nec radius reflexus, cũ ergo centrũ uisus ex 62. huius, necessario sit sitũ in linea

 a b, quæ

a b, quæ est in superficie horizontis, & centrũ uisus sit centrũ horizontis, q̃ sit pũctus f, patet quod lumẽ sic reflexũ centrũ uisus nullatenus attinget, nisi forte radius ille reflexus superficiei alterius corporis plani incidens reflecteretur ad uisum, ergo uapore taliter disposito iris non uidebitur; qđ si uaporis cõtinui superficies superficiei secãtis corpus luminosum nõ æquedistet, sed cũ ipsa cõcurrat, si illæ superficies sub horizonte cõcurrant idẽ accidit impossibile, & eodẽ mõ deducendũ, quia & si hoc modo radios aliquos de sub horizõte ad uisum reflecti sit possibile, nõ tñ uisus illorũ passionẽ aliquã iudicabit, nõ eñi uidenť ea q̃ sub horizonte, cũ horizon sit circulus q est terminator uisus, & cũ superficies horizontis sit obliqua super superficiẽ uaporis, patet qđ radius à cẽtro corporis luminosi perpendiculariť incidens superficiei uaporis cadit sub horizonte, oẽsq; radij nõ perpẽdiculariter superficiei uaporis ultra superficiẽ horizõtis incidẽtes reflectunť ad partẽ contrariã centro uisus in cẽtro horizontis cõstituti, nõ ergo uidebitur iris cẽtro uisus & superficie illius uaporis taliter ad inuicẽ dispositis, qđ si nõ sub horizõte, sed super horizontẽ cõcurrant illæ duæ superficies, una uaporis & alia secãs luminosum corpus, tũc iterũ lumẽ ad uisum reflecti nõ est possibile, ex causis prius dictis. Semper eñi angulus a c d, cũ sit extrinsecus angulo a b c, in angulo orthogonio a b c, erit minor recto per 16. primi, ergo reflexio nunq̃ fiet ad uisum qui est in centro horizontis. Sed etiã dato qđ in aliqua pmissarũ dispositionẽ fiat reflexio ad uisum qđ tñ est impossibile, nõ, ppter hoc iris uidebiť, qm̃ propter uaporis cõtinuitatem fiet luminis multa in superficie uaporis generatio, & erit lumẽ cõtinuũ q̃ ad uisum reflexũ ipsum debilitabiť, nec in, pfundum uaporis ipsum permittet inspicere & dicit uulgus qđ tale lumẽ est sol aqueus, nec habet distinctionẽ aliq̃ colorũ, & etiã si dictæ superficies super horizontẽ cõcurrent, tũc iris reflexa uidereť ad cenith capitis sensibilis secundũ gibbũ circuli q̃ uideť, quod totũ sensui est contrariũ, nec apparet uisui. In tali ergo uapore nõ est cõueniens iridẽ causari. Sed inter uaporẽ aqueum continuum, & inter aquã depluentẽ à nubibus est quoddã mediũ qđ dicitur uapor roridus, & fit qñ frigus condensare incipit uaporẽ aqueũ in formã, ppriã. s. aquæ reducere, tũc eñi condensanť raræ partes uaporis, & fit partiũ uaporis distãtia q̃ rotundari incipiũt, non dum tñ, ppter debilitatẽ agẽtis reducunť ad formã, ppriã quæ sibi det motũ ad inferius, & tũc illæ uaporis particulæ sunt quasi quædã parua specula in qbus solũ apparet color corporis radiosi sine quãtitate et figura ut diximus in 59. huius. Si ergo ad talia corpuscula incipientia rotudari, ppter æqualẽ ex oñi parte uirtutis cõdensantis actionẽ quousq; materia cõdenset, incidat lumẽ corporis luminosi, refrangiť ad posterius ipsius quilibet radiorũ sibi incidentiũ ad lineã perpẽdicularẽ à pũcto incidentiæ sup superficiẽ illius corporis, pductã p 4. huiꝰ, & qm̃ p 72. primi huius, illa ppendicularis trãsit centrũ illius corporis sphærici, patet quod radius refractus oblique cadet super superficiẽ illius corporis oppositã corpi luminoso, & aggregabiť lumen in, pfundo totius cõsistentis istorũ corpusculorum, ppter refractionẽ factam in quolibet ipsorũ, sicut uidemus in cristallo rotũda qm̃ ultra superficiẽ illius posteriorũ fit aggregatio radiorũ in aere ad pũctũ unũ, ut patet p 46. huius, in quolibet aũt istorũ corpusculorũ siue ipsa sint maiora guttis ex ipsis postmodũ uia cõdensationis generatis, nt qñq; possibile est fieri siue p modũ aggregatiõis ex pluribus corpusculis fiat gutta. In hoc eñi q̃ ad iridis ge-

dis generationem nõ est diuersitas, quoniam in quolibet corpusculorũ taliũ semp̃ incidunt radij infiniti, quoniam etiã reflectuntur à superficie ipsorum corpusculorũ secundũ angulos incidentiæ suæ, quos faciũt cũ lineis maiores circulorũ dictorũ corpusculorum in puncto suæ incidentiæ contingentibus, qui anguli diuersi sunt, etiã ob hoc anguli reflexionis efficiuntur diuersi, ut patet per totum sextum librũ huius scientiæ, & radij incidentes facientes angulos cum lineis contingentibus corpuscula prædicta cum lineis signatis in superficie corpus luminosum secante concurrentibus superius horizonte, & intersecantibus axem pyramidis illuminationis ultra punctum b, remotius à corpore luminoso, ut in puncto m, quia anguli tales inter pyramidẽ obtusi sunt, ideo per 33. quinti huius, illi radij sic incidentes ad uisum reflectuntur, & in puncto ubi talium radiorum plurimorũ fit concursus in axe inter corpus luminosum & uaporẽ uisu posito uidetur lumẽ, & quia istorũ corpusculorũ quædã sunt in quo secundũ æquales angulos, ut dictum est, radij incidunt à centro corporis luminosi, tales aũt radij ex omni parte nubis dispersi sunt infiniti, cũ enĩ tota consistentia uaporis sit plena talibus corpusculis, infiniti sunt tales radij in sup̃ficie nubis uel uaporis roridi concurrente, uel etiã æquedistante superficiei secanti corpus luminosum secundũ quod respicit uaporis consistentiã, & in illorum irradiatione pyramis figurat̃, cuius uertex est in centro corporis luminosi, basis uero in consistentia uaporis roridi, & lineæ longitudinis illius pyramidis terminantur ad diuersas p̃tes diuersorũ corpusculorũ, q cũ secũdũ similes angulos suæ incidentiæ reflectuntur ad uisum aliam faciunt pyramidẽ, cuius uertex est in centro uisus, basis uero eadem cum base pyramidis prioris, & est circulus, ut ostensum est uniuersaliter in 62. huius, uidetur aũt illud lumen reflexum cõtinuum ꝓpter uicinitatẽ partium uaporis, & eorum distantiæ insensibilitatẽ à uisu, qui protensus ab illis fallitur ꝓpter sui debilitatẽ, & ob hoc uisus aggregatũ ab omnibus illis corpusculis reflexũ lumen sine cognitione uel perceptione distantiæ partium recipit, & iudicat tanq̃ unum, patet itaq̃ ex præmissis, qđ licet tota cõsistentia uaporis sit radiosa, & forte tota irradiata superficies sit multilatera, tñ semper uidetur circularis, cuius ratio est, quia non uidetur nisi quod de ipso secundũ æquales angulos ad unum punctũ axis pyramidis radialis est reflexũ, quia uero anguli ad basem sunt æquales, latera æquos angulos continentia sunt æqualia p̃ 6. primi, ergo per 65. primi huius, centrũ uisus est polus, & sup̃ficies ad quã illæ æquales lineæ terminant̃ est circulus, & ita uidetur iris circularis. Potest etiam exempli causa idem aliter declarari, ut si ductis tribus lineis uel pluribus à punctis reflexionis orthogonaliter sup̃ lineam ipsi totali consistentiæ uaporis à centro luminosi corporis perpendiculariter incidentẽ, illæ enĩ erunt in eadẽ superficie ex 5. undecimi, erũtq̃ æquales ex 32. & ex 26. primi, ergo in puncto cõcursus earũ in axe, est centrum circuli ex 9. tertij, & quia totius radij partes non ad æquales angulos reflectuntur, non uidet̃ totus circulus radiosus, q̃uis in tota nubis consistentia ubiq̃ lumen existat, radij enĩ qui ad maiores angulos reflectunt̃ q̃ sint anguli radiorũ ad uisum reflexorũ ultra punctũ uisus ad alium locum axis reflectunt̃, radij aũt qui ad minores angulos eis qui ad uisum perueniunt reflectuntur, ad locũ alium axis infra centrũ uisus concurrunt, & sic neutri uident̃, nisi forte ab alijs uisibus in locis suorũ concursuũ existentiũ, & propter hoc accidit moto hoĩe in ante uel retro aliã & aliam iridem uideri, quia semp̃ uisus ꝓgredientis uel recedẽtis mediat in pũcta aggregationis diuersorũ radiorũ, sicut etiã accidit in hominibus diuersis magis uel minus à centro solis secundũ diuersam cenith capitis elongationẽ dispositionis, sub eodẽ tñ existentibus circulo meridiano uel alio circulo altitudinis. Iris itaq̃ ꝓpter has causas uidetur circularis concaua, quia nec exteriores nec interiores radij incidentes superficiei totius consistentiæ roridæ in eodem puncto cõcurrunt ad uisum, unde uisus partes uaporis alias iudicat lumine priuatas, & signum huius est, qđ accidit in superficie plana aquæ, in qua in quolibet puncto est forma solis uel lunæ, uel stellarũ, non tñ uidetur nisi in puncto uel loco uno à quo est possibilis reuerberatio ad uisum, & mutato uidente ulterius alia iterum forma corporis luminosi uidetur à loco alio, à quo est ad uisum possibilis reflecti, & idem uidetur de candela uel lumine aliquo distincto in cultello nouo uel ferreo polito, uel alio, quia semp̃ re immobili existente mutatur forma uisa,

uisu mutato secundũ morum quo possibile est ad oculũ reflecti, & in puncto alio non uidetur, aliud etiã signũ huius est, quia, s. si aliquo existente radio solis per aliũ qui est extra radium transuersaliter spergatur ore uel aliquo alio artificio aqua roratim in radiũ, uisus eius qui est in radio forte non uidebit nisi colorẽ album, cum rũ spargens cui opponitur uapor directus uideat lumen & colores iridis, sed cõfusos, nisi dispositio corpusculorum radiorꝫ sic disponatur, ut possit fieri certa reflexio ad uisum in medio radij existẽtem. Patet itaqꝫ ex pmissis, qm̃ iris in uapore rorido generaẽ. Signum aũt illius est, qa modicũ stat iris, eo quod uapor talis cũ sit ex materia graui, iã ad formã grauis accedẽte stare nõ potest sup superficiẽ horizontis, nisi moueatur ad centrũ grauium, quod est centrum mundi, secundũ quod ei est possibile, & ob hoc etiã post appaitionẽ iridis quando operatione agentis condensatur materia, & reduciẽ ad formã potentẽ mouere, sicut pluuia, & ex corpusculorꝫ quolibet in uapore prius separatorꝫ fit p cõdensationẽ materiæ gutta aquea descendens. Signũ etiã eius est qd' dictum est prius, qm̃ aqua uaporose spersa ore manu uel remo, ut apud nautas, in radio solari apparet iris, & iridis colores, & diuersi aspicientes uident illud, quia radij incidentes guttulis diuersimode reflectuntur, patet ergo ppositum, quod est iridem in uapore rorido generari. Si autẽ dicatur, quia partes corpusculorꝫ in materia iridis non sunt omnes omnino sphærice, nõ est uim faciẽs instantia, quia idem accidit omnino in nõ sphæricis, q̃d nũc dictũ est de sphæricis, nunqꝫ enĩ fiet iris nisi multi congregati radij ad uisum uniformiter reflectantur.

LXVII.

Tricolor est omnis iris.

Dubitatum propter sui difficultatem ab antiquis hoc theorema proponitur, multis enĩ mathematicorꝫ patuit figura & quantitas iridis, & sunt hæc ab ipsis naturalis philosophiæ inquisitoribus supposita, color tñ quẽ uidimus nondum conuenienter ab aliquo est pertractatus, nisi per distinctionem materiæ iridis secundũ adusti, indigesti & opaci naturam, quod si hoc motum & possibilitatẽ rerum naturalium seruet & seruare ualeat intellectũ corꝫ qui scripserunt talia duximus relinquẽdum. Colores aũt iridis secundum uerum, quod se nobis post multos cogitatus & experientias obtulit, sic possunt declarari, quia enĩ totus uapor roridus, qui est materia iridis in superficie & profundo est irradiatus, & ipsius est multa pfunditas, patet quia ipse in aspectu sui ad solem serenius & imixtius habet lumẽ mixtũ, tñ cũ colore uapis qui niger est, ut in aquosis uaporibus cui dens est, sunt enĩ omnes nigri, natura aũt lucis est immiscere se coloribus rerũ ad quas reflectiẽ. Est enĩ in pincipio secundi huius suppositum, lucem res coloratas transeuntẽ illarꝫ coloribus colorari, hoc enĩ patet sensui, unde etiã lumen reflexum secũ defert colorem rei à qua reflectiẽ ad uisum, sicut patet in radio transeunte p uitrum coloratũ, cum itaqꝫ lumen de natura sua fulgidũ sit, ut patet, & accipiatur in gñatione iridis in uapore nigro aqueo, necesse est ipsum per 15. quarti huius, uisui colorẽ præsentare puniceum, & iridem in parte illa secundũ uisum colorẽ habere puniceum, ppter fortitudinem uisus & plurimam ad ipsum in loco uicino reflexionẽ fortiorꝫ radiorꝫ, ppter uicinitatẽ corporis luminosi à q̃ fit impressio lucis reflexæ secundũ lineam breuiorẽ, & qm̃ tota nubes est luminosa, & lumen semper secundũ æquales angulos reflexum à diuersis superficiebus in profundo nubis æquedistantibus basi pyramidis primo illuminationis ad eundem reflectitur uisum per superficiem prioris pyramidis uicinioris uisui, qm̃ ut patet per 68. primi huius, circuli æquedistantes in eadẽ axe suos habent polos, & idẽ punctus est polus diuersorꝫ circulorꝫ patet, quia etiam lumen qd' est in profundo nubis uideẽ, qm̃ uero illud lumen, est lumen refractũ debile multo colori nubis q niger est admixtũ, & qm̃ uideẽ per pyramidẽ uisualẽ



inscriptam ab eodẽ uertice, utpote à centro oculi ipsi primæ pyramidi uisuali secundum

quam

quã uiciniores radij qui puniceí apparent ad uísum reflectuntũr, quæ ad minorẽ basem inscribitur, patet p 106. primi huius, qm̃ anguli qui ad basem inscriptæ pyramidis fiũt, maiores erunt anguli qui fiunt ad basem primæ pyramidis, lumen ergo ab illo loco in radijs sub maiori angulo ad uísum reflectiť, unde radij minus lumini uniti sunt, & debilius uisui offeruntur, anguli etiã quos in centro uisus faciunt, sunt minores, ut patet p eandem 106. primi huius, qm̃ anguli qui fiunt p radios primæ pyramidis in centro uisus, sub minori ergo angulo uideť lumen in corpore nubis, q̃ in superficie, qđ aũt sub minori angulo uideť minus uideť, ut patet per 20. quarti huius, hoc aũt patet experimentã in lumine stellæ uel candelæ, quod enim prius uisum est aperto oculo fulgidũ, claudendo plane oculis amittit fulgorẽ, & incipit nigrescere. Item qm̃ à remotiori uideť tale lumẽ, ideo debilius uideť, remotio em̃ siue prorensio uisibilis à uisu est causa debilitatis uisus, ut patet per 15. 8. quarti huius. Item quia uapor remotior à corpore luminoso grossior est & nigrior, & magis aqueus, unde nigredo uaporis lumini incorporatũ plus denigrat, & magis ipsum uisui obfuscatũ p̄ntat, & hoc quidẽ in coloribus iridis aliquã causalitatem habent, totalis uero causa om̃ibus huius coloribus uniuersalis immixtio umbrorum ipsi fulgori luminis, qm̃ em̃ ut patet per p̄missam, uapor roridus est materia iridis, à cuius corpusculis fit reflexio luminis ad uisum p 11. secundi huius, omnia corpora densa in parte luminoso corpori aduersam umbram proijciunt, patet qđ radij reflexi à remotiorũ corpusculorũ superficiebus, umbrarũ anteriorũ corpusculorũ nigredini se immiscent, & sic permixti colore nigro umbrarũ perueniũt reflexi ad uisum, & secũdũ quod plus uel minus umbrarũ nigredine permiscenť, secundũ hoc diuersificant actum suæ luminositatis, ĩ uarios colores, & huius rei signũ est in coloribus similibus iridi, qui obducto uisu ipsa manu uel alio umbroso de sub manu in fenestrarũ perifenjs uidenť. Signũ quoq; huius est magnitudo maris, quæ propter umbrarũ multiplicationẽ accidit in maribus aquarũ limpidarum, in quas lumen se profundat, cum ex turbulentis aquis mariũ quos lux non penetrat ut umbras efficiat, ipsis maribus non nigredo sed uiriditas accedit, & obductis palpebris uisui respectu luminis ex umbris pilorũ ipsarũ palpebrarum colores iridis uidentur. Singula quoq; particularia in quibus colores iridis apparent, ad hãc umbrarũ causam, ut ad quoddã uniuocũ reducunť, ut patet in collis anatũ & pauonũ quæ secundũ diuersam dispositionẽ diuersimode coloranť, crispitudo em̃ suarũ pennarũ alias hinc & inde proijcit umbras, quæ pmixte lumini diuersos hinc & inde procreant colores, ut patet intuenti, nec em̃ alias præmissorũ causas nostro potuimus indagare ingenio, existentibus em̃ tm̃ 22. uisibilibus, nullum aliorũ uisibiliũ præter umbram, & luminis horũ colorũ apparentium uisui uideť esse causa, unde & hunc colorũ iridis æstimauimus proximã esse causam, nullũ tamẽ uidimus quẽ intellectus suus in hoc modicum intelligibile direxerit. Sed huius rei facilis om̃es alij difficiles uisi sunt dare causas. Nos tamen hac causa ut uniuoca & conuertibili erimus contenti, alia quæ præmisimus ponentes, ut quædam adminiculantia huic causæ. Istis itaq; præmissis causis uel omnibus uel pluribus uel aliq̃d sensibiliter concurrentibus interfectione pyramidũ reflexionis basiũ æq̃distantiũ, tunc deficit iudiciũ uisus, & lumẽ magis mixtũ uaporis nigredini minusq; refractũ, sub maiori q̃q; angulo reflexũ & sub angulo maiori uisum, & ĩ maiori distantia à se ipso positũ, & in materia grossiori radiatũ, & umbris plurib. pmixtũ uisus iudicat magis ab albo recedere q̃ puniceũ, uideturq; illud lumen reflexũ sibi uiride seu prasiũ, & secundum colorem prasium plurimũ pyramidũ facta reflexione cum dictæ sensibiliter à prius entibus conditionibus uarianť, uidetur lumen plus nigro accedere, & fit uisui color alurgus siue lasurus, qui uaporis magnitudine umbrisq; pluribus magis permixtus est q̃ prassius, & demum cũ secundũ hunc colorẽ alurgũ plurimũ pyramidũ uisis circumferentis basium sensibiliter incipiunt prædictæ conditiones uariari, & cũ lumen amplius ad uisum sit dispositũ non reflectiť, fit nigrum, qđ amplius permixtũ lumen non uideť. Signum uero prædictorũ est, quia cũ aliquis postq; solem uel aliq̃d corpus fulgidũ aspexerit, claudit oculos subito & fortiter, primo q̃dem obducto oculo pelle, qđ prius uidit fulgidum, uidebit puniceũ, deinde prassium, deinde purpureum, post in nigrum colo-

rem

rem forma lucis decidens exterminat, & sic facto motu in uisu de albo ipso paulatim exterminato semper in propinquius nigro fit resolutio. Patet itaq; ex præmissis, quoniam iris fit tricolor, quorum colorum supremus est puniceus, & color uiridis sub puniceo continetur, quoniam color circumferentiarum basium uiridium sub colore basium circumferentiarum punicearum fertur ad uisum, & similiter color alurgus sub uiridi continetur eadem ratione, & sic uidetur unus arcus coloratus sub alio arcu continuo colorato. Color uero xantus qui inter colorem uiridem & colorem puniceum uidetur, in iride non est color distinctus ab alijs, sed ex commixtione uiridis & rubei uisibus occurrit. Puniceus enim color iuxta prassinum uisus albus uidetur, quia & purpureus color iuxta nigrum albus uidetur, uiride enim permixtum est albo, & ob hoc color xanticus, quia propinquior est nigro quam puniceus, inter puniceum & uiridem uidetur, unde etiam facta iride in nube nigerrima, color superior non est puniceus, sed xanticus uidetur, propter multam nigredinis uaporis cum lumine permixtionem, & resoluta nube quod prius uidebatur puniceum demum album uidetur, prassinum quoq; uidetur tendere ad xantum colorem, & alurgum ad uiridem, & iam uidit quidam uir experientiæ iridem totam albam, quod accidit propter materiæ raritatem & luminis claritatem, & uisus optimam dispositionem in se, & in distantia proportionata ad rem uisam, uel forte propter uaporis plurimam grossiciem & densitatem, in quo non potuit lumen penetrare in profundum, sed fiebat à superficie uaporis reflexio, & propter hoc lumen non receperat colorem à colore corporis sibi commixto, nec miscebatur nigredini umbrarum, unde reflexio faciens iridem in forma luminis reflectebatur sine admixtione nigredinis & umbrarum. Signum uero diuersæ apparitionis colorum est quod uidetur in texturis purpurarum, in quibus colores iuxta alios positi plurimam faciunt differentiam & mixtionem in uisu, non enim idem uidetur purpureum iuxta positum albo & nigro, aut alicui alteri colori, & ex hoc propter claritatem aliqualem quem color accipit à uicino sibi colore aliquam fantasiæ colorum in uisibus oritur. Sicut etiam accidit operantibus ad lucernam decipi in coloribus propter admixtionem impuri luminis, & accidit eos peccare, & alios colores pro alijs accipere, colorum alietate ex immixtione ipsius luminis generata, & sic non inconuenienter dici possit, quod medij colores iridis, à medijs pyramidibus secundum dictas circumstantias & diuersarum umbrarum permixtionem cum lumine generentur. Numerum autem colorum iridis secundum antiquos in ternario decreuimus, extendunt enim in tantum colorum nomina, ut color medius illius extremi coloris non habeat cum quo niger participat in natura, & sic iridem tantum tricolorem esse necessario comprobatur, nec possunt pictores tales colores plenarie simulare. De coloribus qui apparent in iride generata ex uapore aqueo sparso ore uel subtili artificio manu uel remo, tota causa dicta est, cum enim lumen ad talia corpuscula incidit, & ab eis reflectitur ad uisum in radio positum, uel in fenestra per quam incidit radius uerso occipite directe ad centrum solis, tunc lumen propinquius reflexum tanti est luminis, quod remotius reflexum lumen propter admixtionem umbrarum superiorum corpusculorum propinquiorum uisibus & corpori luminoso magis & magis obtenebratur secundum modos prius dictos, uidebiturq; sic constituto uisu iris ex causis prius dictis rotundata, taliter autem uisu disposito ad radium uidebuntur propter inordinatam reflexionem ad uisum colores iridis inordinati, quoniam illa reflexio cum non fiat secundum angulos æquales ad figuram iridis rotundam non pertingit, & secundum quod lumen corpuscula rorida contingit, sic secundum aliquam reflexionem perceptam lumen colores uarios uisui inducit, sed quanto remotiores sunt radij à principio suæ aggregationis in fenestra, tanto colores magis efficiunt opacos propter plurimam umbrarum immixtionem ipsi lumini reflexo. Inuenimus & nos diebus æstiuis circa horam uespertinam uel modicum ante circa Viterbium in quodam præcipitio apud balneum, quod dicitur Scopuli, aquam uehementer præcipitari, descendentesq; ad uidendum, quid in ipso posset accidere soli sibi opposito, uidimus iridem perpetuam sole circa aspectum illi debitum existente, & multas ex proprietatibus iridis notauimus, unde quia ea quæ prius scripta de iride fuerant, nobis non per omnia sufficere uidebantur, excepto eo quod inuolute scripserat Aristoteles, illud nobis principium cogitationis fuit, ut præsenti negotio studium applicaremus, patet itaq; propositum.

LXVIII.

Corona fit ex refractione luminis solis uel lunæ uel stellarum primæ magnitudinis à uapore humido circulariter ad uisum.

Impressio quæ Græce dicitur halo, & Arabice alileti, Latine dicitur corona, fit autẽ hæc impressio in uisu ex incorporatione luminis in aliqua consistentia uaporis. Cũ eñ ut patet per 54. huius, non aggregatis radijs corporis luminosi in corpore non luminoso plus q̃ in medio lumen sensibilius fieri sit impossibile, patet quod ad generationẽ halo necessarium est aliquem uaporem corpori luminoso & uisibus interponi. Cum ergo aliquis uapor humidus cõmunis interponitur uisibus, & corpori luminoso non potente illum uaporem cito dissoluere uel disgregare, tunc fit ad uisum refractio luminis secundum circulum per 62. huius, lumen eñ secundum æquales angulos illi uapori per ignẽ & aerem incidens secundum æquales angulos refrangitur ad uisum per 8. huius, uidetur itaq; lumen circulare propter æqualem refractionem luminis aggregati ad uisum, qm̃ propter refractionem luminis, ut patet per 4. huius, aggregantur radij in profundo uaporis. Cum eñ lineæ radiales frangantur ad angulos, tunc lumen uisui quasi duplicatur, & peruenit uehementius ad uisum, & si forte uapor ille sit roridus distinctus per corpuscula, tunc plures fiunt refractiones & augetur lumen, & qm̃ idem radius incidens superficiei uaporis, in corpore uaporis refrangitur ad perpendicularem à puncto suæ incidentiæ super superficiem corporis à quo refrangitur productam, & secundum extensionem lineæ incidentiæ umbra protenditur per 11. secundi huius, & qm̃ radius incidẽs & refractus nõ sunt linea una, sed angulũ cõtinẽt, Ideo patet q̃a radius refractus refrangit umbrã, piectã à corpe cui icidebat, q̃ tñ est modica, q̃a ut plurimũ corona uidet̃ in uapore raro leuiter condensato, uerũtñ quia retro uaporis illius consistentiam fit noua refractio in aere medio inter uaporem & uisum, qui fit à perpendiculari per 4. huius, patet quod lumen refractum perueniens ad centrum uisus non est umbræ nigredine permixtum, sed liberum ab illis, & propter hoc semper uidetur album uel forte modico & indistincto colore aliqualiter rubeo secundum se totum coloratum, iris uero quia fit per reflexionem radiorum umbras protractas penetrantium, ideo illi radij sub actu coloris p̃ueniũt ad uisum, fitq; distinctio colorum secundum modum diuersitatis luminis & umbrarum. Videtur itaq; corona ex refractione luminis quandoq; solaris, sed raro accidit hoc propter fortitudinem & uehementiam illius luminis, uaporem quæ est materia coronæ subito dissoluentis. Sæpe tamen accidit hoc ex lumine lunæ & stellarũ primæ magnitudinis, quorum lumen illam consistentiam uaporum dissoluere non potest, à minoribus uero stellis non accidit halo propter sui luminis debilitatem, quod tantum effectum imprimere non potest. In circuitu quoq; luminis candelarum quandoq; accidit uideri coronam in aere grosso, ut plurimum flante Euro, & tunc quandoq; propter raritatem aeris umbram proijcientis partium superiorum super infimas accidit uisibus colorem purpureum à tali refracto uel reflexo lumine præsentari, patet itaq; propositũ.

LXIX.

Iridem in parte mundi meridionali à septentrionalibus uisibus non est possibile uideri.

Quod per 107. primi huius, patet in pyramidibus puræ Mathematicis sibi ad inuicem inscriptis, idem patet per 62. huius, de pyramidibus reflexis iridem causantibus, quæ naturam Mathematicorum pyramidũ consequentur, semper enim oportet ut centrum uisus sit inter centrum corporis luminosi & centrum iridis, ad hoc ut illa impressio uideatur, quam proprie iridem nominamus, licet aliæ impressiones colores iridis simulantes quandoq; per modos alios uideri ualeant, ut inferius patebit. Quod autẽ iris meridiana à uisibus septentrionalibus uideri non ualeat, satis patet ex alijs quæ diximus in generatione colorum iridis, qui propter reflexionem luminis & umbrarum lumini admixtionem per se causantur, potest etiã occasionaliter id patere per hoc quod materia iridis in approximatione corporis luminosi de facili resoluitur in aquam, uel

ſubtiliatur in aerem lucidum, à cuius ſuperficie non poſſunt fieri reflexiones, quæ etſi fierent tamen tenderent in partem in qua eſt ſol, nec ad uiſum peruenirent, & etiã quia colores iridis qui fiunt propter debilitatem reflexæ lucis non poſſunt in tali loco cauſari, quia circa corpus luminoſum cum ſemper magis ſit luminis, radij reflexi non debilitantur, ſed magis uiſibiles efficiuntur. In talibus tamen locis facta radiorum refractione ad uiſum per uaporem uel aerem denſum aliquod lumen aggregatum uideri poteſt in uapore uel aere condenſato, ut diximus de generatione in præmiſſa coronæ, quæ fit ex refractione luminis ſolis quandoq;, & tamen raro, propter luminis illius fortitudinem. Sæpeuero ex lumine lunæ & ſtellarum primæ & principalis magnitudinis generatur iris, ergo quando debet generari, oportet quod radij ad oculum reflectantur, & quod retro uaporem roridum, qui eſt materia iridis, per 64. huius, non ſit lumen aliud irradians, unde etiam corona groſſa apparente uiſui, ſcilicet in groſſa materia & ſpiſſa ſiue denſa à forti lumine cauſata eſt poſſibile, ut in ipſo aliqui colores iridis appareant uiſu poſito inter corpus luminoſum & uaporem, tunc enim omnes conditiones & cauſæ colorum iridis in loco tali concurrent, & materia ſubeſt, iris ergo ſic poterit apparere, forte accidit quod materia in qua plus meridionalibus à uapore rorido iris uidetur reflexa, tũc hominibus plus ſeptentrionalibus ab eodem uapore, ita q̃d uapor idem eodẽ tempore utriſq; habitatoribus appareat, & ſecundum eundem circulum altitudinis uideatur, corona propter luminis refractionem, & idem erit in quolibet circulo altitudinis prædicto modo quibuslibet uidentibus conſtitutis. Ex quolibet his quæ dicta ſunt patere poteſt, quia quandoq; ex fortibus ſolis radijs reflexis à nube aquoſa integra ad locum in quo eſt uapor roridus à latere ſolis aliquo poſſunt colores iridis generari in plenis circulis uel circulorum portionibus in completis, ut quando corporis ſolis nubes ſolida aquoſa diametraliter componitur, & in ipſam incidens radius reflectitur, & reflexo radio nubes rorida obſiſtit, in qua fit radiorum refractio & reflexio perueniens ad uiſum, tunc enim colores iridis apparent ſiue recti, ut cum uapor recte opponitur uiſui, & tales colores ſunt in uapore raro aqueo permixto, quandoq; uero apparent circulares, & fiunt quaſi irides, oportet autem ad hoc ut talis iris uideatur, quod nubes ad quam fit radiorum ſolis reflexio ad oppoſitum uaporem, & uapor roridus ad quem & à quo ad uiſum fit luminis reflexio, & uiſus ad quem fit reflexio in eadem recta linea conſiſtant, & quod ſuperficies nubis à qua fit reflexio & ſuperficies uaporis à qua & ad quam fit reflexio productis ſuper horizontem quali in ſuperiori hemiſperio concurrant, aliter enĩ uix fieret ſenſibilis reflexio ad uiſum poſteriorem nube, à qua fit reflexio, fieret autem modica propter naturam reflexionis à corpuſculis paruis, de quibus ſermo fit in 64. huius. Nos enim per huius concurſum ſuperficierum intelligimus concurſum linearum contingentium corpuſcula uaporis roridi in ipſo puncto reflexionis. Sed etiam quod nubes aquea reuerberans lumen uicina ſit circa ſolem, ubi radij ſolares fortes exiſtunt, & talem iridem non unam nec duas tantum, ſed 4. ſimul uidimus Paduæ ſole iam ad ueſperam declinantem, & non erant irides in diſtantia 10. graduum à ſole, & omnes circulorum completorum & in ſuperficiebus diuerſis, & erant quædam quaſi ſe extrinſecus contingentes. Eas autem irides quæ fiunt ex radijs corporis luminoſi non ab alia nube reflexis ad uaporem, ſed ab ipſa uapore ad uiſum reflexum, non eſt poſſibile fieri niſi in oppoſitione corporis luminoſi ad uaporem uiſu in medio exiſtente, unde in noſtra habitabili non poteſt uideri iris ad meridiem, quia non interponitur ibi uiſui uapor & corpori luminoſo, curſus enim ſtellarum erraticarum terminantur ſecundum partem qua extremitas zodiaci terminatur, qui in noſtra habitabili ſeptentrionalis fieri non poteſt, & hoc eſt quod proponebatur.

LXX.

Ex radijs ſolaribus & lunaribus tantum irides generantur.

Quoniam enim tantum horum duorum corporum radij ſecundum mũdi diametri ſenſi-

sensibiliter extenduntur, solis utpote, quia est corpus maximum quantitate omnium lu minosorum corporum & purissimæ substantiæ, lunæ uero, quia ipsa terræ est uicinior, unde eius radij uisui sensibilius offeruntur, ab aliorum uero corporum luminis sensibilitate excusat uisum paruitas ipsorum corporum respectu solis, & magna à nobis distantia respectu lunæ. A sole autem iridem fieri cognitum est sensui, ex radijs etiam lunæ iridem fieri est possibile, & hoc est sæpe uisum maxime apud plus septentrionales, quibus sæpe offertur materia, unde uiderunt lunæ iridem obseruatores nocturni in Alemania bis in uno anno, & forte pluries uideret secũdũ quod se offerunt agens & materia, apud meridionales uero rarius uidetur, quia non offert se totiens materia, & si agens semper sit dispositum ad distiũsionem luminis, ut in omni plenilunio uel circa illud, unde Aristoteles non considerauit fieri iridem lunæ in loco suæ habitationis nisi bis in 50. annis, fiunt autem irides lunæ plures in crepusculis luna plena uel gibberosa magna existente posita circa orientem super horizonta sic, ne radij solis uideantur, fiunt etiam in nocte, semper tamen in opposito lunæ, habetq; iris lunæ formam & materiam quam & iris solis, similiter & colorum distinctiones, qui tamen sunt albiores coloribus iridis solis, cuius causa est, quoniam in nube nigra & in nocte fit iridis lunæ apparitio, unde duplicato nigro, scilicet noctis & nubis, albũ quod fit ex radijs lunæ, magis uidetur album, & quia puniceum est debiliter album, ideo puniceum magis album tunc uidebitur comparatione plus nigri, & similiter de unoquoq; aliorum colorum, quilibet enim illorum colorum albior uidetur, & sic tota iris lunæ albior uidetur quàm iris solis, umbræ enim radijs lunæ accidentes non sunt tam nigræ ut umbræ solis, & huius causæ sunt diuersæ, ut dictum est, lumen enim lunæ est pallidius lumine solis, unde colores ex cõmixtione sui informati inficiuntur, nec accedunt ad summum formæ sibi propriæ, sicut etiam accidit propter pallorem luminis candelæ uariari plurimos colores & alios pro alijs accipi per sensum. Sic ergo patet à quorum corporum radijs irides generantur, quoniam ex radijs solis & lunæ tantum, non autem ex aliarum stellarum radijs quarumcunq;, quod est propositum.

LXXI.

Non plures duabus iridibus situ colorum differentibus possibile est uideri.

Verbi gratia, cum non sint plures nisi tres colores iridis, ut patet per 65. huius, non est possibile diuersificari colores iridis in situ, nisi secundum extremorum colorum, scilicet punicei & alurgi localem transpositionem, quia semper medius manet in causalitate media inter istos, & ob hoc patet q̃d plures q̃ duæ irides situ colorum differentes fieri non possunt, quia color medius non potest habere causam generationis alijs coloribus manentibus in forma propria, quamuis sint transpositi in situ. Quod autem quãdoq; plures irides eiusdem situs in coloribus uidentur una sub alia, ut primo rubeũ, deinde uiride, & deinde alurgum, & idem rubeum, & idem uiride, & demum alurgum hoc accidit propter diuersitatem materiæ, in diuersis superficiebus, quarum una est ante aliam, & quos accidit sub uno angulo uideri, unde uidentur quasi sint habitæ uel cõtiguæ, qđ si in angulo sit diuersitas ut gaexiens à uisu, trãsiens per gibbum iridis unius scilicet inferioris, non transir per gibbum superioris, tũnc uidebũtur concurrentes, & inter alurgum superioris & puniceũm inferioris erit notabilis differentia, scilicet alba, quoniam ab illa parte nubis pro

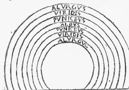


pinquioris uel remotioris ipsi uisui quàm uidetur reflexionis ad uisum illum conueniat, non fit reflexio luminis ad uisum, quod non accideret quando sub eodem angulo uidentur. Sunt tamen huiusmodi irides semper in diuersis superficiebus, & ab una pyramide inflexi luminis causantur, & ob hoc ipsorum est quasi centrum unum, quod est centrum pyramidis irradiationis, & uidentur æquedistantes in uisu ipsorum periferiæ, & possibile est, licet non sæpe eueniat, quod plures tales irides una uidelicet intra aliam uisui offerantur, & istud poterit probari duobus aquam in radio spargentibus, uno scilicet sub reliquo, tunc enim iris sub iride poterit uideri, sed idem erit ordo in situ colorum iridis utriusque, neuter tamen alterius iridem uidebit, sed cuicunque sua in eodem tempore uisui occurrit. Impossibile autem est quod hic fiat in eadem superficie, scilicet quod plures irides eiusdem situs in coloribus appareant, quoniam ab illa sola parte superficiei fit reflexio, ubi secundum æquales angulos radij incidunt, & non ab alijs partibus einsdem superficiei superioribus uel inferioribus periferia prædicta, ut patet per 61. huius, colores autem iridis exterioris coloribus iridis interioris semper debiliores apparent, quoniam fiunt à radijs magis distantibus à perpendiculari & remotioribus à uisu, unde lumen per eos reflexum debilius uidetur respectu eius, quod ex interioribus radijs causatur.

LXXII.

In iride exteriori quandoque colores interioris iridis contrapositi & debiliores uidentur.

Colores iridis contrapositos dicimus, quando sicut iridis interioris color est puniceus, qui est in exteriori circumferentia ipsius, sicut exterioris iridis color est puniceus, qui est in interiori periferia ipsius iridis, mediusque utriusque iridis color est prassinus. Interiorque color interioris iridis est alurgus, sicut exterior color iridis exterioris. Sic autem dispositis duabus iridibus, tunc omnes colores exterioris iridis sunt debiliores quàm interioris iridis colores. Huius quoque causa aliqua esse posset, si illi colores omnes in una nubis superficie uiderentur, quia tunc colores exterioris iridis per magnam distantiam uisui apparerent, sicut & interiores periferiæ iridis interioris. Ad quod intelligendum ponamus exempli causa solem super horizonta 20. gradibus eleuatum, & quoniam patuit prius in 62. huius, quod centrum basis pyramidis irradiationis & centrum uisus, & centrum corporis radiosi, quod est sol sunt semper in eadem linea. Centrumque basis pyramidis irradiationis & pyramidis uisionis est unum punctum centro solis diametraliter oppositum, unde ipsum est nadir solis, & mouetur semper secundum motum solis, motuque suo similem circulum describit, circulo motus solis, scilicet ei parallello quem sol motu suo diurno describit super horizonta, talem enim dictum centrum iridis describit quod est centrum basis pyramidis illuminationis sub horizonte, & sicut cum sol fuerit in puncto horizontis orientali, centrum fuit in parte horizontis occidentali, centrum illud fit in parte orientali, & quoniam lineæ ductæ à centro solis ad circumferentiam basis pyramidis illuminationis sunt æquales per 89. primi huius, palam quod superficies basis prædictæ pyramidis sic horizonta intersecat, quod ipsa cum superficie secante solem orthogonaliter insistente horizonti concurret sub horizonte, ergo facit angulum super horizontem obtusum respectu uisus, nec mirum quoniam horizon cum transeat per unum polorum circuli basis ut per centrum uisus, qui est polus illius



polos illius circuli per 65. primi huius, patet quod per polum alterum illius circuli non transit, qualibet ergo pars superficiei uaporis in qua fit iris exterior illa pars quæ est super circulum iridis in parte altiori plus à uisu elongatur, & si ab ipsa reflecti accidat radios ad uisum, necesse est superiores nigriores uisui apparere, respectu eorum radiorum qui à partibus eiusdem superficiei in superioribus illis ad uisum reflectuntur, ut patet per penultimam & ultimam quarti huius, & fit superioris iridis inferioris periferiæ quæ uicinior est uisui colores puniceos, mediæ uero prassinos, supremæ uero alurgos necesse est uideri, & uincit quantitas distantiæ in magnitudine excessus elongationis quãtitatem angulorum reflexionis & quantitatem angulorum uisionis, & ob hoc colores iridis superioris cõtrapositi quandoq; uidentur coloribus iridis interioris in qua superior periferia semper uidetur punicea, quoniam quando ad uisum ab illa parte superficiei fit reflexio im̄pportionata reflexionibus distantia, tunc radij inferiores eiusdem superficiei in eadem distantia ad uisum reflecti non possunt, eo quod in proximitate debitam distantiam excedunt, sunt enim tali uisui proportionata reflexioni distantia uiciniores quod ergo uisui de proximo uapore irradiatũ apparere potest, puniceum apparet propter unitatem & alias causas in 65. huius, prius dictas, uisu uero profundato ulterius in uapore secundum modum distantiæ fulgor luminis umbrarum nigredine permiscentur, & uariantur colores secundum prius dicta. Sic ergo in uapore irradiato fit quædam gibbositas quo ad uisum, & ob hoc forte dictum est à quibusdam, nubem fore concauam in qua iris generatur, quamuis ea quæ uidentur nubis concauitati non oporteat ascribi, quia uapor quo ad consistentiam sui totius est integer plenus corpusculis distinctis, sicut uidentur athomi totum solis radium implere, & est talis uapor à parte posteriori à sole grossior quàm à parte anteriori solem aspiciente. Quod si centrum solis in periferia orizontis positũ fuerit, sic ut basis pyramidis illuminationis sit orthogonaliter horizonti insistens, adhuc radij exteriores ad uisum reflexũ, sunt longiores respectu eorum qui ab interioribus periferijs reflectuntur per decimamnonam primi. In eodem enim triangulo ad uisum terminato maiori angulo opponũtur. Sic ergo patet, quod corpore solis ubicunq; posito exterioris iridis colores respectu colorũ iridis interioris possibile est contrapositos apparere. Omnes aũt colores secundæ iridis sunt debiliores necessario coloribus primæ iridis, quoniam fiunt à radijs magnis distantibus à perpendiculari & secundum maiores angulos ad uisum reflexis, propter quod isti radij cum radijs incidentibus minus aggregãtur, unde minus efficiunt luminis & coloris. Nos autem eo qđ nunc præmisimus utimur ꝓ principio ad propositum declarãdum disponente, & si ipsum nõ sit circa causam, manifestũ est enim quod illi radij cum sint extra periferiam proportionatam reflexioni ad illum uisum, scilicet ultra puniceam interioris iridis, quoniam non reflectentur ad uisum cũ lumine, nisi propter reflexos radios ab interiori prima iride ad reflexionem disponatur, & nisi lumen eorum innatum uisibilitatis per aggregationem luminis illorum radiorum cum ipsis ad uisum reflexorum producatur, & huius signum est albedo, quæ circulariter apparet in nube inter periferiã superiorem iridis inferioris puniceam, & inferiorem iridis superioris puniceam, & quia hæc albedo fit per lumen nubem irradians ad uisum non reflexũ, cum enim radiorum ab eadem superficie reflexibiliũ qui ad uisum in aliquo uno loco dispositum reflecti possunt. Sint hij, qui ab ultima periferia inferioris iridis reflectũtur, nullus superior radiorũ reflectetur ad illum uisum, sed nubes alba ex commixtione luminis non reflexi per modum uisionis simplicis illi uisioni occurret, ex periferia uero punicea inferioris iridis, & si plurimi radij ꝓter eos qui ad illum uisum reflectuntur ad partes uicinas uaporis roridi se diffundant, lumẽ tamẽ ad illum uisum ex eorum incidentia à uicino uapore reflecti non potest, quoniam cadunt illi radij in superficiebus uaporis aqua, sicut à superficie improportionata adhuc uisui nõ est cõueniens distantia reflexioni, hoc enim in principio periferiæ puniceæ incipit, ubi secundum angulos in illa pyramide acutissimos radij incidunt ipsi nubi, alij uero radij posteriores his radijs in punicea ꝑiferia inferioris iridis ad maiores radios anguli incidunt quo ad uisum, cum sint in profundiore superficie à uisu ad illam superficiẽ ua-

poris in qua est inferior superioris iridis periferia punicea reuertuntur, & ibi aggregati cum radijs illi parti uaporis incidentibus à sole illam partem superficiei ex aggregatione maioris luminis uisibilem faciunt, radijs ad uisum reflexis, qui prius propter luminis debilitatem sensibiliter non poterant reflecti, & quoniam radij ab inferiori parte sursum ad alias partes uaporis roridi reflexi, siue uapor ad quem fit reflexio in eadem superficie cum prima iride siue in alia superficie sit consistens cũ radijs ab eadem periferia ad uisum reflexis in generatione primæ iridis, ut declaratum est in 64. huius, angulos cõstituunt, fiunt trianguli, quorum anguli sunt in centro uisus, bases uero sunt lineæ interiacentes puniceam periferiam inferioris iridis, & puniceam superioris, & quod ab illis basibus nulla fit uisui sensibilis reflexio, tota ipsarũ superficies uidetur alba, nisi reflexo ab ipsa aliquo lumine ad uisum. Simili quoq; modo fit reflexo ab alijs coloribus inferioris iridis ad iridē supremã, et quoniam anguli incidentiæ radiorum illas partes iridis causantium sunt maiores, ut supra patuit per 106. primi huius, ideo per 20. quinti huius, & anguli refractionum sunt maiores, altius ergo in uaporem superiorem illi radij pertingunt, procreantes sibi similes colores, quoniam illi radij propter admixtionem umbrarum aliorũ corpusculorum colorem participãt, qui ad corpus oppositum mixtum cũ lumine transmutatur per secũdam quinti huius, & sicut ostensum est per 55. quinti huius, quoniam propter reflexionem dextra apparent sinistra, & sinistra dextra, sic etiam accidit in ipsa reflexione coloris istarum iridum contrapositos uiridi, colores quoq; secũdæ iridis debiliores uidentur quàm primæ iridis, scilicet inferioris, quoniam radij remoti ab axe pyramidis irradiationis nubi incidentes sunt debiles, & uisui propter distantiã magnã insensibiles, ut patet per penultimam quarti huius, & etiam radij reflexi à primæ iridis refractis radijs sunt debiles, ut patet per tertiam quinti huius, & per decimam huius. Sic ergo necessario secundæ iridis colores sunt debiles nigri, quia nigredine umbrarũ permiscentur, necessario ergo respectu primæ iridis coloribus secundæ iridis colores debiliores apparent, nec fit aliqua ulterior reflexio ab illis ad partes superiores roridi uaporis, ꝓpter illorum radiorum debilitatem, & forte ob hoc dixit Aristoteles, quod plures duabus iridibus non possunt uideri, quoniam tantum duæ sunt quæ situ colorum formaliter distinguuntur, quamuis plures quãdoq; uideant̃, ut in p̃missa declaratur, patet ergo ꝓpositũ.

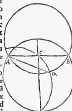
LXXIII.

Omnem arcum sensibilem iridis per circulum suæ altitudinis in duo æqualia diuidi est necesse, unde manifestum est quemlibet uidētem propriã iridem uidere.

Cum enim ex præcedentibus patet, quod quãdo superficies horizontis intersecet superficiem circuli iridis, tunc eorum communis sectio ex 37. undecimi, est linea recta, sed quia circulus altitudinis iridis semper transit per cenith capitis, quoniam ut patet p 62. huius, & declaratum est in præhabitis centrũ uisus est polus iridis, illius uero circuli altitudinis centrum est centrum mundi & horizontis, ergo ipse transit per polos horizontis, cenith enim capitis est polus ipsius horizõtis, linea uero à polo ad centrum horizontis deducta est erecta super superficiē horizontis ex principio primi huius, ergo per 18. undecimi, circulus ille altitudinis iridis est erectus super superficiem horizontis, & ipse transit eius centrum, quoniã cum ipsi ambo sint circuli magni sphæræ mundi, patet quoniam ipsorum est idem centrum quod est centrum mundi. Ille ergo circulus altitudinis secat horizontem per æqualia & orthogonaliter. Similiter autem & idem circulus altitudinis cũ per centrum uisus transeat, & per centrum circuli iridis, & per centrum solis, hæc enim sunt in eadem linea per 62. huius, transit ergo per polos circuli iridis, & secundum præmissa secat eum per æqualia & orthogonaliter. Sed si horizonta & circulum iridis altitudinis per æqualia secat & orthogonaliter, ergo illorum sectionem per æqualia secabit & orthogonaliter per decimamnonam undecimi. Sit ergo illa communis sectio linea a b, quæ productũ circulum altitudinis diuidat per æqualia in puncto c, ducaturq; sursum in superficie circuli altitudinis in puncto c, linea c d, quæ sit communis sectio superficierum illius circuli & iridis, & hæc linea c d, erit perpendicularis super lineam a b, per

decimã

decimamnonã undecimi,eo quod circulus altitudinis erectus est super superficiem cuiusq; duorum illorum circulorum,quorum est communis sectio linea a b,sitq; communis sectio periferia circuli altitudinis & iridis punctus d,angulus ergo d c a est rectus, & similiter angulus d c b,subtendantur ergo illis angulis lineæ a d & b d,& patet ex 4. primi,& ex præmissis quod ipsæ sunt æquales,ergo per 27. tertij, arcus iridis qui est a d est æqualis ipsius arcui b d,pars ergo periferiæ iridis quæ est super horizontem, quoniam illa sola est sensibilis quæ per circulũ altitudinis per æqualia est diuisa,quod est propositum. Vnde manifestum est correlariũ perpulchrum,scilicet quẽlibet uidentem iridem ꝓpriam uidere,ex eo enim quod aliquo moto uidente secundum locum super cenith capitis uariatur,patet enim quod diuersorum diuersa sunt cenith, & diuersi horizontes, nec est possibile aliquos duos eadem habere horizonta, quoniam semꝑ oculos uidentis est centrum horizõtis,si ergo aliquorum diuersitas sit secundum distantiam latitudinis uniuersi tantum,tunc ab eorundem oculos diuersimode radij reflexi à corpore nubis secundum diuersa puncta aggregationis concurrent,& remotior ipsorum à uapore rorido maiorem iridem uidebit,propinquior minorem, si in eadem superficie appareant irides, q̃ si appareant in superficiebus diuersis æquedistantibus,tunc secundum æquales circulus iridis uideri poterit,& sequetur iris fugientem et fugiet sequẽtem,ut diximus in 63. huius,est tamen eis idem criculus altitudinis, sed non eodem modo se habens, quod si diuersitas aliquorum sit secundum longitudinem uniuersi tantum, tunc erunt diuersi circuli altitudinis, & quilibet illorum circulorum diuidit per præmissa arcum iridis qui est super horizonta,in duo æqualia, ergo ipsa diuisa sicut & ipsa diuidentia sunt diuersa, quilibet ergo propriam iridem uidebit, quod si latitudo & longitudo uidentium differant, tunc per præmissa patet, quod nullo modo eandem iridem uidebunt, patet ergo quod intendebamus,& signum huius est,quod si aliquis stans in radio solis auersa soli facie aquam ore spargat uidebit cum ambobus oculis ante frontem suam colores iridis,& arcum æqualiter ab utroq; oculo distantem,quod si aquã secundo sparserit,& oculum dextrum clauserit uel manu cooperiat, uidebit arcum æqualiter distantem à centro sinistri oculi, arcum quoq; iridis dextrum oculum secantem, & econuerso erit, si oculum sinistrum clauserit, tunc enim iterum uidebit arcũ æquedistantem à centro dextri oculi,sinistrum'q; oculum secantem, ex quo manifeste patere potest,quod color iridis est passio uisus, & quod mutatur iris secũdum uidentium mutationem,& quod materia sua est uapor roridus,et quod distinctio colorum non est ex qualitate materiæ,sed ex reflexione luminis aduisum cui color essentialiter aduenit ex cõmixtione nigredinis umbrarum.



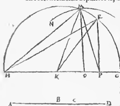
LXXIIII.

In aliquo puncto horizontis existente centro corporis luminosi, necesse est tantum semicirculum ab eo causatæ iridis uideri.

Quoniam enim non est possibile solis uel lunæ, quorum solummodo corporum, ut in 68. huius diximus, radij iridem faciunt, centra in horizonte existere, nisi in oriente uel occidente in nostra terra,scilicet Poloniæ,habitabili,quæ est circa latitudinẽ 50. graduum, & quãuis in regionibus maximæ latitudinis,sole existẽre in capite capricorni,ut in his quæ sunt 66. graduum & 9. minutorum sol in meridiano existens circulo uideatur in periferia horizontis,& in alijs regionibus diuersificata latitudine regionis & declinatione solis in diuersis circulis altitudinis quandoq; sol uideatur in horizonte. Ponamus itaq; solem in oriente cuius centrum sit a, fiat'q; iris in parte sibi opposita uisui inter medio existente,& erit illa iris ad occidentem per 67. huius,& sit centrum iridis punctũ b,ducatur'q; diameter circuli iridis trans superficiem horizontis per centrũ b, quod centrum tunc necessario erit in superficie horizontis,qm̃ per 62. huius, ostensum est, quod centrum solis & centrum uisus & centrum iridis necesse est in eadem linea esse, Eiusdem

uero

uero lineæ partem in eadem superficie, partem in sublimi esse est impossibile per primã undecimi. In superficie uero horizontis est ex hypothesi centrum solis & centrum uisus & centrum horizontis, ergo & linea copulans illa centra erit in superficie horizontis, et sit diameter illa iridis quæ c d, & contingantur lineæ a b, a c, a d, fientq; duo trianguli a c b & a d b, & quoniam in his triangulis latus a c est æquale lateri a d, per 89. primi huius, quoniam sunt lineæ longitudinis unius & eiusdem pyramidis, & latus c b æquale est lateri d b, quia sunt semidiametri circuli iridis, latus uero a b, commune est ambobus illis triangulis, patet ergo per octanã primi, & angulus c b a est æqualis angulo d b a, uterq; itaq; est rectus, patet per decimamoctauam undecimi, erit superficies horizontis erecta super superficiem circuli iridis, transit autem per centrum iridis, palam ergo quoniam circulus horizontis diuidit circulum iridis per æqualia, communis enim sectio illorũ circulorum non potest esse nisi diameter circuli iridis quæ semper suũ circulum diuidit p æqualia, per diametri diffinitionem. Quod autẽ de circulo iridis est super horizõta hoc uidetur, Sic ergo posito centro solis uel lunæ in puncto horizontis, semicirculus iridis uidetur, nisi forte tanto minus quantum est differentiæ, propter hoc, quod centrum uisus non est uerum centrum uniuersi. In hoc autem non est sensibilis differentia, & si sit, non est in generatione iridis, sed in uisione ipsius, & hoc est quod hic proponitur demõstrandum. Potest & idem aliter demonstrari. Sit ergo secundum dispositionem priorem centrum solis in aliquo puncto horizontis quod sit punctum h, & sit k centrum uisus, quod est centrum horizontis, & sit horizontis diameter linea h g, erigatur ergo semicirculus unus altitudinis super horizontem orthogonaliter ex centro k quæ sit h m g, hunc quoq; semicirculũ altitudinis arcus iridis generatæ in oppositæ solis interpositiõe cẽtro uisus, secet in puncto m, & producatur linea k m, & quoniam lineæ h k, k m & k g, omẽs sunt ex centro circuli altitudinis, omnes ergo sunt æquales & omnes notæ, quoniã mundi semidiameter est nota, ut si ipsa supponatur esse 60. partium, producatur itaq; linea h m, & si notus est angulus h k m, tunc linea h m erit nota. Sciri autem potest angulus h k m, per hoc ut sciatur arcus m g, qui est arcus altitudinis, qui sciri potest per instrumentũ, ut per armillã uel per astrolabium uel quadrantem, quo scito scitur angulus m k m, quæ si auferatur de duobus rectis, scitur angulus h k m, & sic scitur linea h m, respectu semidiametri k m, operatione illa qua utimur in scientia astrorum, linea uero h m, cũ sit linea longitudinis pyramidis illuminationis, & per 89. primi huius, omnes lineæ longitudinis unius pyramidis sint æquales, erunt tunc omnes lineæ longitudinis illius pyramidis notæ, circunducatur itaq; circulus iridis super superficiem horizontis eam intersecãs, quæ ut patet ex præmissis transeat punctum m, circuli altitudinis, sit quoq; ut ipse circulus iridis secet horizontẽ in puncto n, duos itaq; circulos contingent lineæ k m & h m in puncto m, in circulo altitudinis datum est, & lineæ h m & k m sunt notæ, erit proportio lineæ h m ad lineam k m nota, & quoniam quæ est proportio alicuius lineæ primæ ad aliquam secundam, eadem est cuiuslibet tertiæ ad aliquam quartam, tunc per tertiam primi huius, esto ut sit ꝓportio lineæ rectæ a b ad rectam b c, sicut lineæ h m ad lineam k m, & quoniam linea h m est maior quàm linea k m, per decimamnonam primi, eo quod maiori angulo opponitur in triangulo h m k, patet ergo quod linea a b est maior quàm linea b c, producatur ergo linea b c ad punctum d, in tantũ ut sit proportio lineæ b d ad lineam a b, sicut lineæ a b ad lineam b c, & quia quæ est proportio lineæ h m ad lineã k m, eadem est linea a b, a d, b c, erit ergo per undecimam quinti, proportio lineæ h m ad lineam m k,



sicut lineæ b d ad lineam a b, & quia proportio lineæ h m ad lineam k m, uel ad lineam h k, æquales per septimam quinti, ex præmissis est nota, proportio ergo lineæ a b ad lineã b c, erit

b c,erit nota,ergo ipsarum utraq; est nota secundum aliquam quantitatem suppositam in altera ipsarum,sed & proportio lineæ b d ad lineam a b est nota, ergo & linea a b est nota,linea b d est nota,sed linea b c fuit nota,ergo relinquitur ut linea c d sit nota, sed linea h k est nota,quia cum ipsa sit diameter horizõtis,erit ipsa partium 60.ergo proportio lineæ c d ad h k erit nota,quæ est ergo proportio lineæ c d ad lineam h k,eadem erit lineæ b c,notæ ad aliquam aliam per tertiam primi huius, quia nota est proporrio a b ad b c,sicut b d ad a b,& a b est maior quàm b e,ut patet ex præmissis,erit ergo b d maior q̃ a b,relinqueturq; c d maior quàm b c,hoc autem patet in numeris taliter dispositis quibuscunq; , linea ergo ptoportionalis lineæ h k est linea e d, illa erit minor quàm linea h k uel quàm linea k g , abscindatur ergo per tertiam primi, æqualis illi lineæ k g, & sit linea k p. Eritq; linea k p, secundum præmissa nota,copuletur itaq; à puncto p, ad punctum m,linea in superficie circuli altitudinis quæ sit p m, eritq; necessario ut quæ est proportio lineæ c d ad h k,uel lineæ b e ad k p,eadem sit proportio lineæ a b ad lineam p m,quod si dicatur hoc non est possibile,quæ est ergo proportio lineæ c d ad h k, uel b e ad k p,eadem erit lineæ a b ad aliquam aliam lineam maiorem uel minorem linea p m, per tertiam primi huius,Sit ergo nunc illa proportio lineæ a b ad quandam minorem lineã m p quæ sit p r,quæ est ergo proportio lineæ e d ad lineam h k,uel b e ad lineam k p, eadem est lineæ a b ad lineam p r,quæ autem est proportio lineæ e d ad lineam h k, eadẽ est lineæ b c ad lineam k p,ergo per decimamsextam quinti,quæ est proporrio lineæ b e ad a b,eadem est lineæ k p ad p a,& sic lineæ c d,b e,a b, ꝓportionales erũt lineis h k, k p, p r,sed q̃ est ꝓportio lineæ a b ad b c, eadẽ est lineæ b d ad a b,ergo & in ipsarũ ꝓportionibus sic erit,qđ sicut se habet linea r p ad p k, sic coniunctim se habebit tota p h ad lineã p r,ducanť ergo lineæ h r & k r, fientq; duo trianguli q̃ h r p & k r p,quarũ communis est angulus r p h,& latera dictũ angulũ cõtinentia respectu diuersorũ trigonorũ sunt ꝓportionalia,quæ enĩ est ꝓportio lineæ p r,lateris maioris trianguli ad lineã p k,latus minoris trianguli,eadẽ ꝓportio lineæ h p,lateris maioris trigoni ad lineã p r, latus trigoni p r k minoris,ergo p 6.sexti,illi trianguli sunt æquianguli, ergo p 4.sexti, latera ipsorum æquos angulos respicientia sunt ꝓportionalia . Est ergo ꝓportio lineæ h p ad lineã p r, & lineæ p r ad lineã p k,sicut lineæ h r ad lineã k r , secundũ q̃ ꝓportionem habet linea h p ad lineã p r,hanc habet linea b d ad lineã a b, & q̃ habet linea b d ad a b, hanc habet linea a b ad b c,& q; a b ad b c,hanc habet linea h m ad k m ex hypothesi,p 11.ergo quinti patet, quòd q̃ ꝓportionem habet linea h r ad lineã k r,hãc habet linea h m ad lineã k m, hoc aũt est impossibile & cõtra 56.primi huius.qm̃ in semicirculo quocunq; duabus lineis ductis ad quodcũq; punctũ ꝑiferiæ.s.una à termino diametri & alia à centro,ut sunt in ꝓposito lineæ h m & k m,duas alias lineas ab eisdem punctis ad aliũ punctũ circunferentiæ quodcũq; duabus prioribus ꝓportionales ducere est impossibile. Est ergo impossibile lineã a b ad aliã minorem lineã q; linea p m,eandẽ habere ꝓportionẽ q; linea b d ad lineã h p,uel q; linea c d ad h k,uel q; linea b c ad k p,sed neq; potest linea a b, habere illã ꝓportionẽ ad aliquã lineã maiorẽ linea p m,qm̃ eadem est ratio,& eodẽ modo deducitur ad impossibile,ergo quæ est ꝓportio c d ad lineã h k,uel lineæ b e ad k p, eadẽ erit lineæ a b ad p m,& sequiť repetita priori demõstratione,q̃ ducebat ad impossibile.s. q̃ est ꝓportio lineæ h p ad p m,& lineæ m p ad p k,eadẽ sit lineæ h m ad k m,ductis itaq; pluribus semicirculis altitudinis circa centrũ k,sub horizonte ꝓportionales lineæ prædictis lineis h m & k m,ducantur secundũ modũ 65.primi huius,si ergo linea m p,sic ꝑpendiculariter insistens diametro h g,tũc posito centro p,secundũ semidiametrũ p m, describať circulus,qđ si linea p m,nõ sit ꝑpendicularis sup diametrũ h g,polo itaq; existente puncto p,p 65.primi huius,quoniã ille punctus distabit æqualiter ab omnibus in illis semicirculis signatis pũctis similibus pũcto m,ducať circulus secundũ distantiã lineæ p m, qui attinget omnia dicta pũcta semicirculorũ altitudinis in quæ cadũt p̃dictæ ꝓportionales lineæ siue anguli reflexionũ tridem causantes.Si enĩ dicatur qđ nõ attingat,accidet secundum præmissam cõtrariũ 65.primi huius,qđ est impossibile,potest etiã sic fieri ut semicirculus h m g,sit medietas horizõtis,& facta diuisiõe in pũcto m,intelligatur circũduci idẽ semicirculus,nihil enĩ refert semicirculos diuersos describere uel unum circũducere,

punctusq; m, circunductus describet circulum iridis qui est n m, circa centrum uel polũ p, secundum distantiam lineæ p m. Eruntq; anguli à termino diametri, scilicet puncto h, & à centro k, ductarum ad circulum n m, omnes æquales in qualibet superficie reflexionis, quia triangulus h m k, in tota circunductione similes sibi triangulos causat in qualibet superficie reflexionis, & similiter triangulus h m p, motu suo describet similes triangulos, & triangulus h m p similiter similes triangulos describet. Si itaq; linea m p, non sit perpendicularis super diametrum h g, ducatur ergo perpendicularis à puncto m, per duodecimam primi Euclidis, super diametrum h g, cadetq; illa perpendicularis per 29. primi huius, inter puncta k & p, uel inter puncta p & g, quoniam linea m p, cum diametro h g, ex aliqua sui parte angulum acutum continet, ut patet ex præmissis, & similiter linea m k, quia n is non apparet ultra medium diametri horizontis ut prius patuit, cadit ergo illa perpendicularis in punctum o. Similiterq; ad idem punctum diametri necessario cadent ab omnibus aliorum semicirculorum angulis lineæ perpendicularis, uel angulus k o m, motu suo in omnibus superficiebus reflexionũ æquales angulos causabit, punctum ergo o, est centrum circuli reflexionis factæ ad uisum, cum ergo centrum iridis sit in horizontis diametro, medietas eius erit super horizontem quæ est n m, & medietas sub horizonte quam tunc communis sectio superficierum horizontis & iridis est diameter iridis. Idemq; accideret si linea m p, esset perpendicularis super diametrum, & hic est modus quo Aristoteles propositum conclusit, Sed tamen nõ est nobis uisa fore necessaria noticia linearum, quia sine illa idem & eodem modo declarari potest.

LXXV.

In aliquo circulo altitudinis sup horizontem existente centro corporis luminosi secũdum eius eleuationem, centrũ circuli iridis sub horizonte deprimitur, & portio iridis minor semicirculo uidetur.

Esto secũdum dispositionẽ proximæ .sut sit horizon circulus h m g, cuius diameter sit linea m h, & centrũ k, sitq; circulus altitudinis transiens per cenith capitis & p centrũ corporis luminosi qui est l m n h, & sit centrũ solis eleuatũ super horizontem in circulo altitudinis in pũcto n, & qm̃ p 62. huius, centrũ corporis luminosi & centrum oculi & centrũ basis pyramidis irradiatiõis semp sunt in eadẽ linea, cũ centrũ uisus sit centrum circuli altitudinis, si ducatur linea à centro luminosi corporis per centrũ uisus, illa necessario erit diameter circuli altitudinis, erit ergo illa linea à pũcto n, pducta p centrũ k, necessario cadens in aliquod punctũ circuli altitudinis qui sit l, & erit semicirculus altitudinis eleuatus sup circulum horizontis qui est h n m æqualis semicirculo n m l, & qm̃ sunt medietates eiusdem circuli, ablato ergo communi arcu qui est n m, erit arcus qui est h n æqualis arcui m l, sed punctũ l, est locus centri circuli irradiationis, & punctũ n, est locus centri solis, patet ergo quod quantũ centrũ solis eleuatur sup horizonta, tantũ centrum circuli basis pyramidis irradiationis deprimetur sup horizonta, & hoc est primum propositum. Cum aũt erit centrorum utrumq; in circulo horizontis, medietas circuli iridis uidetur, ut in præcedenti theoremate est ostensum, ergo cum centrum solis eleuatur, & centrum circuli deprimetur, minus semicirculo uidebitur, & hoc est quod secundo proponebatur. Quod autem nunc diximus exponentes propositum, sole existente in oriente, idem est si sit in horizontis parte occidentali, uel in quacunq; parte sit horizontis, ut est his quorum latitudo est 66. graduum, & 9. minutorum, his enim est sol in meridie in puncto tropici hiemalis in horizonte, & sic secundum regiones diuersas uniuersale semper est propositum theorema.

LXXVI.

Iridis nunquam uideri posse completum circulum manifestum est.

Quoniã enim si sol est in horizõte, semicirculus tm̃ uidetur, ut patet ex 72. huius, & si sit super horizonta in aliquo circulo altitudinis, patet p præmissam qđ quantũ centrũ solis uel lunæ eleuatur super horizonta, tantũ centrum iridis deprimitur sub horizonte, unde tũc super horizontem semp pars iridis minor semicirculo uidet̃, sicut patet in alijs

paralellis

paralellis in sphæra, per quorũ centrũ nõ transit horizon, hi enim in portiones inæquales sub horizonte & sup horizontẽ secantur, patet ergo cũ corpus luminosum in tempore uisionis iridis sit aut in horizonte aut super horizonta, quod nunq̃ cõpletus circulus iridis poterit uideri, nisi forte fiat ex reuerberatione luminis solis à nube forti ad terram uel ad aliam nubem, ubi sit uapor roridus in medio, & uisus inter uaporẽ & nubem à qua fit reuerberatio, uel in eadem linea, sic quod ad ipsum possit fieri reflexio, tunc enim impossibile est integras irides uideri, sed de talibus sermo propositus non intendit, diximus enim de talibus iridibus in 67. huius, patet ergo propositum.

LXXVII.

Datæ iridis semidiametrum inuenire.

Ad quantũ enim summorũ uaporũ consistentia eleuari possit iam ostendimus in 58. huius, sed non secundũ totã eleuationẽ illorũ possibile est iridem eleuari, qm̃ materia iridis est uapor roridus p 64. huius, qui non adeo eleuatur ut uapor siccus, si ergo datæ iridis semidiametrũ uolumus inuenire, data iris sit semicircularis, faciliter habetur ꝓpositum, accipiatur eñ altitudo sua p instrumentũ, circuliq; altitudinis suæ portio siue arcus interiacẽs horizõta & gibbũ iridis duplicet̃, & cũ arcu duplicato intrentur tabulæ chordarũ & arcuũ prima dictiõe almagesti positarũ, & extrahatur chorda arte cõsueta, eritq; chorda inuẽta diameter totius iridis, & ea diuisa p æqualia medietas ipsius erit semidiameter iridis, & ita summus circuli altitudinis erit semidiameter iridis, quæ sub hoc situ in tali altitudine uidetur. Si dicatur quod illa semidiameter nõ est iridis secundũ cuiusdã alterius circuli æquedistantis iridi, sed maioris iride, hoc nõ obstat, quod illi duo circuli in eundem angulũ solidũ cadunt apud centrũ mundi, quod tũc est centrũ uisus, unde qđ de uno dicitur de reliquo potest intelligi quo ad quantitatẽ, & quia p taliũ diametrorũ ꝓportiones habetur cõpleta ꝓportio iridis ad iridẽ, ideo talem diametrũ, iridis diametrum appellamus. Si uero iris sit ꝓportio minor semicirculo, accipiatur ipsius altitudo, & quia ut patet p 73. huius, tunc sol est sup horizonta in eodẽ circulo, accipiat̃ altitudo solis, quia ergo ut in illa declaratũ est distantia centri iridis sub horizonte est æqualis eleuationi solis sup horizontẽ, cõiungant̃ isti duo arcus altitudinis, iridis. s. & solis, perueniet'q; arcus interiacens punctũ circuli altitudinis in quo incidit diameter ducta à centro corporis solis per centrũ uisus & p centrũ iridis ad ipsum circulũ altitudinis, & hoc est nadair solis, & punctũ superiorẽ circuli altitudinis iridis, duplicetur ergo ille arcus, & extrahatur corda ut prius, diuidaturq; per æqualia, & habetur intentum, patet ergo propositum.

LXXVIII.

Iridis semicirculus uisus est medietas circuli minoris, portio uero minor semicirculo uisa est portio circuli maioris.

Huius ꝓpositæ rei causa patet secundũ p̃missa huius libri, qm̃ enim ut patet per 63. huius, patet centrũ solis & uisus & iridis semp in eadẽ linea cõsistunt quæ est axis pyramidis illuminationis uaporis roridi, ꝓpter quod patet in omni reflexione ex qua apparet iris, semper centrũ uisus est polus circuli iridis, palã ergo quod nullã facit diuersitatẽ in uisu erectio uel obliquatio sup̃ficie iridis super superficiẽ horizontis, qm̃ semper linea pertransiens centrũ solis & uisus est erecta sup superficiẽ iridis, & sic periferia iridis semper se habet uniformiter ad uisum quantũ est de se, ut patet per 65. primi huius. Quod tamen hic ꝓponitur, causam habet nõ ex reflexione, sed ex refractione, q̃a ut in 8. huius, declarauimus, diuersitas angulorũ refractionis causat̃ ex diuersitate diametris corporũ diafonorum eiusdẽ speciei, maior eñ fit refractio ad punctũ perpendicularẽ in aqua grossiori q̃ in aqua subtiliori, quia itaq; sole existente in periferia horizontis, aer est grossior seipso, postmodum per luminis solaris præsentiã subtiliato, palam quod in grossiori illo aere minor fit refractio à perpendiculari, radij itaq; tunc refracti magis approximant perpẽdiculari quàm postmodũ aere subtiliato, ad propinquiorẽ ergo locũ superficiei iridis fit aggregatio radiorũ incidentiũ superficiebus uisuũ ibi existentiũ, q̃ fiat in aere rariori existẽte, subtiliato uero aere fit ad eosdẽ uisus à ꝑtibus remotioribus ipsius uaporis

reflexio, non ẽm fit à partibus ꝓpinquioribus, quoniã ab illis neq; prius fiebat. Sed neq; fit illa reflexio à partibus uaporis à quibus fiebat prius, quoniã medio immutato est ipsa refractio immutata, per 8. huius, fit ergo necessario reflexio à partibus uaporis remotioribus quàm prius. Radij ergo reflexi sunt longiores his qui prius reflectebantur, pyramis ergo illuminationis est maior, ergo & basis eius, quæ ut patet ex præhabitis est periferia iridis, erit maior. Existente uero sole in periferia horizontis, tunc tantum causatæ iridis semicirculus uidetur, ut patet per 72. huius, eleuato uero sole super horizonta, tũc portio iridis minor semicirculo uidetur, ut patet per 73. huius, manifestum est ergo propositum. Est aũt quorundam experientia, quod altitudo iridis, & altitudo solis coniunctæ semper faciunt gradus 42. quod per præsens theorema impossibile esse ostenditur. Si enim semidiameter circuli iridis sit quandoq; minor quandoq; maior secundum mediorum diafonorum & suarum reflexionum diuersitatem, ut præostensum est, tunc non poterit rationabiliter uideri alicui, quod omnes aliorum circulorum diuersarum iridum semidiametri sunt æquales, posset tamẽ esse modica differentia, quæ forte per instrumentum modicum improportionale circulo altitudinis non possit aliqualiter perpendi, & etiam eorum experientia est in proportionibus iridum minoribus semicirculo, quod patet per altitudinem solis, quod tales uerso instrumento uel mutato uisu fixo instrumento accipiunt, quæ nulla est sole existente in periferia horizontis, & forte talium portionum uel suarum diametrorum non est sensibilis differentia, quia etiam Aristoteles de illa nihil scripsit, cum tamen de præsenti theoremate magnam fecerit mentionem, quamuis nec ipse nec alius, cuius scripta uidermus, super hoc attulit declarationem. De differentia uero climatum nullus excusationem afferat, quia quod in uno climate accidit, in omnibus climatibus euenire necesse est in iridis generatione, semper enim cẽtrum solis, uisus, & circuli iridis in eadem linea consistunt, & arcus altitudinis sub horizonte centri circuli iridis solis altitudini in omnibus climatibus est æqualis, nec in hoc aliquis differentiam perpendet.

LXXIX.

In quibusdam regionibus sole existente in meridie iris sensibilis non apparet.

Ad ostendendũ propositũ ponatur primo centrum solis in aliqua regione in meridie in cenith capitis, & palam ex præmissis, quod tunc basis pyramidis irradiationis erit sub horizonte æquedistans horizonti, & quoniam tunc altitudo solis erit partiũ 90. sole descendente, siue hoc sit propter ipsum motum solis, siue propter altitudinem regionum distantium plus ab æquinoctiali, quàm regio in qua sol fuit perpendicularis in meridie, ut ab ea quæ est directè sub capite cancri, nunquam fiet iris in meridie, quandiu sinus circuli altitudinis solis in meridie fuerit maior diametro iridis, quam per 75. huius, diligens perquisitor poterit inuenire, quantum aũt sinus circuli altitudinis solis in meridie minuetur à diametro iridis, tantum apparebit uisui in meridie de diametro iridis & de iride, & ob hoc in diebus æstiualibus ab æquinoctio uernali ad autumnale in cõsuetis nobis regionibus quæ sunt ultra clima quartum usq; ad finem notorum septem climatum in meridie iris nõ apparet, & si in alia parte anni appareat quandoq;, totum autem hoc diximus ꝓpter regiones quæ sunt extra climata, in quibus præmissa regula doctrinæ generali poterit cõmitti. In omnibus aũt regionibus sole existente super horizõtem in qualibet hora diei iris poterit apparere præter quàm in meridie, In illis tamẽ horis in quibus sinus circuli altitudinis solis maior est iridis diametro, & hæc sufficiant pro iridis intento, Quia irim de cœlo misit Saturnia Iuno.

LXXX.

Nubium apparens color fit secundum dispositionem materiæ & luminis incorporationem.

Quoniã ẽm nubiũ cõsistẽtia ex duob. fit uaporibus, sicco s. et humido, ut declaratũ est in philosophia naturali, tũc qñ sol agẽdo ex sicco penitus extrahit humidũ, adurit siccũ

terrestre,

terreſtre, ita quod lumē in ipſum penetrare nō poteſt, ideo fit tunc nubes nigra multæ nigredinis, & ſunt tales nubes materia uentorū. In uapore uero aqueo generatur nigredo ex condenſatione frigoris, ꝓpter quā in ipſum penetrare nō poteſt radius ſolaris uel ſtellarū, & non remanet nubes humida multum nigra. Ex uapore uero quocunq; diſgregato ſubtili recipiente ingreſſum luminis ſolaris fit nubes alba, unde etiā aliqñ uidetur nebula alba. Quando autem nubes habet in ſe humidum fumoſum ammixtum aliquantulum terreſtre aduſto, tūc in ipſo recepto lumine fit nubes rubea, & alia purpurea, ut cum radij terminantur in inferiorem partem nubis humidæ in mane uel in ſero, & hæc ſignificant pluuiam futuram, & ſi qdem fit in oriente in mane, defertur pluuia ſuper homines illius habitabilis, Si uero fit in occaſu, tunc defertur pluuia in mundi inferius hemiſperium ſub hoīes uidentes, & erit ibi pluuia in nocte, & redibit illa pars cœli forte ſpoliata nubibus in mane, & ſic ſignificat rubor nubium in ſero ſerenitatem in die ſequenti, qñ uero nubes depreſſa habet ſuperius reſperſam purpureitatem obſcuram ualde, tunc illa rubedo eſt ex partibus terreis aduſtis quæ iam incipient inflāmari in uentre nubis, & ſunt nubes tales periculoſæ continentes materiam tonitrui & ſimilium. Quod ſi nubes ſit rorans & in fine ſuæ reſolutonis, tunc illa nubes in ſe recepto lumine, qñq; iridis acquirit colorem, & ſecundum ſui uarias diſpoſitiones fit multa uarietas colorū lumine nubibus præſente, ſiue lumen nubi incidens refrangatur ad uiſum ꝓpter denſitatem ſecūdi diafoni, ſiue reflectatur ad uiſum à ſuperficie ipſius nubis. Sed in his coloribus medijs nubium nō modicum effectum habet admixtio umbrarum, cum nubes ſuperior per nubem ſubtilem umbroſam uiſibus occurrit, tunc em̄ uario colore colorat̃ nubes uiſa ſecundum illarum umbrarū admixtionem, patet ergo propoſitum.

LXXXI.

Virgæ fiunt ex refractione radiorum ſolarium ad uiſum ab aliqua conſiſtentia nuboſa raritate & ſpiſſitudine inæqualiter diſtincta.

Virgæ dicimus extenſiones radiorū ꝑ nubes, quæ uulgo dicunt̃ funes tentorij. interpoſita em̄ nube aliqua aquoſa inter ſolem & uiſus noſtros fit refractio radiorum ſolarium ad uiſum, & hoc accidit in medio ſecundi diafoni, & ob hoc quandoq; ibi uidentur iridis colores ſecundum quaſdem lineas rectas ꝓtenſæ, eo quod habeant quandam ſubtiliorem & quandam groſſiorem conſiſtentiam, in qbus permixtum ſolis lumē fantaſiam coloris in ipſis facit, potior tamen in his cauſa eſt admixtio umbrarū quæ diuerſimode immixtæ lumini colores diuerſos uiſibus repræſentant, & quia radius ſolis perpendicularis ſuper ſuperficiem nubis penetrat nubem, & ad uiſus non reflectitur, ideo nubes in medio alba & incolorata uidetur, & ſol per illā uiſus uidetur ſine figura, ſed in colore puniceus aut colorem alium habens uiſus. Sol em̄ per cōſiſtentiam nubis groſſiorem & caliginoſam alium & alium præſentat uiſibus colorem. Non eſt autem in hoc differentia, ſiue ſol uideat̃ per nubem, ſic quod fiat ſuorū radiorum ad uiſus refractio, ſiue radij ſolis reflectantur ad uiſum, aſpicienti uero ad ſolis latera uidetur qñq; iridis color uirgatus, ut præmiſimus, quando nubes ſecundum aliqd eſt ſpiſſa, & ſecundum aliqd rara, & ſecundum aliquam ſui partem plus aquoſa, & ſecundum aliquam minus, & quandoq; uidetur aliqua pars punicea, alia uero uiridis aut flaua, uirgæ itaq; fiunt propter irregularitatem diuerſi ſitus & quantitates ſpeculorū, nō ꝓpter figuræ anomaliam. Sunt em̄ quædam ſpecula, quæ ꝓpter ſui anomaliam figuras anomalias permutatas uiſibus oſtendunt formarum uiſarum per ipſa, de qbus in nono libro ſcientiæ huius aliqs ſermo fuit, unde & nubes figuram ſolis non oſtendit, qa ſpecula nubis non ſunt proprie oſtendentia figuram propter ſpeculorum paruitatem, ſed oſtendunt colorem quod cōuenit diafonitati ſpeculorum & nubis totius, & diſtinguuntur illi colores ſecundum diſpoſitionem cui lux incorporatur, & ſecundum umbrarum immixtionem, patet ergo propoſitum.

LXXXII.

Pareliæ fiunt ex reflexione radiorum solarium ad uisum ab æquali consistentia nubosa.

Pareliæ dicimus quasi paria soli, elios em̄ Græce sol dicit̄ Latine, & significat soles aqueos q̄ in nube uident̄, nube em̄ interposita soli & uisibus existente æquali secundum sui specula, neq; densiore neq; rariore, neq; plus aquosa, neq; minus secundum suas partes, tunc radius solis illis incidens ꝓpter similitudinē & æqualitatē speculorum, & ipsorum regularitatem minus coloris, fit fantasia, albi autem uidetur coloris propter spissitudinem consistentiæ & regularitatem ipsius nubis. Radij em̄ ad ipsam nubem sic dispositam incidentes, & ab ipsa refracti ad uisus maxime nube illa non existente aquosa neq; nigra, uicina tamen aqua sine admixtione alicuius umbræ reflectuntur ad uisum, propter quod ꝓprium solis colorem, q̄ luminosus & albus est, in tota nubis cōsistentia apparere faciunt uisibus, fiuntq; pareliæ albæ, sicut etiā ab om̄i corpe polito reflectit̄ lumen solis ad uisum propter spissitudinem consistentiæ, ut ostensum est per 1. q̄nti huius. Sunt autem pareliæ magis signum pluuiæ q̄ uirgæ, quia æqualis nubium consistentia quæ est materia parelijs, signum est quod aer idonee habet se ad permutationem & ad generationem aquæ. Et quia Australis aer facilius in aquam permutatur ꝓpter sui facilitatem in patiendo, q̄ aer Borealis, q̄ siccior est propter frigoris cōstrictionem, ideo pareliæ Australes magis sunt signum pluuiæ q̄ Boreales. Fiunt autem pareliæ sicut & uirgæ magis sole existente in oriente uel occidente q̄ in meridie, q̄m sol existens in medio cœli soluit tales nubium cōsistentias, & plurimum segregat illas, & neq; fiunt desuper solē neq; desubtus, sed à lateribꝰ solis obliquis quæ sunt secundū polos mūdi, & neq; fiunt multum prope solem, q̄a à propinquo cito dissoluitur nubiū consistentia, neq; fiūt multum longe à sole, q̄a nō est inde possibile reflexionem fieri ad uisus, reflexio em̄ facta à paruo speculo subtilis est, unde longe protensa debilitatur & euanescit anteq̄ perueniat ad uisus, & ex eisdem causis non fiunt hæ pareliæ super solem, neq; sub sole, quia prope solem existentes consistentiæ nubium soluuntur, remotæ uero distantes non perueniunt secundum ipsorum reflexionem ad uisum, secundum lateralem uero solis situm est inuenire mediocrem distantiam, in qua consistentia nō soluitur, & tamen fit reflexio ad uisum, & cum non est minus prope ad terrā descendens illa nubis consistentia, quando em̄ nubes sunt nimis propinque horizonti, tunc ab ipsis nubibus reflexi radij non ꝑtingūt ad uisus propter distantiam minorem improportionatam reflexionem luminis q̄m em̄ uisus sunt apud terram, patet q̄ tunc luminis reflexio à nube non concurrit cum uisibus. Sub sole etiam nō potest fieri parelia, q̄a & tunc nubes uicina terræ perpendicularem solis radium respiciens dissoluitur cum radio solari, remota uero nubes à uisu nullam causat reflexionem uel refractionem ad uisum propter longitudinem distantiæ, q̄a si in altera solis esset consistentia nubis nimis alta, non accideret reflexionē luminis fieri ad uisum, nec tunc apparent pareliæ ipsis uisibus, patet ergo propositum.

LXXXIII.

Ex cristallo exagona soli opposita colores iridis generantur.

Huiusmodi em̄ colores generantur ex debilitatione luminis propter refractionem ad perpendicularem ductam à centro corporis solis ad superficiem unius parallelogrami ex lateribus cristalli, & q̄m declarauimus in 27. secundi huius scientiæ, manifestū est quod à sole illuminatur magis medietate chilindri sibi oppositi si rotundum sit chilindrū hæc autem in chilindro angulato esse non potest angulis uenientibus in diametrū corporis basem per æqualia diuidentis, tunc em̄ sola medietas illuminatur propter radiorū incidentiam ut diximus ibidē. Sed si corpus illud columnare diafonum fuerit, tūc em̄ alia medietas illius corporis illuminatur propter radiorum refractionē. Si itaq; superficies corporis diafoni soli opposita unica fuerit, ut in corporibus quadrangulis, tūc una fit luminis refractio fortis, & lumen sub forma luminis transibit ad partem oppositam corporis, & aggregabitur extra corpus sub forma luminis, sicut etiam hoc fortius eue-

nit in corpore sphærico diafono non concauo, eo quod à superficie maioris partis totius illius corporis sphærici, fit refractio ad radiũ q perpendiculariter ĩcidit super superficiem corpus sphæricum contingentem æquedistantem superficiei secanti corpus solis per centrum secundum aspectum quo ab ipso respicitur corpus illuminandum, ut ostendimus in 46. huius, ex tantorum ergo & tot radiorũ aggregatione, & si non ad punctum unum, quoniam hoc est impossibile propter diuersitatem superficierum incidentiæ, ad locum tamen naturalem paruum fit luminis aggregatio ipso lumine absq; coloratione sub forma luminis manente, & illud lumen aggregatum calefacit corpus oppositum, & incendit ex mora corpus inflammabile subito, ut stupam uel aliud potentiam actiuam ĩ se habentem ad inflammationem. Si uero corpus diafonũ soli oppositum sit plurimum superficierum q̃ unius planæ uel circularis, secundum eam .s. partem, q̃ soli opponitur, utpote si corpus quadrangulum secundum unum suorum angulorum soli opponitur, tunc fiet refractio radiorum ĩcidentium uni superficiei ad ambas superficies oppositas, & similiter radiorum incidentium alteri superficiei, & tamen ex parte opposita lumini refracto aer q est corpus rarioris diafoni occurrerit, refrangentur radij ab utraq; pte superficiei ab illa perpendiculari, quæ ab angulo ad angulum ducta ĩ corpore basem ipsius per æqualia diuideret, uel alia ei æquedistante, & in alio corpore denso illi corpori diafono subiecto, ut terra uel alio corpore quocunq;, tunc quandoq; apparebũt duo lumina clara, aliquando uero colorata, ut si corpus diafonum æqualium fuerit angulorum & superficierum, & hoc patet experimentanti, eruntq; ibi duo colores confusi non plures, color .s. rubeus, & alius mixtus quasi uiridis, q secundum cristalli uel alterius parui corporis dispositionem magis sunt intensi uel remissi. Quod si superficies corporis quo ad partem soli oppositam fuerint tres, ut sunt in cristallo exagona, tunc à q̃libet superficierum oppositarum soli quæ sunt 3, receptum lumẽ cuiuslibet superiorum trium superficierum redditur corpori opposito, ut terræ uel alteri corpori cuicunq; fuerit, quæ tria lumina quorum medium manet in ipsa perpendiculari columnæ cristallinæ basem suam per æqualia diuidente uel ipsi diuidenti æquedistãte, & fit uisibile lumẽ illud nisi lumen solis impediat. Alia uero 2. refranguntur à dicta perpendiculari propter naturam secundi diafoni rarioris .s. aeris, dictum enĩ est in 4. huius, quod in medio secundi diafoni rariore existente refractio fit à perpendiculari, & est quasi quædam dispersio radiorum, apparent aũt colores in istis luminibus sic reflexis uel refractis ꝓpter mixtionem nigredinis coloris cristallini cum lumĩe penetrante, & propter ammixtiones umbrarum partium ipsius cristalli præminentium secũdum acumẽ suorum angulorũ, qui per 11. secundi huius, proijciuntur ad patrem oppositã incidentiæ radiorũ in partem aduersam corpori luminoso, quarum umbrarum numerus facit diuersitatem colorum, quando lumini permiscentur, qm̃ ubi radio luminis perpendiculari magis q̃ ad superficiem incidentiæ circa quam in uiciniori multorũ radiorũ fit aggregatio, color cristalli & umbræ commixtus reflectitur, qa ille radius magis est luminosus, tũc fit color rubeus. In alijs uero radijs secũdum sui debilitatem coloris corporis luminosi & umbrarũ plurimum commixtionem alij colores medij generantur, fiũt aũt tres colores, qm̃ ex tribus superficieb9 superioribus radij colliguntur ad quamlibet inferiorũ superficierũ, & color rubeus semper ab illa parte uidebitur, ubi radius ꝑpendicularis super superficiem cristalli in contrario situ generatæ iridis oppositam soli aggregatis oĩbus radijs suæ superficiei incidit post refractionem factam ex aeris interpositi diafonitate, & tũc qm̃ tres irides generantur propter triplicem naturã refractionis ĩ medio 2. diafoni rariori, ut præmissum est, & qa ter tria faciũt quadratũ, qui est 9. erũt tunc 9. colorum indiuidua multiplicitatis trium superficierum superiorum, numero in numerum, trium inferiorum, tres uero erunt specificæ differentiæ colorum, & fit istarum colorum per angulos corporis sensibilis distinctio, qm̃ & à linea angulorum quæ actu est indiuisibilis, reflexi uel refracti radij indiuisibiles nihil sensibile producunt. Non autem fiunt isti colores iridis per cristallum penitus per naturam colorum ueræ iridis, quorũ distinctio formaliter est tantum in uisu, sed fiunt per naturam lucis reflexæ à figura dicti corporis,

unde etiã causa ipsorũ nõ est ad uisum facta reflexio, nõ enĩ uidenť per modũ reflexiõis sed p modũ simplicis uisionis ut alia uisibilia quæ uisui offeruntur, & à quolibet in eodẽ loco uidentur, fit itaq; colorum distinctio à figura corporis, quĩa à qualibet alia cristallo uel corpore pentio alterius figuræ colores uarij apparent, q secundum sitũ colorũ iridis non sunt distincti, & istius signum est quod si accipiatur cristallus exagona, & duo eius superficies cæra rubea uel alia tegantur, sic q inter illas 2. tertia superficies maneat nõ opaca, tunc & tribus alijs soli transeunti per foramen non magnum oppositis, si locus operationis non sit aliàs ualde lumiosus, & aliquod nigrum supponitur, tunc uidebitur etiam ex cristallo modica iris maxĩa & pulcherrima & coloris clarissimi, quod fit ꝓpter aggregationem totius luminis ab oĩbus superficiebus superioribus ad inferiores incidentis, quæ ad locum uicinum unicũ aggregantur. Si uero illæ superficies 3. quæ nũc soli fiunt oppositæ inferiores fiunt, & econuerso aliæ 3. superiores, tunc iris quandoq; una & quandoq; nulla apparebit, & qui ludum istum iocosum reuoluerit, inueniet quæ hic scripsimus plura quàm per nos in tali solatio sunt inuenta, & si unam ex 6. superficiebus dictis experimentans opacauerit, ille similia p reuolutionẽ cristalli ad diuersos situs inueniet, & si cristallũ oculo opposuerit, sicut 3. non opacatæ superficies ad oculũ uertantur, & oĩes 3. oculo oppositos illam cæram rubeam uidebit, & si reuoluerit cristallum coram oculo, plures occurrent diuersitates, quas generationibus colorum applicare qs poterit, semper considerans umbrarũ immixtionem, quoniam eadem est natura reflexionis formarum ad uisum, & luminis ad ea quibus incidit, non enim deferť color uel forma uisibilis ad uisum, nisi per naturam lucis quæ est in ipso, poterit itq; per experientiam his dictis multa addere diligens inquisitor, patet itaq; propositum.

LXXXIIII.

Sub uase uitreo rotundo pleno aqua soli exposito, colores similes iridis coloribus uidentur.

Sit ut exponatur soli uas uitreum rotundum ad modum urinalis plenum aqua pura, dico quod uerum est quod proponitur, uidentur enim in superficie corporis suppositi illi corpori, ut in terræ superficie uel in alio corpore colores similes iridis coloribꝰ quorum generatio est propter uarias luminis solis refractiones, ut enim patet per 4. huius, fit una refractio ab aere ad uitrum, & alia à uitro ad aerem subiectum, quorum refractionum anguli sunt diuersi, ut patet per 8. huius, secundum hos itaq; refractionum modos cum admixtione coloris ipsorum corporum diafonorum & umbrarum proiectarum à corporibus, lumen penetrat, & circulariter diffusum uel forte irregulariter secundum corporum diafonorum conuexas, superficies uarias uisui præsentant colores distinctos secundum præmissas causas. Quod si uas illud extrinsecus aqua perfusum fuerit, pulchriores colores uisui præsentabit, quoniam tunc numerus refractionum aliqualiter augetur, & similiter numerus umbrarum, non sunt autem hi colores uere colores iridis, quoniam numerantur alio colorum numero quàm colores iridis, & non perueniunt ad uisum per reflexionem quamcunq; colores iridis, sed uidentur directe, sicut & ipsum lumen & alij colores, patet itaq; propositum.

LXXXV.

Speculo quocunq; sub aqua soli exposito figura solis uidebitur quasi duplicata.

In

In ſpeculo enim reſpectum lumen radiorum ſuper ſuperficiem aquæ perpendicularium, ſuperficiei uero ſpeculi oblique incidentium, reflectitur à ſuperficie ſpeculi ad uiſum in loco reflexionis exiſtente, & ſic offert uiſui figuram ſolis, lumen uero radiorum oblique ſuperficiei aquæ incidentium refrangitur in ſuperficie aquæ ad perpendicularem ductam à puncto incidentiæ ad ſuperficiem aquæ per 4. huius, cum itaq; illa forma refracta peruenit ad ſpeculi ſuperficiem, tunc ab illa ſuperficie cui oblique incidit, reflectitur iterum ad uiſum, apparentq; duæ figuræ ſolis, una maior propter ſimplicem reflexionem, alia quoq; minor propter refractionem quæ in medio denſiori minuit figuram poſtmodum reflexam, uideturq; illa ſecunda figura ſolis quaſi ſit corpus ſtellæ ſequentis corpus ſolis. Eſt autem & ipſa forma ſolis quod patet, quoniam & extra radiū ſolis cum figura ſolis à ſuperficie ſpeculi per ſe non reflectitur, & hanc refractam formam accidit uideri, & ſi plane ſpeculum ſuper aquam deducatur in ſolis radium, tunc eadem numero forma quæ prius ſub minori lumine fuit uiſa, uidebitur amplius quàm prius luminoſa, & ſecundum motum aquæ uidebitur moueri, circa reflexam figurā ſolis, patet ergo propoſitum. Et quoniam nos diuinæ gratiæ ſuffragante præſidio tres propoſitos uidendi modos ſecundum omnem ipſorum quatenus potuimus diuerſitatem tranſcurrimus, nec condignum aliquid tantæ munificentiæ diuinæ bonitati reddere poſſibile nobis eſt, ad illas tamē quas poſſumus gratiarum actiones conſurgimus ei, qui uere trinus & unus eſt, ſoli nihil in rebus entibus conforme, nihil coæternum, nihil æque bonum æſtimantes, cui ſit honor & gloria per infinita ſæcula, Amen.

Vitellionis Mathematici doctiſſimi περὶ ὀπτικῆς ſeu Perſpectiuæ libri decimi, & ſic totius operis continentis propoſitiones 805. finis.

